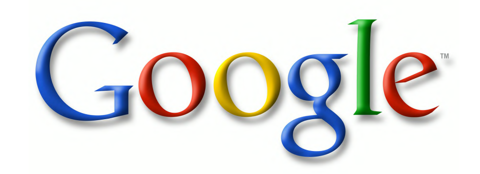
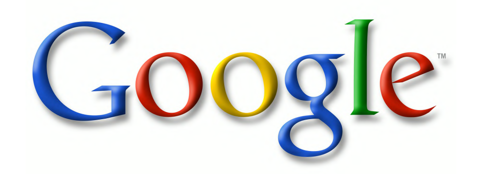
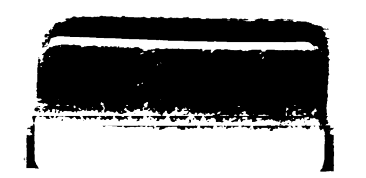










LEHRBUCH
DER PRAKTISCHEN PHYSIK

VON

FRIEDRICH KOHLRAUSCH

ZWÖLFTE, STARK VERMEHRTE AUFLAGE
(35.—42. TAUSEND)

IN GEMEINSCHAFT MIT
H. GEIGER, E. GRÜNEISEN, L. HOLBORN, W. JAEGER,
E. ORLICH, K. SCHEEL, O. SCHÖNROCK

HERAUSGEGEBEN VON

E. WARBURG

MIT 389 FIGUREN IM TEXT



LEIPZIG UND BERLIN
DRUCK UND VERLAG VON B. G. TEUBNER
1914

Aus dem Vorwort zur 2. Auflage
des Leitfadens der praktischen Physik, 1872.

Die Aufgaben, welche der praktischen Physik gestellt werden können, lassen sich in vier Punkte zusammenfassen. Zunächst steht erfahrungsgemäß fest, daß ein Teil der physikalischen Lehren, vorzugsweise der quantitative, durch bloßes Hören nicht begriffen wird, wogegen oft die einmalige Anwendung eines Satzes genügt, um den Schüler mit ihm vertraut zu machen. Zweitens gibt es eine Reihe von Aufgaben, deren Ausführung dem Chemiker, Mineralogen, Mediziner, Pharmazeuten oder Techniker bekannt sein soll. Die Vorlesung, wenn sie überhaupt auf eine solche Aufgabe eingeht, kann diese nur in prinzipieller Weise behandeln; von hier aber bis zur praktischen Ausführung ist noch ein weiter Schritt. Der Stand der Kenntnisse in diesen Dingen macht denn auch den bisherigen Mangel an praktischem Unterricht fühlbar genug: die Scheu vor den einfachsten physikalischen Aufgaben ist ebenso bekannt wie erschreckend groß.

Sodann aber liegt für die Physik selbst das Bedürfnis einer Vorschule für die experimentelle wissenschaftliche Forschung vor. Unterrichtsgegenstand kann freilich die eigentliche Forschung nur in sehr beschränktem Maße sein, wohl aber fordern die Pflicht und das eigene Interesse von der Physik, daß sie den künftigen Physiker mit seinem, ich möchte sagen, wissenschaftlichen Handwerkszeug vertraut macht.

Die genannten drei Disziplinen sind es in erster Linie, welche das Buch ins Auge faßt, indem es Vorschriften zur Ausführung physikalischer Messungen gibt und dabei diejenigen bevorzugt, welche als Anwendungen außerhalb der Physik oder als Elemente wissenschaftlicher Untersuchung eine besondere Bedeutung haben. Soll auch die vierte Aufgabe, nämlich die Heranbildung physikalischer Lehrer hereingezogen werden, so glaube ich, daß auch diese Übungen am besten durch eine passende Auswahl der instrumentellen Mittel mit messenden Aufgaben zu verbinden sind; wer sich in den quantitativen Aufgaben einige Gewandtheit erworben hat, wird auch die Vorlesungsversuche ohne Schwierigkeit bewältigen.

Inhalt und Umfang einer Anleitung zur physikalischen Arbeit werden vor allem durch die Grenze der Genauigkeit bestimmt, bis zu welcher die Aufgaben durchgeführt werden sollen. Ich habe die Grenze inne zu halten gesucht, bei welcher die vernachlässigten Korrektionen

mindestens nicht größer sind, als die Beobachtungsfehler bei den gewöhnlich gebrauchten Instrumenten und bei mittlerer Geschicklichkeit im Beobachten.

An bestimmte Instrumente schließen sich die Anleitungen, wo es möglich war, nicht an; nur bei einigen neueren oder weniger bekannten Apparaten ist eine Ausnahme gemacht worden.

Zum Verständnis der magnetischen und elektrischen absoluten Messungen, denen eine übersichtliche Literatur fehlt, auf welche aber die praktische Physik das größte Gewicht legen muß, wird im Anhang eine kurze Darlegung des absoluten Maßsystems gegeben.

Von den zum größeren Teil neu berechneten Tabellen dürften manche auch für Physiker nützlich sein. Ich habe mich bemüht, sie auf das beste Beobachtungsmaterial zu gründen.

Aus den Vorworten zur 9. und 10. Auflage,

der ersten und zweiten des Lehrbuchs, 1901 und 1905.

Sätze in [ ] sind neu eingefügt.

Die vorigen Worte, zu einer Zeit geschrieben, da der Verfasser sich mit der Aufgabe beschäftigte, einen praktisch-physikalischen Anfängerkurs auszubilden, für den man damals noch kein Muster fand, werden für das Programm der physikalischen Übungen immer noch wesentlich zutreffen.

Die erste Ausgabe des Leitfadens hatte aus einigen zusammengehefteten Bogen bestanden, gedruckt zu dem Zwecke, das Lehren und Lernen bei den Aufgaben zu erleichtern, die ich in dem Maße, wie die in Göttingen damals vorhandenen Mittel es gestatteten, nach und nach in das Übungslaboratorium einführte.

In den späteren Auflagen weicht der Inhalt von dem ursprünglichen Programm ab, insofern zunehmend für wissenschaftliche Zwecke [zum Teil von außen angeregt] Gegenstände eingereiht wurden, die nicht eigentlich zum Unterricht zu rechnen sind. Die vorliegende Ausgabe legt sich in dieser Richtung noch weniger Einschränkung auf als die bisherigen, da inzwischen für die Zwecke des elementaren Praktikums der kleine Leitfaden erschienen ist.

Außer dem Fachstudierenden der Mathematik, physikalischen Chemie oder Elektrotechnik und der Physik selbst wird mancher andere vorziehen, bei der Arbeit die größere Ausgabe zu gebrauchen und dabei vielleicht durch Lektüre manches kennen zu lernen, was in den Kurs des Praktikums nicht eingeschlossen ist.

Bezüglich der Gesichtspunkte, nach denen die Übungsaufgaben behandelt werden, darf auf das dem kleinen Leitfaden beigegebene Vorwort verwiesen werden, dessen Inhalt ich auch bei wiederholtem Abwägen zwischen intellektuellem und unmittelbar praktischem Nutzen

für richtig halte. Dem entsprechend wird, wenn auch viele Aufgaben durch ihren Anschluß an moderne Hilfsmittel der Messung bestimmter gefaßt worden sind als nach dem früher in dem Buche herrschenden Gebrauch, möglichst immer die allgemeine Methode als Kernpunkt festgehalten. Dies rechtfertigt sich aber nicht nur durch die Zwecke des Unterrichts. Denn wenn man die Entwicklung der vereinfachenden, auch wohl eleganten Methoden näher verfolgt, die wir der Ausbreitung physikalischer Messung in andere Kreise, besonders in die elektrotechnischen verdanken, so zeigt sich da doch manches vergänglich. Bei dem die praktischen Anwendungen in unserer Zeit beherrschenden raschen Stoffwechsel kommen häufig Gegenstände, die man als veraltet angesehen hat, unerwartet wieder zu moderner Geltung. Schon aus diesem Grunde ist aus dem Buche manches momentan als veraltet Erscheinende nicht gestrichen worden [z. B. Aufgaben, die ein ungestörtes erdmagnetisches Feld verlangen, welches heute vielen Laboratorien versagt ist. Ich halte für wahrscheinlich, daß die vagabundierenden Erdströme, die doch zahlreiche Lebensinteressen schädigen, nur eine Episode in der technischen Entwicklung darstellen]. Außerdem aber verbieten ja den meisten Unterrichtsinstituten ihre Mittel, sich immer dem Neuesten anzuschließen — eine Einschränkung, die auch ihre Vorteile hat, denn sie erschwert, daß manches Nützliche der Vergessenheit anheimfällt.

Für jüngere Leser mögen hier einige von den ausgiebigsten Quellen genannt werden, die zum Aufsuchen physikalischer Literatur dienen können. Wenn der Name des Verfassers gegeben ist, so findet man die Aufsätze bis 1900 am bequemsten in Poggendorff-Oettingens Handwörterbuch. Ist die Zeit des Erscheinens ungefähr bekannt, so dienen die „Beiblätter zu den Annalen", die „Science Abstracts" der London Physical Society oder, bei weitem am bequemsten, die „Fortschritte der Physik" der Deutschen Physikalischen Gesellschaft zum Nachschlagen und meist zugleich zur Orientierung über den Inhalt. [Der Bericht über die Fortschritte eines Jahres wird unter der jetzigen Redaktion so beschleunigt, daß er im folgenden Juli abgeschlossen vorliegt. Die inzwischen erschienene Literatur findet man in dem systematisch geordneten mit den Verhandlungen der Deutschen Physikalischen Gesellschaft verbundenen halbmonatlichen Literaturverzeichnis.] Für physikalisch-chemische Arbeiten seit 1894 wird oft das zuletzt von Danneel herausgegebene „Jahrbuch der Elektrochemie" gute Dienste leisten. Als vollständige Literaturquelle, auch für die zur Physik im entfernteren Verwandtschaftsgrade stehenden Wissenschaften dient der, freilich durch seinen Preis in der Verbreitung schwer geschädigte „International Catalogue of scientific Literature", [und die Ergebnisse der Messungen liefern seit 1910 die „Tables annuelles de constants et données numériques de chimie, de physique et de technologie"].

In elektrischen Fragen dürfte G. Wiedemanns Elektrizitätslehre am reichhaltigsten sein und, bis 1896, meistens genügen [über fernere, besonders auch elektrotechnische Literatur siehe S. 423]; in optischen oft das wertvolle Werk von Dufet, welches die ersten Bände des von der Société Française de Physique herausgegebenen Recueil de Données numériques de Physique bildet, für Spektroskopie das Handbuch von Kayser. Als Nachschlagewerke allgemeinen Inhalts sind natürlich das von Winkelmann herausgegebene Handbuch, ferner nach mancher Richtung die Rapports au Congrès de Physique (1900), von den Lehrbüchern der Physik wohl besonders diejenigen von Wüllner, Pouillet-Müller-Pfaundler und, namentlich auch bezüglich der russischen Literatur, von Chwolson zu nennen, [sowie der Band über Physik in der „Kultur der Gegenwart"]; als Fundgrube für das unermeßlich anschwellende Zahlenmaterial [bis 1912 die Landolt-Börnstein-Rothschen Physikalisch-chemischen Tabellen]. Für Instrumentelles lehrreich sind die Preisverzeichnisse mancher Firmen.

Der Leitfaden darf, glaube ich, für sich in Anspruch nehmen, zuerst und lange Zeit allein eine handliche Zusammenstellung kritisch ausgewählter physikalischer Zahlen gebracht zu haben. Auch diesmal ist dieser erheblich vergrößerte Teil des Inhaltes [in der 12. Auflage mit tunlichster Berücksichtigung der Literatur bis zu Beginn von 1914] mit besonderer Sorgfalt behandelt worden. Immerhin möge gerade hier um Hinweise auf etwaige Verstöße gebeten werden.

Zum Zwecke der Vervollständigung oder der Kontrolle von Zahlen werden häufig die Quellen angegeben, doch ließ sich dies bei der Zerstreutheit der Arbeiten nicht durchführen. Es werde also in dieser Hinsicht auf die großen Sammelwerke, insbesondere auch auf die Literaturangaben in den Landolt-Börnsteinschen Tabellen verwiesen.

[Wie gebräuchlich sind sehr große oder sehr kleine Zahlen durch Multiplizieren mit Potenzen von 10 anschaulicher gemacht, wobei aber darauf gehalten wird, daß zusammenhängende Zahlenreihen einen konstanten Exponenten erhalten. Bei dem in manchen Disziplinen jetzt gebräuchlichen Wechseln des Exponenten geht die Übersicht verloren.]

Eine der schwierigsten Fragen ist: wie viele Stellen soll die Tabelle usw. angeben? Wenn man Jahre hindurch verpflichtet war, die Resultate der Konstantenbestimmungen zu verfolgen, so hat man sich überzeugt, daß die Versuchsfehler zum großen Teile nur langsam eingeengt werden. Es liegt nun freilich für den Verfasser wie für den Leser einer neuen Experimentalarbeit stets nahe, das Resultat, weil es Fehlerquellen der früheren zu vermeiden sucht, für das zuverlässigere zu halten; aber nicht selten wird man hinterher eines besseren belehrt.

Man umschifft die Klippen — und das ist in den alten Auflagen dieses Buches meist geschehen — dadurch, daß man die Zahlen nur

in den sicherstehenden Dezimalen wiedergibt. Für Zwecke des Unterrichts und technischer Anwendungen wird man so verfahren. Der Physiker wünscht aber oft mit Recht, auch von einer noch nicht feststehenden Dezimale den zurzeit wahrscheinlichen Wert zu kennen. Diesem Bedürfnis gibt das Buch jetzt mehr als früher nach: natürlich unterliegen hierdurch die letzten Stellen nicht selten einer Schwankung.

Es ist begreiflich, daß man sich bestrebt, Verabredungen zu treffen, nach denen einem jeden Formelbuchstaben eindeutig angesehen werden kann, welche Größenart er darstellen soll. Die in Physik, Chemie, Elektrotechnik usw. vorkommenden Größenarten sind aber zahlreicher als die zur Unterscheidung wirklich verfügbaren Zeichen. Denn daß man sich die Lizenz versagte, in einer Rechnung die Individuen derselben Größenart durch große und kleine, lateinische und griechische Buchstaben usw. zu unterscheiden, daß man also bezüglich dieser Unterscheidungen auf Indizes angewiesen wäre, würde ja eine für den Schreiber, den Leser und den Setzer sehr lästige Beschränkung bedeuten.

Dies angenommen kann man leicht überschlagen, daß die Alphabete für eindeutige Bezeichnungen der Größenarten in diesem Buche nicht ausreichen. Gar so schlimm ist es aber auch kaum, wenn in verschiedenen Rechnungen der nämliche Buchstabe nicht immer dieselbe Größenart bezeichnet. Ein stillschweigender Usus hat die Willkür ohnehin stark eingeengt. Die im vorliegenden Buche gebrauchten Zeichen stimmen in der Tat bei den wichtigeren Größenarten schon in den früheren Auflagen mit den z. B. von der Deutschen Physikalischen Gesellschaft gemachten Vorschlägen überein.

Zur 11. Auflage, 1910.

Jeder muß schließlich mit dem Geschick rechnen, daß seine Kräfte eine bisher gewohnte Arbeit nicht mehr leisten, und es wird kaum eine falsche Prognose sein, wenn ich, ungeachtet der vielseitigen und hingebenden Unterstützung, bei einer etwaigen künftigen Auflage jenen Zeitpunkt für den Verfasser als eingetreten erachte. Es empfiehlt sich deswegen, zur Sicherheit Abschied zu nehmen von dieser Arbeit, die sich zudem in vierzig Jahren, getrieben durch die Entwicklung des Unterrichts und der Forschung, so erweitert und zu einem starken Bruchteil der Lebenstätigkeit ausgewachsen hat, daß der Verfasser zweifelt, ob er sie mit dieser Aussicht unternommen haben würde.

Ein Rückblick auf die Entstehungszeit des Buches rechtfertigt sich bei dieser Gelegenheit; es ist aber interessanter, ihn, anstatt auf das Buch, auf die damals bestehenden Verhältnisse zu werfen, um so mehr, als die Anzahl der Kollegen, die jene Lage aus eigener Anschauung kennen, klein geworden ist. Auch für sie wird es — so wie für mich selbst — einer Abstraktion bedürfen, wenn sie sich den engen patriarchalischen Zustand wieder vergegenwärtigen wollen, der vor einem

halben Jahrhundert im Betriebe der physikalischen Institute, oder wie man damals ganz bezeichnend zu sagen pflegte, Kabinette bestand.

Es gab deren so viele wie Hochschulen; nicht viel mehr als zwei Dutzend Professoren und ein Dutzend Assistenten mögen in Deutschland das Personal gebildet haben. Die Gesamtzahl der praktisch arbeitenden Schüler mag der Zahl der Professoren etwa gleichgekommen sein; sie bestanden wesentlich aus älteren in- und ausländischen Fachstudierenden und verteilten sich auf wenige Plätze.

Einen systematischen praktischen Unterricht gab es wohl nur bei Neumann in Königsberg und Magnus in Berlin; etwas später auch in Heidelberg bei Kirchhoff. Noch weniger als der Unterricht waren die Arbeitsmittel organisiert; außer den für die besondere Untersuchung gebauten Instrumenten benutzte man die oft recht einseitig ausgestattete und selbst zu den gewöhnlichsten Messungen mit besseren Hilfsmitteln, u. a. sogar mit Wagen, oft mangelhaft versorgte Apparatensammlung des Kabinetts. Wie bescheiden diese Ausrüstungen sein mußten, lassen schon die Geldmittel erraten, für die ein Durchschnitt von jährlich 400 Talern sicher zu hoch angenommen ist; bei einer Berufung konnte die Frage wichtig sein, ob der Eintretende eigene Instrumente mitbringe.

Die Unterrichtsliteratur bestand aus einer kleinen Anzahl von Lehrbüchern der Physik, die für das, was der messende Physiker zu kennen wünscht, wenig Raum übrig hatten. Nach Methoden sowohl wie nach zuverlässigen Zahlenkonstanten hatte man in der Zeitschriftenliteratur zu suchen. Diese Aufgabe war glücklicherweise damals schon erleichtert, vermöge der, man wird sagen dürfen in der ganzen Welt einzig bestehenden größeren physikalischen Organisation, nämlich der von der Berliner Physikalischen Gesellschaft herausgegebenen „Fortschritte der Physik“, eines Werkes, dessen Einfluß auf die deutsche Physik man nicht genug rühmen kann. Uns Anfängern nützte es um so dankenswerter, als die Literatur damals mehr als jetzt in Gesellschaftsschriften allgemeineren Inhalts zerstreut war.

Als Fachzeitschrift bestanden in Deutschland nur die Poggendorffschen Annalen der Physik und Chemie; und zwar wurde zu beiden Wissenschaften manches zugerechnet, was nur lose mit ihnen zusammenhing; physikalische Abhandlungen, einschließlich der Übersetzungen bedeutender fremdsprachiger Aufsätze, füllten etwa die Hälfte der drei Jahresbände. Beiträge durch Inauguralabhandlungen gab es kaum.

Erst in den 60er Jahren begannen sich die Früchte der genannten Laboratorien von Neumann, Magnus und Kirchhoff zu zeigen, und am Schluß dieses Jahrzehntes wurde in weiteren Kreisen das Bedürfnis nach einer ausgedehnteren Organisation praktisch physikalischen Unterrichtes empfunden (u. a. von meinen Lehrern und Freunden Wilhelm Weber und Beetz, die damals zu der Veröffentlichung der wie gesagt zunächst nur für die eigenen Praktikanten verfaßten Anleitung rieten). Und von jener Zeit an datiert die Periode beschleunigten Wachstums

in der Forschung und in den Veranstaltungen praktischen Unterrichtes für Physik und verwandte Wissenschaften; eine Periode, welche, später befruchtet durch Elektrotechnik, physikalische Chemie und dann namentlich durch die Gründung der großen, außerhalb des Unterrichtes stehenden nationalen Laboratorien, noch nicht abgelaufen ist. Heute mag die Zahl der mit Messungen beschäftigten Physiker an einem großen Institut wie die Physikalisch-Technische Reichsanstalt nicht kleiner sein als vor 50 Jahren die Gesamtzahl in Deutschland. Die Schüler der physikalischen Praktika in der Welt zählen nach vielen Tausenden; Hunderte von ihnen betreiben forschende Arbeit.

Wer die Literatur verfolgt, die sich auf physikalische Meßmethoden bezieht, hat fast täglich Fortschritte zu verzeichnen.

Während nun so der Stoff des Buches beschleunigt wächst, ist seinem Umfange (Volumen, Preis) durch die Aufgabe, auch dem Unterricht zu dienen, eine Grenze gesteckt, die gegenwärtig voll erreicht sein dürfte. Auf einen Raum, der nach Abzug der Erläuterungen, der 66 Tabellen und 389 Figuren lange nicht die Hälfte des ganzen beträgt, ist der Text von etwa 800 Aufgaben zu verteilen, was zu unerbittlicher Sparsamkeit drängt, die als Tugend von jedermann gelobt, in ihrer Ausführung jedoch von wenigen geliebt wird. In der Tat widerstreitet sie häufig der Bequemlichkeit und, wenn der Ausdruck hier gestattet ist, der Schönheit; da wo Knappheit sich zur Enge steigert, kommt sogar die leichte Übersicht in Gefahr.

Kann man nun freilich zweifeln, ob z. B. die weitgehende Opulenz im Formelsatz und in Abbildungen, der man in manchen Büchern oder Zeitschriften begegnet, irgendeinen Nutzen bringt, so muß zugegeben werden, daß bei uns, namentlich in den weniger für den Unterricht bestimmten Teilen, nach der umgekehrten Richtung ungebräuchlich weit gegangen wird. Dieselbe Sparsamkeit mit dem Raum war auch im Text geboten. Die Darstellung erstrebt in den für den Physiker bestimmten Teilen nur Verständlichkeit und scheut sich auch nicht, den Wohlklang und selbst strengere Stilvorschriften hinter das Bedürfnis der Kürze zurücktreten zu lassen. Mancher wird auch mit Recht die sehr zahlreichen Verweise auf andere Abschnitte lästig finden; es ließ sich aber nicht umgehen, gerade dieses für die Kürze ausgiebigste Mittel rücksichtslos zu benutzen.

Vielfach wird zur Begründung oder Ergänzung auf die Literatur verwiesen. Manche Gegenstände werden sogar durch einen bloßen solchen Hinweis erledigt. Meist erklärt sich dies durch die ganz spezielle oder eine in technische Anwendungen einschlagende Natur der Aufgabe, doch wird auch der Zufall hier mitgewirkt haben oder der Umstand, daß eine Aufgabe dem Verfasser fern lag.

Bei der Auswahl der Literatur sind selten Gesichtspunkte der Priorität bestimmend gewesen. Im historisch-didaktischen Interesse wird wohl einer Methode oder einem Instrument der Name des Ent-

deckers oder Erfinders beigefügt; im allgemeinen jedoch verfolgen die Hinweise (die, wenn sie vollständig sein sollten, allein ein Buch füllen würden) wesentlich die sachlichen Bedürfnisse des Nachschlagenden. So werden im allgemeinen die neueren Aufsätze bevorzugt, namentlich, wenn sie zugleich Zusammenstellungen der früheren Literatur geben. Nicht wenige Zitate in den letzten Abschnitten reichen bis in die allerneueste Zeit; gerade hier unterliegt das Kennenlernen freilich manchem Zufall, und Wertvolles mag übersehen worden sein.

Angaben oder Vorschriften eines Autors nachzuprüfen ist bei der Fülle und Mannigfaltigkeit des Stoffes oft unmöglich. Diese Lage wird zuweilen verkannt, wenn nämlich bei der Kritik einer bisherigen Auffassung unserem Buche eine Verantwortung beigemessen wird, die an einer weiter zurückliegenden Stelle zu suchen ist.

Zur 12. Auflage.

Für die Bearbeitung der vorliegenden Auflage, der ersten, die nach dem Tode des Verfassers erscheint, war der Grundsatz maßgebend, an der gesamten Anlage des Werkes möglichst wenig zu ändern. Im wesentlichen wurde der Text dem Fortschritt der physikalischen Meßkunde entsprechend ergänzt. Bei dem Verschmelzen des Alten mit dem Neuen ergaben sich einige Kürzungen, die auch zur Vermeidung eines zu starken Umfangs zweckmäßig erschienen. Die Kapitel, die größere Änderungen erfahren haben, sind im Inhaltsverzeichnis mit einem * versehen.

Charlottenburg, im Mai 1914.

E. Warburg.

Inhalt.

Ein * bezeichnet einen wesentlich ergänzten Abschnitt.

Seite

Elektrometrie.

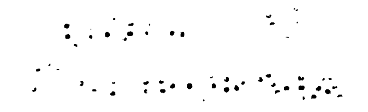
Das auf Länge, Masse und Zeit zurückgeführte Maßsystem, namentlich das CGS-System, mit Gesetzen und Erläuterungen.

Tabellen.

Seite

Alphabetisches Verzeichnis.

Die arabischen Zahlen bedeuten die Seiten, die römischen die Tabellen am Schluß.



Allgemeines über Messungen.

1. Beobachtungsfehler. Mittlerer und wahrscheinlicher Fehler.

Eine Größe messen heißt sie durch eine Zahl darstellen, welche angibt, wie oft die zugrunde gelegte Einheit in der gemessenen Größe enthalten ist.

Die durch Beobachtung gewonnene Zahl wird mit einem Fehler behaftet sein. Über die wahrscheinliche Fehlergrenze kann ein Urteil erstens aus der Übereinstimmung mehrerer Resultate und zweitens durch die Betrachtung der Methode abgeleitet werden.

Wenn eine Größe wiederholt gemessen worden ist und wenn, wie hier angenommen werden soll, die einzelnen Bestimmungen an sich denselben Grad von Zuverlässigkeit besitzen, so stellt bekanntlich das arithmetische Mittel den wahrscheinlichsten Wert dar.

Aus einer Reihe von Beobachtungen einzelne bloß deswegen auszuschließen, weil sie mit der Mehrzahl nicht übereinstimmen, ist im allgemeinen ungerechtfertigt. Der Wahrscheinlichkeit eines bei den abweichenden Zahlen begangenen größeren Fehlers wird durch das arithmetische Mittel selbst Rechnung getragen; denn als einzelne unter einer größeren Anzahl haben sie einen geringen Einfluß.

Die einzelnen Zahlen zeigen gegen ihr Mittel größere oder kleinere Differenzen, die „Fehler“, aus deren Betrage die wahrscheinliche Genauigkeit der einzelnen Beobachtung oder des Resultates nach folgenden Regeln geschätzt wird. Man bildet die Summe der Fehlerquadrate (Tab. 51). Diese Summe gibt, durch die um 1 verminderte Anzahl der einzelnen Beobachtungen dividiert, das mittlere Fehlerquadrat; die Quadratwurzel hieraus ist der mittlere Fehler der einzelnen Beobachtung. Dividiert man diesen durch die Quadratwurzel aus der Anzahl der Beobachtungen, so erhält man den sogenannten mittleren Fehler des Resultates.

Die Multiplikation des mittleren Fehlers mit 0,674 (nahe $\frac{2}{3}$) gibt den **wahrscheinlichen Fehler**, d. i. die Zahl, von der mit gleicher Wahrscheinlichkeit behauptet werden kann, der wirklich begangene Fehler sei kleiner, wie er sei größer als sie.

Bei einer sehr großen Anzahl von Bestimmungen ordne man die Fehler ohne Rücksicht auf ihr Vorzeichen nach der Größe. Dann gibt der in der Mitte liegende Wert nahe den wahrscheinlichen Fehler der Einzelbestimmung.

Den Umstand, daß ein durch Beobachtung gefundener Wert ebensowohl zu groß wie zu klein ausgefallen sein kann, deutet man durch ein dem Fehler vorgesetztes $\pm$ Zeichen an.

Bezeichnet man durch

n die Anzahl der einzelnen Bestimmungen,

$\Delta_1, \Delta_2 \ldots \Delta_n$ ihre Abweichungen vom Mittel,

S die Summe der Fehlerquadrate, d. h.

$$S = \Delta_1^2 + \Delta_2^2 + \cdots + \Delta_n^2,$$

so ist also der **mittlere Fehler**

der einzelnen Messung des Mittelwertes

$$\varepsilon = \pm \sqrt{\frac{S}{n-1}} \qquad \mathsf{E} = \pm \sqrt{\frac{S}{n(n-1)}} = \frac{\varepsilon}{\sqrt{n}}.$$

Die **wahrscheinlichen Fehler** betragen $\frac{2}{3}$ hiervon.

Die mutmaßliche Genauigkeit eines Mittelwertes wächst also mit der Wurzel aus der Anzahl der Beobachtungen.

Über die Fehlerrechnung in allgemeineren Fällen vgl. **2** und **3**[1]).

Beispiel. Die Dichtigkeit eines Körpers wurde zehnmal bestimmt:

Gefunden	Δ	Δ^2
9,662	— 0,0019	0,000004
9,673	+ 091	083
9,664	+ 001	000
9,659	— 049	024
9,677	+ 131	172
9,662	— 019	004
9,663	— 009	001
9,680	+ 161	259
9,645	— 189	357
9,654	— 0,0099	0,000098
Mittel 9,6639		$S = 0{,}001002$

Also mittlerer Fehler einer Messung: $\varepsilon = \sqrt{\frac{0{,}001002}{10-1}} = \pm 0{,}011$,

mittlerer Fehler des Mittelwertes: $\mathsf{E} = \pm 0{,}011/\sqrt{10} = \pm 0{,}0033$.

Die wahrscheinlichen Fehler betragen folglich $\pm$ 0,007 bzw. 0,0022.

1) Fette Ziffern im Text sind Hinweise auf Paragraphen des Buches.

Die Zahl 0,007 bedeutet, daß der Fehler einer einzelnen Dichtigkeitsbestimmung dieses Körpers, mit denselben Instrumenten mit gleicher mittlerer Sorgfalt und Erfahrung ausgeführt wie die obigen, ebenso wahrscheinlich kleiner wie größer ist als 0,007; in den obigen Zahlen trifft dies zufällig genau zu.

Selbstverständlich wird durch diese Rechnung nur der Teil des Fehlers ausgedrückt, welcher durch die eigentliche Unsicherheit der Beobachtung entsteht, das heißt durch solche Beobachtungsfehler, die ebenso häufig einen zu großen wie einen zu kleinen Wert ergeben. Außerdem können einseitige Fehler vorhanden sein, die aus den Angaben der Instrumente oder auch daraus entstehen, daß der Beobachter sich vorwiegend nach einer bestimmten Richtung irrt. Solche Fehler müssen besonders ermittelt oder durch eine geeignete Kombination von Beobachtungen oder Abwechselung der Methoden eliminiert werden.

Die obigen Bestimmungen sind von verschiedenen Beobachtern mit verschiedenen Gewichtssätzen und Thermometern angestellt worden. Fehler der Wage von einseitiger Richtung sind nicht anzunehmen. Eine Quelle eines einseitigen Fehlers könnte aber z. B. durch nicht beachtete Luftbläschen am Körper entstanden sein, welche die Dichtigkeit immer zu klein erscheinen lassen.

„Gewicht“ einer Messung. Die Einzelresultate, aus denen ein Schlußresultat berechnet wird, sind nicht immer gleich zuverlässig. Diesen Umstand sucht man dadurch zu berücksichtigen, daß man den Einzelwerten ein verschiedenes „Gewicht“ beilegt, d. h. daß man sie bei der Mittelnahme einfach, doppelt oder dreifach usw. (Gewicht eins, zwei, drei usw.) in Rechnung setzt. Das arithmetische Mittel aus mehreren Resultaten r_1, r_2 usw., deren Gewichte $= p_1, p_2$ usw. sind, ist also

$$r = \frac{p_1 r_1 + p_2 r_2 + \cdots}{p_1 + p_2 + \cdots}.$$

Das Gewicht von Einzelresultaten, die schon aus mehreren gleichwertigen Beobachtungen abgeleitet worden waren, ist je gleich der Anzahl der benutzten Beobachtungen zu setzen, was ja auf das nämliche hinausführt, wie wenn man alle einzelnen Beobachtungen zum Mittel vereinigt.

Es können mannigfaltige Ursachen vorliegen, die den einzelnen Resultaten eine verschieden große Zuverlässigkeit erteilen und die zur Beilegung verschiedener Gewichte veranlassen; die

Beurteilung dieser Frage bleibt der Umsicht und der Gewissenhaftigkeit des Beobachters überlassen.

Aus dem mittleren Fehler ε eines Resultates folgt das Gewicht p des letzteren proportional $1/\varepsilon^2$.

Eingehenderes über Fehlerrechnung s. z. B. Gaufs, Abhandl. über Wahrscheinlichkeitsrechnung, Ges. Werke Bd. IV, und deutsch von Börsch u. Simon, 1887; Weinstein, physik. Maßbestimmungen Bd. I, 1886; Czuber, Wahrscheinlichkeitsrechnung, 1908. Besonders Helmert, die Ausgleichungsrechnung nach der Methode der kleinsten Quadrate, 2. Aufl. 1907.

2. Beurteilung des Fehlers aus der Methode; Einfluß der Beobachtungsfehler auf das Resultat.

Im allgemeinen wird ein Resultat nicht direkt durch die Beobachtung gegeben, sondern es muß aus ihr oder auch aus mehreren Beobachtungen durch Rechnung ermittelt werden: beispielsweise ein Gewicht aus Ablesungen am Zeiger der Wage, eine Gasdichte aus einer Ausströmungszeit, eine elektrische Stromstärke aus einem Ausschlagswinkel, ein spezifisches Gewicht aus mehreren Wägungen, ein Elastizitätsmodul aus Längenmessungen. Hierbei entsteht die Aufgabe, den Fehler des Resultates zu kennen, welcher aus einem Fehler der beobachteten Größen entspringt.

Den Zweck dieser Fehlerrechnung kann, außer einer Schätzung der Genauigkeit des Resultates selbst, das Urteil über etwa gestattete Abkürzungen der Rechnung bilden oder über die Frage, auf welchen Teil der Messung die größte Sorgfalt zu verwenden ist. Auch liegt es häufig in unserer Gewalt, die Verhältnisse eines Versuches in verschiedener Weise anzuordnen: die Fehlerrechnung läßt beurteilen, welche Anordnung den geringsten Einfluß der Beobachtungsfehler auf das Resultat bewirkt.

Aus solchen Betrachtungen folgt z. B. die Regel für die Bestimmung der erdmagnetischen Intensität, daß man die beiden Abstände des ablenkenden Magnets am günstigsten etwa im Verhältnis 1,4 nimmt (**78 II**); daß die Messung einer elektrischen Stromstärke mit der Tangentenbussole den relativ genauesten Wert nicht bei einem möglichst großen Ausschlage, sondern bei etwa 45° liefert (vgl. **81** u. S. 6); daß die beiden Stromstärken, aus denen der Widerstand oder die Spannung einer galvanischen Säule bestimmt wird, etwa im Verhältnis 1:2 gewählt werden (**97** 1 u. **100** II 1); daß das log. Dekrement eines Schwingungszustandes bei einem Verhältnis

der beiden Schwingungsweiten ungefähr = 3 relativ am genauesten beobachtet wird (27). Dagegen wird für die genaue Bestimmung eines Lichtbrechungsverhältnisses der Prismenwinkel tunlichst groß gewählt usw.

I. Ein aus einer einzigen beobachteten Größe abgeleitetes Resultat. Das gesuchte Resultat (z. B. die Stromstärke) heiße z, die beobachtete Größe (der Ausschlagswinkel) heiße x. Es ist dann z als Funktion von x, d. h. durch irgendeinen mathematischen Ausdruck gegeben, in welchem x vorkommt. Nennen wir nun ξ den in x begangenen Fehler, so wird der hierdurch hervorgebrachte Fehler von z, welcher ζ heiße, dadurch gefunden, daß man in den Ausdruck, aus welchem z berechnet wird, $x + \xi$ anstatt x einsetzt. Dabei muß selbstverständlich der Fehler ξ in derselben Einheit ausgedrückt werden wie die Größe x selbst. Jetzt wird man ein von dem richtigen Werte z etwas verschiedenes Resultat finden: die Größe dieses Unterschiedes ist der Fehler ζ.

Vorausgesetzt, daß die Beobachtungsfehler relativ kleine Größen sind, lassen sich diese Rechnungen sehr vereinfachen. So beachte man folgende Regeln:

1. Es ist zur Bestimmung des Fehlers im Resultate erlaubt, für die beobachtete Größe, die oben x genannt wurde, einen genäherten Wert zu setzen, was deswegen von Bedeutung ist, weil man den fehlerfreien Wert ja nicht kennt.

2. Korrektionsglieder (4), welche in der Formel für das Resultat vorkommen, dürfen, insofern man nicht etwa ihren Einfluß selbst untersucht, bei der Fehlerrechnung vernachlässigt werden.

3. Der Fehler im Resultat, welcher aus einem Beobachtungsfehler entsteht, wächst im allgemeinen der Größe des letzteren proportional. Mit anderen Worten: der Fehler des Resultates, die oben durch ζ bezeichnete Differenz, läßt sich als ein Produkt darstellen, in dem der Fehler ξ der beobachteten Größe der eine Faktor ist.

4. Hieraus folgt auch, daß die Fehler des Resultates, welche aus gleich großen, aber im entgegengesetzten Sinne begangenen Fehlern einer Beobachtung hervorgehen würden, an Größe gleich sind, aber entgegengesetztes Vorzeichen haben.

Es kann vorkommen, daß der Resultatfehler nicht dem Beobachtungsfehler proportional ist, sondern z. B. dessen Quadrate oder auch dem Pro-

dukte mehrerer Fehler. Dann werden die Sätze unter 3 und 4 bzw. auch unter 2 hinfällig.

Die Rechnung wird gekürzt mittels der für das Rechnen mit kleinen Größen geltenden Regeln. Diese lassen sich mit Hilfe der Differentialrechnung zusammenfassen. Ist nämlich ξ der in dem beobachteten Werte x begangene Fehler, so wird der Fehler ζ des Resultates z erhalten, indem man den Differentialquotienten der Funktion z nach x mit ξ multipliziert. Also

$$\zeta = \xi \cdot \frac{\partial z}{\partial x}. \qquad 1.$$

Meistens liefern die auf S. 9 u. 10 gegebenen Näherungsformeln das gewünschte ohne Differenzieren. Einige Beispiele sollen dies zeigen.

1. Beispiel: Eine Gasdichte z werde (20B) aus der Ausströmungszeit x einer Gasmenge abgeleitet mittels der Formel $z = Cx^2$, wo C eine für den Apparat bekannte Konstante bedeutet. Es fragt sich, um welche Größe ζ das Resultat falsch wird, wenn x um den relativ kleinen Wert ξ falsch beobachtet wird. Man hat also den Ansatz $z + \zeta = C(x + \xi)^2$. Für den Ausdruck rechts schreiben wir nach S. 9, 2

$$C(x+\xi)^2 = Cx^2\left(1 + \frac{\xi}{x}\right)^2 = z\left(1 + 2\frac{\xi}{x}\right) = z + 2z\frac{\xi}{x}.$$

Der Fehler ζ ist also $\zeta = 2z\frac{\xi}{x}$, oder es ist $\frac{\zeta}{z} = 2\frac{\xi}{x}$.

Der in z auftretende relative Fehler ist also das Doppelte des in x begangenen relativen Fehlers.

Differentiation von $z = Cx^2$ gibt $\partial z/\partial x = 2Cx$, also den Fehler $\zeta = \xi \cdot 2Cx$ oder wie oben $\zeta/z = 2\xi/x$.

Am einfachsten erhält man relative Fehler oft durch „logarithmisches Differenzieren". Schreibt man statt $z = Cx^2$ $\lg z = \lg C + 2\lg x$ und differenziert diese Formel, so kommt $\mathrm{d}z/z = 2\,\mathrm{d}x/x$ ohne weiteres.

Jene Verdoppelung tritt immer auf, wenn das Resultat quadratisch von der beobachteten Größe abhängt, also z. B. bei dem aus einer Schallgeschwindigkeit abgeleiteten Elastizitätsmodul oder einer mit dem gewöhnlichen Photometer bestimmten Lichtstärke. Umgekehrt wirkt der relative Fehler der Beobachtung auf das Resultat halbiert ein, wenn dieses die Quadratwurzel der Beobachtung enthält, so daß eine solche Methode cet. par. viermal günstiger ist als die erstere.

2. Beispiel. Eine elektrische Stromstärke z werde aus dem Ablenkungswinkel x einer Tangentenbussole (81) nach der Formel $z = C \cdot \operatorname{tg} x$ bestimmt, wo C einen konstanten Faktor bedeutet. Wird ein Ablesefehler ξ begangen, so folgt der Fehler ζ in z aus

$$z + \zeta = C \cdot \operatorname{tg}(x + \xi) = C\left(\operatorname{tg} x + \frac{\xi}{\cos^2 x}\right)$$

nach der dritten Formel 10 (S. 10). Also ist

$$\zeta = C\frac{\xi}{\cos^2 x} = z\frac{\xi}{\sin x \cos x} = z\frac{2\xi}{\sin 2x}.$$

Differentiation gibt $\partial z/\partial x = C/\cos^2 x$, also $\zeta = \xi \cdot C/\cos^2 x$ usw.

Es ist also $2\xi/\sin 2x$ der in Bruchteilen von z ausgedrückte Fehler, welcher dem Ablesungsfehler ξ entspricht. Hieraus folgt, daß Winkel von ungefähr 45° am günstigsten sind, weil für $x = 45°$ der Nenner in $\sin 2x$ seinen größten Wert Eins erhält.

II. **Ein aus mehreren Beobachtungsdaten zusammengesetztes Resultat.** Ein solches stellt sich in einem mathematischen Ausdruck dar, welcher die verschiedenen beobachteten Größen enthält. Von diesen können mehrere einen Fehler enthalten; den Einfluß des in *einer* Größe begangenen Fehlers findet man, seltene Ausnahmen vorbehalten, ohne Rücksicht auf die übrigen Fehler.

Allgemein findet man den Fehler ε in einem Resultate u, dessen Abhängigkeit von den beobachteten Größen $x, y \ldots$ dargestellt werde durch $u = f(x, y \ldots)$, wieder mittels der Näherungsformeln S. 9f. oder allgemein durch partielles Differenzieren. Sind nämlich $\xi, \eta \ldots$ die bei der Beobachtung von $x, y \ldots$ begangenen Einzelfehler, so wird der Fehler des Resultates

$$\varepsilon = \xi\frac{\partial f(x, y \ldots)}{\partial x} + \eta\frac{\partial f(x, y \ldots)}{\partial y} + \cdots \qquad 2.$$

Von vornherein ist nicht zu sagen, in welchem Sinne der Einzelfehler begangen wird; er kann mit gleicher Wahrscheinlichkeit das Resultat u zu klein oder zu groß machen. Der *Gesamtfehler* wird je nach dem zufälligen Zusammentreffen der Vorzeichen größer oder kleiner ausfallen. Sein größter Betrag wird erhalten, wenn man die möglichen Partialfehler von u sämtlich mit gleichem Vorzeichen nimmt. Den durch das Zusammenwirken im Mittel zu erwartenden Fehler findet man, indem man aus der Summe der Quadrate der Partialfehler die Wurzel zieht.

Bedeuten also $\pm[\varepsilon]$, bez. $\pm[\xi]$, $\pm[\eta] \ldots$ die *mittleren Fehler* des Resultates u bzw. der beobachteten Größen $x, y \ldots$, so gilt

$$[\varepsilon]^2 = [\xi]^2\left(\frac{\partial f(x, y \ldots)}{\partial x}\right)^2 + [\eta]^2\left(\frac{\partial f(x, y \ldots)}{\partial y}\right)^2 \cdots \qquad 3.$$

3. Beispiel. Dichtigkeitsbestimmung eines festen Körpers nach 15 B 3. Es sei m das Gewicht des Körpers in der Luft, m' sein Ge-

wicht im Wasser, so ist die Dichtigkeit $s = \frac{m}{m - m'}$. Hier entspricht s der oben u genannten Größe, m und m' dem x und y.

Die Fehler in m und in m' dürfen, da beide Beobachtungen voneinander unabhängig sind, einzeln betrachtet werden. Ist bei der Wägung in Luft $m + \mu$ anstatt des richtigen Gewichts m gefunden, so wird die Dichtigkeit erhalten $\frac{m + \mu}{m + \mu - m'}$, oder mit Anwendung der Formel 8, S. 9,

$$\frac{m}{m - m'} \frac{1 + \mu/m}{1 + \mu/(m - m')} = s\left(1 + \frac{\mu}{m} - \frac{\mu}{m - m'}\right) = s - \mu \frac{m'}{(m - m')^2}.$$

Der Fehler des Resultates ist also $\sigma = -\mu \cdot m'/(m - m')^2$.

Zweitens sei bei der Wägung im Wasser $m' + \mu'$ anstatt m' gefunden. Das fehlerhafte Resultat wird, ähnlich wie oben,

$$\frac{m}{m - (m' + \mu')} = \frac{m}{m - m'} \frac{1}{1 - \mu'/(m - m')} = s\left(1 + \frac{\mu'}{m - m'}\right).$$

Das Resultat würde also um $\sigma' = \mu' \cdot m/(m - m')^2$ zu groß ausfallen.

Der Gesamtfehler, welcher aus den beiden Beobachtungsfehlern μ und μ' zusammengesetzt ist, hat offenbar den größten Wert $\pm \frac{m'\mu + m\mu'}{(m - m')^2}$, wenn entweder m zu groß und m' zu klein gefunden ist, oder beide umgekehrt. Der zu erwartende mittlere Gesamtfehler ist (Gl. 8, S. 7)

$$\pm\sqrt{\sigma^2 + \sigma'^2} = \pm \frac{\sqrt{(m'\mu)^2 + (m\mu')^2}}{(m - m')^2}.$$

Zahlenbeispiel. Der Körper (S. 2) wog rund in Luft $m = 244$ und im Wasser $m' = 218$ g. Der größte Fehler der Wage war auf $\mu = 0{,}005$, bei der weniger genauen Wägung unter Wasser auf $\mu' = 0{,}008$ g zu schätzen. Hiermit ergeben die Formeln

von μ stammend den Fehler $\sigma = 0{,}005 \cdot 218/26^2 = 0{,}0016$,
von μ' „ „ „ $\sigma' = 0{,}008 \cdot 244/26^2 = 0{,}0029$.

Im ungünstigen Falle beträgt danach der Gesamtfehler, wenn z. B. m zu klein und m' zu groß bestimmt wurde, 0,0045, im wahrscheinlichen Falle $\sqrt{(\sigma^2 + \sigma'^2)} = \pm 0{,}0033$. Wenn einzelne der Bestimmungen (S. 2) erheblich größere Abweichungen zeigen, so müssen andere Fehlerquellen als die Unsicherheit der Wägung bestanden haben. (Luftbläschen, ungenaue Temperaturbestimmung, fehlerhaftes Abzählen der Gewichtsstücke.)

4. Beispiel. Die Schwerbeschleunigung g (35) wird aus Länge l und Schwingungsdauer t eines Pendels nach dem Ausdruck $g = \pi^2 \cdot l/t^2$ gefunden. l sei um λ und t um τ falsch bestimmt. Die beiden Fehler sollen gleich miteinander betrachtet werden. Es ist nach Gl. 2 u. 8, S. 9,

$$g + \gamma = \pi^2 \frac{l + \lambda}{(t + \tau)^2} = \pi^2 \frac{l}{t^2} \frac{1 + \lambda/l}{(1 + \tau/t)^2} = g \frac{1 + \lambda/l}{1 + 2\tau/t} = g\left(1 + \frac{\lambda}{l} - 2\frac{\tau}{t}\right)$$

$= g + g\left(\frac{\lambda}{l} - 2\frac{\tau}{t}\right)$. Also wird $\frac{\gamma}{g} = \frac{\lambda}{l} - 2\frac{\tau}{t}$, d. h. es kommt der relative Fehler in l einfach, derjenige in t doppelt zur Wirkung.

Dasselbe erhält man leicht aus Formel 1, indem man die partiellen Differentialquotienten $\frac{\partial g}{\partial l} = \pi^2 \frac{1}{t^2}$ und $\frac{\partial g}{\partial t} = -\pi^2 \cdot 2 \frac{l}{t^3}$ bildet.

Am übersichtlichsten ist bei einer Gleichung von der obigen Form das „logarithmische Differenzieren"; aus der Gleichung $\lg g = \lg \pi^2 + \lg l - 2 \lg t$ ergibt sich sofort $\mathrm{d}g/g = \mathrm{d}l/l - 2\,\mathrm{d}t/t$.

Man beachte aber noch folgendes. Um den größten Fehler in g zu finden, darf man nicht, wie es nach dem Ausdruck erscheint, den einen Teil vom anderen abziehen. t kann ebensowohl zu klein wie zu groß beobachtet worden sein; im ersteren Falle würde das Minuszeichen sich umkehren. Der größtmögliche Resultatfehler ist stets durch Addieren der Partialfehler zu berechnen.

Im Mittel ist zu erwarten (Gl. 3, S. 7) $\frac{\gamma}{g} = \pm \sqrt{\left(\frac{\lambda}{l}\right)^2 + 4\left(\frac{\tau}{t}\right)^2}$.

Näherungsregeln für das Rechnen mit kleinen Größen.

Ein mathematischer Ausdruck, in welchem einzelne Größen gegen andere sehr klein sind, läßt sich für die Rechnung oft vereinfachen. Kann man dem Ausdruck eine Form geben, welche die Korrektionsgröße nur in einem zu 1 addierten Gliede enthält, so wird man häufig von einer der folgenden Formeln Gebrauch zur Vereinfachung machen können.

Die mit $\delta, \varepsilon, \zeta \ldots$ bezeichneten Größen sollen gegen 1 so klein sein, daß ihre höheren Potenzen $\delta^2, \varepsilon^2 \ldots$ sowie ihre Produkte $\delta \cdot \varepsilon$, $\delta \cdot \zeta \ldots$, die ja wieder gegen $\delta, \varepsilon \ldots$ selbst sehr klein sind, gegen 1 vernachlässigt werden dürfen. Ist z. B. $\delta = 0{,}001$, so ist $\delta^2 = 0{,}000001$. Wenn etwa ferner $\varepsilon = 0{,}005$, so wird $\delta \cdot \varepsilon = 0{,}000005$. Es kommt oft vor, daß einige Tausendtel noch wichtig, einige Millionstel dagegen gleichgültig sind.

Unter diesen Gesichtspunkten gelten die folgenden Formeln, in denen die rechts vom Gleichheitszeichen stehenden Ausdrücke für die Rechnung oft bequemer sind. Die Formeln 2 bis 6 sind spezielle Fälle von 1.

Eine Größe mit $\pm$ oder $\mp$ soll überall in der Formel entweder mit dem oberen oder mit dem unteren Zeichen genommen werden.

1. $(1+\delta)^m = 1 + m\delta$. $\quad (1-\delta)^m = 1 - m\delta$.
2. $(1+\delta)^2 = 1 + 2\delta$. $\quad (1-\delta)^2 = 1 - 2\delta$.
3. $\sqrt{1+\delta} = 1 + \frac{1}{2}\delta$. $\quad \sqrt{1-\delta} = 1 - \frac{1}{2}\delta$.
4. $\frac{1}{1+\delta} = 1 - \delta$. $\quad \frac{1}{1-\delta} = 1 + \delta$.
5. $\frac{1}{(1+\delta)^2} = 1 - 2\delta$. $\quad \frac{1}{(1-\delta)^2} = 1 + 2\delta$.
6. $\frac{1}{\sqrt{1+\delta}} = 1 - \frac{1}{2}\delta$. $\quad \frac{1}{\sqrt{1-\delta}} = 1 + \frac{1}{2}\delta$.
7. $(1 \pm \delta)(1 \pm \varepsilon)(1 \pm \zeta) \cdots = 1 \pm \delta \pm \varepsilon \pm \zeta \cdots$
8. $\frac{(1 \pm \delta)(1 \pm \zeta) \cdots}{(1 \pm \varepsilon)(1 \pm \eta) \cdots} = 1 \pm \delta \pm \zeta \cdots \mp \varepsilon \mp \eta \cdots$

Weiter kann man statt des geometrischen Mittels zweier wenig ver-

schiedener Größen p_1 und p_2 das arithmetische setzen (Beweis 4 Beisp. 3):

9. $$\sqrt{p_1 p_2} = \tfrac{1}{2}(p_1 + p_2).$$

10. $$\sin(x+\delta) = \sin x + \delta \cos x, \qquad \sin\delta = \delta,$$
$$\cos(x+\delta) = \cos x - \delta \sin x, \qquad \cos\delta = 1,$$
$$\operatorname{tg}(x+\delta) = \operatorname{tg} x + \frac{\delta}{\cos^2 x}, \qquad \operatorname{tg}\delta = \delta.$$

Als Einheit für δ gilt der Winkel (57,3°), für welchen der Bogen dem Radius gleich ist. In zweiter Annäherung ist (vgl. auch Tab. 50ᵃ)

11. $$\sin\delta = \delta(1 - \tfrac{1}{6}\delta^2); \quad \cos\delta = 1 - \tfrac{1}{2}\delta^2; \quad \operatorname{tg}\delta = \delta(1 + \tfrac{1}{3}\delta^2).$$

12. $$\log\text{nat}(x+\delta) = \log\text{nat}\, x + \frac{\delta}{x} - \frac{1}{2}\frac{\delta^2}{x^2}; \quad \log\text{nat}(1+\delta) = \delta - \tfrac{1}{2}\delta^2.$$

13. $$\log\text{nat}\frac{x+\delta}{x-\delta} = 2\frac{\delta}{x} + \tfrac{2}{3}\frac{\delta^3}{x^3}.$$

3. Rechnen mit kleinsten Quadraten (Gauß).

Ausführliches siehe besonders in Helmert, die Ausgleichungsrechnung nach der Methode der kleinsten Quadrate, 2. Aufl. 1907.

I. Um Beobachtungsfehler auszugleichen, genügt das arithmetische Mittel nicht immer, weil häufig die gesuchte Größe, neben einer oder mehreren beobachteten, nur in einer Gleichung vorkommt, die man nicht auf jene Größe auflöst. Sie spielt dann die Rolle einer Konstanten, deren Zahlenwert so ermittelt werden soll, daß den Beobachtungen genügt wird.

Ein einfaches Beispiel, an welchem die Aufgabe erläutert werden soll, ist die Bestimmung eines Wärmeausdehnungskoeffizienten, der in einer Gleichung auftritt, welche außerdem die beobachteten Größen, hier Längen und Temperaturen, enthält.

Als sonstige Beispiele mögen genannt werden die Bestimmungen eines Elastizitätsmoduls aus Ausdehnungen, einer spezifischen Wärme aus Abkühlungszeiten, einer Galvanometerkonstante aus Skalenausschlägen, einer elektromotorischen Kraft aus kompensierenden Widerständen, eines Winkels durch ein Repetitionsverfahren.

Nicht selten treten in der Gleichung mehrere unbekannte Konstanten auf, z. B. die Faktoren linearer, quadratischer usw. Glieder, oder auch neben der Hauptkonstante, deren Ermittelung den Zweck der Beobachtungen bildet, noch unbekannte Faktoren von Korrektionsgliedern, von Temperatureinflüssen usw.; diese Größen müssen dann miteinander bestimmt werden.

Zu diesem Zwecke werden also mindestens so viele Beobachtungen verlangt, wie unbekannte Größen vorkommen; wenn gerade nur diese Anzahl vorliegt, so werden durch das Einsetzen

der beobachteten Werte in den mathematischen Ausdruck so viele Gleichungen wie Unbekannte gewonnen und die letzteren sind hierdurch bestimmt. Vgl. auch III, S. 16. Liegt jedoch eine größere Anzahl von Beobachtungen vor, so lassen sich die Konstanten im allgemeinen nicht so bestimmen, daß allen Beobachtungen genügt wird, sondern es bleiben Abweichungen gegen die Rechnung übrig, die „Fehler" der Einzelbeobachtungen. Diese Fehler „auszugleichen", d. h. solche Resultate abzuleiten, daß die übrig bleibenden Abweichungen möglichst klein ausfallen, bildet eine der wichtigsten Aufgaben, die, wenn sie auch häufig dadurch erleichtert werden kann, daß die Beobachtungen zum voraus dem Zwecke gemäß verteilt worden sind, doch oft zu Schwierigkeiten und leicht zu Willkür führt.

Die Wahrscheinlichkeitsrechnung bietet nun in der Methode der kleinsten Quadrate für solche Aufgaben ein systematisches Verfahren.

Beispiel. Die Länge eines Stabes für 0° und seine Verlängerung auf 1° Temperaturerhöhung ist aus einer Anzahl von Längenmessungen bei verschiedenen Temperaturen abzuleiten. Nennen wir A die Länge bei 0°, B die Verlängerung für 1°, so ist für die Temperatur t die Länge u

$$u = A + Bt.$$

A und B sind die unbekannten, zu bestimmenden Konstanten, u und t sind die beobachteten Größen. Zwei Beobachtungen würden genügen. Sind nur für die Temperaturen t_1 und t_2 die resp. Längen u_1 und u_2 beobachtet, so folgt aus $u_1 = A + Bt_1$ und $u_2 = A + Bt_2$

$$A = \frac{t_1 u_2 - t_2 u_1}{t_1 - t_2}, \qquad B = \frac{u_1 - u_2}{t_1 - t_2}.$$

Es mögen außer t_1, u_1 und t_2, u_2 noch die zusammengehörenden Wertepaare t_3, u_3 t_4, u_4 usw. vorliegen. Wären die Beobachtungen fehlerfrei, so würden die gesuchten Größen A und B, aus irgendwelchen zwei Paaren berechnet, stets dieselben Zahlenwerte annehmen. In Wirklichkeit aber findet man der Fehler wegen keine Zahlen für A und B, die den sämtlichen Beobachtungen völlig genügen.

Der Grundsatz der Methode der kleinsten Quadrate sagt: die Konstanten sollen so bestimmt werden, daß die Summe der Fehlerquadrate ein Minimum wird. Das heißt: je nach verschiedenen Zahlenwerten der Konstanten werden die mit letzteren aus dem Gesetze berechneten Werte u von den beobachteten um verschiedene Größen (die Fehler) abweichen. Die wahrscheinlichsten Werte der Konstanten sind diejenigen, bei

denen die Summe der zweiten Potenzen aller Abweichungen möglichst klein wird.

Wir bezeichnen den mathematischen Ausdruck von bekannter Form, welcher die Abhängigkeit der beobachteten Größe u von einer anderen t (ev. auch von mehreren anderen) darstellt, allgemein als Funktion von t durch das Symbol $\mathrm{f}(t)$. Die gesuchten Größen kommen in $\mathrm{f}(t)$ als Konstanten vor, die wir durch $A, B \ldots$ bezeichnen. Die Gleichung ist also

$$u = \mathrm{f}(t). \qquad 1.$$

Beobachtet seien mehrere Größen $u_1, u_2 \ldots u_n$, welche zu den bekannten Größen $t_1, t_2 \ldots t_n$ gehören. Nach obigem Satze sollen die Zahlenwerte von $A, B \ldots$ so bestimmt werden, daß, wenn man sie in $\mathrm{f}(t)$ einsetzt, die Summe der Quadrate der Differenzen zwischen den berechneten und beobachteten Größen u möglichst klein wird[1]). Also es soll sein

$$[u_1 - \mathrm{f}(t_1)]^2 + [u_2 - \mathrm{f}(t_2)]^2 + \cdots + [u_n - \mathrm{f}(t_n)]^2 = \text{Minimum}$$

oder durch das Summenzeichen Σ bezeichnet

$$\Sigma[u - \mathrm{f}(t)]^2 = \text{Min.} \qquad 2.$$

Es ist im Auge zu behalten, daß sämtliche u und t bekannte, beobachtete Größen sind. Wie man nötigenfalls die Gleichungen zuvor „auf gleiche Genauigkeit gebracht hat", siehe unter IV.

Nach einem Satze der Differentialrechnung ist zu diesem Zwecke **der Ausdruck** $\Sigma[u - \mathrm{f}(t)]^2$ **nach** $A, B \ldots$ **zu differenzieren, indem man letztere Größen als Veränderliche behandelt, und jeder partielle Differentialquotient gleich Null zu setzen.** Man erhält also gerade so viele „Normalgleichungen", wie Größen $A, B \ldots$ zu bestimmen sind, nämlich

$$\frac{\partial \Sigma[u - \mathrm{f}(t)]^2}{\partial A} = 0, \qquad \frac{\partial \Sigma[u - \mathrm{f}(t)]^2}{\partial B} = 0 \quad \text{usw.} \qquad 3.$$

Auf diesem Wege können beliebig viele Beobachtungen gleichmäßig benutzt werden.

---

1) Man schiebt hier die Fehler auf eine einzige der beobachteten Größenarten (u), was nicht selten merklich gestattet ist; in unserem Beispiel des Ausdehnungskoeffizienten eines Stabes werden die Fehler der Längenbestimmung in der Tat diejenigen der Temperaturmessung meist weit überwiegen. Nicht immer aber ist jene Annahme gerechtfertigt; vgl. hierüber V.

Die gewöhnliche Ableitung eines Resultates aus verschiedenen Beobachtungen eines und desselben Objekts als arithmetisches Mittel ist die einfachste Anwendung dieses Satzes. Denn wenn $u_1, u_2 \ldots u_n$ die einzelnen beobachteten Größen und A das aus ihnen abzuleitende Resultat bezeichnen, so soll A so bestimmt werden, daß $\Sigma[u - A]^2 = \text{Min.}$, also $\frac{\partial \Sigma[u-A]^2}{\partial A}$, d. h. $2\Sigma(u - A) = 0$ oder $(u_1 - A) + (u_2 - A) + \cdots + (u_n - A) = 0$ wird. Dies gibt $A = \frac{1}{n}(u_1 + u_2 + \cdots + u_n)$.

Freilich kommt es nicht selten vor, daß die durch Differentiation nach $A, B \ldots$ entstehenden Gleichungen nicht direkt auflösbar sind. Dann muß die Lösung durch Probieren und Annäherung gesucht werden. In dem häufigen Falle, wo $f(t)$ die Form hat $f(t) = A + Bt + Ct^2 \cdots$, ist die direkte Lösung immer möglich. Vgl. III und IV.

Fortsetzung des Beispiels. Es sind bei den Temperaturen $t_1, t_2 \ldots t_n$ die Längen $u_1, u_2 \ldots u_n$ beobachtet. Im vorliegenden Falle ist $u = f(t) = A + Bt$. Es sollen A und B so bestimmt werden, daß

$$(u_1 - A - Bt_1)^2 + (u_2 - A - Bt_2)^2 + \cdots + (u_n - A - Bt_n)^2 = \text{Min.}$$

oder kurz

$$\Sigma(u - A - Bt)^2 = \text{Min.}$$

Die Differentiation ergibt

nach A $\quad \Sigma(u - A - Bt) = 0$, $\quad$ nach B $\quad \Sigma t(u - A - Bt) = 0$,

oder, weil hier $\Sigma A = A \cdot n$ ist,

$$\Sigma u - An - B\Sigma t = 0, \qquad \Sigma tu - A\Sigma t - B\Sigma t^2 = 0.$$

Aus diesen Gleichungen findet sich

$$A = \frac{\Sigma t \Sigma tu - \Sigma u \Sigma t^2}{(\Sigma t)^2 - n\Sigma t^2}, \qquad B = \frac{\Sigma t \Sigma u - n\Sigma tu}{(\Sigma t)^2 - n\Sigma t^2}.$$

Als kurzes Beispiel einer Zahlenrechnung werde ein Meterstab angenommen, der auch für höhere Temperaturen dienen soll. Durch Vergleichung mit einem Normalmaßstabe sei gefunden

bei der Temp. $t_1 = 20°$ $\quad t_2 = 40°$ $\quad t_3 = 50°$ $\quad t_4 = 60°$

die Länge $u_1 = 1000{,}22$ $\quad u_2 = 1000{,}65$ $\quad u_3 = 1000{,}90$ $\quad u_4 = 1001{,}05$ mm.

Nach diesen Beobachtungen soll die Länge u bei der Temperatur t als $u = A + Bt$ dargestellt werden.

Zur Vereinfachung der Zahlenrechnung ziehen wir von allen Längen u den Betrag 1000 mm ab und nennen den Rest u, dann erhalten wir für A auch nur den Überschuß der Länge bei 0° über 1 m. Die Rechnung stellt sich in folgendem Schema dar:

Nr.	t	u	t^2	tu
1.	20	+ 0,22	400	4,4
2.	40	0,65	1600	26,0
3.	50	0,90	2500	45,0
4.	60	1,05	3600	63,0
	$\Sigma t = 170$	Σu $= 2{,}82$	$\Sigma t^2 = 8100$	Σtu $= 138{,}4$

Also ist $$A = \frac{170 \cdot 138{,}4 - 2{,}82 \cdot 8100}{170^2 - 4 \cdot 8100} = -0{,}196,$$

und $$B = \frac{170 \cdot 2{,}82 - 4 \cdot 138{,}4}{170^2 - 4 \cdot 8100} = +0{,}0212.$$

Die Länge des Stabes bei 0° ist in der angenommenen Formel also $= 1000 - 0{,}196 = 999{,}804$ mm zu setzen und bei der Temperatur t

$$u = 999{,}804 + 0{,}0212\,t.$$

Hiernach berechnen sich die Längen für 20, 40, 50, 60°

Nr.	t	u ber.	u beob.	Δ	Δ^2
		mm	mm	mm	
1.	20°	1000,228	1000,22	+ 0,008	0,000064
2.	40	1000,652	1000,65	+ 0,002	0004
3.	50	1000,864	1000,90	— 0,036	1296
4.	60	1001,076	1001,05	+ 0,026	0676
				$\Sigma\Delta^2 =$	0,002040

Man kann sich davon überzeugen, daß jede Änderung von A oder B die Summe der Fehlerquadrate vergrößert.

Ebenso würde aus mehreren Beobachtungen der gegenseitige Gang zweier Uhren, der Elastizitätsmodul eines Stabes, die Empfindlichkeit einer Wage oder eines Galvanometers berechnet werden können usw.

Der lineare Zusammenhang zwischen zwei veränderlichen Größen stellt häufig bloß eine Annäherung dar, die nur bei kleinen Änderungen als merklich genau geltend angesehen werden darf. Als weitere Annäherung wird dann sehr oft, besonders bei Abhängigkeiten von der Temperatur, eine algebraische Form höheren Grades gebraucht, z. B. $u = A + Bt + Ct^2$. Die Wärmeausdehnung der Flüssigkeiten verlangt im allgemeinen noch weitere Glieder. Die Bestimmung der $A, B, C\ldots$ aus beliebig vielen Beobachtungen kann grundsätzlich ebenso geschehen wie oben, ist aber verwickelter und mühsamer.

Für solche Fälle und, falls man oft mit kleinsten Quadraten zu rechnen hat, auch bei einfachen Aufgaben, ist das Gaufssche Rechenverfahren (IV) bequemer und sicherer.

Die numerischen Rechnungen dürfen bei der Bildung der Quadrate und Produkte nicht mehr gekürzt werden. Man kann aber große Zahlen durch Kunstgriffe vermeiden, wie z. B. oben durch Verkleinerung aller u um 1000 mm. Wie man diesen und andere Vorteile durch vorgängige Berechnung von Näherungswerten erreicht, sieht man aus III.

Die Zahlenrechnung betreffend beachte man noch folgende praktische Regel. Die Konstanten $A, B\ldots$ sowie andrerseits die beobachteten Werte sind unter sich oft von verschiedener Größenordnung. So zählen in dem Beispiel die Temperaturänderungen t nach Zehnern, während die Verlängerungen u höchstens 1 mm

erreichen. Es ist übersichtlicher, wenn die Größen „homogen“ sind, was man durch Multiplikation oder Division durch Potenzen von 10 bewirkt. Anstatt Bt kann man schreiben $(10B)\cdot(t:10)$. Hätten wir dies getan, so würde 2, 4 ... statt 20, 40 ... in die Rechnung gekommen sein, was angenehmer ist. Das Rechnungsresultat $10B$ schließlich durch 10 geteilt führt zu genau dem früheren Werte von B.

Unzulässig sind dagegen Vereinfachungen, die mit den variablen Größen selbst ausgeführt werden, z. B. in folgender Weise. Gegeben sei die Gleichung $u = Bt + Ct^2$. Die Anwendung der kleinsten Quadrate hierauf würde sehr vereinfacht werden, wenn statt dessen gesetzt würde $u/t = B + Ct$. Dies würde aber zu anderen Resultaten führen als die ursprüngliche Gleichung.

Den sogenannten mittleren Beobachtungsfehler erhält man bei diesen Aufgaben aus der Summe der Quadrate der Differenzen Δ zwischen Beobachtung und Rechnung, falls n die Anzahl der Beobachtungen, m die Anzahl der zu bestimmenden Konstanten $A, B\ldots$, d. h. die Anzahl der Normalgleichungen bedeutet, als

$$\pm\sqrt{\frac{\Delta_1^2+\Delta_2^2+\cdots+\Delta_n^2}{n-m}}. \qquad 4.$$

Im obigen Beispiele $\pm\sqrt{0{,}00204/(4-2)} = \pm\, 0{,}032$ mm.

II. Rechnung bei gleich großen Intervallen.

Liegen die beobachteten Größen in gleichen Abständen voneinander, so wird die Rechnung einfacher. Dergleichen Verhältnisse kommen nicht selten vor; ein periodisches Ereignis sei z. B. wiederholt beobachtet worden, und es werde die Zwischenzeit zwischen zwei aufeinanderfolgenden Ereignissen gesucht [Schwingungsdauer (28), Umlaufszeit]. Oder man will den Abstand zweier benachbarter Punkte bestimmen, wenn nicht nur zwei, sondern eine größere Anzahl solcher Punkte nebeneinander liegen, deren Örter beobachtet wurden [Abstand der Knotenpunkte eines Wellenzuges (56), Ganghöhe einer einlagigen Drahtspule].

Allgemein ändere sich eine Größe proportional einer zweiten; von letzterer sei eine Anzahl gleichweit voneinander abstehender bekannter Punkte genommen, zu denen man die zugehörigen Werte der anderen Größe beobachtet hat.

So könnten in dem vorigen Beispiel die Stablängen in lauter gleichen Temperaturabständen gemessen sein.

Die beobachtete Größe u möge der Reihe nach mit den Werten $u_1, u_2 \ldots\ldots u_{n-1}, u_n$ gefunden sein. Ohne Fehler sollten die Intervalle $u_2 - u_1, u_3 - u_2 \ldots u_n - u_{n-1}$ alle gleich groß sein. In Wirklichkeit sind sie ungleich, und man sucht ihren wahrscheinlichsten Wert. Das arithmetische Mittel aus allen Intervallen würde auf dasselbe hinauslaufen, wie wenn man nur den ersten und den letzten Wert berücksichtigte. Die gleichförmige Benutzung aller Beobachtungen mit kleinsten Quadraten verlangt, daß man das Intervall berechnet als

$$6\frac{(n-1)(u_n - u_1) + (n-3)(u_{n-1} - u_2) + \cdots}{n(n^2-1)}.$$

Das „Gewicht" dieses Resultates ist $P = n(n^2 - 1)/12$; vgl. S. 3. Der mittlere Fehler des Resultates beträgt dann, wenn ε der mittlere Fehler der einzelnen Bestimmung ist, $\mathsf{E} = \varepsilon/\sqrt{P}$.

Ableitung. Wenn t die Nummer der Beobachtung bedeutet und $u = A + Bt$ gesetzt wird, so ist B das gesuchte Intervall. Also

$$t_1 = 1, \quad t_2 = 2\ldots, \quad t_{n-1} = n-1, \quad t_n = n.$$

Die Ausdrücke
$$\begin{aligned} \Sigma t &= 1 + 2 + \cdots + n = \tfrac{1}{2}n(n+1), \\ \Sigma t^2 &= 1^2 + 2^2 + \cdots + n^2 = \tfrac{1}{6}n(n+1)(2n+1), \\ \Sigma u &= u_1 + u_2 + \cdots + u_n, \\ \Sigma tu &= u_1 + 2u_2 + \cdots + nu_n \end{aligned}$$

in B (S. 13) eingesetzt geben den obigen Ausdruck.

(Die in der Mitte liegenden Beobachtungen erhalten bei dieser Rechnung nur einen kleinen Einfluß auf das Resultat. Man wird häufig ohne kl. Qu. rechnen, nämlich eine gerade Anzahl n von Beobachtungspunkten bestimmen und, indem man $\frac{1}{2}n = m$ setzt, das Mittel aus $(u_{m+1} - u_1)/m$, $(u_{m+2} - u_2)/m$ usw. nehmen. (Vgl. 28.)

Über Ausgleichsformeln für Beobachtungen in gleichen Intervallen vgl. auch W. Meißner, Phys. ZS. 1910, 587.

III. Auflösung von Gleichungen mittels eingeführter Näherungswerte für die Unbekannten.

Die Aufgabe wird an diesem Orte eingeschoben, weil sie die Grundlage des Gaufsschen Rechenverfahrens für kl. Qu. (IV) bildet; sie hat aber eine umfassendere Bedeutung, denn sie ist unentbehrlich, wenn Gleichungen sich nicht direkt auf die gesuchten Größen auflösen lassen.

Wir wollen die Aufgabe zunächst ohne Rücksicht auf kl. Qu. behandeln, aber gleich in der Form, die ja physikalisch auch am häufigsten auftritt, daß Konstanten A, $B\ldots$ einer Gleichung, die ein Gesetz darstellt, aus Beobachtungen abgeleitet werden sollen. Die A, $B\ldots$ sind also die Unbekannten.

Eine beobachtete Größe u hänge von anderen beobachteten Größen $r, s, t \ldots$ nach einem Gesetze von bekannter Form ab, welches die durch Beobachtung zu bestimmenden Konstanten A, B, C enthält. (Eine größere Anzahl als drei wird bei physikalischen Aufgaben selten vorkommen und könnte überdies ebenso behandelt werden wie unser Fall.) Es müssen natürlich mindestens so viele Beobachtungen vorliegen, wie zu bestimmende Konstanten. Die beobachteten Größen bezeichnen wir mit $u_1 r_1 s_1 t_1$ $u_2 r_2 s_2 t_2$ usw.

Die Abhängigkeit der Größen voneinander werde durch das Symbol dargestellt

$$u = \mathrm{f}(A, B, C, r, s, t, \ldots). \qquad 5.$$

Dies ist die praktisch häufigste Form. Eine andere, z. B.

$$\mathrm{F}(A, B, C, r, s, t, u \ldots) = 0,$$

wird man leicht ähnlich behandeln können.

Die $r, s, \ldots$ werden im allgemeinen Ablesungen an Instrumenten enthalten, wie Uhr, Wage, Maßstab, Teilkreis, Thermometer, Manometer, Rheostat, Galvanometer, Brückendraht usw. Als Beispiele für die u bei physikalischen Aufgaben mögen Längen, Volumina, Dichtigkeiten, elektrische Stromstärken, Widerstände oder Spannungen, magnetische Momente, Lichtbrechungsverhältnisse genannt sein.

Die zu bestimmenden Konstanten $A, B, C,$ welche hier die Unbekannten vorstellen, lassen sich häufig nicht direkt aus den Gleichungen entwickeln. Hat man sich aber Näherungswerte für A, B, C verschafft, so führt man die Aufgabe in folgender Weise auf die stets mögliche Auflösung linearer Gleichungen zurück.

Die Näherungswerte seien mit $\{A\}, \{B\}, \{C\}$ bezeichnet; die richtigen mögen sein

$$A = \{A\} + \alpha \qquad B = \{B\} + \beta \qquad C = \{C\} + \gamma. \qquad 6.$$

Diese Korrektionen α, β, γ sind also jetzt die Unbekannten, welche man bestimmen soll. Zu diesem Zwecke bilde man die partiellen Differentialquotienten der Funktion u oder f (s. Gl. 5) nach $A, B, C,$ indem man letztere Größen zunächst als Veränderliche behandelt, nach der Differentiation aber die Zahlen $\{A\}, \{B\}, \{C\}$ dafür einsetzt. Wir bezeichnen die so definierten Werte der Differentialquotienten, welche also die Größen $r, s, t \ldots$ und außerdem nur Zahlenwerte enthalten,

$$\left\{\frac{\partial u}{\partial A}\right\} = a \qquad \left\{\frac{\partial u}{\partial B}\right\} = b \qquad \left\{\frac{\partial u}{\partial C}\right\} = c. \qquad 7.$$

In diese drei Ausdrücke sollen nun für die Werte $r, s, t \ldots$ die beobachteten Zahlen eingesetzt werden, z. B. $r_1, s_1, t_1 \ldots$ dann $r_2, s_2, t_2 \ldots$ usw.; die so entstehenden Größen sollen bez. a_1, b_1, c_1 a_2, b_2, c_2 usw. heißen.

Endlich nennen wir $\{u\}$ den Wert, der für die Funktion u entsteht, wenn man $\{A\}, \{B\}, \{C\}$ in die Funktion f einsetzt, während u den wirklich beobachteten Wert bedeute. u und $\{u\}$ werden sich durch einen Rest $\mathfrak{r}$ voneinander unterscheiden

$$\mathfrak{r} = u - \{u\}. \qquad 8.$$

Nach dem Taylorschen Satze ist dann, wenn $\mathfrak{r}, \alpha, \beta, \gamma$ hinreichend klein sind, um die späteren Glieder zu vernachlässigen,

$$\mathfrak{r} = \alpha \left\{\frac{\partial u}{\partial A}\right\} + \beta \left\{\frac{\partial u}{\partial B}\right\} + \gamma \left\{\frac{\partial u}{\partial C}\right\} = \alpha a + \beta b + \gamma c. \qquad 9.$$

Indem man in diese Gleichung die sämtlichen Beobachtungen einsetzt, erhält man so viele Gleichungen wie Beobachtungen, in denen außer α, β, γ alles zahlenmäßig gegeben ist:

$$\begin{aligned} \mathfrak{r}_1 &= \alpha a_1 + \beta b_1 + \gamma c_1 \\ \mathfrak{r}_2 &= \alpha a_2 + \beta b_2 + \gamma c_2 \qquad 10. \\ &\ldots\ldots\ldots \end{aligned}$$

Beispiel: Die Temperatur eines sich in konstanter Umgebung abkühlenden Körpers (oder die Lage einer aperiodisch gedämpften Magnetnadel, oder der Ort eines in einem zähen Mittel sich bewegenden Körpers, oder der Verlauf einer langsam vor sich gehenden chemischen Reaktion usw.) werde für die Zeit t durch den Ausdruck dargestellt

$$u = A \cdot 10^{-Bt} + C.$$

A, B und C seien aus drei Beobachtungen zu bestimmen, welche zu den Zeiten $t_1 t_2 t_3$ für u die Werte $u_1 u_2 u_3$ ergeben haben. Setzt man zusammengehörige Paare in den Ausdruck ein, so erhält man allerdings drei Gleichungen, durch welche A, B, C bestimmt sind; die Elimination, z. B. von C und A, führt jedoch auf die Beziehung $\frac{10^{-Bt_1} - 10^{-Bt_2}}{10^{-Bt_1} - 10^{-Bt_3}} = \frac{u_1 - u_2}{u_1 - u_3}$, eine nicht nach B auflösbare Gleichung. Wohl aber kann man z. B. rechnerisch durch Probieren eine Zahl für B finden, welche der Gleichung genähert genügt. Oder man zeichnet $u_1 u_2 u_3$ als Ordinaten zu $t_1 t_2 t_3$ in Koordinatenpapier, zieht eine Kurve durch und legt zwei Tangenten an dieselbe, welche das Gefälle q und q' für zwei, der Rechnung bequem gewählte Abszissen t und t' ergeben. Dann ist $B = (\lg q - \lg q')/(t' - t)$, der Wert wird aber nicht genau sein. Oder endlich, es ist für die dritte Beobachtung t_3 etwa so groß, daß u_3 nahe den Endwert C vorstellt. — Sobald man A oder B oder C hat, so lassen die beiden übrigen Größen sich ge-

schlossen ausdrücken, werden aber auch nur Näherungswerte sein, wenn die erste ein solcher ist.

So habe man sich die Näherungen $\{A\}$, $\{B\}$ und $\{C\}$ verschafft. Es ist dann nach Gl. 8 u. 7

$$\mathfrak{r} = u - \{A\}\cdot 10^{-\{B\}\cdot t} - \{C\} \qquad 8a.$$

$$a = \left\{\frac{\partial u}{\partial A}\right\} = 10^{-\{B\}\cdot t} \quad b = \left\{\frac{\partial u}{\partial B}\right\} = -\frac{\{A\}\cdot t\cdot 10^{-\{B\}\cdot t}}{\log e} \quad c = \left\{\frac{\partial u}{\partial C}\right\} = 1. \qquad 7a.$$

Durch Einsetzen der drei Beobachtungspaare von u und t in Gl. 7a und 8a und der hieraus erhaltenen Zahlen für $\mathfrak{r}, a, b, c$ in Gl. 9 erhält man drei Gleichungen 10. Aus diesen bestimmt man α, β, γ und dann aus Gl. 6 A, B, C, welche meistens den Beobachtungen schon genügen werden. Andernfalls benutzt man sie als bessere Näherungswerte und wird bei Wiederholung der einfachen Rechnung sicher zum Ziele kommen.

Liegen nur so viele Beobachtungen vor wie Unbekannte, so löst man die Gleichungen in gewöhnlicher Weise auf. Im anderen Falle dient die Methode der kleinsten Quadrate. Vgl. hierüber I und IV.

Es ist kaum nötig zu bemerken, daß, wenn u schon in der Form $u = Ar + Bs + Ct$ gegeben sein sollte[1]), die eben auseinandergesetzte Reduktion nicht notwendig ist. Trotzdem wird man sie oft mit Vorteil gebrauchen, d. h. sich Näherungswerte für A, B, C verschaffen und mit den Resten rechnen, um nämlich kleinere Zahlen einzuführen, welche im Kopfe oder mit Multiplikationstafeln zu rechnen gestatten. Man hätte dann

$$a = \frac{\partial u}{\partial A} = r \qquad b = \frac{\partial u}{\partial B} = s \qquad c = \frac{\partial u}{\partial C} = t.$$

Dies sieht man hier auch ohne Differentialrechnung, denn wenn

$$\{u\} + \mathfrak{r} = (\{A\} + \alpha)r + (\{B\} + \beta)s + (\{C\} + \gamma)t,$$

so ist eben

$$\mathfrak{r} = \alpha r + \beta s + \gamma t.$$

An dem Beispiel von S. 13 mit zwei zu bestimmenden Konstanten A und B sieht man den Vorteil leicht. Wir schreiben $u = A + Bs$. Einen Näherungswert für B liefern offenbar die beiden Beobachtungen

$$s_1 = 20 \quad u_1 = 1000{,}22 \quad \text{und} \quad s_4 = 60 \quad u_4 = 1001{,}05,$$

nämlich
$$\{B\} = \frac{1001{,}05 - 1000{,}22}{60 - 20} = \frac{0{,}83}{40} = 0{,}021.$$

---

1) Z. B. ist die häufige Gleichung $u = A + Bs + Cs^2$ (wo s etwa eine Temperatur vorstellt) ein vereinfachter Fall; hier ist $r = 1$, $t = s^2$ zu setzen.

Aus der Beobachtung 1 findet man dann für A die Näherung

$$\{A\} = 1000{,}22 - 20 \cdot 0{,}021 = 999{,}8.$$

Also $$\{u\} = 999{,}8 + 0{,}021\,s.$$

Da nun $a = \partial u/\partial A = 1$ und $b = \partial u/\partial B = s$, so wird die Gleichung

$$u - \{u\} = \mathfrak{r} = \alpha \cdot a + \beta \cdot b = \alpha \cdot 1 + \beta \cdot s.$$

Hierin sind α und β mit kleinsten Quadraten zu bestimmen. $\mathfrak{r}_1 \mathfrak{r}_2 \ldots$, $a_1 a_2 \ldots$ und $b_1 b_2 \ldots$ berechnen sich:

Nr.	u mm	s	$\{u\} = 999{,}8 + 0{,}021 \cdot s$ mm	$\mathfrak{r}$ mm	a	b
1.	1000,22	20°	1000,22	± 0,00	1	20
2.	1000,65	40	1000,64	+ 0,01	1	40
3.	1000,90	50	1000,85	+ 0,05	1	50
4.	1001,05	60	1001,06	− 0,01	1	60

wo man nun alles nach dem Schema S. 14, aber im Kopfe rechnen kann; am einfachsten, wenn man noch $\mathfrak{r}$ in Hunderteln mm und b in Zehnern von Graden als Einheiten ausdrückt. Die so berechneten α bzw. β wären natürlich zum Schluß durch 100 bzw. 1000 zu dividieren.

IV. Das Gaufssche Rechenverfahren bei der Auflösung linearer Gleichungen mit kleinsten Quadraten.

Diese Art zu rechnen ist, wenn man sich an sie gewöhnt hat, bequemer und durch die neben der Rechnung hergehende Kontrolle sicherer als eine andere; besonders wenn eine große Anzahl von Beobachtungen vorliegt.

Es seien n Beobachtungen gemacht und nötigenfalls mit Näherungswerten nach III in linearen Zusammenhang gebracht. Die in bezug auf α, β, γ als Unbekannte aufzulösenden Gleichungen heißen (Gl. 10, S. 18)

$$\mathfrak{r}_1 = \alpha a_1 + \beta b_1 + \gamma c_1$$
$$\mathfrak{r}_2 = \alpha a_2 + \beta b_2 + \gamma c_2$$
$$\cdots\cdots\cdots$$
$$\mathfrak{r}_n = \alpha a_n + \beta b_n + \gamma c_n.$$

Es wird im allgemeinen genügen, die Zahlen für $a_1 \ldots b_1 \ldots c_1 \ldots$ so weit auszurechnen, daß ihre Ziffernzahl derjenigen der bleibenden Reste $\mathfrak{r}$ ungefähr gleichkommt. Es ist dabei von großem Vorteil, wenn die Näherungswerte so nahe richtig sind, daß die Reste zwei, höchstens drei Ziffern umfassen. Dann kann man die Quadrate und Produkte mit Rechentafeln, z. B. von Crelle oder Zimmermann, oder mit drei- oder vierstelligen Logarithmen bilden. Bei diesen Rechnungen darf, wie schon S. 14 bemerkt wurde, nicht weiter gekürzt werden!

Allen Gleichungen soll dasselbe wahrscheinliche Maß der Genauigkeit zukommen. Liegen Gründe vor, den einzelnen Be-

obachtungen eine ungleiche Genauigkeit zuzuschreiben, so seien die Gleichungen bereits durch Multiplikation mit der Quadratwurzel des einer jeden zukommenden Gewichtes (S. 3) auf gleiche Genauigkeit gebracht. (Dabei ist zu beachten, daß auch Faktoren 1 in demselben Verhältnis geändert werden müssen.)

Um die Gleichungen nach kleinsten Quadraten aufzulösen, kann das S. 11 ff. erörterte Verfahren dienen unter Beachtung, daß den dortigen

$$u \quad t \ldots \quad A, B \ldots$$

hier die Größen entsprechen

$$\mathfrak{r} \quad a, b, c \quad \alpha, \beta, \gamma.$$

Für eine größere Anzahl von Unbekannten, z. B. schon für unsere drei, ist aber die folgende Auflösung nach Gaufs bequemer.

Man findet links die Reihenfolge der Hauptrechnung; daneben rechts für deren Richtigkeit eine Kontrolle, welche man neben der Hauptrechnung führt. Es handelt sich zunächst um die Berechnung von Summen der Quadrate oder der Produkte zusammengehöriger Größen, die wir in leichtverständlicher Weise abgekürzt so bezeichnen:

$$a_1^2 + a_2^2 + \cdots + a_n^2 = [aa] \qquad a_1 b_1 + a_2 b_2 + \cdots + a_n b_n = [ab]$$

$$a_1 \mathfrak{r}_1 + a_2 \mathfrak{r}_2 + \cdots + a_n \mathfrak{r}_n = [a\mathfrak{r}] \text{ usw.}$$

Rechnung.	Kontrolle.
Man bilde $[aa]$ $[ab]$ $[ac]$ $[a\mathfrak{r}]$	Es sei $a + b + c = S$.
$[bb]$ $[bc]$ $[b\mathfrak{r}]$	Ferner, wie oben bezeichnet,
$[cc]$ $[c\mathfrak{r}]$	$a_1 S_1 + a_2 S_2 + \cdots + a_n S_n = [aS]$ usw.
$[\mathfrak{r}\mathfrak{r}]$	Dann muß sein
	$[aa] + [ba] + [ca] = [aS]$
$[\mathfrak{r}\mathfrak{r}]$ ist nur für die letzte Kontrolle notwendig.	$[ab] + [bb] + [cb] = [bS]$
	$[ac] + [bc] + [cc] = [cS]$
	$[a\mathfrak{r}] + [b\mathfrak{r}] + [c\mathfrak{r}] = [\mathfrak{r}S]$

Die „Normalgleichungen“ zur Bestimmung von α, β, γ sind dann

$$[aa]\cdot\alpha + [ab]\cdot\beta + [ac]\cdot\gamma = [a\mathfrak{r}]$$
$$[ab]\cdot\alpha + [bb]\cdot\beta + [bc]\cdot\gamma = [b\mathfrak{r}]$$
$$[ac]\cdot\alpha + [bc]\cdot\beta + [cc]\cdot\gamma = [c\mathfrak{r}].$$

Die Auflösung geschieht folgendermaßen:

Man bilde und bezeichne

$$[bb] - \frac{[ab]}{[aa]}[ab] = [bb]_{\mathrm{I}}$$

$$[bc] - \frac{[ab]}{[aa]}[ac] = [bc]_{\mathrm{I}}$$

$$[b\mathfrak{r}] - \frac{[ab]}{[aa]}[a\mathfrak{r}] = [b\mathfrak{r}]_{\mathrm{I}}$$

$$[cc] - \frac{[ac]}{[aa]}[ac] = [cc]_{\mathrm{I}}$$

$$[c\mathfrak{r}] - \frac{[ac]}{[aa]}[a\mathfrak{r}] = [c\mathfrak{r}]_{\mathrm{I}}.$$

Endlich

$$[cc]_{\mathrm{I}} - \frac{[bc]_{\mathrm{I}}}{[bb]_{\mathrm{I}}}[bc]_{\mathrm{I}} = [cc]_{\mathrm{II}}$$

$$[c\mathfrak{r}]_{\mathrm{I}} - \frac{[bc]_{\mathrm{I}}}{[bb]_{\mathrm{I}}}[b\mathfrak{r}]_{\mathrm{I}} = [c\mathfrak{r}]_{\mathrm{II}}.$$

Man berechne

$$[bS] - \frac{[ab]}{[aa]}[aS] = [bS]_{\mathrm{I}}$$

$$[cS] - \frac{[ac]}{[aa]}[aS] = [cS]_{\mathrm{I}}$$

$$[\mathfrak{r}S] - \frac{[a\mathfrak{r}]}{[aa]}[aS] = [\mathfrak{r}S]_{\mathrm{I}};$$

dann muß sein

$$[bb]_{\mathrm{I}} + [bc]_{\mathrm{I}} = [bS]_{\mathrm{I}}$$

$$[bc]_{\mathrm{I}} + [cc]_{\mathrm{I}} = [cS]_{\mathrm{I}}$$

$$[b\mathfrak{r}]_{\mathrm{I}} + [c\mathfrak{r}]_{\mathrm{I}} = [\mathfrak{r}S]_{\mathrm{I}}.$$

Man berechne

$$[cS]_{\mathrm{I}} - \frac{[bc]_{\mathrm{I}}}{[bb]_{\mathrm{I}}}[bS]_{\mathrm{I}} = [cS]_{\mathrm{II}}$$

$$[\mathfrak{r}S]_{\mathrm{I}} - \frac{[b\mathfrak{r}]_{\mathrm{I}}}{[bb]_{\mathrm{I}}}[bS]_{\mathrm{I}} = [\mathfrak{r}S]_{\mathrm{II}};$$

dann muß sein

$$[cc]_{\mathrm{II}} = [cS]_{\mathrm{II}} \quad \text{und} \quad [c\mathfrak{r}]_{\mathrm{II}} = [\mathfrak{r}S]_{\mathrm{II}}.$$

Hieraus erhält man die Unbekannten α, β und γ:

$$\gamma = \frac{[c\mathfrak{r}]_{\mathrm{II}}}{[cc]_{\mathrm{II}}} \qquad \beta = \frac{[b\mathfrak{r}]_{\mathrm{I}}}{[bb]_{\mathrm{I}}} - \gamma\frac{[bc]_{\mathrm{I}}}{[bb]_{\mathrm{I}}} \qquad \alpha = \frac{[a\mathfrak{r}]}{[aa]} - \frac{[ab]}{[aa]}\beta - \frac{[ac]}{[aa]}\gamma.$$

Kontrolle der ganzen Rechnung. Die Einsetzung der gefundenen α, β, γ in die ursprünglichen Gleichungen lasse die Fehler übrig

$$\mathfrak{f}_1 = \alpha a_1 + \beta b_1 + \gamma c_1 - \mathfrak{r}_1 \qquad \mathfrak{f}_2 = \alpha a_2 + \beta b_2 + \gamma c_2 - \mathfrak{r}_2 \text{ usw.}$$

Dann muß sein

$$\mathfrak{f}_1^2 + \mathfrak{f}_2^2 + \cdots + \mathfrak{f}_n^2 = [\mathfrak{r}\mathfrak{r}] - \frac{[a\mathfrak{r}]}{[aa]}[a\mathfrak{r}] - \frac{[b\mathfrak{r}]_{\mathrm{I}}}{[bb]_{\mathrm{I}}}[b\mathfrak{r}]_{\mathrm{I}} - \frac{[c\mathfrak{r}]_{\mathrm{II}}}{[cc]_{\mathrm{II}}}[c\mathfrak{r}]_{\mathrm{II}}.$$

Die Gewichte der so bestimmten α, β, γ werden erhalten

$$p_\gamma = [cc]_{\mathrm{II}} \qquad p_\beta = \frac{[bb]_{\mathrm{I}} \cdot [cc]_{\mathrm{II}}}{[cc]_{\mathrm{I}}} \qquad p_\alpha = \frac{[aa] \cdot [bb]_{\mathrm{I}} \cdot [cc]_{\mathrm{II}}}{[cc] \cdot [bb] - [bc] \cdot [bc]}.$$

Die Quadrate der mittleren Fehler von α, β, γ erhält man, indem man den Ausdruck $(\mathfrak{f}_1^2 + \mathfrak{f}_2^2 + \cdots + \mathfrak{f}_n^2)/(n-3)$ durch p_α, p_β, p_γ dividiert; 3 ist hier die Anzahl der bestimmten Konstanten.

Es kann vorkommen, daß die bei der ersten Berechnung erhaltenen Korrektionen α, β, γ nicht genügen. Dann hat man die jetzt entstandenen Werte $\{A\} + \alpha$, $\{B\} + \beta$, $\{C\} + \gamma$ wieder als Näherungswerte von A, B, C zu betrachten und die Rechnung zu wiederholen.

Rechenschema. Es empfiehlt sich, bei solchen Rechnungen die Zahlen immer in derselben Ordnung zu schreiben, z. B. (die Klammern der Produktsummen sind weggelassen):

$\lg aa$	aa	ab	ac	aS	$a\mathfrak{r}$	
$\lg ab \quad \lg bb_{\mathrm{I}}$		bb	bc	bS	$b\mathfrak{r}$	
$\lg ac \quad \lg bc_{\mathrm{I}} \quad \lg cc_{\mathrm{II}}$		$\frac{ab}{aa}ab$	$\frac{ab}{aa}ac$	$\frac{ab}{aa}aS$	$\frac{ab}{aa}a\mathfrak{r}$	
$\lg aS \quad \lg bS_{\mathrm{I}}$						
$\lg a\mathfrak{r} \quad \lg b\mathfrak{r}_{\mathrm{I}} \quad \lg c\mathfrak{r}_{\mathrm{II}}$	Diff. =	bb_{I}	bc_{I}	bS_{I}	$b\mathfrak{r}_{\mathrm{I}}$	
		cc	cS	$c\mathfrak{r}$	$\mathfrak{r}S$	$\mathfrak{r}\mathfrak{r}$
$\lg\frac{ab}{aa} \quad \lg\frac{bc_{\mathrm{I}}}{bb_{\mathrm{I}}} \quad \lg\frac{c\mathfrak{r}_{\mathrm{II}}}{cc_{\mathrm{II}}}$		$\frac{ac}{aa}ac$	$\frac{ac}{aa}aS$	$\frac{ac}{aa}a\mathfrak{r}$	$\frac{a\mathfrak{r}}{aa}aS$	$\frac{a\mathfrak{r}}{aa}a\mathfrak{r}$
$\lg\frac{ac}{aa} \quad \lg\frac{b\mathfrak{r}_{\mathrm{I}}}{bb_{\mathrm{I}}}$	Diff. =	cc_{I}	cS_{I}	$c\mathfrak{r}_{\mathrm{I}}$	$\mathfrak{r}S_{\mathrm{I}}$	
$\lg\frac{a\mathfrak{r}}{aa}$		$\frac{bc_{\mathrm{I}}}{bb_{\mathrm{I}}}bc_{\mathrm{I}}$	$\frac{bc_{\mathrm{I}}}{bb_{\mathrm{I}}}bS_{\mathrm{I}}$	$\frac{bc_{\mathrm{I}}}{bb_{\mathrm{I}}}b\mathfrak{r}_{\mathrm{I}}$	$\frac{b\mathfrak{r}_{\mathrm{I}}}{bb_{\mathrm{I}}}bS_{\mathrm{I}}$	$\frac{b\mathfrak{r}_{\mathrm{I}}}{bb_{\mathrm{I}}}b\mathfrak{r}_{\mathrm{I}}$
	Diff. =	cc_{II}	cS_{II}	$c\mathfrak{r}_{\mathrm{II}}$	$\mathfrak{r}S_{\mathrm{II}}$	
						$\frac{c\mathfrak{r}_{\mathrm{II}}}{cc_{\mathrm{II}}}c\mathfrak{r}_{\mathrm{II}}$
					Diff. =	$\Sigma\mathfrak{f}^2$.

V. Fehlerverteilung auf alle beobachteten Größen.

Das bisher behandelte gebräuchliche Verfahren, die Fehler auf eine der beobachteten Größen u zu schieben, ist gerechtfertigt, wenn die Beobachtungsfehler einer Größe, die dann für u zu wählen ist, die Fehler der übrigen bedeutend überwiegen. Dieser Fall liegt, so wie in unserem Zahlenbeispiel S. 18, nicht selten vor. Beobachtet man eine Größe, z. B. eine Körpereigenschaft (Länge, Volumen, Dichte, Elastizität, Kapillarität, Leitvermögen von Metallen, Magnetismus) als Funktion der Temperatur oder einer Belastung, etwa des Druckes, oder bestimmt man einen räumlich verteilten Zustand (Schwere, magnetisches oder elektrisches Feld, Temperatur, Luftdruck) als Funktion der Koordinaten, so sind häufig die jedesmal zuzweit genannten Größen nur mit geringen Beobachtungsfehlern behaftet, welche das Resultat kaum beeinflussen, und die Fehler liegen ganz überwiegend auf der ersteren Seite.

Derartiges trifft aber nicht immer zu; die Fehler verschiedener Beobachtungsgrößen können vielmehr in ihrem Einfluß auf das Resultat von derselben Ordnung sein. (Beispiele: Volumen, Druck und Temperatur bei Gasen; Längen- usw. Messungen unter Verhältnissen, wo die Temperaturbestimmung erschwert ist, z. B. in der Hitze; Leitvermögen von Elektrolyten, bei denen die Temperaturfehler im allgemeinen von relativ großem Einfluß sind; bei Dichtebestimmungen von Lösungen als Funktion der Konzentration treten die Fehler der chemischen Analyse mit denen der Wägungen in Konkurrenz.) Das gebräuchliche Verfahren entspricht dann nicht den wirklichen Verhältnissen.

Nach Helmert kann man dann folgendermaßen vorgehen.

Die Gleichung, die den naturgesetzlichen Zusammenhang zwischen u, r, s ... darstellt, sei auf die Form gebracht

$$\mathfrak{f}(A, B, C \dots u, r, s \dots) = 0, \qquad 1.$$

und es mögen wieder mehr Beobachtungssätze $u_1 r_1 s_1$, $u_2 r_2 s_2$ ... vorliegen, als Konstanten A, B, C ... zu bestimmen sind. Die Gleichung kann also nicht mit allen Beobachtungssätzen zugleich in Übereinstimmung gebracht werden.

Machen wir nun die Annahme, daß, wenn man die beobachteten Werte $u_1 r_1 s_1$, $u_2 r_2 s_2$ ... um die kleinen Größen $\mathfrak{u}_1 \mathfrak{r}_1 \mathfrak{s}_1$, $\mathfrak{u}_2 \mathfrak{r}_2 \mathfrak{s}_2$ ... (die Fehler) verbessert, alsdann alle Gleichungen

$$\left.\begin{array}{c} \mathfrak{f}(A, B, C \dots u_1 + \mathfrak{u}_1, r_1 + \mathfrak{r}_1, s_1 + \mathfrak{s}_1 \dots) = 0 \\ \mathfrak{f}(A, B, C \dots u_2 + \mathfrak{u}_2, r_2 + \mathfrak{r}_2, s_2 + \mathfrak{s}_2 \dots) = 0 \\ \text{usw.} \end{array}\right\} \qquad 2.$$

streng erfüllt seien, so verlangt die Theorie der kleinsten Quadrate, daß die Konstanten A, B, C ... so bestimmt werden, daß, über alle Beobachtungen erstreckt, die Summe der auf gleiches Gewicht gebrachten Quadrate der Beobachtungsfehler möglichst klein wird, also

$$\sum\left(\frac{\mathfrak{u}^2}{\mathfrak{U}^2} + \frac{\mathfrak{r}^2}{\mathfrak{R}^2} + \frac{\mathfrak{s}^2}{\mathfrak{S}^2} + \cdots\right) = \text{Minimum}, \qquad 3.$$

wobei $\mathfrak{U}$, $\mathfrak{R}$, $\mathfrak{S}$ ... die als bekannt vorausgesetzten mittleren Beobachtungsfehler von u, r, s ... bedeuten.

Statt dieser Minimumgleichung wird man der Einfachheit halber die Gl. 4 (S. 25) substituieren, in welcher die Einzelfehler eines Beobachtungssatzes in eine einzige Fehlergröße zusammengezogen auftreten. $\{A\}$, $\{B\}$, $\{C\}$ ... seien bekannte Näherungswerte der Konstanten, so daß (vgl. hierüber 3 III)

$$A = \{A\} + \alpha \qquad B = \{B\} + \beta \qquad C = \{C\} + \gamma \quad \text{usw.},$$

wo α, β, γ also die schließlich zu bestimmenden Größen sind. Dann läßt sich jede der Gleichungen 2, insofern α, β, γ ... sowie $\mathfrak{u}$, $\mathfrak{r}$, $\mathfrak{s}$ ... hinreichend klein sind, unter Weglassung der Indizes umformen in:

$$\begin{aligned} \mathfrak{f}(\{A\}, \{B\}, \{C\} \dots u, r, s \dots) + \alpha \frac{\partial \mathfrak{f}}{\partial A} + \beta \frac{\partial f}{\partial B} + \gamma \frac{\partial \mathfrak{f}}{\partial C} + \cdots \\ + \mathfrak{u} \frac{\partial \mathfrak{f}}{\partial u} + \mathfrak{r} \frac{\partial \mathfrak{f}}{\partial r} + \mathfrak{s} \frac{\partial \mathfrak{f}}{\partial s} + \cdots = 0; \end{aligned} \qquad 2\text{a}.$$

die Koeffizienten von α, β, γ ... und von $\mathfrak{u}$, $\mathfrak{r}$, $\mathfrak{s}$ ... werden mit den Näherungs- bzw. den beobachteten Werten in Zahlen ausgedrückt.

$f(\{A\}, \{B\}, \{C\} \ldots u, r, s \ldots)$ ist eine für jeden Beobachtungssatz zahlenmäßig auszurechnende Größe, die mit $\{f\}$ bezeichnet werde. Der in Gl. 2a ferner vorkommende Ausdruck $\mathfrak{u}\frac{\partial f}{\partial u} + \mathfrak{r}\frac{\partial f}{\partial r} + \mathfrak{s}\frac{\partial f}{\partial s} \cdots$ bedeutet nun offenbar, auf einen einzelnen Beobachtungssatz angewandt, den Fehler des Resultates $\{f\}$, der durch das Zusammenwirken der Einzelfehler $\mathfrak{u}$, $\mathfrak{r}$, $\mathfrak{s}$ ... entsteht. Bezeichnen wir diesen Fehler mit $\mathfrak{f}$, also $\mathfrak{u}\frac{\partial f}{\partial u} + \mathfrak{r}\frac{\partial f}{\partial r} + \mathfrak{s}\frac{\partial f}{\partial s} = \mathfrak{f}$, so läßt sich Gl. 2a jetzt in der Form schreiben

$$-\mathfrak{f} = \{f\} + \alpha\frac{\partial f}{\partial A} + \beta\frac{\partial f}{\partial B} + \gamma\frac{\partial f}{\partial C} + \cdots \qquad 2b.$$

Hierdurch ist der zusammengefaßte Gesamtfehler $\mathfrak{f}$ der Beobachtungen in einem Ausdruck dargestellt, der außer den zu bestimmenden Konstanten α, β, γ ... in jedem Beobachtungssatz nur Größen enthält, die sich in Zahlen ausdrücken lassen.

Nach dem Grundsatz der kleinsten Quadrate sind nun die Konstanten α, β, γ ... so zu ermitteln, daß der Bedingung genügt wird

$$\sum \frac{\mathfrak{f}^2}{\mathfrak{F}^2} = \text{Min.} \qquad 4.$$

Die Summe ist über alle Beobachtungssätze zu erstrecken. $\mathfrak{f}$ bedeutet, wie eben gesagt wurde, für jeden Satz die durch Gl. 2b gegebene Größe.

$\mathfrak{F}^2$ endlich bedeutet das mittlere Fehlerquadrat von f; dasselbe wird gefunden (vgl. S. 7. Gl. 3)

$$\mathfrak{F}^2 = \mathfrak{U}^2\left(\frac{\partial f}{\partial u}\right)^2 + \mathfrak{R}^2\left(\frac{\partial f}{\partial r}\right)^2 + \mathfrak{S}^2\left(\frac{\partial f}{\partial s}\right)^2 + \cdots \qquad 5.$$

und ist, indem man die Näherungswerte $\{A\}$, $\{B\}$ ... und die beobachteten $u_1 r_1 s_1$ ... usw. in f einsetzt, für jeden Beobachtungssatz numerisch berechenbar. Hiermit ist die Konstantenbestimmung auf das frühere Schema, also etwa auf das Gaufssche Verfahren (IV) zurückgeführt.

Die nach der Bestimmung von α, β, γ für jeden Beobachtungssatz aus Gl. 2b zu ermittelnde Fehlergröße $\mathfrak{f}$ kann schließlich

auch auf die Einzelbeobachtungen gemäß der Bedingung 3 erteilt werden, nämlich dadurch, daß man setzt

$$\frac{\mathfrak{u}}{\mathfrak{U}^2} = \frac{\mathfrak{f}}{\mathfrak{F}^2}\frac{\partial \mathfrak{f}}{\partial u}; \quad \frac{\mathfrak{r}}{\mathfrak{R}^2} = \frac{\mathfrak{f}}{\mathfrak{F}^2}\frac{\partial \mathfrak{f}}{\partial r}; \quad \frac{\mathfrak{s}}{\mathfrak{S}^2} = \frac{\mathfrak{f}}{\mathfrak{F}^2}\frac{\partial \mathfrak{f}}{\partial s} \dots \qquad 6.$$

Denn multipliziert man die Gl. 6 mit $\mathfrak{u}$, bzw. $\mathfrak{r}$, bzw. $\mathfrak{s}$ ... und addiert sie dann, so folgt, da $\mathfrak{f} = \mathfrak{u}\partial\mathfrak{f}/\partial u + \mathfrak{r}\partial\mathfrak{f}/\partial r + \mathfrak{s}\partial\mathfrak{f}/\partial s$ definiert wurde (S. 25),

$$\sum\left(\frac{\mathfrak{u}^2}{\mathfrak{U}^2} + \frac{\mathfrak{r}^2}{\mathfrak{R}^2} + \frac{\mathfrak{s}^2}{\mathfrak{S}^2} + \cdots\right) = \sum\frac{\mathfrak{f}}{\mathfrak{F}^2}\left(\mathfrak{u}\frac{\partial \mathfrak{f}}{\partial u} + \mathfrak{r}\frac{\partial \mathfrak{f}}{\partial r} + \mathfrak{s}\frac{\partial \mathfrak{f}}{\partial s} + \cdots\right) = \sum\frac{\mathfrak{f}^2}{\mathfrak{F}^2}.$$

Der Ausdruck rechts ist aber die Größe, welche laut Bedingung 4 bei der Bestimmung der Konstanten zum Minimum gemacht wurde.

Im vorigen wird angenommen, daß jeder Beobachtungssatz für sich in den Gleichungen auftritt. Über allgemeinere Fälle vgl. Helmert, Ausgleichsrechnung.

4. Korrektionen und Korrektionsrechnungen.

Die gesuchten Resultate gehen selten glatt aus den Beobachtungen hervor; die Übung im Anbringen der Korrektionen ist eine der wesentlichsten Bedingungen des genauen und trotzdem bequemen physikalischen Arbeitens. Mit steigendem Anspruch auf Genauigkeit wächst sowohl die Anzahl der zu berücksichtigenden Nebeneinflüsse wie die Schwierigkeit, sie zu eliminieren, so daß hierin oft der größere Teil der Arbeit besteht.

Zu den Ursachen der Korrektionen gehören erstens Instrumentalfehler, wie die Ungleicharmigkeit der Wage, Abweichungen von genauer Proportionalität zwischen Ursachen und Wirkungen, z. B. bei Ausschlagswinkeln, die Abweichungen von genähert geltenden Gesetzen, wie bei magnetischen Fernwirkungen u. dgl. Ferner die Nebeneinflüsse, besonders die von der Atmosphäre herrührenden, wie der Auftrieb der Körper in der Luft, die Wirkungen der Luftfeuchtigkeit, die Barometerschwankungen, vor allem aber die Einflüsse der Temperatur, welche sich auf fast sämtliche Eigenschaften der Körper erstrecken.

Berücksichtigt man diese Umstände nicht, so wird das entstehende Rohprodukt der Arbeit meistens viel fehlerhafter ausfallen, als der Beobachter denkt. Eine Einschränkung ist andrerseits auch unvermeidlich, denn sonst kann eine einzige Messung, z. B. von einer Pendellänge, einem elektrischen Leitvermögen, ja von einer Masse zu einer umfangreichen Arbeit werden.

Es ist nötig, sich von vornherein über den Betrag der Korrektionen zu orientieren, und sodann, sie auf möglichst einfache Weise in die Rechnung aufzunehmen. Wie weit man die Korrektionen berücksichtigen kann, hängt von äußeren Umständen und

von der Grenze ab, welche auch hier durch die Fehler der Beobachtung sowie durch die unvollkommene Kenntnis der Naturgesetze und der in diesen vorkommenden Zahlenwerte gesteckt ist. Andrerseits aber ist es oft überflüssig, die Genauigkeit der Korrektion bis zu dieser Grenze zu führen; es genügt vielmehr offenbar, so weit zu gehen, daß der vernachlässigte Teil der Korrektionen erheblich kleiner wird als der mögliche Einfluß der Beobachtungsfehler. Hieraus ergeben sich ähnliche Kürzungsregeln wie früher für die Fehlerrechnung.

Eine der einfachsten physikalischen Messungen ist z. B. die Massenbestimmung durch Wägung. Hier bestehen zunächst die eigentlichen Beobachtungsfehler, welche aus der Unvollkommenheit unserer Gesichtswahrnehmung und des Urteils über dieselbe, sowie aus einigen nicht zu berechnenden Mängeln der Wage, wie Reibung, Veränderlichkeit der Hebelarme usw., zusammengesetzt sind. Auch die fehlerfreie Herstellung oder Prüfung eines Gewichtsatzes ist unmöglich. Indessen werden keineswegs besonders ausgezeichnete Instrumente oder feine Beobachtungen vorausgesetzt, damit andere ebenfalls unvermeidliche, aber ihrer Größe nach bestimmbare und daher zu eliminierende Fehler merklich werden, welche, wo Genauigkeit beansprucht wird, berücksichtigt werden müssen. Hierher gehört erstens die Ungleicharmigkeit der Wage, welche bei größeren Gewichten in der Regel einen merklichen Einfluß hat. Sie wird nach 18 eliminiert.

Zweitens erleiden die Körper einen Gewichtsverlust durch die verdrängte Luft, welcher schon bei einer Krämerwage, die bei 1 kg Belastung noch 1 g anzeigt, größer werden kann als der Wägungsfehler. Um die Wägung auf den leeren Raum zu reduzieren, muß man die Dichtigkeit der Luft kennen, eine innerhalb gewisser Grenzen veränderliche Größe. Aber obwohl es nur bei einer sehr rohen Wägung gestattet ist, die Korrektion zu unterlassen, so läßt sich leicht überschlagen, daß für gewöhnliche Ansprüche auch bei wissenschaftlichen Untersuchungen die Veränderungen der Dichtigkeit der Luft nicht berücksichtigt zu werden brauchen; man darf mit einem Mittelwert rechnen. Indem man sich entsprechend auch auf eine genäherte Ausrechnung der Korrektion beschränkt oder eine Tabelle benutzt, wird die erhebliche Verbesserung des Resultates sehr einfach.

Mühsamer wird die Arbeit, wenn die mittlere Luftdichtigkeit nicht genügt; dann muß noch die Temperatur und der Druck der Luft beobachtet werden. Dieser wird aber nicht aus der bloßen Ablesung am Barometer erhalten, sondern da Quecksilber und Maßstab sich mit ihrer Temperatur ausdehnen, so ist auch diese zu berücksichtigen. Auch die Veränderlichkeit der Schwere an der Erdoberfläche hat einen Einfluß. Endlich hängt die Dichtigkeit der Luft von ihrer Feuchtigkeit ab, die also bei feinen Wägungen auch bestimmt und in Rechnung gesetzt werden muß.

In ähnlicher Weise treten Korrektionen in die meisten Aufgaben ein, vorzüglich auch durch die wechselnde Temperatur.

Die genaue Durchführung solcher Nebenbeobachtungen und Rechnungen ist häufig eine große Arbeit. Durch das Verhältnis der Größe der Korrektionen zu dem verlangten oder erreichbaren Maß der Genauigkeit wird der Umfang des Notwendigen vorgezeichnet.

Zur Rechnung wird man oft die Näherungsformeln auf S. 9 u. 10 gebrauchen.

Beispiele. 1. Eine der gebräuchlichsten Kürzungen ist das Darstellen des kubischen Ausdehnungskoeffizienten durch den linearen β als 3β. Streng entspricht einer Änderung der Lineardimensionen im Verhältnis $1+\beta t$ das Volumenverhältnis $(1+\beta t)^3 = 1 + 3\beta t + 3\beta^2 t^2 + \beta^3 t^3$. Aber für fast alle festen Körper ist $\beta < 0{,}00003$, so daß für $t = 100°$ der vernachlässigte Teil $3\beta^2 t^2$ nur $< 0{,}000027$ oder $1/_{37000}$ des Ganzen ist. Nur wenn so kleine Größen in Betracht kommen, dürfte man die gekürzte Rechnung nicht anwenden. In einem solchen Falle aber kommt zugleich in Betracht, daß der Ausdehnungskoeffizient selbst sich mit der Temperatur ändert. Ganz ohne merklichen Einfluß wird $\beta^3 t^3$.

2. In 37 wird bei der Reduktion des Barometers auf 0° die Ausdehnung des Quecksilbers als Korrektionsgröße behandelt, indem $l/(1+0{,}00018\,t) = l - 0{,}00018\,lt$ (Formel 4, S. 9) gesetzt wird. Dabei vernachlässigt man höhere Potenzen von $0{,}00018\,t$. Man sieht aber, daß selbst für $t = 30°$ schon die nächste Potenz nur $0{,}00003$ beträgt, also mit $l = 760$ mm multipliziert nur etwa $1/_{45}$ mm, eine hier fast immer zu vernachlässigende Größe liefert. — Unerlaubt dagegen ist es meistens, die 20 mal größere Ausdehnung der Gase ebenso zu behandeln.

3. Wird das Gewicht eines Körpers durch Doppelwägung (18) bestimmt, und hat man auf der einen Seite das Gewicht p_1, auf der anderen p_2 gefunden, so ist streng genommen $p = \sqrt{(p_1 p_2)}$ das wirkliche Gewicht. Anstatt dieses geometrischen Mittels darf aber das arithmetische $\frac{1}{2}(p_1 + p_2)$ gesetzt werden (Formel 9, S. 10). Denn setzt man $p_1 = p + \delta$, $p_2 = p - \delta$, wo eben $p = \frac{1}{2}(p_1 + p_2)$ ist, so wird (Formel 8)

$$\sqrt{p_1 p_2} = \sqrt{p^2 - \delta^2} = p\sqrt{1 - \frac{\delta^2}{p^2}} = p\left(1 - \frac{1}{2}\frac{\delta^2}{p^2}\right).$$

Nun müßte eine Wage sehr schlecht justiert sein, wenn δ/p den Wert 1/1000 erreichte. In diesem Falle wäre $\frac{1}{2}\delta^2/p^2 = \frac{1}{2}$ Milliontel, eine Größe, welche im Verhältnis zu 1 jedenfalls nicht in Betracht kommt, wenn man mit einer solchen Wage wägt.

Über graphische Methoden bei Korrektionen s. z. B. Mehmke, Wied. Ann. 41, 892. 1890; Maurer, Archiv d. Deut. Seewarte 1894 Nr. 6.

5. Interpolation.

Oft soll eine Größe y, die von einer anderen x abhängt, für einen ganz bestimmten Wert von x ermittelt werden, während

zusammengehörige Werte nur in der Nachbarschaft bekannt sind. — Ähnlich besteht die Aufgabe einer Beobachtung häufig darin, die Bedingungen festzustellen, durch welche eine bestimmte Einstellung des Beobachtungsobjektes entsteht. Es ist jedoch oft mühsam oder sogar unmöglich, die Verhältnisse ganz genau bis zur Erfüllung dieser Forderung einzurichten.

So ist es meistens mit Schwierigkeiten verknüpft, die Temperatur eines Körpers auf einem vorbestimmten Grade, bei welchem etwa sein Volumen, seine Elastizität, sein elektrisches Leitungsvermögen bekannt sein sollen, genau zu erhalten; bei einer Wägung die Gewichtstücke gerade so abzupassen, daß der Zeiger auf Null steht, kostet, wenn es überhaupt möglich ist, Zeit. Ähnliches gilt, wenn galvanische Leitungen so abgeglichen werden sollen, daß eine Galvanometernadel einen bestimmten Teilstrich anzeigt.

In solchen sehr häufigen Fällen kann man oft aus Beobachtungen in der Nachbarschaft die genauen gesuchten Verhältnisse interpolieren und dadurch Vorteile in der Einfachheit der Hilfsmittel, im Zeitaufwand und dazu noch in der Genauigkeit erzielen.

Es sei x_0 der Punkt, für den die Größe y_0 gesucht wird, und man kenne die Nachbarwerte y_1 für x_1 und y_2 für x_2, wobei x_1 und x_2 womöglich auf verschiedenen Seiten von x_0 genommen werden. — Liegen die Einstellungen so nahe beieinander und bei x_0, daß innerhalb dieser Grenzen die Änderung von y der Änderung von x proportional ist, so gilt

$$(y_0 - y_1) : (x_0 - x_1) = (y_2 - y_1) : (x_2 - x_1)$$

woraus
$$y_0 = y_1 + (x_0 - x_1)\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}.$$

Beispiele siehe unter anderem in **10** und **90**.

Ist die obige Voraussetzung nicht erfüllt, so werden zur Interpolation, wenn das Gesetz des Wachstums nicht bekannt ist, mindestens drei benachbarte Beobachtungen verlangt. Für die Rechnung sind Formeln z. B. von Lagrange und Gaufs gegeben.

Vgl. Weinstein, Physik. Maßbest. § 291.

Meist wird im letzteren Falle die graphische Interpolation (6) angewandt.

6. Graphische Darstellung von Beobachtungen.

Eine Größe y sei zu mehreren Werten einer anderen Größe x, von der sie abhängt, beobachtet worden, etwa die Empfindlich-

keit einer Wage zu verschiedenen Belastungen, die Skalenteile eines Spektralapparats zu bekannten Lichtwellenlängen, das spezifische Gewicht oder eine andere Eigenschaft einer Lösung zu mehreren Konzentrationen derselben, oder Volumina, elektromotorische Kräfte, Löslichkeiten, Leitvermögen u. dgl. zu verschiedenen Temperaturen. In jedem Falle erlangt man dann am raschesten eine Übersicht über den gegenseitigen Zusammenhang der Größen, auch über ihren regelmäßigen Verlauf, wenn man sie geometrisch darstellt, indem man in Koordinatenpapier x als Abszisse und y als Ordinate einträgt. Wenn, wie es häufig vorkommt, ein einfaches mathematisches Gesetz für die Abhängigkeit der einen Größe von der anderen nicht bekannt ist, so gewährt diese graphische Darstellung, indem die eingetragenen Punkte durch eine Kurve verbunden werden, die einzige Übersicht über ihren Zusammenhang.

Graphische Ausgleichung von Fehlern. Diese geometrische Darstellung gemessener Werte kann, wie leicht zu sehen, zur Kontrolle bzw. zur Verbesserung von Beobachtungen dienen. Denn Beobachtungsfehler machen sich in Unregelmäßigkeiten der Zeichnung geltend, man kann aber häufig den richtigen Verlauf trotz der Unregelmäßigkeiten erkennen und eine ausgleichende Kurve durchziehen. Vorsichtig aber muß dies Verfahren gehandhabt werden; es verleitet leicht zu Irrtümern, besonders an den Enden der Kurven.

Koordinatenpapier ist in verschiedensten Einteilungen käuflich, z. B. von Schleicher u. Schüll, Düren, Rheinland. Über Hartmanns Dispersionsnetz vgl. 64 II.

7. Über die Genauigkeit von Messungen. Zahlenrechnen.

Die vornehmste Regel bei einer Messung ist, daß die Genauigkeit des Resultates den Grundlagen und dem Zweck nach richtig beurteilt wird. Eine Überschätzung liegt einerseits vor, wenn man sich oder andere durch eine übertriebene Anzahl von Ziffern über die Genauigkeit täuscht. Derselbe Fehler liegt aber öfter noch in der Form vor, daß man sich durch eine von vornherein begangene Überschätzung des Endergebnisses dazu verführen läßt, einzelne Teile der Arbeit mit zweckloser Sorgfalt auszuführen oder Korrektionen mit unnötiger Genauigkeit zu behandeln. Eine Dichtigkeitsbestimmung mit direkter Volumausmessung von $^1/_{10}$ cm³ Unsicherheit oder die Herstellung einer Lösung von einem Salze, dessen Masse wegen Hygroskopie auf 1% unbekannt bleibt, läßt sich nicht wesentlich dadurch verbessern, daß man auf 1 mg genau wägt. Wird das

Leitvermögen eines Elektrolytes gemessen, dessen Temperatur auf $\pm \frac{1}{2}^{\circ}$ bekannt ist, so folgt aus letzterem Umstande allein etwa 1% Unsicherheit, die sich auch nicht dadurch vermindern läßt, daß man das Leitvermögen selbst besonders genau bestimmt.

Überhaupt wird bei Messungen nicht selten eine unnötige Genauigkeit angestrebt und Mühe dadurch verschwendet. Dies ist u. a. bei solchen Objekten zu beachten, die an sich nicht scharf definiert sind. Dazu gehören z. B. die Eigenschaften vieler fester Substanzen, ganz besonders organischer. Von diesen lassen sich ihre Dichte, Elastizität, Festigkeit, elektrische und thermische Eigenschaften, z. B. die verschiedenen Leitvermögen, als Eigenschaften der Substanz durchaus nicht genau bestimmmen, weil sie eben nicht in bestimmter Größe vorhanden sind, sondern von nicht genau definierbaren Eigenschaften, etwa vom hygroskopischen Zustande, abhängen, und weil sie meistens sogar innerhalb des untersuchten Stückes schwanken. Das spezifische Gewicht einer Holzart auf $^1/_{10000}$ anzugeben hat überhaupt keinen Sinn.

Zu den gewöhnlichsten Formen der Unterschätzung einer Genauigkeit des Resultates andrerseits gehört das Übersehen oder ungenügende Behandeln von Nebenumständen während der Messung. Vor allem gilt dies von der Temperatur; diese, man darf beinahe sagen unter allen Umständen, zu beachten, ist eine Vorsicht, die der Beobachter sich nicht früh genug angewöhnen kann und die besonders dann am Platze ist, wenn man den Temperatureinfluß auf einen Vorgang noch nicht kennt. Ebenso sollte der Beobachter den Zeitpunkt der Messung stets anmerken.

Kritik nach beiden Seiten bildet die Vorbedingung zweckentsprechenden Arbeitens.

Zahlenrechnen.

Das nämliche gilt von einer kritischen Behandlung der Zahl. Die numerische Berechnung der Resultate läßt sich nur mit einer beschränkten Anzahl von Ziffern ausführen, was bei den meisten Rechenoperationen die vollständige Genauigkeit ausschließt. Meistens würde die letztere auch zwecklos sein.

Im allgemeinen halte man die Regel fest, das Resultat in so vielen Ziffern mitzuteilen, daß die letzte wegen der Beobachtungsfehler keinen Anspruch auf Genauigkeit macht, daß die vorletzte aber für ziemlich richtig gelten kann. Im Zweifelfalle eher eine Stelle zu viel als zu wenig!

Der Rechnung nach sollen alle mitgeteilten Ziffern richtig sein! Hiernach muß wenigstens eine längere, beispielsweise logarithmische Rechnung, welche, durch das Vernachlässigen der späteren Ziffern, die letzte Stelle nach und nach um einige Einheiten fälschen kann, mit einer Stelle mehr geführt werden, als man mitteilen will; angehängte oder einen Dezimalbruch beginnende Nullen bleiben hier außer Betracht. Bei dem Abstoßen der letzten Ziffer wird, wenn sie mehr als 5 beträgt, die vorletzte bekanntlich um 1 erhöht.

Ein übertrieben genaues Rechnen gehört zu den gewöhnlichsten Fehlern. Es wird z. B. das Volumen v eines rechteckigen Körpers durch

Ausmessen der drei Dimensionen bestimmt. Die letzteren seien etwa gleich 10,5 15,7 30,9 mm gefunden. Das genaue rechnerische Resultat $v = 5093{,}865$ mm³ mitzuteilen würde kritiklos sein. Denn ein Fehler bei dem Ausmessen um je $^1/_{20}$ mm kann das Resultat bis zu 50 mm³ zu groß oder zu klein gemacht haben. Es genügt also $v = 5090$ oder äußerstenfalls 5094 zu berechnen, also abgekürzt zu multiplizieren oder mit vierstelligen Logarithmen zu rechnen. Auf etwa 1 Promille genau kann auch ein gewöhnlicher Rechenschieber arbeiten. Umgekehrt findet man oft Divisionen auf zu wenige Stellen ausgeführt, vielleicht ein spezifisches Gewicht mittels Wägungen auf Zehntel mg mit einer feinen Wage bestimmt und schließlich = 2,5 berechnet, während vielleicht die vierte Dezimale noch richtig sein könnte.

Für genauere nicht logarithmische Rechnungen sind außer der Rechenmaschine u. a. die Crelleschen Rechentafeln geeignet.

8. Technisches.

1. Reines Quecksilber. Das in eisernen Flaschen aus Idria bezogene Quecksilber genügt nach Filtrieren für die meisten Zwecke. Zum Gebrauch in kleinen Mengen ist ein Fläschchen mit Auslaufspitze bequem.

Getrocknet wird Quecksilber oberflächlich mit Fließpapier, vollkommener durch Erwärmen in einer reinen eisernen oder Porzellanschale auf etwa 150° unter Umrühren. Staub entfernt man mittels Filtrierens, am einfachsten durch ein gewöhnliches, bei größerem Druck mehrfach genommenes Filter mit einem oder einigen feinen Löchern an der Spitze. Fett wird durch Ausschütteln mit etwas Kali- oder Natronlauge oder Benzol und Alkohol beseitigt, fremde unedle Metalle und Oxyd zieht man durch Schütteln mit verdünnter Salpetersäure oder Lösungen von Eisenchlorid oder doppeltchromsaurem Kali aus; natürlich unter wiederholtem gründlichen Nachschütteln mit Wasser. Oder man läßt das Quecksilber aus einem mit mehreren ganz feinen Öffnungen versehenen, z. B. durch ein Stückchen Bambusrohr geschlossenen Trichter durch 1 bis 1½ m hohe Säulen der genannten Flüssigkeiten und schließlich durch Wasser laufen. Ein aufgebogener unterer Fortsatz des Rohres (Fig. 1A) fängt das Quecksilber auf, welches durch seinen Druck die Flüssigkeitssäule hält und im Überschuß abfließt.

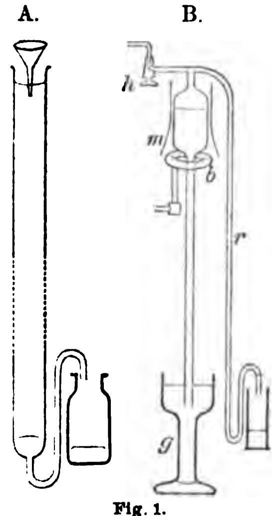


Fig. 1.

Schwer flüchtige Metalle entfernt man durch Abdestillieren des Quecksilbers, am besten im Vakuum, d. h. in barometerähnlichen Vorrichtungen (Fig. 1B). Durch den fettfreien (s. Nr. 25) Hahn h hindurch wird das Quecksilber aus dem Vorrat in g mit der Luft-

pumpe gehoben; die Öffnung von *r* läßt man dabei in Quecksilber tauchen. Ist das Kühlrohr *r* hinreichend eng, so gelingt es, durch Heben des Gefäßes *g* Gase, welche über dem Quecksilber geblieben oder während der Destillation ausgeschieden sind, mit dem überfließenden Quecksilber auszutreiben, falls sie nicht von selbst mit dem Quecksilber in *r* abwärts wandern. Die Wärme des kleinen Rundbrenners *b* wird durch den Mantel *m* zusammengehalten. S. z. B. Weinhold, Carls Rep. **23**, 791. 1887; Leonh. Weber ebd. 15, 1. 1879; Dunstan u. Dymond, bei denen die Luftpumpe wegfällt, Phil. Mag. 29, 367. 1890; Pollak, Ann. d. Ph. 15, 1049. 1904; Hulett, Phys. Rev. 33, 307. 1911.

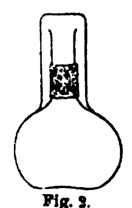
Zur Beseitigung flüchtigerer Metalle dient elektrolytische Destillation: das Quecksilber kommt auf den Boden eines breiten Gefäßes als Anode in eine etwas angesäuerte Lösung von Merkuronitrat; in derselben Lösung steht ein kleineres Gefäß mit Platinkathode. Durch einen Strom (etwa 0,01 A/cm²) wird das Quecksilber gelöst und unter Zurücklassung der oxydierbaren Metalle niedergeschlagen. Jaeger, ZS f. Instr. 1892, 354.

2. Reines Wasser. Zu Kühlröhren beim Destillieren pflegt man Silber, Zinn oder Glas zu verwenden. Glas gibt anfangs Bestandteile ab, was aber bei guten Sorten (vgl. 4) mit der Zeit aufhört. Hartnäckig können eingetrocknete feste Verunreinigungen übergespritzten Wassers stören. — Das Stoßen in Glasgefäßen wird durch Metallstückchen (Platin) vermindert. — Das zuerst übergegangene Wasser ist häufig wegen mitgerissener flüchtiger Verunreinigungen schlechter als der Vorrat.

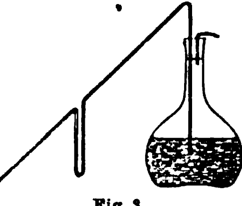
Unvermeidlich ist die Verunreinigung des Destillates durch atmosphärische Kohlensäure, besonders wenn diese durch Flammen oder Atmung vermehrt ist. Im letzteren Falle kann das Destillat durch Schütteln oder besser durch einen Luftstrom verbessert werden, der mittels der Wasserluftpumpe in einer Waschflasche aus einer engen Rohröffnung in kleinen Blasen durchgesaugt wird. Gründlicher reinigt ein Luftstrom, der über Ätzkali oder Natronkalk oder durch eine Waschflasche mit verdünnter Alkalilösung geleitet worden ist. Langsamer wirkt das Anstreichen des äußeren Flaschenhalses mit gutem gelöschten Kalk und Überstülpen eines Glases, welches die Kommunikation der Luft über dem Wasser mit dem Kalk gestattet; Fig. 2.

Verunreinigungen lassen sich auch durch Ausfrieren beseitigen, indem man den nicht gefrorenen Teil weggießt. Oberflächlich abgespültes Natureis kann schon ein gutes Wasser liefern.

Bei der Aufbewahrung in Glas löst das Wasser, je nach der Glassorte rascher oder langsamer, mehr oder weniger Bestandteile, besonders Alkali, aus den Wänden. Vorzüglich ist Jenaer Glas 59. Vgl. Nr. 4.


Fig. 2.

Nach dem Einblasen in Spritzflaschen sauge man die kohlensäurehaltige Luft sofort zurück. — Vielfach bequem ist für feinere Zwecke eine


Fig. 3.

Flasche mit Heberrohr, beides aus gutem Glase; Fig. 3. Nach dem Ausfließen bringt man durch Zurückneigen das äußere Niveau in den Siphon zurück.

Vgl. Kohlrausch, über Wasser und Luft ZS f. phys. Ch. 42, 198. 1902. Das feinste Prüfungsmittel auf unorganische gelöste Stoffe ist das elektrische Leitvermögen (96). Gutes Wasser hat etwa 10^{-6}; durch Entziehen der Kohlensäure (vgl. oben) kann man auf etwa $0{,}5 \cdot 10^{-6}$ kommen.

3. **Bereitung von Gasen.** Man erhält: Wasserstoff aus reinem Zink mit verdünnter Schwefelsäure oder Salzsäure (Vorsicht wegen Knallgasmischung!). — Sauerstoff durch Erhitzen von 700 g chlorsaurem Kali mit 100 g Braunstein, wobei man beigemischtes Chlor durch Ätzkali absorbieren läßt (Vorsicht! Zur Vermeidung von Explosionen muß auf Abwesenheit organischer Stoffe geachtet werden). Rein wird der Sauerstoff aus Kaliumpermanganat oder in kleineren Mengen aus Quecksilberoxyd dargestellt. Beide Gase können auch elektrolytisch bereitet werden. — Reinen Stickstoff: das Erhitzen einer Lösung von 185 g $NaNO_2$, 185 NH_4Cl, 95 $K_2Cr_2O_7$ in 900 ccm Wasser gibt 80 Liter. Stickstoff mit den atmosphärischen Beimengungen wird erhalten, wenn Luft durch eine Waschflasche mit konzentrierter Ammoniaklösung, dann über glühende Kupferspäne geschickt und getrocknet wird. — Helium durch Erhitzen von Monazitsand (Cleveit; Samarskit) oder von Thorianit auf 1000°. — Argon aus Luft durch Überleiten über glühendes Magnesium, welches O, N und CO_2 absorbiert; Ramsay u. Travers, ZS f. phys. Ch. 28, 241. 1899. (Über die Abscheidung von Krypton und Xenon s. ebd. 38, 641. 1901.) Noch ergiebiger (in 2 Tagen 11 Lit.): Absorption der aktiven Gase durch ein Gemisch von 90% Calciumkarbid mit 10% $CaCl_2$ im Eisengefäß bei 800°; F. Fischer u. Ringe, Ber. D. Ch. Ges. 1908, 2017. Gewinnung aus Resten verflüssigter Luft, deren N-Gehalt durch Verdampfung auf etwa 4% gesunken ist, bei Claude, C. R. 151, 752. 1910. — Kohlensäure aus reinem Marmor mit Salzsäure. — Kohlenoxyd durch Erhitzen einer Mischung von 1 T. Natriumformiat, 6 T. Schwefelsäure und 3 T. Wasser. — Ammoniak aus konzentrierter wässeriger Lösung, die, bei etwa 30° siedend, fast nur Ammoniak abgibt. — Schweflige Säure durch Erhitzen konzentrierter Schwefelsäure mit Kupferspänen oder durch Auftropfen von verdünnter Schwefelsäure auf Natriumbisulfitlauge. — Chlor aus Braunstein und Salzsäure.

Reinigen der Gase. Meistens durch vorgelegte Absorptionsmittel, entweder in Waschflaschen, wobei das Gas in kleinen Blasen nicht zu rasch durchtreten soll, oder auch in fester Gestalt. (Über eine rotierende Schlauchpumpe zum Wiederholen der Zirkulation s. Prytz, ZS f. Instr. 1905, 193; auch Bose, Gött. Nachr. 1906, 280.) Als Vorlagen dienen: Wasser gegen mitgerissene Salze, Säuren oder Alkalien; gegen Säuren sicherer alkalische Lösungen (doppeltkohlensaures Natron, wenn Kohlensäure gewaschen wird); gegen flüchtiges Alkali Schwefelsäure- oder Phosphorsäurelösung; gegen Sauerstoff alkalische Pyrogallollösung (Rezept von Hempel: 5 g Pyr. in 15 g Wasser, kurz vor dem Gebrauch gemischt

mit 120 g Ätzkali in 80 g Wasser gelöst) oder glühende Kupferspäne oder Phosphor; gegen Wasserstoff glühendes Kupferoxyd; gegen Organisches (z. B. Kohlenwasserstoffe) übermangansaures Kali oder Bleichromat. — Auch Überleiten durch Glasröhren z. B. mit zerkleinertem Ätzkali oder Bimsstein mit Schwefelsäure. — Wasserstoff kann man, nach dem Waschen mit einer alkalisch gemachten Lösung von $KMnO_4$, welche Säuren, auch Arsen zurückhält und Kohlenwasserstoffe zerstört, getrocknet von ausgeglühtem Palladiumschwamm absorbieren lassen und durch Erhitzen unter Luftabschluß später wieder frei machen. — Über Reinigung durch Kondensieren und fraktioniertes Destillieren s. z. B. Ramsay u. Travers a. a. O.; Moissan, Ann. chim. ph. (8) 8, 74, 1906; Kam. Onnes, ZS f. Instr. 1907, 223. — Reinigen von Edelgasen (Argon, Helium usw.): die aktiven Gase werden absorbiert bei dem Überleiten über eine Mischung von 1 T. Mg, 5 T. frisch geglühtem CaO und 0,25 T. metallischem Na, die in einer evakuierten Verbrennungsröhre auf etwa 700° erhitzt wird. Kleinere Mengen von Edelgasen, H oder N lassen sich durch Kaliumdampf reinigen, der durch Erhitzen des Metalls in einem evakuierten Glasgefäß auf 200° erzeugt wird (Gehlhoff, Verh. D. Ph. Ges. 1911, 271). — Wertvolle Anleitungen bei Hempel, Gasanalytische Methoden, 4. Aufl. 1913; Travers, Exp. Untersuchungen von Gasen, deutsch von Estreicher, Braunschweig 1905.

Trockenmittel. Man führt das Gas über Stücke von geschmolzenem Chlorcalcium oder Bimsstein mit konzentrierter Schwefelsäure oder durch eine Waschflasche mit letzterer, am sichersten über wasserfreie Phosphorsäure in einem langen Rohr. — Mit Auswahl ist auch langsames Durchleiten durch ein in fester Kohlensäure oder flüssiger Luft gekühltes Rohr brauchbar.

Käuflich in Bomben sind: H, O (in 95 und 99% Reinheit), N, Cl, CO_2, SO_2, NH_3, N_2O. — Luft, Sauerstoff, flüssig in Dewarschen Flaschen liefert die Gesellsch. f. Markt- u. Kühlhallen, Berlin. — Vgl. Teichmann, Kompr. u. verflüss. Gase, Halle 1908.

4. **Glassorten.** Die Löslichkeit der Glassorten im Wasser und ihre damit zusammenhängenden hygroskopischen Eigenschaften sind von sehr ungleicher Größe. 1 qdm gibt bei den besten Gläsern in gewöhnlicher Temperatur täglich etwa 0,002, bei schlechten bis zu 0,2 mg Substanz in Lösung. Temperatursteigerung beschleunigt den Angriff ungeheuer stark. Haltbar ist gutes Jenaer Geräteglas und besonders Nr. 59. Eine Schätzung der Güte eines Gefäßes ergibt sich am einfachsten aus der Haltbarkeit der Wasserfüllung selbst mittels des elektrischen Leitvermögens (96). Rascher gewinnt man ein Urteil, wenn man das Glas im Stahlmörser und der Achatreibschale unter Vermeidung von Verunreinigung fein pulverisiert und einen Wasseraufguß auf sein Leitvermögen oder durch Eindampfen auf blankem Platin auf seinen Gehalt an fester Substanz prüft. Auch die hygroskopische Wasseranziehung liefert, bei Pulvern aus der Gewichtszunahme, bei größeren Flächen nach der elektrischen Isolierung in feuchter Luft beurteilt, eine Prüfung der Güte. — Oder man bringt die Glasfläche in mit Wasser gesättigten Äther, der mit etwa $^1/_{10}$% Jodeosin gefärbt ist.

Je löslicher das Glas, desto intensiver färbt es sich im allgemeinen; s. Mylius, D. Mech.-Ztg. 1908, 1 u. 1910, 201. — In einer Salzsäureatmosphäre bekommen schlechte Gläser eine stärkere Trübung als gute (R. Weber).

Gute und mittlere Gläser werden mit der Zeit durch den Gebrauch, insbesondere auch durch Behandeln mit warmem Wasser, besser.

S. u. a. die Abhandlung von Warburg u. Ihmori, Mylius u. Förster, R. Weber, E. Pfeiffer, Schott, F. Kohlrausch in Wied. Ann., Ber. d. Deutsch. Chem. Ges., ZS f. Instr., ZS f. analyt. Chem., ZS d. Vereins z. Beförd. d. Gewerbfleißes. Über die ältere Literatur vgl. z. B. Kohlrausch, Wied. Ann. 44, 577. 1891. — S. auch Hovestadt, Jenaer Glas usw., Jena 1900.

5. Physikalische Eigenschaften verschiedener Gläser. Von einheitlicher Beschaffenheit moderner Glassorten kann bei deren sehr verschiedener Zusammensetzung nicht mehr die Rede sein, selbst wenn man von den spezifisch optischen Gläsern absieht. Die folgenden Zahlen bedeuten die Grenzen der Eigenschaften von Gläsern für gewöhnliche Zwecke; in Klammern sind extreme Werte angegeben.

Dichtigkeit	$s =$	2,4 (2,3)	bis	2,6 (5,9)		
Kub. Temp.-Ausd.-Koeff.	$\alpha = 0{,}0000$	18 (11)	„	31 (34)		
Spez. Wärme	$c = 0,$	18 (08)	„	21 (23)		
Wärmeleitvermögen	$k = 0{,}00$	18 (11)	„	20 (22)		
Elast.-Modul	$E = 100 \times$	59 (47)	„	75 (79) kg/mm²		
Lichtbrechungsverhältnis	$n =$	1,51 (1,50)	„	1,53 (1,75)		
Jenaer Thermometerglas XVI	$s = 2{,}58$	$\alpha = 0{,}0_4 234$		$c = 0{,}19$	$n = 1{,}527$	
„ „ 59	$s = 2{,}37$	$\alpha = 0{,}0_4 174$		$c = 0{,}19$	$n = 1{,}497$	

Aus der bekannten Zusammensetzung eines Glases kann man die Eigenschaften genähert nach dem Ausdruck $C_1 m_1 + C_2 m_2 + C_3 m_3 \ldots$ berechnen, wenn 1 Gew.-Teil Glas $m_1, m_2 \ldots$ Teile der einzelnen Stoffe enthält und wenn jeder die Konstante C der folgenden Tabelle bekommt:

		SiO_2	B_2O_3	K_2O	Na_2O	CaO	BaO	ZnO	PbO	Al_2O_3
für α	0,000	008	001	085	100	050	030	018	030	050
für c	0,	191	237	186	267	190	067	125	051	207
für E	100 ×	65	20	71	100	100	100	15	47	160
für $1/s$	0,	435	526	357	385	303	143	169	104	244.

Winkelmann u. Schott, Wied. Ann. 49, 401. 1893; 51, 697, 730. 1894; Winkelmann, 61, 105. 1897; s. auch Hovestadt, Jenaer Glas usw., Jena 1900.

Ein gutes Thüringer Glas wird durchschnittlich etwa 0,70 SiO_2, 0,06 K_2O, 0,12 Na_2O, 0,10 CaO, 0,02 Al_2O_3 haben.

6. Glas versilbern. Dies geschieht durch Mischen zweier Lösungen A und B. Nach Böttger: A) Man löst 5 g Silbernitrat in destilliertem Wasser, versetzt mit Ammoniak, bis der Niederschlag beim Umrühren fast vollständig verschwindet, filtriert und verdünnt auf 500 ccm. B) 1 g Silbernitrat, in etwas Wasser gelöst, wird in $^1/_2$ l siedendes Wasser eingegossen. Dazu setzt man 0,83 g Seignettesalz, läßt kurze Zeit sieden, bis der entstandene Niederschlag grau aussieht, und filtriert heiß. Die

Lösungen halten sich im Dunkeln einige Monate. — Statt dessen wird als schneller wirkende Lösung B mehr empfohlen (Lumière) eine 1prozentige Lösung von Formaldehyd; 40 % Lösung ist käuflich.

Andere Rezepte, mit Anwendung von Zucker- und (kohlensäurefreier!) Alkalilösung z. B.: Martin, Pogg. Ann. 120, 335. 1863; Lohse, Jahrbuch für Photographie, 1887; Jzarn, C. R. 135, 240. 1902.

Die gut (mit Salpetersäure, Ätzkali, Alkohol) gereinigte Glasfläche wird einige mm hoch mit einer soeben hergestellten Mischung aus gleichen Raumteilen der Lösungen A und B (von der Formaldehydlösung nur die Hälfte) bedeckt oder besser nach unten gerichtet in dieses Gemisch eingesenkt. Nach etwa einer Stunde (5 bis 10 min bei der Formaldehydlösung) ist die Reduktion beendigt; die Platte wird abgespült, die Operation erneuert usw., bis die Schicht genügend dick ist. Falls sie als Außenspiegel dienen soll, poliert man nach dem Trocknen vorsichtig, etwa mit dem Handballen. Für Innenspiegel darf man die Reaktion dadurch beschleunigen, daß man die Böttgersche Lösung B vor der Mischung auf etwa 70° erwärmt. Zum Schutz kann schließlich das Silber mit einem Lack überzogen werden; dünne Spiegel verziehen sich allerdings hierdurch leicht, auch weil die meisten Lacke, selbst Schellack, ein wenig hygroskopisch sind. — Zur Erzielung dünner, gleichmäßig durchscheinender Schichten soll man die Lösung während der Reaktion in Bewegung halten.

6a. **Spiegel durch Kathodenzerstäubung.** Der dazu nötige hochgespannte Gleichstrom kann einem Induktorium mit Hilfe eines Gleichrichters (**121**) entnommen werden. Das hohe Vakuum (0,01 bis 0,02 mm) wird, um Quecksilberdampf auszuschließen, mittels gekühlter Holzkohle (s. Nr. 24) bewirkt. Anordnungen z. B. bei Leithäuser, ZS f. Instr. 1908, 113.

7. **Glas platinieren.** Nach Kundt: 3 g Platinchlorid, in 10 ccm abs. Alkohol gelöst, werden mit 30 ccm konzentrierter alkoholischer Lösung von Borsäure versetzt. Hierzu kommt die doppelte Menge einer Mischung von venezianischem Terpentin und Lavendelöl, je nach der beabsichtigten Dickflüssigkeit in verschiedenem Verhältnis. Für optisch brauchbare Spiegel wird ein Tropfen von mäßig dünnflüssiger Lösung aufgebracht und eine zweite Glasplatte aufgelegt, so daß sich zwischen beiden eine dünne Flüssigkeitsschicht bildet. Man zieht die Platten voneinander ab und erwärmt langsam in einem vorn offenen Muffelofen zu ganz schwacher Rotglut.

Um Glas zu löten, bestreicht man es mit dickflüssiger Lösung und erwärmt über der Flamme langsam zur Rotglut. Das eingebrannte Platin wird galvanisch verkupfert und kann dann mit Zinn gelötet werden (Kundt). Auch versilbertes Glas läßt sich nach Einbrennen des Silbers und Verkupfern löten; der Zusammenhalt ist nicht so fest (Röntgen).

8. **Glas blasen.** Eingehende Anweisung z. B. in Ebert, Anleitung zum Glasblasen, Leipzig 1912; auch in Ostwald-Luther, Phys.-ch. Messungen, 3. Aufl. 1910. Im allgemeinen ist folgendes zu beachten. Das Aufblasen oder Ausziehen wird in der Regel nach dem Entfernen aus der Flamme ausgeführt. — Das Anwärmen ist auf eine beträchtliche Strecke auszudehnen;

die Gefahr des Zerspringens pflegt vorüber zu sein, sobald das Glas die Flamme färbt. — Dünnere Röhren biegt man in der rußenden Flamme (Fischschwanzbrenner); dickere müssen während des Biegens durch Blasen geformt werden. — Zusammenzuschmelzende verschiedene Glasstücke sind einige Zeit in der Flamme gut zu „verblasen", so daß keine scharfe Berührungsfläche bleibt, und nachher in der leuchtenden Flamme zu kühlen, bis sie schwarz werden. — Dünne Stücke werden oft bequemer im Bunsenbrenner oder sogar über einem Argandbrenner bearbeitet als in der Gebläselampe. — Platin wird durch Vermittlung von „Einschmelzglas" (Bleiglas) eingeschmolzen; Jenaer Thermometerglas XVI verträgt direktes Einschmelzen. Das Kühlen von Stücken mit eingeschmolzenem Platin, für welches die rußende Flamme zu vermeiden ist, kann über dem Zylinder eines Argandbrenners geschehen. — Feine Löcher lassen sich in dünnwandiges Glas mit einer zugespitzten glühend gemachten Lichtkohle drücken.

9. **Glas und Metall zeichnen.** Vorübergehend zeichnet man mit Glastinte, die vor dem Gebrauch aufgeschüttelt wird, oder mit den blauen Fettstiften von Joh. Faber; dauernd mit Diamant- oder Glasätztinte (enthält HF; zu beziehen z. B. von Kahlbaum) oder mit dem Schreibdiamant, wobei aber bei Glas ein Schneiden, welches leicht mit der Zeit oder bei Erschütterungen zu Sprüngen führt, vermieden werden muß.

9a. **Glas ätzen.** Über das Ätzen von Teilungen auf Glas vgl. **21**, 6. Ein aufzuätzender Stempel u. ä. wird zunächst mittels einer Druckmasse aus 2 T. Kolophonium u. 1 T. Olivenöl auf den Gegenstand übertragen (bei nicht ebenen Körpern mittels einer Gelatineplatte) und dann mit gepulvertem Ammoniumbifluorit eingestäubt. Darauf wird der Gegenstand einige Male durch eine nicht leuchtende Gasflamme gezogen, bis das Salz zu dampfen beginnt; der Überschuß wird nach einiger Zeit durch Wasserdampf entfernt und dann die Ätzung durch Einreiben mit einer Legierung von 88 T. Bi u. 12 T. Sn sichtbar gemacht. — Über Stempelätzung auf Metall s. Schwirkus, D. Mech.-Ztg. 1900, 193 u. 201.

10. **Glas schneiden.** Der Schneiddiamant ist auf seine richtige Stellung auszuprobieren und mit geringem Druck gut parallel zu führen. Weite Glasröhren schneiden sich am besten mit dem Röhrendiamant von innen. Enge Röhren ritzt man mit dem Glasmesser und bricht sie nachher. Mit dem Brechen soll bei Platten wie bei Röhren tunlichst eine auseinanderziehende Kraft verbunden werden. — Sprengkohle soll nicht viel Asche geben. Sie wird etwas vor den Sprung gehalten, den man fortführen will. Vorher wird das Glas zweckmäßig geritzt.

11. **Metalle amalgamieren.** Zink wird in Salzsäure, Kupfer und Messing in verdünnter Salpetersäure mit einer metallischen Oberfläche versehen und dann in Quecksilber getaucht oder mit solchem eingerieben. Nachher wäscht man mit Wasser und entfernt ev. überschüssiges Quecksilber. Statt in Quecksilber kann man in eine etwas saure Lösung von Quecksilberchlorid bzw. -nitrat eintauchen.

Um Eisen zu amalgamieren, verzinnt man es zuvor in der Hitze.

Platin, ganz frisch gereinigt, amalgamiert sich häufig schon beim Eintauchen in Quecksilber, sonst bringt man es als Kathode in eine Lösung von Quecksilbernitrat oder wendet Natriumamalgam an.

12. Löten. Bei dem gewöhnlichen Löten ist besonders die vorgängige Entfernung des Oxyds durch Benetzen mit Lötwasser usw. und Erhitzen sowie das Ruhighalten während des Erstarrens zu beachten. Dünne Körper verzinnt man durch Eintauchen in einen Fingerhut mit geschmolzenem Zinn. Das Lötwasser nachher abspülen! Salmiakpulver, Stearin oder Kolophonium können einigermaßen das Lötwasser ersetzen. Die Schneide eines Lötkolbens wird heiß auf einem Stück Salmiak gerieben. — Als säurefreies, leichtfließendes Lot wird „Tinol", auch „Fludor" empfohlen.

Mit Gold löten. Ein Stückchen Goldblatt oder Golddraht wird mit etwas Boraxpulver zwischen den zu verlötenden Flächen in der Stichflamme zum Schmelzen gebracht.

12a. Leicht schmelzbare Legierungen. 1 Blei, 1 Zinn, 2 Wismut; 94° (Rose). 2 Blei, 1 Zinn, 1 Cadmium, 4 Wismut; 60° (Wood).

13. Platin schweißen. Die zu verbindenden Stückchen werden in Berührung miteinander (zwei Drahtenden etwa einmal umeinander gewickelt oder ein Draht durch ein oder zwei Löcher in einem Blech durchgesteckt) in der Spitze der Gebläseflamme weißglühend gemacht und auf einer dicht darunterstehenden blanken Eisenfläche durch einen oder zwei kurze Schläge mit einem kleinen Hammer vereinigt.

Zusammenschmelzen kann man Platinstückchen in der Stichflamme des Sauerstoffgebläses. Mit Kupfer oder Silber läßt sich Platin in der gewöhnlichen Gebläseflamme leicht haltbar zusammenschmelzen.

14. Stahl härten. Der zur Kirschrotglut gleichmäßig und rasch erwärmte Stahl wird in Wasser oder Öl abgelöscht; Einreiben mit Seife vermindert das Oxydieren. Gestreckte Stücke sind, damit sie sich nicht verwerfen, longitudinal einzusenken. Um glasharten Stahl anzulassen, kann je nach dem gewünschten Grade siedendes Wasser, heißes Öl oder langsam die Flamme gebraucht werden, in welcher die Anlaßfarbe (gelb bis blau) den Grad des Anlassens gibt. (Vgl. Holborn, ZS f. Instr. 1891, 114.)

15. Metalle ausglühen. Dünne Drähte soll man ohne Spannung in oder über eine kleine Flamme halten, ev. auf eine Röhre gewickelt erhitzen. Ein gutes Mittel, auch für dünne Bleche, ist der elektrische Strom. Oxydierbare Metalle glüht man im bedeckten Gefäß unter einem Strom von Kohlensäure oder Wasserstoff. Platin darf nicht in eine rußende Flamme und im Bunsen-Brenner nicht dauernd in den inneren Kegel kommen, der unverbrannten Kohlenstoff enthält!

16. Magnetisieren. Entmagnetisieren. Kurze Stäbe hält man zum Magnetisieren zwischen die Pole eines Hufeisenmagnets und hebt sie parallel den Kraftlinien heraus. Längere magnetisiert man durch Streichen oder mittels Einlegens in oder Durchziehens durch eine Stromspule. Plötzliches Unterbrechen des Stromes, während der Stab in der Spule liegt, ist zu vermeiden. — Entmagnetisieren kann man kleine Stücke durch

Rotation zwischen den Polen eines Magnets oder ruhend zwischen den Polen eines rotierenden Magnets (Zentrifugalmaschine), indem man sie während der Bewegung langsam entfernt. Oder man behandelt die in einer Spule liegenden Stücke mit kräftigen Wechselströmen, die man durch einen Flüssigkeitsrheostaten allmählich bis auf Null abschwächt.

17. **Schleifen und Polieren kleiner Körper.** Das Schneiden geschieht mit einem Schmirgeldraht oder mit der Laubsäge, das Abschleifen auf einem Stein oder einer Glasplatte, bei harten Körpern mit Schmirgel, bei weicheren mit Bimsstein oder bloß auf mattem Glase. Poliert wird mit Englischrot, Tripel oder Zinnasche oder bei ganz weichen Körpern ohne Poliermittel, auf einer mit Leinwand oder Papier stramm bezogenen Glasplatte tunlichst mit gerader Führung des Körpers, deren Richtung man oft wechselt. Als Schleif- oder Polierflüssigkeit dient, wenn Wasser den Körper angreift, Alkohol. Den Finger mag man im letzteren Falle mit Kautschuk bedecken. Englischrot oder Tripel wird trocken angewandt. — Kristallen für optische Untersuchung gibt man zuerst eine oberflächliche Politur, um unter dem Polarisationsapparat (70) zu erkennen, ob die Platte richtig orientiert ist. Man korrigiert, bis die gewünschte Richtung erzielt ist, und poliert nach vollständigem Eben- und Feinschleifen fertig.

Glasschliffe, z. B. Glasstöpsel lassen sich oft mittels feinen Schmirgelpulvers, welches mit etwas Wasser zwischen die Flächen gebracht wird, durch gleichmäßiges Drehen unter mäßigem Druck verbessern.

18. **Rezepte für Galvanoplastik**, auf 1 Liter Wasser berechnet. Die Stromstärken sind auf 1 qdm bezogen.

Vergolden. $\frac{1}{8}$ bis $\frac{1}{4}$ A; 10 g Goldchlorid und 20 g Cyankalium; oder 1,5 g Goldchlorid, 1 g Cyankalium, 15 g krist. Natriumsulfit, 50 g krist. Natriumphosphat.

Versilbern. 0,3 bis 0,6 A; 46 g Kaliumsilbercyanid, 12 g Cyankalium.

Verkupfern. 0,4 bis 0,5 A; 20 g krist. Kupferacetat, 20 g Cyankalium, 17 g Soda, 25 g krist. Natriumsulfit.

Vernickeln. $\frac{1}{2}$ bis 1 A; 70 g krist. Ammoniumnickelsulfat, 25 g Ammoniumsulfat, 5 g Zitronensäure.

Verplatinieren (blank). 510 g Soda, 250 g Zitronensäure in 1 Liter Wasser gelöst. In die heiße Lösung wird Platinsalmiak eingetragen, der aus 37 g Platinchlorid gefällt ist. Man elektrolysiert bei etwa 80°.

Weiteres z. B. Steinach u. Buchner, Die galvanischen Metallniederschläge, Berlin 1911.

Überziehen von Metallen mit Platinschwarz. Man bringt das Metall (Platin oder Silber) als Kathode in eine verdünnte, mit etwas Salzsäure versetzte Lösung von Platinchlorid gegenüber einer Platinanode. Einfacher, aber mit zufälligerem Erfolge, berührt man das Blech unter der Flüssigkeitsoberfläche mit Zink. — 1 Teil Platinchlorid in 30 Teilen Wasser (spez. Gew. = 1,024) unter Zusatz von 0,008 Teilen Bleiacetat gibt guten schwarzen Überzug (Lummer und Kurlbaum). Die Stromdichte soll etwa 0,03 A/cm² betragen; auch ohne Strommessung erkennt man die

richtige Stromstärke an einer Gasentwicklung von mäßiger Stärke; 5 bis 10 min Strom wird ausreichen. Zum Reinigen der Fläche mag man den Strom vorher entgegengesetzt durchleiten. Die Anode wird nicht angegriffen, also verbraucht sich die Lösung. — Vgl. z. B. K. u. Holborn, Elektrolyte S. 9.

19. **Holz usw. paraffinieren.** Das Holz wird, in Paraffin untergetaucht, mit dem letzteren erheblich über den Siedepunkt des Wassers (etwa auf 140°) so lange erhitzt, bis das Entweichen von Gasblasen aufhört. Alsdann läßt man so langsam erkalten, daß der Luftdruck Zeit hat, die Holzporen mit Paraffin zu füllen. So behandeltes Holz isoliert auch statische Elektrizität. Papier zieht man langsam durch das heiße Paraffin (über 100°! so daß zugleich das Wasser verdampft) und läßt während des Erkaltens den Überschuß abtropfen. — Über Hygroskopie des Holzes s. auch **21.**

20. **Kokon abspulen.** Nach Auflösen des Klebstoffs binnen etwa 10 min in heißem Wasser entfernt man, den Kokon in der Hand drehend, die oberflächliche lose Seide, an welche der eigentliche Faden sich anschließt. Man spult den auf erneuertem heißen Wasser schwimmenden Kokon auf ein Röllchen ab, welches auf einen konischen Stab (Stahlfederhalter) gesteckt ist. Der Faden soll hierbei auf eine so große Strecke durch die Luft gehen, daß er trocken aufläuft, weil sonst die Fäden zusammenkleben. — Das anfängliche oder während des Abspulens etwa verloren gegangene freie Ende des Fadens sucht man durch leichtes Schlagen mit einem Stäbchen zu finden. — Der Faden wird nach innen feiner; um über verschiedene Stärken zu verfügen, spult man die Teile auf mehrere Rollen. — Über das Aufhängen am Kokon s. **72b.**

21. **Quarz schmelzen.** Ein Kristall wird durch Erhitzen und Ablöschen rissig gemacht; die Teile lassen sich im Knallgasgebläse zusammenschmelzen und formen. Aus Stäbchen können auch Röhren zusammengesetzt werden. Die verschwindende Wärmeausdehnung so behandelten Quarzes gestattet dabei auch schroffes Kühlen. — Quarzgeräte verfertigen Heraeus in Hanau und Siebert & Kühn in Kassel. Über die Wärmeausdehnung des Quarzglases vgl. **44 II.**

Quarzfäden. Boys, Phil. Mag. (5) 45, 489. 1887. Man befestigt ein Quarzstäbchen mittels Kitt oder einer Klammer an einem Pfeil aus Holz oder aus einem Strohhalm mit einer Nadelspitze. Darauf wird die Mitte des Stäbchens im Knallgasbrenner geschmolzen und, nachdem der Quarz weich geworden ist, der Pfeil von einer am Blastisch im Schraubstock befestigten Armbrust aus größerer Entfernung in ein Brett abgeschossen. Die hintere Hälfte des Stäbchens hält man fest. Auch kann man mit der Stichflamme Fäden direkt weg- und an ein hintergestelltes Stück Sammet anblasen (Nichols). Quarzfäden sind nicht hygroskopisch und besitzen bei großer Festigkeit eine sehr geringe elastische Nachwirkung. Als leitende Aufhängung für Elektrometernadeln kann man versilberte (Nr. 6) oder hygroskopisch gemachte Fäden benutzen (Himstedt, Dolezalek).

21a. **Kitte.** Genannt seien 1. warm: Schellack, guter roter oder weißer Siegellack (letzterer, für Unterdruck besonders geeignet, ist für Überdruck weniger haltbar), Wachskolophonium, Guttapercha, Marineleim (Kautschuk und Schellack mit Teer), Picein (s. Walter, Ann. d. Ph. 18, 860. 1905), Klebwachs, auch wohl Paraffin; 2. kalt: Gips mit Gummi arabicum, 20 g Bleiglätte mit 5 ccm Glyzerin, Hausenblase, Wasserglas, Kaseinkitt (Kasein in gesätt. Boraxlösung oder in Wasserglas), Bleiglätte oder Mennige mit Leinölfirnis angerührt, gebrannte Magnesia mit gesätt. $MgCl_2$-Lösung; für manche Zwecke ist auch Schwefel zu verwenden. — Vgl. z. B. Breuer, Kitte, Hannover, Jänicke, 1907.

22. **Luftpumpen und Hahnfett.** Talg mit Schmalz oder Olivenöl, oder Wachs mit Knochenöl, zu passender Konsistenz gemischt. Ohne Fettdämpfe: Wachs und Vaselin (Röntgen); noch vorzuziehen weißes Paraffin mit Vaselinöl (Hagen); 2 Kautschukschnitzel, 1 Vaselin, $\frac{1}{8}$ Paraffin (Travers).

23. **Wasserluftpumpe.** Strahlpumpe (in Fig. 4 A); für großen Wasserdruck. Dieser darf nicht durch eng gebohrte Hähne verringert werden. Erreichbares Vakuum vielleicht bis 15 mm Quecksilberdruck. Ablagerungen aus kalkhaltigem Wasser an der Spitze können die Wirkung beeinträchtigen; man entfernt dieselben mit Salzsäure. — Bunsensche Tropfenpumpe; für geringen Druck, wenn Gefälle zur Verfügung steht. Für ein langsam gleichförmiges Saugen, z. B. beim Austrocknen von Röhren, ist die Tropfenpumpe überhaupt sicherer und ökonomischer. Jede Strahlpumpe läßt sich durch ein Abfallrohr, welches durch einen Schlauch mit der Austrittsöffnung des Wassers verbunden wird, in eine Tropfenpumpe verwandeln.

Damit nicht bei dem Abstellen des Zuflußhahnes Wasser in das Vakuum dringt, soll am Luftrohr ein Hahn sitzen, den man vorher schließt.

Zur Beurteilung des Vakuums kann ein Metallmanometer oder ein selbstzufertigendes Quecksilbermanometer (Fig. 4 A) angeschlossen sein.

Gebläse. Das Wasser einer Strahlpumpe samt der mitgerissenen Luft wird in eine Flasche (Trommel) mit reguliertbarem unterem und oberem Austritt geleitet (Fig. 4 B).

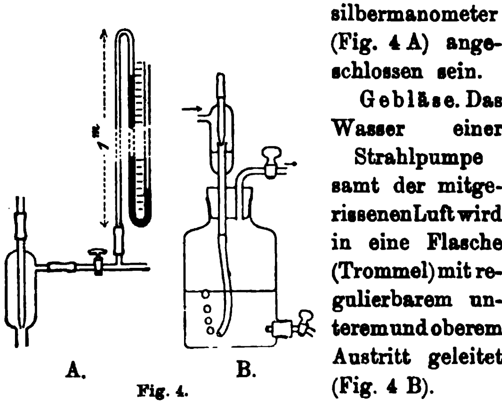


Fig. 4.

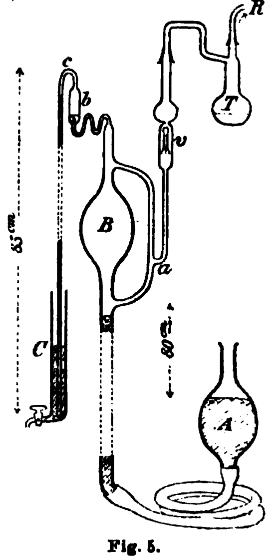


Fig. 5.

24. Quecksilberluftpumpe (Geißler 1863). Hahnlose Pumpe (Toepler) (Fig. 5). Während des Hebens tritt das Quecksilber aus *A*, den Kanal nach dem Rezipienten *R* bei *a* absperrend, aber durch das Schwimmventil *v* am Eindringen in *R* verhindert, durch *B* und *b*, die Luft in das Barometer *c* schiebend. Man läßt in *C* überfließen, bis die Luft entwichen ist, und senkt, wodurch sich schließlich das in *B* entstandene Vakuum mit dem Rezipienten verbindet. Der Austrockner *T* enthält konzentrierte Schwefelsäure oder besser Phosphorsäureanhydrid.

Zu Anfang und auch, nachdem ein hohes Vakuum entstanden ist, soll behutsam gehoben werden; im letzteren Fall wird besonders die Biegung bei *c* durch den Stoß des Quecksilbers gefährdet. Zum Schluß genügt es, die Luftbläschen nur nach *b* zu treiben und von dort selten weiter zu befördern.

Solange noch viel Luft aus dem Rezipienten zurücktritt, muß auch vorsichtig gesenkt werden, um erstens heftige Stöße des über *a* nach *B* geschleuderten Quecksilbers und zweitens das Aufstäuben der trockenen Phosphorsäure in die Pumpe hinein zu vermeiden.

Unentbehrlich ist die innere Trockenvorrichtung. Fehlt diese, so liegt eine schlechte Wirksamkeit meistens an Feuchtigkeit, die man häufig eben nur daran erkennt, daß sie durch Auspumpen nicht zu beseitigen ist. Man muß dann wiederholt mit trockener Luft füllen oder auch die Pumpe entleeren und mit einem Luftstrom trocknen und das Quecksilber auf etwa 140° erwärmen. Die in die Pumpe eintretende Luft soll stets getrocknet sein.

Phosphorsäure trocknet, selbst wenn sie bereits feucht erscheint, oft noch merklich vollkommen. Das Trocknen geschieht aber durch Diffusion, also langsam. Selbst nachdem stark evakuiert ist, bleibt über dem Trockenmittel Luft von der Spannkraft des anderswo vorhandenen Wasserdampfs, der hindurch diffundieren muß. Man hat also, alles verbunden, diesem Vorgange Zeit zu lassen.

Sprengelsche Tropfenpumpe, für kleine Volumina bequem; aus einem Glastrichter mit Hahn und einem $1\frac{1}{2}$ m langen Rohr von 3 mm lichter Weite mit Seitenansatz leicht zu improvisieren (Fig. 6).

Selbsttätig wirkende Pumpen u. a. von Raps, Neesen, Kahlbaum, Zehnder. — Rotierende Pumpen: Mit Glasröhrenspirale nach dem Prinzip des Archimedischen Wasserrades, Kaufmann, ZS f. Instr. 1905, 129; nach dem umgekehrten Prinzip der Gasuhr, Gaede, Verh. D. Ph. Ges. 1907, 639; s. auch ZS f. Instr. 1908, 271.

Vergleich von Pumpen verschiedener Bauart bei Scheel und Heuse, ZS f. Instr. 1909, 46; noch höhere Vakua als mit den dort angeführten (Toeplerpumpe 0,00002 mm in 5 Stunden, rotierende Gaedepumpe mit Vorpumpe 0,00001 mm in 30 Min.)

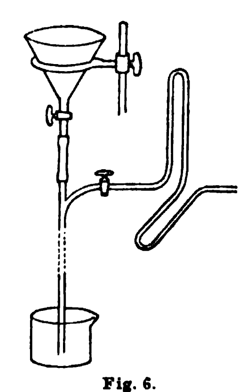


Fig. 6.

werden ohne Anwendung von Quecksilber und Trockenmitteln mit der Molekularluftpumpe erreicht (Gaede, Ann. d. Ph. 41, 337. 1913).

Hohes Vakuum. Angeschlossen ist eine mit geglühter Holzkohle (am besten Kokosnußkohle) gefüllte Röhre, die, nach vorgängigem Auspumpen mit Quecksilber- oder Wasserstrahlpumpe unter gleichzeitigem Erhitzen auf 600°, mit flüssiger Luft gekühlt wird. Gegen Feuchtigkeit ist die Kohle zu schützen. Dewar, Ann. chim. phys. 3, 5; Sillim. J. 18, 295. 1904. Ein sehr hohes Vakuum (unterhalb 0,00001 mm in 1 Std.) erzielt man mit Kokosnußkohle und flüssiger Luft nur dann, wenn man bereits von einem niedrigen Druck (0,01 mm; Vorpumpen mit der Gaedepumpe) ausgeht. Sonst wird die Wirksamkeit der Kohle durch den Gehalt der atmosphärischen Luft an Neon begrenzt, das von der Kohle wenig absorbiert wird.

Die verschieden starke Absorption, welche die Kohle auf die einzelnen Gase ausübt, läßt sich zu deren Trennung benutzen. Nach Dewar absorbiert 1 ccm Kohle

	bei 0°	— 185°
O	18	230
A	12	175
CO	21	190
N	15	155
H	4	135
He	2	15

Über die nach diesem Verfahren mögliche Darstellung von Ne, Kr und X s. Valentiner u. Schmidt, Ann. der Ph. 18, 187. 1905.

Vergleichende Messungen über die Gasaufnahme anderer Absorptionsmittel s. Hempel und Vater, ZS f. Elektrochemie 1912, 724.

Biegsame Verbindungen bilden die Kundtschen Federn aus dünnen Glasröhren mit nach zwei Seiten ausgebogenen Teilen von etwa $^1/_8$ m Länge (Fig. 6). — Man achte auf etwaige Undichtigkeit durch feine Luftröhren in Rohrwandungen. — Zum Ansetzen dient Siegellackkittung nicht zu kurzer Berührungsflächen, z. B. zweier ineinander geschobener Röhren; oder der gefettete Glasschliff, dessen Dichtheit verbürgt ist, wenn er klar durchsichtig erscheint.

Glasröhren, die evakuiert abgeschmolzen werden sollen, sind, um nicht eingedrückt zu werden, vorher auf 2 bis 3 mm Lumen zu verjüngen.

Über Ortsänderung im Vakuum mittels eines in ein Bleirohr verlöteten Drahtes s. Braun, Ann. d. Ph. 16, 416. 1906. — Über Einführen einer Mikrometerschraube unter Quecksilberdichtung vgl. Hering, Ann. d. Ph. 21, 320. 1906.

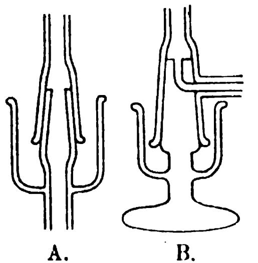


Fig. 7.

25. Quecksilberdichtungen. Um einen Glasschliff ohne Fett zu dichten, wird hinter den Spitzkonus ein kleines Gefäß angeschmolzen, welches man nach dem Aufsetzen und Andrücken des Hohlkonus bis mindestens etwa 6 mm über den Rand

des Hohlkonus mit Quecksilber füllt (Fig. 7 A). Passen die Flächen einigermaßen aufeinander, so leistet der Kapillardruck des Quecksilbers dem Atmosphärendruck Widerstand (Lehmann). — Ähnlich kann ein verbindender Hahn hergestellt werden (Fig. 7B, Kahlbaum, ZS f. Instr. 1894, 21). Abgesperrt braucht dieser zum Dichthalten ein Schmiermittel; P_2O_5 ist brauchbar. Einen Hahn, der dessen nicht bedarf, käuflich bei R. Goetze in Leipzig, beschreibt R. Schmidt, D. Mech.-Zeitung 1908, 10. — Glatte Bewegung wird dadurch befördert, daß die ineinandergeschliffenen Teile aus verschiedenen Gläsern bestehen (Kahlbaum).

Eine Rohrverbindung, die durch Quecksilber abgesperrt werden kann, gibt z. B. ein gebogenes Rohr mit Ansatzsteigrohr, welches unten in ein Gefäß mit Quecksilber taucht oder durch einen biegsamen Schlauch mit einem Quecksilberbehälter verbunden ist (Fig. 8). Durch Heben oder Senken des Quecksilbers kann man absperren oder verbinden. An evakuierten Räumen muß eine Steighöhe von Barometerlänge verfügbar sein; „Barometerverschluß". Schlauchverbindungen sollen, um Einsickern der Luft zu vermeiden, unter innerem Überdruck stehen. — Über Gasleitung durch poröse Körper unter Quecksilber s. Prytz, Ann. d. Ph. 18, 617. 1906; Stock, Verh. D. Ph. Ges. 1908, 19.

Fig. 8.

26. Motoren. Wassermotoren. Die Zuleitung und Hahnbohrung muß genügend weit sein, um keinen Druckverlust zu bewirken. Man hat Motoren mit Kolbendruck und mit Stoßkraft. Die letzteren, häufiger gebrauchten, arbeiten unökonomisch, wenn man das Wasser aus weiter Spitze ausströmen läßt und den Zufluß mit dem Hahn der Wasserleitung abschwächt. Enge Spitze und weiter Hahn nutzen den Druck aus. Bei schwachem Wasserdruck kann für geringe Kräfte ein kleines oberschlächtiges Mühlrad in einer Kapsel brauchbar sein.

Elektromotoren. Bei der Bestellung ist die kleinste Spannung anzugeben, mit der der Motor laufen soll. Für die gebräuchlichen Lichtleitungsspannungen von 65, 110 und 220 V sind Wicklungen meist vorrätig. Zu kleine Normalspannung des Motors läßt sich durch Vorschalten von Widerstand (80 IV) korrigieren, bedingt aber Energievergeudung. Über Funken an den Bürsten vgl. 119. Eine für die Tourenreglung geeignete Schaltung bei Barkhausen, Phys. ZS 1912, 1181.

Langsames Laufen eines kleinen, schwach belasteten Motors erzielt man auf die Dauer nur mit leichten Schleiffedern.

Heißluftmotoren. In Ermangelung elektrischen oder Wasserdruckantriebes wird vielfach der Heinricische Heißluftmotor gebraucht.

Siehe auch, z. B. über Uhrwerke, Ostwald-Luther S. 100.

Regulatoren. Die Umlaufskonstanz einer Vorrichtung, die selbst wenig Arbeit verbraucht, kann sehr befördert werden durch eine konstante Belastung, etwa durch Koppelung mit einer Dynamomaschine, deren Stromkreis durch einen angemessenen Widerstand geschlossen ist; vgl. z. B. Dolezalek, ZS f. Instr. 1903, 245. — Mehr leistet ein mitumlaufender Zentrifugalregulator mit Federkraft (Helmholtz, Giebe), der einen

die Rotation hemmenden elektrischen Strom schließt, sobald die Geschwindigkeit über die gewünschte Grenze steigt. Der Regulator läßt sich für eine bestimmte Tourenzahl bei passender Wahl der Stahlfeder so empfindlich herstellen, daß die Tourenzahl auf längere Zeit innerhalb 0,1 $^0/_{00}$ konstant bleibt (auf Wochen und Monate innerhalb 1 $^0/_{00}$). Auch käufliche Tachographen (z. B. von Morell in Leipzig) können nach Anbringen einer Kontaktvorrichtung unmittelbar als Regulatoren benutzt werden. Giebe, ZS f. Instr. 1909, 205.

Über Umlaufzähler vgl. **119** am Schluß.

27. Konstante Temperaturbäder (Thermostaten). Höhere Temperaturen liefert dauernd eine siedende Flüssigkeit (Tab. 12) oder besser ihr Dampf, entweder in dem Siedegefäß oder in einem anderen, vom Dampf durchspülten oder umspülten Raum *R*. Ein Rückflußkühler mit hinreichend weitem Rohr führt ev. den überschüssigen Dampf zurück. Schemata siehe neben (Fig. 9.). Für hochsiedende Flüssigkeiten genügt oft ein Rückflußkühler in Luft.

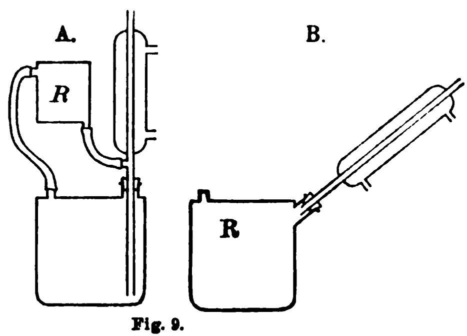


Fig. 9.

Ein Thermostat mit Dampfschlange bei Richards u. Lamb, Proc. Am. Ac. 40, 664. 1905.

Mittlere Temperaturen zwischen derjenigen des Zimmers und dem Siedepunkt der Badflüssigkeit hält man durch Regulierung des Heizgasverbrauchs durch einen Thermostaten konstant. Derselbe drosselt selbsttätig den Gaszufluß, sobald eine bestimmte Temperatur erreicht ist, durch eine sich ausdehnende und dadurch den Weg sperrende Flüssigkeit, deren Vorratsgefäß sich in dem zu regulierenden Raume befindet. Eine kleine seitliche Öffnung hindert das vollständige Verlöschen der Flamme.

Schema eines Quecksilberthermostaten s. Fig. 10; der Quecksilberstand muß für verschiedene Temperaturen regulierbar sein Die hierzu dienende Vorrichtung stellt der Seitenansatz mit verstellbarer Schraube vor. — Ausführliche Behandlung der Thermostaten bei Ostwald-Luther, S. 78.

Fig. 10.

Thermostaten mit elektrischer Heizung, durch Drahtwiderstände oder Glühlampen, werden mittels eines Kontaktes an einem Quecksilber- oder Spiralthermometer reguliert, der den Strom unterbricht, sobald die verlangte Temperatur überschritten wird; vgl. Nr. 29.

Temperaturen etwas über oder unter Zimmertemperatur lassen sich oft durch Nachwärmen mit der

Hand oder Abkühlen mit einem an die Gefäßwand geklebten feuchten Fließpapier konstant halten.

Flüssigkeiten für Bäder: meist Wasser, gegen das die Temperatur herabsetzende Verdunsten durch Deckel oder unter Umständen durch eine Schicht von Paraffinöl geschützt; Petroleum, Vaselinöl, Paraffinöl, konz. Lösungen von Chlorcalcium oder Chlorzink (bis etwa 140° brauchbar), geschmolzenes Palmin (bis 230°) oder Paraffin (bis 300°), geschmolzenes Kalium- oder Natriumnitrat oder ein Gemisch von beiden. Ein Gemisch aus gleichen Teilen schmilzt etwa bei 225° und ist bis 600° brauchbar.

Kältebäder: 0° Gemisch von Eis und Wasser; — 21° Gemisch von Kochsalz mit etwa 4 Teilen zerstoßenem Eis oder besser Schnee; weitere Rezepte s. z. B. Ostwald-Luther S. 80. — Feste Kohlensäure im Überschuß mit Alkohol. — Das Gemisch muß, besonders wenn der feste Teil knapp ist, gerührt werden. — Über CO_2-Schnee bzw. CO_2 mit Alkohol und Äther bei verschiedenen Drucken (— 77 bis — 120°) vgl. z. B. du Bois u. Wills, Verh. D. Ph. Ges. 1899, 168; Zeleny, Ph. ZS 7, 716. 1906. — Frisch verflüssigte Luft (vgl. Nr. 30) im Vakuummantelgefäß — 193°. Durch das Abdestillieren des leichter flüchtigen Stickstoffs steigt der Siedepunkt bis etwa — 186°. Konstant: Stickstoff — 196, Sauerstoff — 183° (Tab. 12a); Bezugsquelle s. Nr. 3. — Über einen Thermostaten für tiefe Temperaturen bis — 150°, bei dem ein in einem Vakuummantelgefäß befindliches Pentanbad durch flüssige Luft gekühlt wird, die man in einem Strome konstanten Drucks hindurchleitet, s. Henning, ZS f. Instr. 1913, 33. — Über die Verflüssigung von Wasserstoff und Helium s. Nr. 30a.

Vgl. auch 30b Wärmeschutz!

28. Rührer. Der einfachste Rührer und viel öfter genügend, als man zu glauben pflegt, ist eine Feder usw. Einen Ringrührer (Fig. 10 u. 49) biegt man aus einem dicken Draht oder einem Glasstab, indem man den gebogenen Ring flach klopft oder bei dem Glase erweicht und flach kneift. Oder man setzt den geraden Stiel aus Draht, Holz, Hartkautschuk an einen flachen Ring aus Blech, Glimmer, Federn usw. Der Stiel erhält nötigenfalls eine Führung.

Der Schraubenrührer (Fig. 11 A) ist am Platze, wenn zerbrechliche Gegenstände im Gefäß sind oder wenn ein Motor zum Antrieb gebraucht werden soll. Ein Rohr (Glas, Blech, im letzteren Falle vielleicht an eine Wand des Gefäßes angelötet) hat je eine untertauchende Öffnung unten und oben; eine Drehungsachse trägt einen Schraubenflügel. Die Schraube saugt und stößt die umgebende Flüssigkeit durch das Rohr. — Oder man setzt in das Gefäß selbst schräge Schaufeln ein, die, wenn ihre Drehungsachse gut vertikal steht,

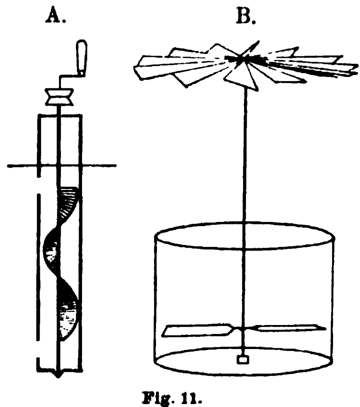


Fig. 11.

sich mit geringer Reibung drehen, so daß die Triebkraft eines Flügelrades (Fig. 11 B) mit untergestelltem Flämmchen genügt (Ostwald-Luther S. 91). Zur Übertragung der Rotation auf den Rührer sind oft biegsame Wellen zweckmäßig. Um in einem hermetisch verschlossenen Gefäß zu rühren, kann ein Stückchen Eisen am Rührer dienen, welches durch ein von außen erzeugtes magnetisches Drehfeld, z. B. durch einen außen rotierenden Hufeisenmagnet gedreht wird.

29. **Elektrische Heizung.** Man führt den Stromleiter durch oder um den zu heizenden Raum. Die Drahtstärke usw. ist so zu wählen, daß die verfügbare Spannung nicht ganz ausgenutzt wird, um durch Widerstandsballast regulieren zu können. Nach den Enden einer Heizspule hin werden, wenn gleichmäßige Heizung verlangt wird, die Windungen dichter gelegt werden müssen. Bis 600° ist Konstantandraht geeignet, der auf Tonrohre, z. B. auf Zylinder für galvanische Elemente gewickelt ist. Bis 1100° genügt Nickeldraht auf Porzellan oder Schamotte; höher hinauf Platin, bis 2000° Iridium, dessen Verwendung freilich wegen der starken Zerstäubung kostspielig wird. Platin wird ökonomisch als dünnes Blech angewendet, für höhere Spannung als schraubenförmig aufgewickeltes Band, für niedere als geschlossener Zylinder; letztere Form wird weniger leicht durchgeschmolzen. Gegen Überhitzen dient enges Andrücken an den Träger. — Drähte muß man, am besten durch Schamottepulver oder Porzellanmasse, naß zwischen die Windungen gepreßt, gegen Zusammengleiten schützen. Asbestpappe ist bis 1100° haltbar; sie entwickelt aber meist aus organischen Bestandteilen Gase, welche Thermoelementen schaden. — Kohle dient als Heizleiter in Form von kleinen Stücken („Kryptol") oder von Röhren aus Achesonschem Graphit. Über gleichmäßig geheizte Räume s. z. B. Holborn u. Day, Wied. Ann. 68, 836. 1899. — Bronn, Der el.. Ofen, 1910.

30. **Zur Lindeschen Luftverflüssigungsmaschine.** Der Kompressor ist gleich nach jedem Gebrauch auseinanderzunehmen und zu reinigen; der Gegenstromapparat, besonders die Kühlschlange, vor und nach dem Gebrauch kräftig bis zur Trocknung auszublasen. Namentlich beim Beginn muß, um Verstopfung zu vermeiden, das Nadelventil gut arbeiten.

In einer lose bedeckten doppelwandigen Flasche mit evakuiertem Zwischenraum zwischen den versilberten Wänden (Weinhold-Dewarsches Gefäß), mit Wolle verpackt, hält flüssige Luft sich längere Zeit. Die Gefäße sind vor Verletzungen zu behüten, da der auf ihnen lastende Luftdruck ohnehin heftige Zertrümmerung bewirken kann. Womöglich soll man auch nicht über den Rand ausgießen, sondern, ähnlich wie bei der Spritzflasche, mittels eines Siphons ausfüllen, dessen Kautschukstopfen man langsam einsetzt. In den Fällen, wo es darauf ankommt, das verflüssigte Gas auch noch im Heber gegen Verdampfung zu schützen, kann man Rohre mit evakuierter und versilberter Doppelwandung verwenden. Derartige, mit Hahn versehene Heber sind im Handel zu beziehen. — Die Markt- u. Kühlhallen-Ges. zu Berlin verkauft und versendet flüssige Luft und Sauerstoff.

30 a. Verflüssigung von Wasserstoff (Dewar) **und Helium** (Kam. Onnes). Der „Joule-Thomson-Effekt" (innere Arbeit bei der Ausdehnung) äußert sich im Wasserstoff bei gewöhnlicher Temperatur, umgekehrt wie bei den meisten Gasen, in Erwärmung bei freier (nicht von äußerer Arbeit begleiteter) Expansion. Erst bei etwa — 80° (Olszewski) kehrt die Erscheinung sich um. Zum Zweck der Verflüssigung wird deswegen das aus dem Kompressor mit 200 Atm. Druck ausgetretene (reine) Gas mittels flüssiger Luft auf — 200° abgekühlt und dann erst, so, wie in der Lindeschen Maschine, durch eigene Entspannung auf die zum Verflüssigen nötige Temperatur (— 253°) gekühlt. Anordnungen s. bei Kam. Onnes, Comm. Leiden, Nr. 94. 1906; Lilienfeld, ZS für kompr. u. flüss. Gase 13, 165 u. 185. 1911; W. Nernst, ZS f. Elektrochem. 17, 735. 1911; K. Olszewski, Krakauer Anzeiger A 1912, 1; ZS f. kompr. u. flüss. Gase 1912, 93, 111, 127.

Um Helium zu verflüssigen, wurde das auf 60 Atm. komprimierte Gas erst mittels festem Wasserstoff auf — 258° abgekühlt und dann entspannt. Kam. Onnes, Comm. Leiden, Nr. 108. 1908.

30 b. Wärmeschutz. Hüllen aus Filz, Seide, Wolle, Watte, in höherer Temperatur Asbest; doppelte Wandung, gefüllt mit Korkmehl, Sägemehl, Torfmull, Kieselgur usw. (vgl. z. B. Nußfeld, ZS f. Instr. 1908, 190). Eine Luftschicht schützt unten hauptsächlich gegen Abkühlen, oben gegen Erwärmen. Durch ein sehr hohes Vakuum geht die Wärme merklich nur als Strahlung, die zwischen glänzenden Oberflächen, von denen und zu denen gestrahlt wird, klein ist; s. oben Vakuummantel-Gefäß. Glänzendes Metall (am besten Aluminiumfolie oder auch wohl Nickelpapier) läßt sich oft verwenden. — Bei Flüssigkeiten ist das Verdampfen zu verhindern.

31. Kautschuk. Die Haltbarkeit leidet besonders durch Ozon. Licht und harziges Holz sind nachteilig. Man bewahrt unter Wasser auf, oder im Keller, oder im verschlossenen Metall- oder Tongefäß zusammen mit einer offenen Wasserfläche. Die Ausschwitzungen an neuem Hartkautschuk lassen sich durch Wasser oder Salzsäure beseitigen.

32. Dämpfer. Schwingungen um eine vertikale Achse dämpft man durch einen Flügel, bestehend aus dünnem Blech oder aus einem Rähmchen mit Seidenpapier bespannt oder dgl., in einem Gefäß mit Flüssigkeit oder Luft. Die Wirksamkeit wird vermehrt, wenn man (Fig. 12) das Gefäß, für Luftdämpfung mit Deckel versehen, durch feste Flügel, die von den Wänden bis in die Nähe der Achse gehen, in Kammern abteilt (Toepler). Genügen kleine Ausschläge, so nähert man einer mit der Achse verbundenen vertikalen Scheibe eine feste Fläche (W. Thomson).

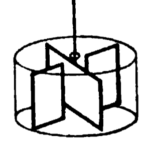


Fig. 12.

Elektromagnetische Dämpfung liefert ein Stück Kupfer an der Achse, dem man einen Magnet unterlegt oder noch besser die Pole eines Hufeisenmagnets von zwei Seiten nähert.

Vertikale Schwingungen werden z. B. durch einen mit dem Körper verbundenen Kolben gedämpft, der sich in einem unten geschlossenen, nur wenig weiteren, mit Luft oder einer Flüssigkeit (Wasser, Glyzerin) gefüllten Zylinder bewegt.

33. **Aufstellung in unruhigen Gebäuden** (Julius). In manchen Fällen (Vibrationsgalvanometer) genügt es, das Instrument auf Gummistücke (Tennisbälle) zu stellen. Vollkommener ist ein Trägerstativ, das an drei gleichen Stahldrähten oder Federn hängt. In die Mitte zwischen den Aufhängepunkten soll vermöge einer verstellbaren Bodenplatte die besonders zu schützende Stelle und mittels Laufgewichte der Schwerpunkt des Ganzen gebracht werden. Schwingungen werden durch Flüssigkeitsdämpfer oder lose Watte beruhigt. Über Modifikationen, Einzelheiten und Gesichtspunkte, welche die Zentrierungen betreffen, vgl. Julius, Wied. Ann. 56, 151. 1895; ZS f. Instr. 1896, 267; Ann. d. Ph. 18, 206. 1905; White, ebd. 22, 195. 1907.

Herstellung von Teilungen s. **21**, 6. — Hohlmaße **28**. — Umlaufzähler **119** am Schluß. — Hohe Drucke s. **86**, Cailletetsche Pumpe. — Thermometer in **89**. — Tonquellen **57**. — Lichtquellen **59**. — Magnetische und elektrische Hilfsmittel besonders in **72b**, **80** u. **126**. — Photographische Registrierung **29a**; **74**.

Über Destillation im Vakuum s. Anschütz, Bonn 1895. — Viele Hilfsmittel zu physikalisch-chemischen Arbeiten bei Ostwald-Luther. — Über Werkzeuge, Konstruktionsteile, Verbindungen, Gießen, Kitten, Metallbearbeitung usw. s. Lehmann, Physikalische Technik. — Stative usw.: Physikalischer Baukasten (Volkmann); s. auch Kaufmann, Ph. ZS 8, 748. 1907. — Photographische Anleitungen: z. B. die Bücher von Pizzighelli, Englisch, Neuhaus. — Zahlenkonstanten in Landolt-Börnstein-Roths Tabellen, 4. Aufl. 1912.

9. Herstellung von Lösungen bekannter Konzentration.

I. Nach Gewichtsverhältnis.

1. Man wägt die Menge K des Körpers ab und löst sie zum Gesamtgewicht L, dann ist K/L der Gehalt, 100 K/L der Prozentgehalt.

Meist soll der Gehalt nach wasserfreier Substanz gerechnet werden. Bedeuten M und M' das Molekulargewicht des wasserfreien Körpers und des Kristallwassers, so entspricht einer abgewogenen Menge K' die wasserfreie Menge $K = K' M/(M + M')$.

Aus einer Lösung vom Gehalte p erhält man eine verdünntere vom Gehalte p', indem man das Gewicht K' der Lösung zum Gesamtgewicht $L' = K' \cdot p/p'$ verdünnt, oder wenn man zu K' das Gewicht $K'(p - p')/p'$ Lösungsmittel zusetzt (Schütteln nicht vergessen!).

Von Korrektionen kommt nur diejenige der Wägungen auf den leeren Raum herein, die man aus den spez. Gewichten nach Tab. 1 ermittelt.

Zu beachten ist, daß zur Wägung der größeren Menge der Lösung meistens eine weniger feine Wage genügt als für den Körper. Ungleicharmigkeiten sind dann aber durch Doppelwägung (18 I) zu eliminieren.

2. Das zu K g des Körpers zuzusetzende Lösungsmittel kann, wenn sein spez. Gewicht Q bekannt ist, nach Volumen (v ccm) abgemessen werden. Dann ist $p = K/(K + vQ)$. Über Q bei Wasser s. Tab. 4.

3. Im Prinzip identisch mit 1. ist die Ermittlung der in einem Gewicht L einer Lösung enthaltenen Menge K durch Eindampfen oder chemische Analyse.

4. Das bekannte spezifische Gewicht einer wäßrigen Lösung liefert den Gehalt aus Tabellen. Die Angaben der spez. Gewichte beziehen sich auf Wasser teilweise von gleicher Temperatur $(s_{t/t})$, teilweise von $4^\circ (s_{t/4})$. Man reduziert nach der Beziehung $s_{t/4} = Q_t \cdot s_{t/t}$; Q ist die Dichtigkeit des Wassers (Tab. 4).

Um das spez. Gewicht einer Lösung von einer Temperatur t auf t_0 zu reduzieren, hat man $s_0 = s_t[1 + \alpha(t - t_0)]$; vgl. 44 u. Tab. 12.

(Eine durch das Gewichtsverhältnis definierte Konzentration hängt natürlich nicht von der Temperatur ab.)

Gelegentlich wird anstatt des Gehaltes p in 1 (bzw. 100) Teilen der Lösung der Gehalt $[p]$ in 1 (bzw. 100) Teilen des Lösungsmittels angegeben. Es ist

$$[p] = p/(1 - p), \quad \text{bzw.} \quad [p] = 100p/(100 - p).$$

Über spez. Gewichte s. Tab. 3 u. 3b. Ausführlicher s. besonders Gerlach, Salzlösungen, Freiberg 1859; ZS f. analyt. Chemie 8, 279. 1869; Landolt-Börnstein-Roth, Tabellen; Kohlrausch u. Holborn, Leitvermögen der Elektrolyte Tab. 1a bis 1c. — Ferner die Chemikerkalender. — Den mittleren Ausdehnungskoeffizienten α zwischen t u. t_0 s. z. B. bei Gerlach, Salzlösungen (a. a. O.); Kremers, Pogg. Ann. 105, 367. 1858; Forch, Wied. Ann. 55, 100. 1895; Landolt usw., Tabellen; auch Tab. 3b.

Die Konzentration $= \dfrac{\text{Mol-Zahl des einen Stoffs}}{\Sigma\,\text{Mol-Zahlen beider Stoffe}}$ ist für die Theorie der konzentrierten Lösungen wichtig.

Über Löslichkeit s. Tab. 17; ausführl. Landolt usw. Tab. 133 ff.

II. Nach Gehalt in der Volumeinheit.

Der „Volumgehalt" wird als Gewicht q des gelösten Körpers oder aber als Anzahl m der gelösten Moleküle (bzw. Äquivalente) in der Volumeinheit angegeben. $1/m$ heißt molekulare (bzw. Äquivalent-)Verdünnung der Lösung. Zu der Konzentration p nach Gewichtsverhältnissen besteht die Beziehung (s = spez. Gewicht der Lösung, A = Molekular- bzw. Äquivalentgewicht des Körpers)

$$q = ps; \qquad m = q/A = ps/A.$$

Wird p nach Prozenten, q nach Gramm in 100 ccm gerechnet, m aber wie gewöhnlich nach g-Molek./Liter, so kommt natürlich $m = 10ps/A = 10q/A$.

5. Der Körper K wird zum Volumen V gelöst, dann ist $q = K/V$. Wegen der Volumänderung beim Lösen wartet man vor dem Ablesen oder dem endgültigen Abgleichen des Volumens, bis alles gelöst ist, schüttelt auch vorher (überhaupt Schütteln nicht vergessen!).

Eine „Normallösung" von 1 g-Äquiv./Liter wird durch Auflösen von A g zu 1 Liter erhalten. Einen bekannten Kristallwassergehalt des Körpers rechnet man bei wässeriger Lösung gleich mit in A. Beim Ab-

wägen wird von A der Auftrieb in der Luft, d. h. A mal die betr. Zahl aus Tab. 1 abgezogen. Über die Dichte von Normallösungen s. Tab. 3b.

Von einer konzentrierten Lösung geht man zu einer verdünnteren, hier am bequemsten durch Volummessung mit Pipetten (28) u. dgl. über. Das Volumen v einer Lösung von der Konzentration q zum Volumen V verdünnt, gibt die neue Konzentration $q' = q \cdot v/V$.

Verdünnt man in der Weise, daß zu einem Volumen v der Lösung das Volumen v_0 des Lösungsmittels zugesetzt wird, so ist natürlich $q' = q \cdot v/(v_0 + v)$. Es sind also, um von q auf q' zu verdünnen, die Volumina Lösungsmittel: Lösung $= (q - q') : q'$ zu nehmen.

Diese Verdünnung durch ein abgemessenes Volumen Lösungsmittel bringt aber eine Korrektion mit sich, wenn Kontraktion bei der Verdünnung eintritt. Es sei s die Dichtigkeit der Originallösung q; q' sei die ohne Kontraktion berechnete neue Konzentration. Dann würde $s'' = 1 + (s - 1)\, q'/q$ die neue Dichtigkeit ohne Kontraktion sein. Ist die Dichtigkeit wirklich $= s'$, so hat man die richtige Konzentration $= q' \cdot s'/s''$.

Bei genauen Angaben hat man auch darauf zu achten, daß der auf die Volumeinheit bezogene Gehalt durch die Ausdehnung mit der Temperatur sich etwas verändert; auch bei dem Auflösen oder Verdünnen ist die Temperatur zu beachten.

Eingehendere Bemerkungen auch über sehr verdünnte Lösungen z. B. bei Kohlrausch und Holborn, Elektrolyte § 16 u. 17; K. u. Maltby, Wiss. Abh. d. P. T. Reichsanst. III, 182 ff. 1900; F. Kohlrausch, Ges. Abh. II, 818 u. 1223.

Wägung und Dichtigkeitsbestimmung.

10. Wage und Wägung.

Die Wägung ermittelt die Masse eines Körpers. Als Einheit gilt das Gramm. Dieses ist der tausendste Teil des im internationalen Bureau des Poids et Mes. aufbewahrten Kilogramms aus Platiniridium. Nach den neuesten Messungen (Guillaume, Chappuis, Macé de Lépinay, Buisson u. Benoît, Trav. et Mém. Bur. int. 14. 1910) stellt das Gramm die Masse von 1,000027 cm^3 Wasser von $+ 4°$ dar.

Genau wie die Massen verhalten sich die durch die Erde auf sie ausgeübten Anziehungskräfte, die „Gewichte im leeren Raum". In der Luft verliert der Körper durch den hydrostatischen Auftrieb ein Gewicht gleich dem Gewicht der verdrängten Luftmenge. Da feste und tropfbare Körper mindestens 600 mal schwerer sind als Luft, so bleiben hier die relativen Fehler durch den Luftauftrieb kleiner als 1/600. Über die Reduktion der Wägung auf den leeren Raum vgl. 18.

Die folgenden Vorschriften schließen sich an die gleicharmige Hebelwage in der zur chemischen Analyse gebräuchlichen Form an.

Eine eingehende Behandlung siehe in dem wertvollen Werk: Felgentraeger, Theorie, Konstruktion und Gebrauch der feineren Hebelwage,

Leipzig 1907. — Über die Praxis äußerst feiner Wägungen vgl. besonders auch Landolt, ZS f. phys. Ch. 55, 589. 1906. S. a. Manley, Phil. Trans. A. 210, 387. 1910.

I. Aufstellung, Prüfung, Behandlung der Wage.

Schneiden, Pfannen, Angriffsstellen der Arretierung müssen ganz rein, staubfrei, auch fettfrei sein. Letzteres gilt auch für die Reinigungsmittel, Pinsel und saubere, zuletzt ohne Seife gewaschene weiche Leinwand (Leder wird beanstandet).

Man nivelliert nach dem Senkel bzw. der Libelle der Wage oder nach einer auf das Fußbrett gesetzten Dosenlibelle oder nach einem Senkel, welchem man die Vorderansicht des arretierten Zeigers parallel stellt.

Nun löst man die Arretierung aus, korrigiert ein gröberes einseitiges Übergewicht und überzeugt sich, daß alsdann die Wage eine stabile Gleichgewichtslage hat. Sollte das Gleichgewicht labil sein (die Wage „umschlagen"), so wird zunächst das in der Mitte befindliche Laufgewicht herabgeschraubt.

Die Empfindlichkeit der Wage (vgl. auch 11) wird durch Hinauf- oder Herabschrauben des genannten Laufgewichtes reguliert; sie läßt sich aus der Schwingungsdauer beurteilen, deren zweiter Potenz sie für eine bestimmte Wage proportional ist. Als Dauer einer Schwingung ist bei der langarmigen Wage 10 bis 15 sec, bei der kurzarmigen 6 bis 10 sec gebräuchlich. Eine größere Dauer verursacht Zeitverlust, stärkere Dämpfung und meistens inkonstante Einstellungen.

Nun wird mittels der für diesen Zweck vorhandenen Einrichtung (Laufgewicht am Ende des Balkens; Durchbohrung des vertikalen Laufgewichtes; drehbarer Arm usw.) bewirkt, daß die unbelastete Wage symmetrisch um den mittelsten Teilstrich schwingt. Eine Unsymmetrie von einigen Zehnteln mm, die mit der Zeit auch immer wieder entstehen kann, mag man mit den Fußschrauben korrigieren, deren eine man um gleichviel verkürzt, wie man die andere verlängert.

Prüfung der Wage. In erster Linie ist zu fordern, daß die Wage, wiederholt arretiert und ausgelöst, dieselbe Einstellung zeigt, und daß die Schwingungen langsam abnehmen. Unregelmäßigkeiten können von dem Lockern einer Verschraubung am Wagebalken herrühren oder von einer Unsauberkeit, ungeeigneter Gestalt oder Verletzung der Schneiden oder Pfannen.

Arretiert soll der Zeiger gerade über dem mittleren Teilstrich stehen; die Arretierungen sollen die Auflagen beiderseits gleichzeitig loslassen. Der Reiter soll, auf Null gesetzt, die Einstellung nicht beeinflussen.

Die Gleicharmigkeit prüft man durch beiderseitiges Aufsetzen von hinreichend großen Gewichtstücken, welche sich das Gleichgewicht halten: ihre Vertauschung darf die Einstellung nicht ändern. S. auch 12.

Es ist endlich nicht überflüssig, zu prüfen, ob ein Gewicht auf jeder Stelle der Wagschale gleich wirkt. An Brücken- und Tafelwagen können starke Verstöße hiergegen vorkommen; kleinere auch bei der gewöhnlichen

Wage, besonders wenn die Schale kein Zwischengehänge hat, was ein grober Fehler ist. Gegen Fehler aus nicht paralleler Schneidenstellung schützt das „Kreuzgehänge".

Die Reiterverschiebung soll vor dem Anstoßen an den Balken gesichert sein. — Einem rauhen Gange hilft man durch Abwischen mit einem Läppchen, eventuell mit einer Spur Petroleum nach. — Bei den Exzentern und Achsen der Arretierung dient ein geeignetes Schmiermittel.

Als Skalenteil am Zeiger empfiehlt sich etwa das mm. Die Zeigerspitze spiele dicht vor oder besser über der Teilung. Das Auge visiere in einer durch eine Marke auf der Glaswand fixierten Richtung. Vorteilhaft ist eine vor der Teilung fest angebrachte Lupe, etwa eine auf die Glaswand geklebte Linse; bei geeigneter Brennweite kann man aus großer Entfernung ablesen (vgl. Anmerkung zu 67 im Eingang). Man hält das Auge so, daß der Nullpunkt in der Mitte der Linse erscheint.

Daß die beiden gewöhnlichen Schalen einander genau gleich sind, ist nebensächlich; eine etwa vorhandene kürzere Wagschale soll hingegen mit einer der anderen an Gewicht genau stimmen.

An der gebräuchlichen Wage soll die Schwingungsweite möglichst langsam abnehmen; auf diese Wage beziehen wir uns. — Neuerdings werden auch Wagen gebaut, die mittels einer nicht durch die Reibung fester Teile bewirkten dynamischen Dämpfung sich aperiodisch einstellen, was bequem, aber weniger genau ist. S. z. B. Crémieu, J. de phys. 6, 690. 1907; ZS f. Instr. 1908, 24.

Behandlung der Wage. Der Tisch der Wage soll vor Erschütterungen vom Fußboden geschützt sein, auch vor Verbiegungen durch Auflegen des Armes gehütet werden. Vor allem ist die Wage vor Ungleichheiten der Erwärmung, z. B. durch Temperaturschwankungen des Zimmers, zu schützen. Der Beobachter befinde sich tunlichst entfernt symmetrisch zur Wage; ebenso eine etwa benutzte Lampe. Durch eine dicke Glasplatte lassen sich Wärmestrahlen abfiltrieren.

Das Auflegen von Gewichten geschieht nur bei arretierter Wage. — Pendelschwingungen der Schalen bedingen Fehler.

Bei der endgültigen Wägung sind Luftströmungen, die auch z. B. durch geringe Erwärmung des zu wägenden Körpers entstehen können, zu vermeiden. Ein Wagekasten wird selbstverständlich geschlossen. — Durch elektrische Ladungen können, wenn Glasteile des Kastens frisch geputzt sind, grobe Fehler entstehen, kleinere Fehler auch sonst, z. B. durch eine gläserne Bodenplatte, sowie bei Glas- oder Bergkristallwägungen. Die Anwesenheit einer in ein dünnes Glasröhrchen eingeschmolzenen Spur Radium sichert hiergegen (Dorn).

Einen gegebenen abzuwägenden Körper legt man gewöhnlich links; soll dagegen eine bestimmte Menge, etwa Flüssigkeit oder Salz, abgewogen werden, so ist die rechte Schale bequemer.

Spiegelablesung. Für die feinsten Wägungen benutzt man wohl an Stelle des Zeigers einen am Wagebalken angebrachten Spiegel, dessen Einstellung mittels Fernrohres an einer Skale abgelesen wird. Vgl. 25 u. 26.

Empfindliche Wagen für kleine Belastung spielen auf spitzwinkligeren Prismen oder auf zwei Spitzen. — Über äußerst empfindliche Formen vgl. z. B. Warburg und Ihmori, Wied. Ann. 27, 483. 1886. Steele u. Whytlaw-Gray, Journ. de phys. 1911, 435. ZS f. Instr. 1912, 22. Torsionswagen: Hertz, Verh. Berl. Ph. Ges. 1882, 18; Nernst, ZS f. Elektrochem. 1903, 623.

II. Wägungsverfahren.

Es ist genauer, die Wage im schwingenden Zustande zu beobachten als in der Ruhe. — Die den Körper äquilibrierenden Gewichtstücke findet man durch allmähliches Einschließen in engere Grenzen und kann, wenn man über ausreichend kleine Gewichtsücke oder über eine Reiterverschiebung verfügt, hierbei so weit gehen, daß der Zeiger genau einsteht.

Interpolationsverfahren. Der häufigen Regulierung des mit der Zeit veränderlichen Nullpunktes und dem Ausprobieren der vollkommenen Gleichheit ist oft das Beobachten des zeitigen Nullpunkts und das Interpolieren des abgleichenden Gewichtes aus zwei Einstellungen bei verschiedener Belastung vorzuziehen.

Bestimmung des Nullpunktes, d. h. des Punktes der Skale, auf welchen der Zeiger der unbelasteten Wage in der Ruhe zeigen würde. Ein Reiter ist dabei auf den Nullstrich der Balkenteilung zu setzen oder auch, wenn man sich überzeugt hat, daß er hier keinen Einfluß ausübt, abzuheben. Man findet den Nullpunkt aus einigen Umkehrpunkten des schwingenden Zeigers. Die Schwingungsweite mag 2 bis 5 mm betragen. Für mäßige Genauigkeit nimmt man das Mittel aus zwei Umkehrpunkten oder bei stärkerer Dämpfung aus dreien, wobei zunächst aus Nr. 1 und 3 das Mittel genommen und dieses mit Nr. 2 zum Hauptmittel vereinigt wird.

Für genauere Zwecke wird man nach folgendem Schema etwa fünf Umkehrpunkte nehmen (lange Beobachtungsreihen bringen wegen der zeitlichen Änderungen der Wage leicht mehr Nachteile als Vorteile), das arithmetische Mittel aus den Beobachtungen auf der einen Seite, d. h. aus Nr. 1, 3, 5, und aus denen

auf der anderen Seite, d. h. aus Nr. 2, 4, bilden und aus diesen beiden Zahlen wiederum das Mittel. Damit man nicht rechts und links unterscheiden muß, bezeichnet man den mittelsten Teilstrich der Wage nicht mit Null, sondern mit 10.

Beispiel.	Umkehrpunkte			Mittel	Nullpunkt
links	10,9	10,7	10,6	10,73	9,74
rechts	8,7	8,8		8,75	

Um aus zwei oder drei wenig verschiedenen Zahlen das Mittel zu nehmen, braucht man nicht etwa erst alles zu addieren und die Summe dann durch 2 oder 3 zu dividieren. Daß das Mittel aus 10,9 10,7 10,6 mit 10 anfängt, ist ja selbstverständlich. Und daß ,9 ,7 ,6 das Mittel ,73 geben, sieht man auch sofort. Mittelnehmen ist bei einiger Übung ebenso einfach wie Addieren und Subtrahieren und ist keinen gröberen Rechenfehlern ausgesetzt; ein nicht zu unterschätzender Vorteil. — Vgl. auch **26**, 1.

Man kann statt dessen auch den Mittelpunkt Null nennen und die Ausschläge nach der einen Seite positiv, nach der anderen negativ zählen, also in dem obigen Beispiel schreiben + 0,9 — 1,3 + 0,7 usw. Der Anfänger aber wird in der vorhin angegebenen Weise weniger leicht Fehler begehen.

Der Nullpunkt ist hinreichend oft zu kontrollieren, besonders nach stärkerer Belastung der Wage. Findet man Unterschiede, so nimmt man das Mittel aus den beiden Bestimmungen, welche der Wägung vorangehen und ihr folgen.

Wägung. Nachdem eine solche Zahl von Gewichtstücken aufgelegt, bzw. schließlich der Reiter so auf einen vollen Teilstrich aufgesetzt worden ist, daß die Einstellung dem Nullpunkt nahe kommt, macht man wieder nach dem obigen Schema einen Satz von Umkehrbeobachtungen. Das Mittel wird von dem Nullpunkt um eine Differenz von n Skalenteilen abweichen. Kennt man die Empfindlichkeit C der Wage (**11**), d. h. den Ausschlag durch 1 mg Mehrbelastung, so ist n/C die Größe, welche man den Gewichtstücken noch zulegen bzw. von ihnen wegnehmen müßte, um völlige Gleichheit zu erzielen.

Kennt man die Empfindlichkeit nicht, so nimmt man ein oder einige Milligramm fort oder legt zu, je nachdem die Gewichte zu schwer oder zu leicht waren, so daß die Einstellung auf die andere Seite vom Nullpunkt fällt, und beobachtet abermals wie vorhin. War die erste Einstellung e_1, die jetzige e_2, die Veränderung des Gewichts zwischen beiden Beobachtungen gleich x,

so hat man die Empfindlichkeit $C = (e_1 - e_2)/x$ und kann jetzt rechnen wie vorhin.

Mit anderen Worten, wenn gefunden wurde

der Nullpunkt e_0

bei der Belastung p_1 die Einstellung e_1

" " " p_2 " " e_2,

so hat der Körper das Gewicht

$$p_0 = p_1 + (p_2 - p_1)\frac{e_0 - e_1}{e_2 - e_1}.$$

Selbstverständlich sind diese Differenzen sämtlich mit Rücksicht auf das Vorzeichen zu nehmen, wobei eine Erleichterung darin besteht, die Skalenteile nach derjenigen Richtung wachsend zu zählen, welche einer Vermehrung der Gewichtstücke entspricht.

Beispiel. Nullpunkt sei der obige Wert 9,74. Nach Auflegung des Körpers wurde beobachtet

Belastung:	Umkehrpunkte:	Mittel:	Einstellung:
3,036 g	7,8 7,8 7,9 10,3 10,2	7,83 10,25	9,04
3,038 g	9,6 9,4 9,3 12,3 12,3	9,43 12,30	10,86

Ausschlag auf 1 mg gleich $\frac{1}{2}$ 1,82 = 0,91 Skalent.

3,036 g waren folglich zu leicht um (9,74 — 9,04)/0,91 = 0,77 mg. Das gleiche erhält man nach obiger Formel:

$$p_0 = 3{,}036\ \text{g} + 2 \times 0{,}70/1{,}82\ \text{mg} = 3{,}03677\ \text{g}.$$

Das Protokoll der Beobachtungen soll nach einem bestimmten Schema; z. B. dem obigen, geführt werden. — Man beachte noch, daß falsches Abzählen der Gewichtstücke ein sehr gewöhnlicher Fehler ist, zähle also mindestens zweimal.

Die Zuverlässigkeit des Verfahrens mit dem cg-Reiter reicht oft nicht weiter als auf 0,1 mg. Ganz feine Wägungen werden mit kleinen berichtigten Gewichtstücken ausgeführt oder mit einem mg-Reiter.

11. Empfindlichkeit der Wage.

Empfindlichkeit C einer Wage heißt die Änderung der Einstellung für die Mehrbelastung Eins (z. B. 1 mg) einer Schale. Ihre Bestimmung für verschiedene Belastungen ist als Kennzeichen für die Güte der Wage und ferner zur Vereinfachung der Wägungsmethode von Wichtigkeit. Besitzt man nämlich eine Tabelle oder eine Kurve, in welcher der Ausschlag auf 1 mg als Funktion der Belastung angegeben ist, so genügt für jede Wägung, außer der Bestimmung des Nullpunktes, eine einzige Beobachtung der Einstellung mit nahe richtigem Gewicht (vgl. vor. S.).

Theorie der Empfindlichkeit. Ist M die Masse des Balkens, a der Abstand seines Schwerpunkts von der Drehachse (Mittelschneide), M' die

Gesamtmasse der Schalen mit den Belastungen, a' der Abstand der Verbindungsgeraden der Aufhängepunkte (Endschneiden) von der Drehachse, a und a' nach unten positiv gerechnet, $2L$ die Länge des Balkens, z die Länge des Zeigers und s die des Skalenteils, so ist $C = \frac{L}{Ma + M'a'} \cdot \frac{z}{s}$. Bei positivem a' sinkt, bei negativem a' steigt die Empfindlichkeit mit wachsender Belastung und kann im letzteren Falle $= \infty$ werden, worauf die Wage umschlägt. Für $a' = 0$, d. h. wenn die Aufhängepunkte der Schalen mit der Drehachse in derselben Ebene liegen, haben die Schalen und ihre Belastungen keinen Einfluß auf C.

Zur Bequemlichkeit wird in der Regel für feinere Wagen diese Eigenschaft gewünscht. Da aber ihre Bedingung wegen der Durchbiegung des Balkens streng nur für eine bestimmte Belastung erfüllt sein kann, so stellt der Mechaniker sie wohl für eine mittlere Belastung her. Dann findet man anfangs eine kleine Steigerung der Empfindlichkeit mit der Belastung, für größere Gewichte wieder eine Abnahme.

Da wegen der Festigkeit die Massen stärker vergrößert werden müssen als die Längen, so lassen sich kurzarmige Wagen empfindlicher bauen als langarmige, sie stellen aber größere Ansprüche an den Parallelismus der Schneiden.

Über Regelung der Empfindlichkeit und Schwingungsdauer s. S. 53.

Die Bestimmung ergibt sich von selbst. Man setzt auf beide Schalen die Belastung, für welche man die Empfindlichkeit C bestimmen will, und auf eine der Schalen ein kleines Übergewicht, so daß die Einstellung um einige (2 bis 3) Skalenteile vom mittelsten Teilstrich abweicht. Diese Einstellung e wird nach **10** II genau beobachtet. Hierauf bewirkt man durch Mehrbelastung der anderen Schale um π mg eine ungefähr ebensoweit nach der anderen Seite abweichende Einstellung e'; dann ist die Empfindlichkeit $C = (e - e')/\pi$.

Hat man C etwa für 0, 10, 20, ... g bestimmt, so trägt man in Koordinatenpapier die Belastung als Abszisse, die Empfindlichkeit als Ordinate ein und kann dann aus der Kurve C für irgendeine Belastung entnehmen oder eine Tabelle dafür herstellen. Von Zeit zu Zeit wird man die Empfindlichkeit neu bestimmen müssen.

12. Verhältnis der Wagearme.

Nach dem Hebelgesetz wird ein Körpergewicht in demselben Verhältnis falsch gefunden, wie der Wagearm auf der Seite des Körpers größer ist als auf der Seite der Gewichtstücke. Der Fehler spielt aus zwei Gründen keine große Rolle. Denn erstens wird er bei einer guten Wage sehr selten 1/10000 erreichen. Zweitens aber kommen zumeist nur die Verhältnisse

von Gewichten zur Geltung, z. B. bei allen Gewichtsanalysen, bei Bestimmungen von Dichtigkeiten, spezifischen Wärmen usw., so daß der Fehler hier ganz herausfällt, sobald man stets denselben Wagearm benutzt. Bei feinen absoluten Wägungen aber darf man sich nicht auf die Gleicharmigkeit verlassen.

Die beiden Wagearme verhalten sich umgekehrt wie die Gewichte, welche als gleichzeitige Belastung der Schalen die Wage auf den Nullpunkt (**10**) einstellen. Ist der Gewichtsatz richtig, so ergibt sich das Balkenverhältnis R/L, falls ein Gewicht p_r an dem rechten Arme R dem Gewicht p_l an dem linken Arme L die Wage hält, $R:L = p_l:p_r$.

Ohne die vollkommene Richtigkeit des Gewichtsatzes vorauszusetzen, bestimmt man das Verhältnis folgendermaßen.

Man beobachtet den Nullpunkt, setzt dann auf beide Schalen Gewichtstücke von gleichem Nennwert, etwa gleich der Hälfte der größten für die Wage zulässigen Belastung, und bestimmt die Zulage, welche links oder rechts notwendig ist, um die Einstellung wieder auf den Nullpunkt zu bringen. Dabei empfiehlt sich für genaue Messungen das Interpolationsverfahren (**10** II). Der Nullpunkt ist hinreichend oft zu kontrollieren und ev. mit seinem Mittelwert vor und nach der Wägung einzusetzen. Alsdann vertauscht man die Gewichte und verfährt geradeso. Bezeichnen wir die beiden Gewichte vom Nominalbetrage p mit p_1 und p_2, und haben wir gefunden, daß die Wage einsteht, wenn

bei der einen Wägung links $p_1 + l$ rechts p_2

" " anderen " " p_2 " $p_1 + r$,

so ist, die Länge des linken Wagearmes mit L, die des rechten mit R bezeichnet,

$$\frac{R}{L} = 1 + \frac{l - r}{2p}.$$

Eine kleine Zulage einerseits kann dabei als negative Zulage andrerseits betrachtet werden; siehe das Beispiel.

Beweis. Nach dem Hebelgesetze ist $L(p_1 + l) = Rp_2$ und $Lp_2 = R(p_1 + r)$, woraus (nach S. 9, Gl. 8 u. 3), wenn man schließlich p statt p_1 schreibt,

$$\frac{R}{L} = \sqrt{\frac{p_1 + l}{p_1 + r}} = \sqrt{\frac{1 + l/p_1}{1 + r/p_1}} = 1 + \frac{l - r}{2p}.$$

Beispiel.

Links		Rechts
(50)	(20 + 10 + ···)	+ 0,83 mg also $l = -0,83$
(20 + 10 + ···)	(50)	+ 2,56 " " $r = +2,56$;

$$\frac{R}{L} = 1 + \frac{-0,83 - 2,56}{100\,000} = 1 - 0,000\,033\,9, \quad \text{oder} \quad L/R = 1,000\,033\,9.$$

Die geklammerten Zahlen stellen die mit diesen Ziffern bezeichneten Grammgewichtstücke vor. — Zugleich folgt (18)

$$(50) = (20 + 10 + \cdots) - 0{,}86 \text{ mg}.$$

Auch die Doppelwägung eines Körpers mit Nullpunktsbestimmung ergibt das Verhältnis der Arme: siehe **13 I.**

Mit der Belastung kann das Verhältnis sich etwas ändern.

13. Absolute Wägung eines Körpers.

I. Elimination der Ungleicharmigkeit der Wage.

Solange nur Massen miteinander zu vergleichen sind, braucht man, wie schon gesagt, nur immer an demselben Arme der gleichen Wage zu wägen. Absolut aber muß ein Gewicht bestimmt werden, sobald, z. B. bei der Kalibrierung von Gefäßen, bei chemischen Titrierungen, bei der Herstellung von Lösungen, die Massen auf Volumina oder bei voltametrischer Messung auf elektrische Stromstärken usw. bezogen werden sollen.

Um das absolute Gewicht aus dem scheinbaren, bei der Wägung gefundenen abzuleiten, multipliziert man das letztere mit dem Verhältnis der Wagearme, als Zähler die Länge des Armes, an welchem die Gewichtstücke wirkten. Unabhängig von diesem Verhältnis, welches für feine Wägungen nicht einmal als unveränderlich betrachtet werden darf, machen die folgenden Verfahren.

1. Doppelwägung. Man wägt den Körper einmal auf der linken Schale, das andere Mal auf der rechten Schale. Wenn p_1 und p_2 in beiden Fällen die Gewichtstücke bezeichnen, welche die gleiche Einstellung des Zeigers bewirken, z. B. auf den mittelsten Teilstrich, so ist das gesuchte Gewicht p des Körpers das Mittel

$$p = \tfrac{1}{2}(p_1 + p_2).$$

Beweis s. 4 Beisp. 3. Zugleich findet man, wenn p_1 und p_2 auf den richtigen Nullpunkt der Wage bezogen sind, das Balkenverhältnis

$$\frac{R}{L} = \sqrt{\frac{p_2}{p_1}} = \sqrt{1 + \frac{p_2 - p_1}{p_1}} = 1 + \frac{p_2 - p_1}{2p_1}.$$

2. Tariermethode. Der Körper auf einer Schale wird durch irgendeine Belastung (Tara) der anderen äquilibriert, am bequemsten mit einem zweiten Gewichtsatz, der nicht genau zu sein braucht; der Körper wird alsdann weggenommen und durch Gewichtstücke bis zur gleichen Einstellung der Wage ersetzt. Letztere geben sein Gewicht.

II. Reduktion der Wägung auf den leeren Raum.

Zweck der Wägung ist meistens die Bestimmung der Masse eines Körpers durch Vergleichung mit bekannten Massen aus einem sogenannten Gewichtsatze. In der Luft erleiden sowohl Körper als Gewichtstücke einen Auftrieb gleich dem Gewicht der verdrängten Luft.

Wir nehmen an, daß der Gewichtsatz „im leeren Raum richtig" ist, d. h. daß er richtige Massen darstellt; ferner daß alle Gewichtstücke die gleiche Dichte haben. Bei den Bruchgewichten trifft letzteres freilich selten zu, indessen sind diese kleinen gegen die großen Stücke wohl immer in Luft abgeglichen, und insofern Luftschwankungen bei ihnen keinen, für die gewöhnlichen Zwecke merklichen Einfluß haben, so sind die Bruchgewichte bei der Wägung einfach so zu rechnen, wie wenn sie aus demselben Material beständen wie die großen. Vgl. auch 14.

Nennt man

m das scheinbare Gewicht des Körpers in der Luft, d. h. die Gewichtstücke, welche ihn in der Luft äquilibrieren,

λ die Dichtigkeit (das spezifische Gewicht) der Luft ($\lambda = 0{,}00120$ im Mittel. Siehe auch 18 und Tab. 6),

s die Dichtigkeit des Körpers (Tab. 2 bis 3b),

σ die Dichtigkeit der Gewichtstücke (Messing = 8,4),

so ist das Gewicht M im leeren Raume

$$M = m\left(1 + \frac{\lambda}{s} - \frac{\lambda}{\sigma}\right).$$

Beweis. Der Körper hat das Volumen $V = M/s$, die Gewichtstücke $v = m/\sigma$. Der Auftrieb ist gleich dem Gewicht der verdrängten Luft; also verliert der gewogene Körper $\lambda V = \lambda M/s$, die Gewichtstücke $\lambda v = \lambda m/\sigma$. Da die Gewichte nach dem Erleiden dieser Verluste gleich groß gefunden sind, so ist also $M(1 - \lambda/s) = m(1 - \lambda/\sigma)$, woraus der obige Wert M sich nach S. 9, Formel 8 ergibt.

Es ist also zu dem gefundenen scheinbaren Gewicht m hinzuzufügen $m\lambda(1/s - 1/\sigma)$, eine Korrektion, welche mit der Ungleichheit von s und σ wächst. Für λ genügt gewöhnlich der mittlere Wert 0,0012. Für einen Messinggewichtsatz können dann die bei verschiedenen spez. Gewichten s aus der Formel sich berechnenden Korrektionen aus Tab. 1 entnommen werden.

Beispiel. Die Korrektion des scheinbaren Gewichtes w einer mit Messinggewichten ($\sigma = 8{,}4$) gewogenen Wassermenge beträgt $w \cdot 0{,}0012(1/1 - 1/8{,}4) = w \cdot 0{,}00106$ d. h. 1,06 mg auf jedes Gramm.

Auch wo es nicht auf das absolute Gewicht, sondern nur auf Gewichtsverhältnisse ankommt, wie bei chemischen Analysen, bedingt der Auftrieb unter Umständen Korrektionen, ohne welche Fehler von mehr als 1 Promille entstehen können. Analysiert man z. B. eine verdünnte

Silbersalzlösung durch die Wägung der Lösung und des daraus erhaltenen Chlorsilbers (Dichtigkeit = 5,5), und sind P und p die in Luft gefundenen Gewichte, so sind die wirklichen $P(1 + 0{,}0012)$ und $p(1 + 0{,}0012/5{,}5)$. Der Chlorsilbergehalt beträgt also

$$\frac{p \cdot (1 + 0{,}0012/5{,}5)}{P \cdot (1 + 0{,}0012)} = \frac{p}{P}\left[1 - 0{,}0012\left(1 - \frac{1}{5{,}5}\right)\right] = \frac{p}{P} \cdot 0{,}9990.$$

Der unkorrigierte Wert p/P ist demnach um 0,1 % zu groß. Die Vernachlässigung solcher einfacher Korrektionen widerspricht der auf die Wägungen verwandten Sorgfalt und oft dem durch die Zahl der mitgeteilten Dezimalen erhobenen Anspruch auf Genauigkeit.

Schwankungen der Luftdichte an einem Orte übersteigen selten 0,00015. Sie werden gewöhnlich außer Betracht bleiben. Zu den Fällen, wo dies nicht zutrifft, gehört häufig das Wägen kleiner Mengen in großen Gefäßen: das scheinbare Gewicht einer 100 g schweren Platinschale kann wegen des Luftauftriebes um 1 mg schwanken.

Über die prinzipielle Frage, ob das Gramm eine Masse oder ein Gewicht vorstelle, vgl. die Bemerkung im Anhange über das absolute Maßsystem. In der gewöhnlichen Praxis der Messungen macht es selten einen Unterschied, ob man von Gewichten oder Massen spricht, insbesondere entstehen keine Irrtümer. Für die chemische Analyse oder irgendeine andere auf Prozente hinausführende Operation ist es gleichgültig, ob man Massen oder Gewichte (im leeren Raum) meint. Ebenso wird man zu den nämlichen Zahlen geführt, wenn man von dem spezifischen Gewicht eines Körpers oder unter dem Namen Dichtigkeit von der spezifischen Masse eines Körpers redet; vorausgesetzt, daß man, wie immer, diese Eigenschaften des Körpers mit derjenigen des Wassers als Einheit vergleicht. Wenn aber entweder die Körper mit ihrer Trägheit in Betracht kommen oder wenn andrerseits Gewichte zur Kraftmessung dienen, wie bei der Messung von Arbeit, Druck, Elastizität, muß man zwischen den Begriffen Masse und Gewicht streng unterscheiden.

14. Korrektionstabelle eines Gewichtsatzes.

Bei der gebräuchlichen Anordnung eines Gewichtsatzes verfährt man nach folgendem Schema. Wir bezeichnen die Grammstücke mit

$$50'\ 20'\ 10'\ 10''\ 5'\ 2'\ 1'\ 1''\ 1'''.$$

Man führe eine Doppelwägung mit $50'$ einerseits und der Summe der übrigen Gewichte andrerseits aus. Man finde dabei, daß die Wage einsteht (der Zeiger in der Stellung ist, welche er bei unbelasteter Wage einnimmt), wenn

links	rechts
$50'$	$20' + 10' + \cdots + r\,\text{mg}$
$20' + 10' + \cdots + l\,\text{mg}$	$50'$,

dann ist das Verhältnis der Wagearme (12)

$$R/L = 1 + (l - r)/100\,000$$

und

$$50' = 20' + 10' + \cdots + \tfrac{1}{2}(r + l).$$

Weiter vergleicht man 20′ mit 10′ + 10″ und 10′ mit 10″ sowie mit 5′ + 2′ + ⋯. Die Doppelwägung gibt auch in diesen Fällen größere Sicherheit, auch ist das Balkenverhältnis im allgemeinen von der Belastung etwas abhängig. An einer guten Wage mag man aber den oben gefundenen Wert als allgemeingültig annehmen und nur einseitig vergleichen. Es bedeutet dann ein Stück p, rechts aufgelegt, auf die Balkenlänge der linken Seite reduziert, $p \cdot R/L$.

Beispiel. Es sei $r = -0{,}63$ und $l = +2{,}73$ mg, so ist

$$50' = 20' + 10' + \cdots + 1{,}05 \text{ mg} \quad \text{und} \quad R/L = 1{,}000\,034.$$

Ferner sei bei der Vergleichung des 5g-Stückes mit der Summe der kleinen Gewichte gefunden, daß die Wage einsteht, wenn

links $5' + 0{,}06$ mg rechts $2' + 1' + 1'' + 1'''$,

so würden an einer gleicharmigen Wage sich das Gleichgewicht halten $5' + 0{,}06$ mg und $(2' + 1' + \cdots) \times 1{,}000\,034$ oder $2' + 1' + \cdots + 0{,}17$ mg.

Folglich ist $5' = 2' + 1' + 1'' + 1''' + 0{,}11$ mg.

Diese Wägungen mögen die folgenden, positiven oder negativen Differenzen A, B usw. ergeben haben, denen gleich Zahlen als Beispiel beigeschrieben werden sollen:

$$\begin{array}{rlll} 50' = & 20' + 10' + \cdots & + A & +0{,}48 \text{ mg} \\ 20' = & 10' + 10'' & + B & + \;\;,06 \;\; \text{„} \\ 10'' = & 10' & + C & + \;\;,17 \;\; \text{„} \\ 5' + 2' + 1' + 1'' + 1''' = & 10' & + D. & - \;\;,29 \;\; \text{„} \end{array}$$

Aus den Gleichungen muß der Wert der fünf Stücke, die Summe der kleinen vorläufig als ein Stück betrachtet, in irgendeiner Einheit ausgedrückt werden. Man wird, wenn man nicht etwa außerdem eine Vergleichung mit einem Normalgewicht vornimmt, diese Einheit so wählen, daß die Korrektionen der einzelnen Stücke möglichst klein werden, und das ist der Fall, wenn man die Summe als richtig annimmt, d. h. wenn man setzt

$$50' + 20' + 10' + \cdots = 100 \text{ g}.$$

Man bezeichne nun zur Abkürzung

$$S = \tfrac{1}{10}(A + 2B + 4C + 2D) \qquad +0{,}070 \text{ mg},$$

so ist, wie man leicht nachweisen kann,

$10' = 10\text{ g} - S$	— 0,07 mg
$10'' = 10\text{ g} - S + C$	+ ,10 „
$5' + \cdots = 10\text{ g} - S + D$	— ,36 „
$20' = 20\text{ g} - 2S + B + C$	+ ,09 „
$50' = 50\text{ g} - 5S + A + B + 2C + D = 50\text{ g} + \frac{1}{2}A.$	+ ,24 „

Die Probe für die Richtigkeit der Rechnung ist dadurch gegeben, daß, wenn man die Korrektionen in Zahlen bestimmt hat, ihre Summe = 0 sein muß und daß die vier Beobachtungsgleichungen erfüllt sein müssen.[1])

Ferner habe man gefunden

$5' = 2' + 1' + 1'' + 1''' + a$	+ 0,54 mg
$2' = 1' + 1'' \qquad + b$	+ ,02 „
$1'' = 1' \qquad + c$	— ,10 „
$1''' = 1' \qquad + d.$	— ,13 „

Setzt man

$$s = \tfrac{1}{10}(a + 2b + 4c + 2d + S - D), \qquad + 0{,}028\text{ mg}$$

so kommt

$1' = 1\text{ g} - s$	— 0,03 mg
$1'' = 1\text{ g} - s + c$	— ,13 „
$1''' = 1\text{ g} - s + d$	— ,16 „
$2' = 2\text{ g} - 2s + b + c$	— ,14 „
$5' = 5\text{ g} - 5s + a + b + 2c + d.$	+ ,09 „

Ebenso wird mit den Bruchgrammen verfahren.

Befolgt man bei dem Wägen die Regel, stets zu bilden:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10 usw. g

aus den Stücken

1′	2′	2′+1′	2′+1′+1″	5′	5′+1′	5′+2′	5′+2′+1′	5′+2′+1′+1″	10′ usw.

so kann man gleich für jede Ziffer aus jeder Dekade die Korrektion auf-

1) Selbstverständlich kann man, falls ein zweiter Gewichtsatz zur Verfügung steht, alle Wägungen durch Tarieren ausführen. Jede Vergleichung fordert dann aber zwei Wägungen. — Legt man der Rechnung als vorläufige Einheit eins der kleinsten Gewichte (1 cg), statt wie hier die Summe aller Gewichte zugrunde, so entfallen die Ausdrücke $A + 2B$ ... usw. Die vorläufigen Korrektionen können dabei aber bei den großen Stücken auf ganze Gramme steigen, also fünf- bis sechsziffrige Zahlen erreichen.

stellen, also für das obige Beispiel die Korrektionen in Hunderteln mg:

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Zehner	— 7	+ 9	+ 2	+ 12	+ 24	+ 17	+ 33	+ 26	+ 36
Einer	— 3	— 14	— 17	— 30	+ 9	+ 6	— 5	— 8	— 21

usw. für Zehntel, Hundertel.

Bisher wurde die Summe der größeren Gewichtstücke als richtig angenommen; für die meisten Arbeiten (chemische Analyse, spez. Gew.), die nur relative Wägungen verlangen, genügt dies. Um auf richtiges Gewicht zu beziehen, vergleicht man (**13**) ein Stück oder eine Summe p mit einem Normalgewicht. Findet sich hierbei die richtige Korrektion $= + \delta_0$, während die frühere Tabelle $+ \delta$ gibt, so ist zu der früheren Korrektionszahl eines jeden Gewichtes P zu addieren $(\delta_0 - \delta)\,P/p$.

Zur Unterscheidung der Gewichtstücke von gleichem Nennwerte sollen die Ziffern in verschiedener Weise eingeschlagen oder mit einem Index versehen sein; andernfalls muß man zufällige Merkzeichen aufsuchen. Bei den Blechgewichten hilft man sich durch das Umbiegen verschiedener Ecken. — Auf den Gewichtsverlust in der Luft braucht für gewöhnliche Zwecke, wenn die größeren Stücke von gleichem Material sind, keine Rücksicht genommen zu werden, weil bei den kleineren der durch Schwankungen der Luftdichte entstehende Unterschied verschwindet; vgl. **18** II. — Die Wägungen sind, unter steter Kontrolle des Nullpunkts, durch Schwingungsbeobachtung nach **10** auszuführen.

Die häufiger gebrauchten Stücke pflegen mit der Zeit leichter zu werden, so daß es kein Nachteil ist, wenn in einem neuen Satz die kleinen Stücke relativ etwas zu schwer sind.

Für andere Anordnungen von Gewichtsätzen findet man leicht ein ähnliches Schema. Die Stückelung 1 2 3 4 in jeder Dekade hat die Vorteile, daß keine Stücke von gleichem Nennwert vorkommen und daß jede Dekade in sich vergleichbar ist. Für feine Wägungen empfiehlt sich 1 2 3 4 5, wobei in jeder Dekade 12 Wägungen vorgenommen werden können, die mit kleinsten Quadraten ausgeglichen werden. — Die sparsamste Anordnung eines Satzes ist 1 3 9 27 81 ...; durch Auflegen rechts und links kann man hiermit jede Zahl darstellen. In sich vergleichbar sind diese Stücke natürlich nicht.

Die K. Normal-Eichungskommission, Charlottenburg, prüft Gewichtsätze. Die Korrektionstabelle reduziert jedes Stück auf das Vakuum, so daß die Auftriebskorrektionen bei den Bruchgrammen (spez. Gew. σ') relativ andere werden als bei den großen Stücken (spez. Gew. σ). Zum bequemeren gewöhnlichen Gebrauch rechne man die Korrektionen der Bruchgramme für jedes Stück p durch Addition von $0{,}0012\,p\,(1/\sigma - 1/\sigma')$ um; dann fällt bei relativen Wägungen der Luftauftrieb heraus, bei Reduktionen auf das Vakuum darf er merklich nach **18** II mit σ als gemeinsamem Faktor für alle Stücke in Rechnung gesetzt werden.

15. Dichtigkeit; spezifisches Gewicht. Bestimmungsmethoden.

Dichtigkeit oder spezifische Masse s eines Körpers (vgl. Tab. 2 u. 3) nennt man die in der Volumeinheit (ccm) des Körpers enthaltene Masse (g), mit andern Worten seine Masse geteilt durch sein Volumen. Wasser im Dichtemaximum bei 4° hat also die Dichtigkeit Eins, weil es im ccm 1 g enthält.[1])

Spezifisches Gewicht ist die unbenannte Zahl, welche angibt, wievielmal schwerer (im leeren Raum) ein Körper ist als ein gleich großes Volumen einer Normalsubstanz. Gewöhnlich wählt man als Normalsubstanz Wasser von 4°; das spezifische Gewicht wird dann gleich dem Zahlenwert der Dichtigkeit. Der Sprachgebrauch macht deshalb vielfach zwischen beiden Ausdrücken keinen Unterschied.

Bei einer genauen Angabe der Dichtigkeit ist wegen der Wärmeausdehnung die Temperatur t des Körpers mitzuteilen, für die sie gilt, was am einfachsten durch die Bezeichnung s_t geschieht.

Ältere Angaben legen anstatt Wasser von 4° wohl solches von einer anderen Temperatur θ (z. B. 15° oder 18°) als Einheit zugrunde. Dies bezeichnet man, wenn zugleich t die Temperatur bedeutet, die für den Körper gilt, durch $s_{t/\theta}$. Besonders häufig findet man wässrige Lösungen auf Wasser von der Temperatur der Lösung bezogen. $s_{18/18}$ z. B. bedeutet, daß 18° für die Lösung wie für das Wasser gilt.

Um ein „auf Wasser von der Temp. θ bezogenes" spez. Gew. s auf Wasser von 4° umzurechnen, hat man s mit der, für θ geltenden Dichtigkeit Q des Wassers (Tab. 4; Q ist < 1) zu multiplizieren. Vgl. auch **16** IV.

Spezifisches Volumen nennt man den reziproken Wert der Dichtigkeit, d. h. das Volumen der Masseneinheit. Molekularvolumen heißt das Molekulargewicht eines Körpers multipliziert mit seinem spezifischen Volumen oder dividiert durch seine Dichtigkeit; das ist also das in ccm ausgedrückte Volumen eines Gramm-Moleküls (eines „Mols"), d. h. einer Masse des Körpers von einer Anzahl Gramme gleich seinem Molekulargewicht. Entsprechende Bedeutung haben Äquivalent- und Atomvolumen.

Über Gase und Dämpfe vgl. **18** bis **20**.

Zunächst sollen die Bestimmungsmethoden beschrieben und die Regeln für die Berechnung so angegeben werden, als wägte man im leeren Raum und arbeitete mit Wasser von 4°; die anzubringenden Korrektionen s. unter **16**.

---

1) Streng genommen faßt das geometrisch ausgemessene Kubikzentimeter nicht genau 1 g, sondern 0,999973 g Wasser von 4° (s. S. 52). Wir berücksichtigen diesen Unterschied nicht.

A. Für Flüssigkeiten.

1. Kalibriertes Gefäß (Meßflasche, Pipette, Meßzylinder, Bürette); vgl. **23**.

Beträgt die Masse m g, das Volumen v ccm, so ist nach der Definition die Dichtigkeit $s = m/v$.

Man wägt z. B. ein in einer Meßflasche abgemessenes Volumen. Oft ist auch eine Pipette brauchbar; wenn die Auslaufmenge nicht sicher genug ist, so kann man eine auf Trockenfüllung geeichte Pipette zunächst trocken mit einem Fläschchen zusammen wägen, alsdann die Pipette füllen und ihren in das Fläschchen ausgelaufenen Inhalt wieder mit Pipette und Fläschchen zusammen wägen.

Bei dem Gebrauch eines geteilten Zylinders, z. B. auch einer Bürette, wird man meistens das Gewicht einer ausgegossenen oder ausgeflossenen Menge bestimmen und hat dann die für den Auslauf geltenden Volumina in Rechnung zu setzen. Vgl. **23**.

2. Pyknometer.

Man wägt, durch Differenzbestimmung gegen das leere Gefäß, die Flüssigkeitsmenge m und die Wassermenge w, welche von einem und demselben Gefäß aufgenommen werden; dann ist $s = m/w$. Ein gewöhnliches Fläschchen, bis zum Rande oder zu einem Strich am Halse gefüllt, liefert leicht die dritte Dezimale richtig. Genauer arbeiten die mit dem Namen Pyknometer, Tarierfläschchen, bezeichneten konstanten Gefäße (Fig. 13), welche ganz oder bis zu einer Marke gefüllt werden, am genauesten D und E, wo die eine Öffnung zum Einlassen der Flüssigkeit, die andere zum Auslassen bzw. Absaugen der Luft dient. — A wird mit einem langen dünnen Trichter gefüllt, mittels einer Pipette entleert oder, unter Einführung eines Glasrohrs zum Lufteintritt, ausgegossen.

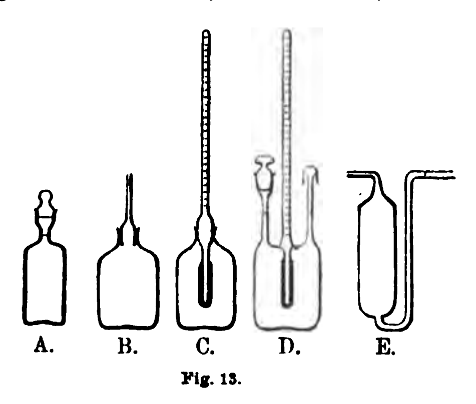


Fig. 13.

Verfügt man nur über einige Tropfen, so lassen sich ganz

kleine Fläschchen anwenden, wie sie zu Dampfdichtebestimmungen (**19B**) gebraucht werden. — E (Sprengel-Ostwald), durch Saugen von der Spitze bis zu einer Marke gefüllt, hängt man mit einem Drahte an die Wage. Genau stellt man die Füllung ein, indem man an der Spitze mit Fließpapier etwas absaugt oder mittels eines vorgehaltenen Tröpfchens etwas einsaugen läßt. Die Kenntnis der Temperatur wird hier und nötigenfalls bei A durch ein Bad von konstanter Temperatur erzielt, in welchem das Pyknometer sich aber hinreichend lange befunden haben muß. Über Füllung und Temperaturbestimmung von B vgl. **B 2**. Über die Korrektion wegen Temperaturschwankungen siehe **16 II**.

Bequemer als Austrocknen des Gefäßes vor einer Neufüllung wird Vorspülen mit der neuen Flüssigkeit sein.

Für Dichtebestimmungen bei der Siedetemperatur wird das Pyknometer im Dampf der siedenden Flüssigkeit erwärmt; vgl. Ostwald-Luther. — Oberhalb des Siedepunkts s. z. B. Noyes, ZS f. ph. Ch. **46**, 346. 1903; Publ. Carneg. Inst. Nr. 63, 1907.

3. Auftriebsmethode.

Man wägt einen mit Faden oder Draht an die Wage gehängten Körper (Glaskörper) in der Luft (p_l), in der Flüssigkeit (p_f) und im Wasser (p_w). Der Gewichtsverlust in der Flüssigkeit beträgt $m = p_l - p_f$, im Wasser $w = p_l - p_w$; somit ist wieder $s = m/w$. Denn wenn v das Volumen des Glaskörpers bedeutet, so ist nach dem Archimedischen Gesetz der Auftrieb (Gewichtsverlust) je gleich dem Gewicht der verdrängten Flüssigkeit, also $m = v \cdot s$ und $w = v \cdot 1$. Korrektionen in **16**.

Fig. 14.

Zum Aufhängen dient eine kürzere Wagschale mit Häkchen oder, mangels eines solchen, ein Haken im Bügel der Wagschale, wobei die Flüssigkeit auf einem Tischchen über der Wagschale steht (Fig. 14). Die Aufhängeschlinge des Glaskörpers soll ganz untertauchen, Hauptfehlerquelle ist die Reibung in der Oberfläche bzw. die Unregelmäßigkeit in der Benetzung des Aufhängefadens, welche bei Metalldrähten, besonders im Wasser, erheblich sein kann. Platindraht, den man platiniert (8, 18) und dann geglüht hat, vermindert den Fehler. — Bequem wird als Senkkörper ein kurzes, dickes

Thermometer gebraucht. Die Rechnung wird erleichtert, wenn der Auftrieb w des Körpers in Wasser von 4° eine runde Zahl beträgt, z. B. 10 g oder 30 g.

Man soll darauf achten, daß nicht in der Aufhängeöse des Senkkörpers ein Luftbläschen sitzen bleibt!

Über Bestimmungen an verdünnten Lösungen bis in die sechste und siebente Dezimale vgl. Kohlrausch u. Hallwachs, Wied. Ann. 53, 15. 1894; 56, 185. 1895; Mie, ebd. Boltzmann-Festschrift, S. 326. 1904. — Hohe Temperaturen: u. a. Senkkörper aus Platin oder für leichtere Flüssigkeiten aus dem sich wenig ausdehnenden (44 II) Quarzglas; geschmolzene Salze z. B. Goodwin u. Mailey, Phys. Review 25, 478. 1907.

Mohrsche Wage. Ein Glaskörper ist mit einem feinen Draht an einem dezimal geteilten Wagebalken äquilibriert (Fig. 15). Der Auftrieb des Körpers in Wasser ist gleich dem Gewichte des größten Reiters; die anderen Reiter sind 10-, 100-, bzw. 1000 mal leichter. Die Teilstriche des Wagebalkens, auf welche die Reiter aufgesetzt werden müssen, um den Auftrieb der Flüssigkeit auf den untergetauchten Glaskörper zu kompensieren, geben ohne weiteres die einzelnen Dezimalen des spez. Gew. an, z. B. in der Figur den Wert 1,373.

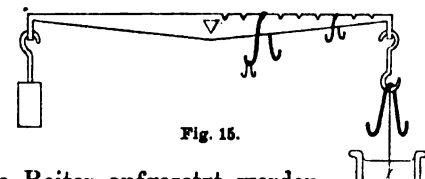


Fig. 15.

Prüfung der Mohrschen Wage. 1. Die Reitergewichte sollen sich wie 1 : 10 : 100 verhalten; 2. die Balkenteilung soll den Horizontalabstand der Mittel und Endschneide in 10 gleiche Strecken teilen. Um dies zu prüfen, hängt man an den anderen Wagebalken eine kleine äquilibrierte Wagschale, setzt den größten Reiter auf den Teilstrich 1, 2 usw. auf und untersucht, ob er dabei Gewichten auf der Wagschale entspricht, welche sich wie 1 : 2 usw. verhalten; 3. die Wage soll im Wasser von der Temperatur t diejenige Dichtigkeit zeigen, welche in Tab. 4 zu t gehört. Zeigt die Wage Q' statt Q, so sind ihre Angaben sämtlich mit Q/Q' zu multiplizieren. — Eine gute Mohrsche Wage mit feinem platiniertem Platindraht (vgl. vor. S.) kann die vierte Dezimale noch einigermaßen richtig liefern.

4. Gewichtsaräometer. Schwebemethode.

Ein Schwimmkörper wiege P g und bedürfe einer Auflage von p bzw. p' g, um bis zu einem bestimmten Volumen eintauchend in Wasser bzw. einer anderen Flüssigkeit zu schwimmen. Dann hat diese offenbar das spez. Gew. $s = \frac{P+p'}{P+p}$. Die ursprüngliche

Senkwage von Nicholson (s. auch **B** 3) belastet man jedesmal zum Einsinken bis zur nämlichen Marke am Halse.

Über ein genaueres Aräometer vgl. Lohnstein, ZS f. Instr. **1894**, 164.

Unter den Unsicherheiten der Kapillarität leiden Schwimmer nicht, die man ganz untersinkend durch Auflagegewichte zum Schweben bringt. Von diesen Gewichten (spez. Gew. $= \sigma$) ist in der Berechnung ihr Auftrieb p/σ im Wasser, bzw. $p's/\sigma$ in der anderen Flüssigkeit abzuziehen, wo für s ein Näherungswert genügt.

Über eine Anordnung zu diesem Zweck und über die Korrektionen wegen Temperatur usw. vgl. z. B. Warrington, Phil. Mag. (5) **48**, 498. 1899.

5. Skalenaräometer. Senkwage.

Ein schwimmender Körper sinkt so weit ein, daß die verdrängte Flüssigkeit gerade sein Gewicht hat. Die Senkwage hat einen so tief liegenden Schwerpunkt, daß der Stiel beim Schwimmen aufrecht steht.

Der Teilstrich, bis zu welchem der Stiel einsinkt, zeigt entweder die Dichtigkeit an oder deren reziproken Wert, das spezifische Volumen, oder den Gehalt einer bestimmten Lösung oder endlich sogenannte „Dichtigkeitsgrade".

Bei Baumé z. B. bedeutet	0°	13°	24°	34°	42°	49° usw.
das spezifische Gewicht	1,0	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5.

Die Ablesung des Aräometers geschieht an der Oberfläche durch die Flüssigkeit hindurch, indem man das Auge so hält, daß die Fläche als Linie verkürzt erscheint. Das Aräometer soll in Wasser von der Temperatur t die Zahl angeben, welche laut Tab. 4 zu t gehört. Man prüft andere Punkte der Skale in Flüssigkeiten von anderweitig ermitteltem spez. Gew. Eine große Genauigkeit wird durch die Ablesefehler und die Kapillarität verhindert.

Domke und Reimerdes, Handbuch der Aräometrie, Berlin 1912.

6. Hydrometer.

Die Höhen zweier Flüssigkeitssäulen, welche sich in kommunizierenden Röhren das Gleichgewicht halten, stehen im umgekehrten Verhältnis der Dichtigkeiten. Über Kapillaritätsfehler oder Korrektionen s. **58** I. — Vgl. auch **44** IV 4.

Gehalt einer Lösung aus ihrem spez. Gew. S. hierüber **9** I 4.

B. Für feste Körper.

Allgemeine Bemerkung. Dem untergetauchten Körper anhaftende Luftbläschen sind bei größeren Stücken durch wiederholtes Herausziehen oder mit dem Pinsel, bei kleinen durch Schütteln oder Auskochen oder mit der Luftpumpe zu beseitigen.

Luftfreies Wasser ist um $3 \cdot 10^{-6}$ dichter als luftgesättigtes, vgl. Chappuis, Trav. et Mém. Bur. int. 14, 1910.

1. Wägung und Volumausmessung.

Haben m g des Körpers das Volumen v ccm, so ist die Dichtigkeit $s = m/v$. Die Ausmessung kann bei regelmäßiger Gestalt des Körpers mit dem Maßstabe geschehen. Ein Zylinder (Draht) von der Länge l und dem Halbmesser r hat das Volumen $l \cdot r^2 \pi$, eine Kugel $\frac{4}{3} r^3 \pi$ usw.

Bei unregelmäßiger Gestalt mißt man das Volumen, um welches eine in einer kalibrierten Röhre enthaltene Flüssigkeit durch das Hineinwerfen des Körpers ansteigt. Besonders auch auf zerkleinerte Substanzen ist die Methode anwendbar. Für in Wasser lösliche Substanzen dienen z. B. Alkohol, Petroleum, Toluol oder auch eine gesättigte Lösung der Substanz. — Auch kann man den Körper in ein ganz gefülltes Gefäß mit gut definiertem Ausguß bringen und das Volumen der ausfließenden Menge, z. B. als Gewicht durch spez. Gew., bestimmen.

2. Pyknometer (s. Fig. 13 B und C, S. 67).

Dasselbe wiege mit Wasser gefüllt P, mit Wasser und dem Körper P', während der Körper selbst m wiege. Dann berechnet sich die verdrängte Wassermenge $w = P + m - P'$ und $s = m/w$. Besonders bei kleinen Körpern wird das Verfahren gebraucht, doch sind alsdann auch möglichst kleine Fläschchen anzuwenden, bei denen man sich überzeugt hat, daß sie, wiederholt mit Wasser gefüllt, nach Anbringung der Temperaturkorrektion hinreichend konstante Füllungen enthalten. Wenn die Temperatur beider Füllungen verschieden ist, so hat man (**16** II) die Füllung mit Wasser allein (Temp. $= t_0$) auf die andere Temperatur t umzurechnen. Dies geschieht bezüglich der Ausdehnung des Wassers durch Addition von $W(Q - Q_0)$, wenn Q und Q_0 die Dichtigkeiten des Wassers bei t und t_0 bedeuten (Tab. 4), und bezüglich des Glases durch Addition von $W \cdot 3\beta(t - t_0)$, wenn 3β den Volum-

Ausdehnungskoeffizienten des Glases und W das Nettogewicht der ganzen Wasserfüllung bedeutet; das letztere braucht nur genähert bekannt zu sein.

Hat das Pyknometer kein Thermometer, so nimmt man entweder die Temperatur der Spritzflasche, oder man füllt zunächst nur so weit, daß man ein kleines Thermometer einführen kann. Demnächst füllt man den kleinen Rest auf und setzt den durch Aussaugen von Tropfen befreiten, mit einer unwägbaren Spur von Fett eingeriebenen Stöpsel rasch ein. Hat dieser eine hinreichende Wandstärke, so füllt er sich; man trocknet ausgespritzte Flüssigkeit sofort ab und tupft nötigenfalls mit einem Fließpapierspitzchen bis zur Marke aus. Spätere Temperaturänderungen sind gleichgültig, wenn sie nicht etwa ein Überfließen bewirken. Die Flüssigkeit soll also nicht viel kälter als die Zimmerluft sein.

3. Auftriebsmethode.

Wiegt der Körper in der Luft m, unter Wasser p, ist also der Auftrieb $w = m - p$, so ist $s = m/w$.

Mit der Wage. Man wägt den Körper für sich in Luft (m); dann, an einem dünnen fettfreien Faden oder Draht an einer Wagschale aufgehängt (vgl. A 3) unter Wasser (p'). Das für sich bestimmte Drahtgewicht von p' abziehend erhält man p. Von dem hiermit berechneten Auftriebe ist nötigenfalls der Auftrieb des Drahtes abzuziehen, den man leicht schätzen kann, indem man aus dem Verhältnis der untergetauchten zur ganzen Länge das Gewicht des untergetauchten Drahtstückes berechnet; letzteres, dividiert durch die Dichtigkeit des Drahtes (Tab. 2), gibt seinen Gewichtsverlust im Wasser. — Ist der Draht oder ein Körbchen, welches den Körper bei der Wägung aufnimmt, von vornherein konstant untertauchend angehängt, so genügt es, ihn ein für allemal zu tarieren und nicht weiter zu berücksichtigen.

Bei der Wägung im Wasser nehmen die Schwingungen der Wage rasch ab; man wird meistens in der Ruhe beobachten müssen. — Der Aufhängefaden soll dünn sein und durch die Oberfläche nur einmal hindurchtreten, um die Kapillarkräfte möglichst zu vermindern; vgl. auch A 3. Das Wasser soll nahe Zimmertemperatur haben, oder man muß besonders geschützte Bäder anwenden. Im geschlossenen Wagekasten ist ein Thermometer von der Form in Fig. 16 bequem.

In Wasser lösliche Körper wägt man in einer anderen Flüssigkeit von bekannter Dichtigkeit. Mit letzterer ist dann das wie oben berechnete Resultat zu multiplizieren.

Spezifisch leichte Körper werden durch Verbindung mit einem anderen von hinreichendem Gewicht zum Untersinken gezwungen, z. B. mit einer Metallklemme oder einer Glocke von Drahtnetz, unter welcher man den Körper aufsteigen läßt. Der Belastungskörper kann bei allen Wägungen im Wasser bleiben.

Fig. 16.

Zerkleinerte Körper legt man in ein Schälchen, welches unter Wasser hängt und tariert ist.

Kann man einen Körper nicht an die Wagschale hängen, so läßt sich vielleicht ein Gefäß mit Wasser auf die Wage stellen und seine Gewichtszunahme bestimmen, wenn der mit einem Faden an einem festen Stativ aufgehängte Körper untergetaucht wird. Diese Zunahme ist gleich dem scheinbaren Gewichtsverlust des Körpers im Wasser.

Wägungen bei hoher Temp. in geschmolzenen Metallen bei Day, Sosman u. Hostetter, Sill. J. (4) 37, 1. 1914.

Nicholsonsche Senkwage. Man belastet die obere Schale des Schwimmers, jedesmal bis zu dessen Einsinken bis an die Marke am Halse: 1. bloß durch Gewichte (P); 2. durch Körper und Gewichte (P'); 3. durch Gewichte, während zugleich der Körper unter Wasser auf der unteren Schale liegt (P''). Dann gibt $P - P' = m$ das Gewicht des Körpers, $P'' - P' = w$ das Gewicht des von ihm verdrängten Wassers und m/w wieder die Dichtigkeit des Körpers. — Temperaturschwankungen beeinträchtigen die Genauigkeit; um so mehr, je kleiner der Körper gegen die Senkwage ist. — Die Sicherheit der Einstellung wird durch Reinigen des Halses der Senkwage mit Weingeist erhöht.

Jollysche Federwage (Fig. 17). Ein spiraliger Draht trägt zwei Wagschalen übereinander, von denen die untere konstant in ein verstellbares Gefäß mit Wasser taucht. Abgelesen wird eine unten am Spiraldrahte angebrachte Marke vor einer Teilung auf Spiegelglas (um die Parallaxe zu vermeiden). 0,1 mm läßt sich noch schätzen. Mit einem Gewichtsatz kann man genau wie an der Senkwage

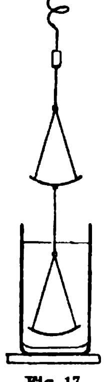


Fig. 17.

beobachten, indem man die Marke stets auf einen bestimmten Teilstrich bringt.

Ein einfacheres Wägungsprinzip mit der Federwage ist auch ohne Gewichtsatz dadurch gegeben, daß die Senkung h dem angehängten Gewichte p nahe proportional ist, wonach $p = A \cdot h$. Durch eine einmalige Belastung mit einem bekannten Gewicht kann der Faktor A bestimmt werden. — Da bei Dichtebestimmungen die Gewichtseinheit sich heraushebt, so kann man hier einfach den Skalenteil der Federwage als Einheit nehmen. Senkt sich die Wage durch Auflegen des Körpers auf die obere Schale um h, dagegen um h', wenn der Körper unter Wasser auf die untere Schale gelegt wird, so ist also $s = h/(h - h')$.

Genauer setzt man $p = Ah + Bh^2$. Man bestimmt A und B aus zwei Belastungen, deren eine etwa die größte anzuwendende Senkung bewirke, während die andere halb so groß sein mag. Hiernach läßt sich eine Tabelle aufstellen, welche zu den Senkungen die zugehörigen Belastungen angibt.

Federwagen werden bekanntlich in mannigfacher Form gebraucht; die einfachste sehr empfindliche Wage für kleine Gewichte ist z. B. ein am einen Ende befestigter horizontaler elastischer dünner Faden (Quarz, Stahl), dessen freies Ende mikroskopisch abgelesen wird. Salvioni, Beibl. 1902, 231. Auch die Torsion gespannter Drähte ist brauchbar.

4. Schwebemethode.

Sehr kleine, selbst pulverförmige Körper lassen sich bestimmen, indem man eine Flüssigkeit mischt, in welcher die Körper weder sinken noch steigen. Geeignet können Mischungen von Chloroform (1,49) oder Bromoform (2,9) oder Methylenjodid (3,3) mit Benzol (0,88), Toluol (0,89), Xylol (0,87), Acetylentetrabromid (3,0) oder wässerige Lösungen von Kaliumquecksilberjodid (Thouletsche Lösung; bis 3,20) sein. — Durch partielles Abdestillieren zerlegt man die Flüssigkeiten nachher wieder.

Zur genauen Abgleichung korrigiert man zweckmäßig etwa eine noch ein wenig zu leichte mit einer etwas zu schweren Mischung. Auch können zum letzten Ausgleich Temperaturänderungen dienen, da die Flüssigkeiten sich stark, die festen Körper sich schwach ausdehnen. — Anhängende Luft ist, wenn nötig mit der Luftpumpe, sorgfältig zu beseitigen.

Die Dichtigkeit der Flüssigkeit ermittelt man am einfachsten mit der Mohrschen Wage, während die Körper schweben.

Vgl. auch Retgers, ZS f. phys. Ch. 11, 328. 1893.

16. Reduktion einer Dichtigkeitsbestimmung auf den leeren Raum und auf Wasser von 4°.

Von einem spez. Gew. wird häufig die dritte, nicht selten aber auch die vierte Dezimale verlangt. Dann muß erstens der Auftrieb berücksichtigt werden, den der Körper in der Luft erfährt, und zweitens der Umstand, daß man in der Regel mit Wasser von anderer Temperatur als 4° arbeitet.

I. Reduktion auf den leeren Raum und auf Wasser von 4°.

Für flüssige wie für feste Körper gelten bei den in **15** angegebenen Methoden, sowohl unter **A** wie unter **B**, folgende Korrektionen:

a) Bei Nr. 1 sind die gefundenen Gewichte, wenn die Genauigkeit es fordert, auf den leeren Raum zu reduzieren (**13** II; Tab. 1). Hieraus leitet sich die einfache Vorschrift ab: jedes spez. Gew., welches aus der Abwägung eines bekannten Volumens in Luft mit richtigen Messinggewichten ohne Rücksicht auf Luftauftrieb berechnet wurde, ist um $0{,}0012\,(1 - 1/8{,}4) = 0{,}00106$ zu vergrößern. Vgl. **13**, **23** und Tab. 1.

b) Bei den pyknometrischen und Auftriebsmethoden unter Nr. 2 und 3 werde zunächst zum Überfluß darauf hingewiesen, daß von den Gewichtstücken nur ihre relative Richtigkeit in Luft verlangt wird; ein Umrechnen auf absolute Richtigkeit oder das Vakuum ist vollkommen zwecklos. Alle gefundenen Dichten sind nach folgender gemeinschaftlicher Regel auf Wasser von 4° und auf den leeren Raum zu reduzieren. Es bedeute:

Q die Dichtigkeit des Wassers, welches zur Beobachtung gedient hat (Tab. 4);

λ die Dichtigkeit der Luft, bezogen auf Wasser (der Mittelwert $\lambda = 0{,}00120$ genügt fast immer; andernfalls vgl. **18** u. Tab. 6);

m das scheinbare, unter Nr. 2 und 3 je so bezeichnete Gewicht, wie es sich aus den Wägungen in Luft ergeben hat;

w das scheinbare Gewicht des dem Volumen des Körpers gleichen Volumens Wasser von der Dichtigkeit Q.

Die Größe w kann also bedeuten:

1. Für Flüssigkeiten: das beobachtete Gewicht des Wassers im Pyknometer, oder des von dem Glaskörper verdrängten Wassers;

2. für feste Körper: den beobachteten Gewichtsverlust des Körpers im Wasser bei einer nach dem Archimedischen Gesetz ausgeführten Bestimmung; oder das Gewicht des durch Einbringen des Körpers ausgeflossenen Wassers bei Anwendung des Pyknometers.

m/w ist das rohe unkorrigierte spez. Gew. Das richtige ist

$$s = \frac{m}{w}(Q - \lambda) + \lambda \quad \text{oder auch} = \frac{m}{w}Q + \left(1 - \frac{m}{w}\right)\lambda. \qquad 1.$$

Bei der Mohrschen Wage ist Q die Dichtigkeit desjenigen Wassers, in welchem der Glaskörper den großen Reiter äquilibriert, also bei richtig auf 4^0 abgeglichenem Glaskörper $Q = 1$; m/w bedeutet die Ablesung an der Wage.

Vgl. über die Rechnung auch die folgende Seite, und über ihre Vereinfachung, falls man denselben Glaskörper oder dasselbe Pyknometer wiederholt benutzt, III.

Strenge Rechnungsweisen mit Rücksicht auf die Schwankungen der Luftdichte finden sich in R. Kohlrausch, prakt. Regeln zur genauen Best. d. spez. Gew. Marburg 1856.

Formel 1 korrigiert also jeden nach Nr. 2 und 3 in **15 A** oder **B** bestimmten Wert auf den leeren Raum und Wasser von 4^0.

Beweis. Wenn der Körper, fest oder flüssig, in der Luft das Gewicht m zeigt, während er die Luftmenge l verdrängt, so wiegt er im leeren Raume $m + l$. — Bezüglich der Bestimmung von w können drei Fälle unterschieden werden. 1. Hat man das Gewicht w des gleichen Volumens Wasser mit dem Pyknometer bestimmt, so wiegt das Wasser im leeren Raume $w + l$; 2. wenn der scheinbare Gewichtsverlust w eines festen Körpers durch Eintauchen in Wasser gemessen wurde, so ist w ebenfalls um l zu vermehren, da das Gewicht des Körpers im leeren Raume um l größer gewesen wäre; 3. ebenso ist, wenn eine Flüssigkeit dadurch bestimmt wird, daß man den scheinbaren Gewichtsverlust eines und desselben Körpers in der Flüssigkeit und im Wasser ermittelt, jeder Verlust um l zu vergrößern.

In allen Fällen wäre mithin das spez. Gew. $= (m + l)/(w + l)$, wenn das Wasser die Dichtigkeit Eins (4^0) gehabt hätte. Statt dessen hatte es aber nur die Dicht. Q, mit welcher folglich das bisherige Resultat zu multiplizieren ist. Also wird $s = (m + l)Q/(w + l)$. Da nun $(w + l)/Q$ das Volumen der verdrängten Luft bedeutet, welche das spez. Gew. λ hat, so ist $l = \lambda(w + l)/Q$, woraus $l = w\lambda/(Q - \lambda)$. Den letzteren Wert für l in s eingesetzt, erhält man die Gleichung 1.

Beispiel. Ein Stück Silber wiege in der Luft . . $m = 24{,}312$ g
in Wasser von $19{,}4^0$ . . . . $21{,}916$ g
also ist der scheinbare Gewichtsverlust im Wasser $w = 2{,}396$ g
Das unkorrigierte spez. Gew. ist hiernach

$$m/w = 24{,}312/2{,}396 = 10{,}147.$$

Das korrigierte erhält man, da nach Tab. 4 für 19,4° $Q = 0{,}99835$ ist,

$$s = 10{,}147\,(0{,}99835 - 0{,}00120) + 0{,}0012 = 10{,}119.$$

Man rechnet im Kopf, wenn man $0{,}99835 - 0{,}00120 = 1 - 0{,}00285$ setzt.

Wie die zweite Form von Gl. 1 zeigt, verschwindet der Einfluß des Luftauftriebes nur, wenn die Dichtigkeit nahe gleich 1 ist (er wird also klein bei verdünnten wäßrigen Lösungen). Er erreicht für $s = 20$ den Wert 0,023. Würde man noch die Ausdehnung des Wassers vernachlässigen, so könnte hier ein um 0,08 zu großes Resultat entstehen.

II. Korrektionen für das Pyknometer bzw. den Glaskörper wegen Temperaturschwankungen.

Hier ist neben dem vorigen noch folgendes zu berücksichtigen.

Die Wägung mit bzw. im Wasser sei bei der Temp. t_0 ausgeführt und habe das scheinbare Nettogewicht bzw. den Auftrieb w_0 ergeben. Man sucht aber die entsprechende Größe (w) für die, häufig von t_0 verschiedene Temperatur t, bei der die Wägung mit bzw. in der zu bestimmenden Flüssigkeit (oder etwa nach Einbringen eines festen Körpers ins Pyknometer) angestellt wurde. Die Dichtigkeit des Wassers bei t_0 und t sei Q_0 und Q; der kubische Ausdehnungskoeffizient des Gefäßes oder des Senkkörpers (1/40000 für mittleres Glas) heiße 3β. Dann ist $w = w_0\,[1 + 3\beta(t - t_0)]\,Q/Q_0$, oder auch genau genug $w = w_0 + w_0\,[(Q - Q_0) + 3\beta(t - t_0)]$. 2.

Denn man kann schreiben $\dfrac{Q_0}{Q} = \dfrac{1-(1-Q)}{1-(1-Q_0)} = 1 + (Q - Q_0)$ (vgl. Formel 8 S. 9) und $(Q - Q_0)\cdot 3\beta(t - t_0)$ verschwindet gegen 1.

Das w aus Formel 2 ist in Formel 1 S. 76 einzusetzen.

Oberhalb 4° ist natürlich $Q - Q_0$ negativ, wenn $t > t_0$ ist. — Der ganze in steile Klammern gesetzte Ausdruck läßt sich für gewöhnliches Glas aus Tab. 4, zweiter Teil, als die Differenz der für t_0 und t gegebenen Zahlen entnehmen, wobei die für t geltende von der für t_0 geltenden abzuziehen ist.

Besonders bei der Dichtebestimmung fester Körper mit einem relativ großen Pyknometer dürfen diese Korrektionen nicht übersehen werden.

III. Zusammenfassung aller Korrektionen bei wiederholtem Gebrauch desselben Pyknometers oder Glaskörpers.

Es sei das scheinbare Gewicht der Pyknometerfüllung mit Wasser oder der scheinbare Auftrieb des Glaskörpers im Wasser bei t_0 gleich w_0 bestimmt worden. Man stelle den Ausdruck

$$W = w_0\,\frac{1 + 3\beta\,(t - t_0)}{Q_0 - 0{,}00120}$$

über die in Betracht kommende Temperaturstrecke als Funktion von t in einer Tabelle oder Kurve dar. Für eine bei t ausgeführte Bestimmung entnimmt man hieraus den Wert W und berechnet nun das (natürlich für t

geltende) spez. Gew. s, wenn m das scheinbare Gewicht der Flüssigkeitsfüllung oder den scheinbaren Auftrieb in der Flüssigkeit bedeutet,

$$s = \frac{m}{W} + 0{,}0012_0.$$

Beweis durch Vereinigung der Formeln 1 u. 2 S. 76 u. 77.

IV. Reduktion auf eine Normaltemperatur.

s gilt für die Wägungstemperatur t. Für einen festen Körper ist t seine Temperatur im Wasser.

Hieraus wird die Dichtigkeit s' bei einer anderen Temperatur t' mit Hilfe des kubischen Ausdehnungskoeffizienten α (oder 3β; Tab. 11 u. 12) gefunden

$$s' = s[1 + \alpha(t - t')].$$

Für größere Temperaturintervalle muß die Ausdehnung der Flüssigkeiten aus Formeln oder aus Tabellen entnommen werden. Die Volumina derselben Flüssigkeitsmenge seien für die Temperaturen t' und t gleich v' und v angegeben; dann ist $s' = s \cdot v/v'$.

Vgl. Tab. 3a, 3b u. 12; Gerlach, Salzlösungen; Bender, Wied. Ann. 22, 179. 1884; 31, 372. 1887; Forch, Wied. Ann. 55, 100. 1895; Landolt-Börnstein-Roth, Tab. 95 ff.

17. Volumenometer (Say, Kopp).

Das Instrument dient für Körper, die nicht in eine Flüssigkeit kommen dürfen. Angewendet wird das Boyle-Mariottesche Gesetz (18), wonach bei ungeänderter Temperatur das Produkt aus Druck und Volumen einer Luftmasse konstant ist.

Eine konstante Luftmenge ist über Quecksilber abgesperrt, zunächst unter dem Druck H mm Quecksilber (meist dem atmosphärischen Barometerstand); ihr Volumen in diesem Zustande heiße V. Um V zu ermitteln, vergrößere bzw. verkleinere man es um eine gemessene Größe v und beobachte die dabei stattfindende Druckänderung h mm Quecksilber, dann ist

$$VH = (V \pm v) \cdot (H \mp h),$$

also

$$V = v\frac{H-h}{h} \text{ bzw.} = v\frac{H+h}{h}.$$

Nachdem so das Volumen des leeren Gefäßes gemessen worden ist, bringt man den Körper hinein und verfährt ebenso. Die Differenz der gefundenen Werte gibt das Volumen des Körpers.

v und h dürfen nicht zu klein sein, wenn ein brauchbares Resultat entstehen soll. — Man vermeide Temperaturänderungen

der abgeschlossenen Luftmenge durch die Nähe des Körpers usw. während des Versuches.

Von besonderen Formen s. u. a.: an die Form von Say angeschlossen Guglielmo, Atti d. Lincei 12 [2], 617. 1903; — dem Jollyschen Luftthermometer ähnlich angeordnet Paalzow, Wied. Ann. 13, 332. 1881; — in einfacherer Anordnung Oberbeck, ebd. 67, 209. 1899. — Ein Instrument, welches den Körper mit einer gewissen Luftmenge in eine Barometerleere aufnimmt, schon für kleine Mengen brauchbar, bei Zehnder, Ann. d. Phys. 10, 40. 1903, und für hohe Temperaturen ebd. 15, 328. 1904. — Ein vom äußeren Luftdruck unabhängiges Volumenometer, Zeleny u. Mc Keehan, Phys. Rev. 30, 189. 1910.

18. Umrechnung der Zustände von Gasen. Berechnung der Dichtigkeit der Luft oder eines anderen Gases.

1. Gesetz von Boyle u. Mariotte; 1662 u. 1679. Bei konstanter Temperatur ist die Dichtigkeit s eines Gases seinem Drucke (Spannung; Tension) p proportional oder das Volumen v dem Drucke umgekehrt; also

$$s:s' = p:p' \quad \text{und} \quad v:v' = p':p \quad \text{oder} \quad vp = \text{Const.}$$

2. Gesetz von Gay-Lussac; 1802. Bei konstantem Druck dehnt sich ein Gas für jeden Grad Temperaturerhöhung um gleich viel aus, nämlich um $\alpha = 0{,}00367$ oder 1/273 des Volumens v_0, welches ihm bei 0° zukommt.[1]) Also gilt

$$v = v_0(1 + 0{,}00367\,t) = v_0\left(1 + \frac{1}{273}t\right) \quad \text{oder} \quad = \frac{1}{273}v_0(273 + t).$$

$273 + t$, d. h. die Temperatur auf der Zentesimalskale, aber von $-273°$ C als Nullpunkt gezählt, mit anderen Worten, wenn man an den Eispunkt statt 0 die Zahl $+273$ schreibt, heißt die absolute Temperatur T.

3. Kombination der Gesetze von Boyle (Mariotte) und Gay-Lussac: Zusammengehörige Volumina v, Dichtigkeiten s, Drucke p und Temperaturen t einer bestimmten Gasmasse sind hiernach verbunden, außer durch $vs = \text{Const.}$, durch die Beziehungen

$$\frac{pv}{1 + 0{,}00367\,t} = \text{Const.} \quad \text{oder} \quad \frac{pv}{T} = \text{Const.} \quad \text{oder} \quad \frac{p}{sT} = \text{Const.}$$

Für die Gasmenge 1 g bezeichnet man, das Volumen in ccm, den Druck in Atmosphären gemessen,

$$\frac{pv}{T} = R$$

und nennt R die Konstante des betr. Gases (z. B. Luft, $p = 1$ Atm., $T = 273°$, $v = 1/0{,}001293 = 773$, also $R = 773/273 = 2{,}83$). — Schreibt man die Glei-

[1]) Genauer ist $0{,}00367 = 1/272{,}5$. — Unter gewöhnlichen Verhältnissen haben die meisten Gase etwas mehr als 0,00367, Wasserstoff etwas weniger. — Vgl. auch 42 u. Tab. 12a.

chung, auf 1 g-Molekül (1 „Mol") bezogen, $pv/T = R_0$, so hat, nach dem Avogadroschen Gesetz, R_0 für alle Gase denselben Zahlenwert und heißt allgemeine Gaskonstante; z. B. aus Sauerstoff (O_2) berechnet, für 1 Atm. und $T = 273°$ $v = 32/0{,}001429 = 22390$, mithin $R_0 = 22390/273 = 82{,}0$. — Über die Werte im CGS-System vgl. Anh. 9a.

Nach obigem wird also aus einem, durch die zusammengehörenden bekannten Werte s_0, v_0, p_0, t_0 definierten Zustande eines Gases für einen anderen Zustand s, v, p, t abgeleitet, wenn $\alpha = 0{,}00367$ oder $\frac{1}{273}$ ist:

$$s = s_0 \frac{1 + \alpha t_0}{1 + \alpha t} \frac{p}{p_0} \qquad v = v_0 \frac{1 + \alpha t}{1 + \alpha t_0} \frac{p_0}{p} \qquad p = p_0 \frac{1 + \alpha t}{1 + \alpha t_0} \frac{v_0}{v}$$

oder endlich
$$\frac{v}{v_0} \frac{p}{p_0} = \frac{273 + t}{273 + t_0} = \frac{T}{T_0}; \qquad \frac{vp}{T} = \text{Const.}$$

Abweichungen. Diese Gesetze sind in Wirklichkeit nicht streng erfüllt, besonders bei den leichter kondensierbaren Gasen, die im allgemeinen etwas größere Ausdehnungen zeigen; der wirkliche Druck (Spannung) wird mit sinkender Temperatur und meist ebenso mit steigender Dichtigkeit kleiner als der berechnete. Man unterscheidet wohl den Temperaturkoeffizienten der Ausdehnung bei konstantem Druck und den der Spannung bei konstantem Volumen. Vgl. noch 42 und Tab. 12a.

Grundzahlen für den vollkommenen Gaszustand. Vgl. D. Berthelot, ZS f. Elektroch. 1904, 621; Trav. et Mém. Bur. int. 13, 1903. Kritische Reduktion der Beobachtungen gibt für ein vollkommenes Gas $\alpha = 0{,}003662$, somit als absoluten Nullpunkt der thermodynamischen Temperaturskale (vgl. Anh. 9b) $-1/0{,}003662 = -273{,}1°$ C. — Sauerstoff (O_2), wenn er vom idealen verdünnten Zustande bis 0° und 1 Atm. die Gasgesetze genau befolgen würde, hätte daselbst das spez. Gew. 0,0014279 (statt 0,001429 wirklich), also die auf Luft bezogene „Dampfdichte" 0,0014279/0,001293 = 1,1043. — Im idealen Gaszustande kommt somit nach dem vorigen jedem g-Molekül bei 0° und 1 Atm. das Volumen 32/0,0014279 = 22410 ccm oder 22,41 Liter zu, also bei $t°$ und p Atm. $22{,}41\,(1 + 0{,}003662\,t)/p$ Liter.

Van der Waalssche Zustandsgleichung. Die Abweichungen vom idealen Gaszustand, in Verbindung mit den Zuständen, welche ein Gas bei seiner Verflüssigung durch großen Druck und niedrige Temperatur durchläuft, und mit dem „kritischen Zustand" lassen sich nahe zusammenfassen, indem man

$$\text{anstatt } \frac{pv}{T} = R \quad \text{schreibt } \frac{1}{T}\left(p + \frac{a}{v^2}\right)(v - b) = R.$$

Die Korrektionszahlen a und b sind Konstanten der einzelnen Gase. Vgl. hierüber und über abgeänderte Zustandsformeln, besonders von Clausius, Kuenen, Die Zustandsgleichung der Gase, Braunschw. 1907; Kam. Onnes u. Keesom, Die Zustandsgleichung. Enzyklop. d. math. Wiss. V, 1, 615. 1912.

Hat ein Gas die Dichtigkeit (spez. Gew.) s_0 für 0° und 760 mm Quecksilberdruck, so ist für $t°$ und p mm, wenn $\alpha = 0{,}00367$,

$$s = s_0 \frac{1}{1 + \alpha t} \cdot \frac{p}{760}.$$

Trockne atmosphärische Luft von einem Kohlensäuregehalte von 0,06 Volumprozenten hat bei 0° und 760 mm Hg (0°) die Dichtigkeit (das spez. Gew.) $\lambda_0 = 0{,}0012932$, also bei t und dem auf 0° reduzierten Quecksilberdruck p mm (vgl. **36** u. **37**)

$$\lambda = \frac{0{,}0012932}{1 + \alpha t} \cdot \frac{p}{760} \qquad 1.$$

Man findet diese Größe in Tab. 6. — Das spez. Gew. s eines anderen Gases für p und t wird man oft am einfachsten aus seiner auf Luft bezogenen Gasdichte d (Tab. 12a) als $s = \lambda d$ berechnen.

Über die genauere chemische Zusammensetzung der Luft vgl. Tab. 6.

Daltonsches Gesetz. Eine Flüssigkeit verdampft in einem, mit einem Gase erfüllten Raum bezüglich Dampfmenge und Dampfdruck nahe bis zu ihrem, für das Vakuum geltenden Sättigungszustande. Der Gesamtdruck im Raume ist gleich der Summe der Partialdrucke.

Ist ein Gasvolumen v über einer Flüssigkeit (z. B. Wasser) gemessen, mit deren Dämpfen der Raum v gesättigt ist, so gilt also in den vorigen Formeln als zu v gehörender Druck des trockenen Gases der Gesamtdruck minus Sättigungsdruck der Flüssigkeit. Für Wasser vgl. Tab. 13. — Zu beachten sind etwaige Absorptionsvorgänge und chemische Wechselwirkungen zwischen Flüssigkeit und Gas.

Dichtigkeit feuchter Luft. Die feuchte atmosphärische Luft kann bis zu 1% leichter sein als cet. par. trockene Luft. Nun ist Wasserdampf nahe $\frac{5}{8}$ so dicht wie Luft von gleichem Druck und gleicher Temperatur. Man findet also die Dichtigkeit feuchter Luft, wenn der Druck des Wasserdampfes in derselben $= e$ ist (**47**), indem man $\frac{3}{8}e$ von dem gesamten Druck (z. B. Barometerstand) abzieht und mit dem so korrigierten Werte p in Tab. 6 oder Formel 1 eingeht.

Unter der Annahme, daß die Luft mit Wasserdampf halb gesättigt sei, kann man für Zimmertemperatur nahe so rechnen, daß man für p den ganzen Druck nimmt, aber nunmehr rechnet:

$$\lambda = \frac{0{,}001295}{1 + 0{,}004t} \cdot \frac{p}{760}. \qquad 2.$$

Die größten relativen Abweichungen vom Werte Gl. 1 mögen im Freien etwa $\pm \frac{1}{3000}$ betragen. Im Zimmer treten Schwankungen durch den Kohlensäuregehalt hinzu, die $\frac{1}{1000}$ betragen können, also bei feinen Bestimmungen zu beachten sind.

Die Ausdrücke $1 + 0{,}00367\,t$ und $p/760$ s. in Tab. 7.

18a. Eudiometer (Volta).

Dieses dient zunächst zur Sauerstoffbestimmung der Luft. Ein einseitig geschlossenes starkes Glasrohr ist sowohl nach Volumen wie nach Länge geteilt. Zwei nahe dem geschlossenen Ende eingeschmolzene Platindrähte lassen ein brennbares Gasgemisch durch einen elektrischen Funken (Elektrisiermaschine, Elektrophor, Induktorium) entzünden.

Das Eudiometer wird, luftfrei mit Quecksilber gefüllt, über Quecksilber umgestürzt, dann die zu analysierende Luft trocken eingeleitet und ihr Volumen v_1, Druck p_1 (Barometerstand minus gehobene Quecksilberhöhe) und Temperatur t_1 gemessen. Man fügt trockenen Wasserstoff (8, 3) im Überschuß gegen den Sauerstoff hinzu und bestimmt die jetzigen Größen v_2, p_2 und t_2.

Man preßt das Rohr auf einen am Boden der Wanne befestigten Kork, läßt einige Funken durchschlagen und mißt dann, nach Ablösen vom Korke, v_3, p_3 und t_3.

Das in der Volumeinheit enthaltene Sauerstoffvolumen berechnet sich, wenn die drei Temperaturen gleich sind, zu

$$\frac{1}{3}\,\frac{v_2 p_2 - v_3 (p_3 - e)}{v_1 p_1},$$

wo e den Sättigungsdruck des Wasserdampfs bei t_3 bedeutet (Tab. 13). — Wechselte die Temperatur, so ist jedes vp, bzw. $v_3(p_3 - e)$ durch sein $1 + \alpha t$ zu dividieren.

Beweise einfach aus 18.

Genaueres und eudiometrische Methoden für andere Gase s. Bunsen, gasometrische Methoden, 1877; Hempel, gasanalytische Methoden, 4. Aufl. 1913.

19. Bestimmung der Dampfdichte.

Ungesättigte Dämpfe folgen, mit den S. 80 besprochenen Abweichungen, den Gasgesetzen; alle Gase sind ja ungesättigte Dämpfe.

Dampfdichte d heißt in der Physik die Dichtigkeit eines Dampfes (Gases), bezogen auf trockne atmosphärische Luft von dem Druck und der Temperatur des Dampfes als Einheit.

Dampfdichtebestimmungen bezwecken meist die Ermittelung von Molekulargewichten auf Grund des Avogadroschen Gesetzes, nach welchem gleiche Volumina aller Gase bei gleichem Druck und gleicher Temperatur die nämliche Anzahl von Molekülen enthalten, mit anderen Worten, wonach das Mol.-G. eines Dampfes seiner D.-D. proportional ist.

Für die Chemie ist es am übersichtlichsten, die D.-D.-Zahlen, anstatt auf Luft, auf ein fingiertes Normalgas zu beziehen, dessen Mol.-G. = 1 ist dann wird das Mol.-G. einfach der Dampfdichte gleich. Dieses Normalgas würde genau die halbe Dichte des Wasserstoffgases (H_2) haben, wenn das System der Atomgewichte auf H = 1 aufgebaut wäre. Wegen der ana-

lytischen Methoden wird jedoch $O = 16,00$ zugrunde gelegt, demnach hat jenes Normalgas 1/32 der D.-D. von Sauerstoff (O_2). Nun hat, auf Luft bezogen, idealer Sauerstoff die D.-D. 1,1043 (vgl. S. 80), das Normalgas also 1,1043/32 = 1/28,98.

Eine auf Luft bezogene D.-D. ist hiernach mit 28,98 (nahe 29) zu multiplizieren, um sie auf das chemische Normalgas zu beziehen, mit anderen Worten, um das Mol.-G. des Dampfes zu erhalten. Umgekehrt gibt das Mol.-G., durch 28,98 geteilt, die D.-D. im vollkommenen Dampfzustande; z. B. für Wasser (H_2O) $(2 \cdot 1,008 + 16)/28,98 = 0,622$.

Bei manchen Dämpfen dissoziieren die Moleküle mit wachsender Temperatur allmählich; die gefundene Dampfdichte d wird dann kleiner als die aus dem Mol.-G. folgende d_0. Man nennt bei dem Zerfall in zwei Moleküle $\frac{d_0}{d} - 1$, bei dem Zerfall in n Moleküle $\left(\frac{d_0}{d} - 1\right) \cdot \frac{1}{n-1}$ den Dissoziationsgrad, d. h. das Verhältnis der Zahl der Moleküle, welche sich gespalten haben, zu der ursprünglichen Gesamtzahl.

A. Durch Wägung eines bekannten Dampfvolumens (Dumas 1827).

Ein leichter, $\frac{1}{10}$ bis $\frac{1}{4}$ Liter fassender Glaskolben mit angeblasener Röhre, der eine Atmosphäre äußeren Überdrucks aushält (also keinen eingezogenen Boden haben soll), wird gut gereinigt und mittels Erwärmens und gleichzeitigen Aussaugens durch ein eingeführtes Röhrchen so getrocknet, daß nichts Dampfbildendes darin ist. Das Rohr wird dann in eine Spitze von etwa 1 qmm Öffnung ausgezogen und so gewogen. Nun bringt man einige Gramm der zu bestimmenden Flüssigkeit in den Kolben, dadurch, daß man ihn erwärmt und die Flüssigkeit während des Abkühlens einsaugen läßt.

Der Kolben wird dann mit einem geeigneten Halter (z. B. Fig. 18) gefaßt und so in ein Bad gebracht, daß die offene Spitze herausragt; das Bad werde 10 bis 20° über den Siedepunkt der zu verdampfenden Flüssigkeit erhitzt. Ist alle Flüssigkeit verdampft, so schmelzt man den Ballon mit der Stichflamme vollständig zu, am sichersten durch Abziehen der Spitze, und liest die Temperatur des Bades und den Barometerstand ab.

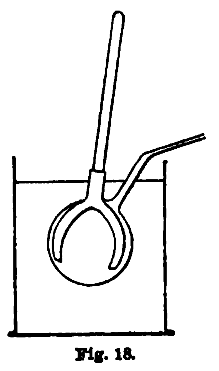


Fig. 18.

Nach dem Entfernen aus dem Bade läßt man, durch Umkehren des Kolbens, den in der Kälte sich verdichtenden Tropfen in die Spitze fließen und überzeugt sich, daß hier keine Luft eintritt. Darauf wird der abgekühlte und gut gereinigte Ballon, ev. nebst der abgezogenen Spitze, wieder gewogen, unter Beobachtung der Temperatur im Wagekasten und des Hygrometers sowie, falls ein größerer Zeitraum zwischen dem Zuschmelzen und der Wägung liegt, auch des Barometers.

Endlich hält man die Ballonspitze in vorher ausgekochtes oder unter der Luftpumpe luftfrei gemachtes Wasser [oder in Quecksilber], feilt sie an und bricht sie ab, worauf die Flüssigkeit in den Ballon steigt. Der

gefüllte Ballon nebst der abgebrochenen Spitze wird wiederum gewogen, wozu eine gröbere Wage genügt.

Die Formeln gelten wesentlich auch für die Gasdichtebestimmung **20 A**.

Das Gewicht des mit Luft, Dampf, Wasser [oder Quecksilber] gefüllten Ballons sei gleich m, m', M;

t und b bei dem Zuschmelzen Temperatur des Dampfes und Barometerstand;

t' und b' bei der Wägung des Dampfes Temperatur im Wagekasten und Barometerstand. Von b' (aber nicht von b) sei $\frac{3}{8}$ des Drucks e des Wasserdampfs (47) im Wagezimmer abgezogen (vgl. 18);

λ' die Dichtigkeit der Luft, wie sie zu t', b' aus 18 oder aus Tab. 6 gefunden wird;

$\alpha = 0{,}00367$ der Gas-Ausdehnungskoeffizient.

I. Die Dampfdichte ist, falls mit Wasser gewogen wurde,

$$d = \left(\frac{m'-m}{M-m}\frac{1}{\lambda'} + 1\right)\frac{b'}{b}\frac{1+\alpha t}{1+\alpha t'}.$$

[Für Quecksilber $13{,}56/\lambda'$ anstatt $1/\lambda'$.]

Beweis. Bezeichnen D und L Dampf-, bzw. Luftgewicht im Ballon, so ist offenbar $D - L = m' - m$, also $D = m' - m + L$. Die Dampfdichte d würde, wenn der Dampf wie die Luft t' und b' gehabt hätte, einfach dargestellt werden durch $d = D/L = (m' - m)/L + 1$ oder, da $L = \lambda'(M - m)$ ist, durch $d = \frac{m'-m}{M-m}\frac{1}{\lambda'} + 1$. Der Faktor hinter der Klammer kommt hinzu, da der Dampf nicht bei t' und b', sondern bei t und b abgesperrt wurde.

II. Genauere Formel: mit Rücksicht auf die Ausdehnung des Glases und des Wassers und auf den Gewichtsverlust des Wassers in der Luft. Es sei

Q die Dichtigkeit des zur Wägung angewandten Wassers (Tab. 4) [oder Quecksilbers Tab. 2 u. 12];

3β der kubische Ausdehnungskoeffizient des Glases $= 0{,}000025 = 1/40000$ (vgl. auch 8, 5); so ist

$$d = \left(\frac{m'-m}{M-m}\frac{Q-\lambda'}{\lambda'} + 1\right)[1 - 3\beta(t-t')]\frac{b'}{b}\frac{1+\alpha t}{1+\alpha t'}.$$

Beweis ähnlich wie in 16. — Der Dichtigkeitsunterschied des zurückgebliebenen Tropfens gegen das Wasser ist in der Formel vernachlässigt.

III. Wenn sich der Ballon nach Abbrechen der Spitze unter Wasser nicht ganz füllt, so hat der Dampf die Luft nicht vollständig verdrängt. Will man hierauf keine Rücksicht nehmen, so fülle man vor der Wägung vollständig mit der Spritzflasche und rechne nach den früheren Formeln. Andernfalls tauche man den Ballon nach dem Abbrechen der Spitze so weit ein, daß die innere und äußere Oberfläche gleich hoch steht, und wäge ihn so weit gefüllt (M'). Erst dann füllt man den Rest mit Flüssigkeit und führt die Wägung M aus. Dann ist

$$d = \frac{(m' - m)\,Q/\lambda' + M' - m'}{(M - m)\,\frac{b}{b'}\,\frac{1 + \alpha t'}{1 + \alpha t}\,[1 + 3\beta(t - t')] - (M - M')}.$$

R. Kohlrausch, Prakt. Regeln z. Best. d. spez. Gew. Marburg 1856.

Beweis. Das Volumen der Luftblase, bei der Temperatur der Füllung $= \frac{M - M'}{Q - \lambda'}$, war also bei dem Zuschmelzen $v = \frac{M - M'}{Q - \lambda'}\,\frac{b'}{b}\,\frac{1 + \alpha t}{1 + \alpha t'}$. Der Ausdruck d unter II ist demnach die D.-D. eines Gemisches von v Luft und $V - v$ Dampf, und es ist, die Dichte des reinen Dampfes durch d_0 bezeichnet, $Vd = v + (V - v)\,d_0$, woraus $d_0 = (Vd - v)/(V - v)$.

Hierein den Wert für d unter II, den obigen Wert für v, endlich $V = (M - m)/(Q - \lambda') \cdot [1 + 3\beta(t - t')]$ eingesetzt, findet sich nach einigen Umformungen, zum Teil mittels der Formeln S. 9, der Ausdruck unter III.

Beispiel. Es wurde gefunden:

$m = 29{,}6861$ g (Luft), $M = 142{,}41$ g (ganz mit Wasser);
$m' = 29{,}8431$ g (Dampf), $M' = 141{,}32$ g (teilweise mit Wasser);
ferner $b = 745{,}6$ mm, $t = 99{,}5°$ (beim Zuschmelzen);
$b' = 742{,}2$ mm; $e = 9{,}4$ mm $t' = 18{,}7°$ (beim Wägen mit Dampf).

Das Wasser zur Wägung hatte 17,2°, also (Tab. 4) $Q = 0{,}9988$.

Man findet (18) $\lambda' = 0{,}001182$ ohne Rücksicht auf e,
$\lambda' = 0{,}001176$ mit " " "

Nach der richtigen Formel III erhält man die Dampfdichte 2,777; II ergibt 2,755, I 2,765. Durch Vernachlässigung von e würden diese Zahlen um 0,005 wachsen.

Die auf Sauerstoff = 32 bezogene Dampfdichte oder das Molekulargewicht des Dampfes ist also (wenn O = 16; vgl. S. 83) $2{,}777 \cdot 28{,}98 = 80{,}5$.

Den Ausdruck $1 + \alpha t$ s. Tab. 7. Sonst rechnete man bequemer

$$\frac{273 + t'}{273 + t} \quad \text{statt} \quad \frac{1 + \alpha t'}{1 + \alpha t}.$$

Eine vorteilhafte Abänderung der Methode, nach welcher die in einem Ballon befindliche Dampfmenge mittels flüssiger Luft in einem angesetzten Kügelchen kondensiert und mit diesem gewogen wird, s. A. Schulze, Ph. ZS 1913, 922.

B. Durch Messung des Dampfvolumens einer gewogenen Flüssigkeitsmenge (Gay-Lussac 1812; Hofmann 1867.)

Ein dünnwandiges Glaskügelchen, dessen Ansatzröhrchen man nach dem Füllen zuschmelzen oder, wenn es sehr fein ist, auch offen lassen kann, oder ein ganz kleines Fläschchen mit eingeriebenem Stöpsel, von etwa $^1/_{10}$ bis $^1/_5$ ccm Inhalt, wird zuerst leer und dann mit der Substanz, deren Dampfdichte bestimmt werden soll, gewogen. Gläschen und Inhalt läßt man in einer mit trockenem und luftfreiem Quecksilber (8, 1) gefüllten und über Quecksilber umgestürzten Glasröhre aufsteigen, die von dem geschlossenen Ende an geteilt ist, entweder nach ccm oder einfach in mm, die nach 23 in Volumen verwandelt werden. Ist die Flüssigkeit leicht flüchtig, so kann das Gläschen schon während des Aufsteigens springen

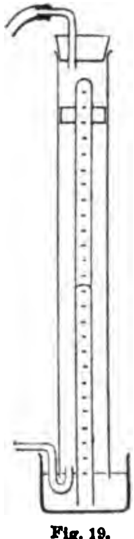


Fig. 19.

und durch das in das Vakuum geschleuderte Quecksilber das Rohr zertrümmern. Dies wird dadurch verhindert, daß man während des Aufsteigens die Glasröhre so weit neigt, daß das Quecksilber oben fest anliegt!

Nun umgibt man das Meßrohr mit dem Heizmantel (Fig. 19) und erwärmt durch einen geeigneten Dampfstrom zu einer Temperatur, die mindestens etwa 10° über derjenigen liegen soll, bei welcher die ganze Flüssigkeit gerade verdampft ist. Für nicht schwer flüchtige Körper genügt Wasserdampf. Es bedeute

m das Gewicht der verdampften Substanz in g.

t, v Temperatur und Volumen des Dampfes in ccm; ist v_0 das Volumen der dampfgefüllten Glasröhre bei 18°, so ist $v = v_0[1 + 0{,}000025(t - 18)]$ zu setzen,

b den äußeren Barometerstand,

h die Höhe der Quecksilbersäule, über welcher der Dampf sich befindet; b und h auf 0° reduziert (37),

e der Dampfdruck des Quecksilbers bei $t°$ (Tab. 15); vgl. noch die Bemerkung unten.

Dann ist

$$d = \frac{m}{v}\,\frac{760}{b - h - e}\,\frac{1 + \alpha t}{0{,}001293}.$$

Denn m/v ist das auf Wasser bezogene spez. Gew. des Dampfes. Um die auf Luft von gl. Temp. u. gl. Druck bezogene Dampfdichte d zu finden, hat man also m/v zu dividieren durch das zum Druck $p = b - h - e$ und zu t gehörige spez. Gew. der Luft $\frac{b - h - e}{760}\,\frac{0{,}001293}{1 + \alpha t}$.

Um die träge Bildung des schweren Quecksilberdampfes zu beschleunigen, ist eine seitliche Ausbauchung des oberen Endes des Barometerrohres zweckmäßig, in welcher beim Umstürzen ein Quecksilbertropfen liegen bleibt (Ramsay u. Steele, a. a. O. unten).

Genaue Bestimmungen. Um die Abweichung des Dampfes vom idealen (18) Gaszustand zu eliminieren, beobachtet man das Dampfvolumen v bei mehreren Drucken p. Der unvollkommene Gaszustand äußert sich darin, daß pv, anstatt konstant zu sein, mit abnehmendem Drucke etwas steigt. Man stellt nun pv über p als Abszisse graphisch dar (6) und extrapoliert die Kurve auf den Anfangspunkt ($p = 0$). Geradlinige Extrapolation aus zwei Werten genügt nach Reinganum im allgemeinen. — Vgl. besonders Ramsay u. Steele, ZS f. phys. Ch. 44, 348. 1903, wo eine Anordnung für genaue Messungen beschrieben wird. Ferner Reinganum, ebd. 48, 697. 1904; Verh. D. Phys. Ges. 1905, 75.

Über ein instrumentell einfaches Verfahren, bei welchem anstatt des Volumens der Druck des Dampfes in einem geschlossenen Raum bestimmt wird. s. Blackman, ZS f. phys. Ch. 63, 48 u. 635. 1908. — Über die Oberflächenwirkung des Glases bei Dampfdichtebestimmungen vgl. Drucker u. Ullmann, ebd. 74, 567. 1910.

C. Durch Luftverdrängung (V. Meyer 1878).

Das Dampfvolumen einer gewogenen kleinen Menge der Substanz wird aus der bei der Verdampfung verdrängten Luftmenge ermittelt.

Ein Glas-, oder für hohe Temperatur Porzellan- (Iridium-, Zirkon-)Kölbchen mit Steigrohr und einem engen, etwa 1 mm weiten Gasentbindungsrohre (Fig. 20), gut ausgetrocknet, mit etwas Asbest am Boden, wird — im Luftbade, oder im Dampfbade von Wasser, Anilin (184°), Benzophenon (306°), Schwefel (444,5°)[1]), oder auch in Paraffin (bis über 300°), Salpetergemisch (230 bis 600°), Blei (über 330°) usw. (Tab. 11 u. 12; auch 8, 27) — verstöpselt auf die erforderliche Temperatur oberhalb des Siedepunktes der Substanz gebracht. Man wartet, bis die Temperatur konstant geworden ist, d. h. bis aus dem Entbindungsrohre unter Wasser keine Luftblasen mehr entweichen.

Die Substanz hat man, wenn nötig, in ein Körbchen oder Glasröhrchen, oder wenn sie flüssig ist, in ein Fläschchen oder ein ganz gefülltes, zugeschmolzenes Glaskügelchen (welches durch die Ausdehnung der Substanz springt) eingewogen. Man lüftet den Kork, wirft rasch die Substanz in den Kolben und schließt die Öffnung sofort wieder. Alsdann schiebt man über das Gasentbindungsrohr einen mit Wasser gefüllten Meßzylinder, fängt in ihm die Luft auf, welche durch die verdampfende Substanz verdrängt wird, und liest ihr Volumen v ab.

(Vor Abstellen der Heizung das Rohr aus dem Wasser nehmen oder den Kork lüften!)

Fig. 20.

Bequemer als der Kork, bei welchem man sehr rasch verfahren muß, ist ein über das Verdampfungsrohr gestülpter kurzer, gut schließender Kautschukschlauch, in den ein vorn zugeblasenes (Fig. 21 A) oder, damit man bei zufälliger Temperaturerniedrigung das Eintreten von Wasser in das Rohr vermeiden kann, durch einen Hahn verschließbares Glasröhrchen gesteckt ist. In das letztere hat man den einzuwerfenden Körper gebracht und läßt ihn im geeigneten Zeitpunkt durch Aufrichten des Röhrchens hinunterfallen. Oder man hält den Körper mit einem luftdicht von der Seite eingeführten Stäbchen, durch dessen Zurückziehen man ihn hinunterfallen läßt (Fig. 21 B).

A. B.

Fig. 21.

Es ist wesentlich, daß der Vorgang in kurzer Zeit verläuft, damit u. a. kein Dampf in die kälteren Teile des Rohres gelangt, wo er sich kondensiert und das Volumen zu klein finden läßt. Daher soll die Temperatur des Bades beträchtlich über dem Siede-

---

1) Über Abhängigkeit vom Druck vgl. 42 am Schluß u. Tab. 12.

punkte der Substanz liegen. (Länger dauernde Luftentbindung kann eine Zersetzung der Substanz anzeigen.) — Es sei

m die eingebrachte Substanzmenge in g,
v in ccm das bei der Temperatur t des Zimmers unter dem Drucke H mm Quecksilber von 0° gemessene Luftvolumen.

Dann ist die gesuchte Dampfdichte

$$d = \frac{m}{v}\frac{760}{H}\frac{1+0{,}004t}{0{,}001293} = 587800\,\frac{m}{Hv}\,(1+0{,}004t).$$

Der Dampf hat nämlich eine Luftmenge verdrängt, welche unter gleichen Verhältnissen das gleiche Volumen besaß. Folglich gibt das Dampfgewicht m, geteilt durch das Gewicht dieser Luftmenge, die gesuchte Dampfdichte. Die gemessene Luft aber wiegt $v\,\frac{0{,}001293}{1+0{,}004t}\,\frac{H}{760}$, wonach man den obigen Ausdruck erhält. Der Faktor 0,004 ist anstatt des Ausd.-Koeff. 0,00367 genommen, um der Luftfeuchtigkeit Rechnung zu tragen. Er entspricht in gewöhnlicher Temperatur ungefähr der Annahme, daß die Luft im Kolben zweidrittel gesättigt, diejenige, welche über dem Wasser gemessen wird, ganz gesättigt ist.

Der Druck H ist gleich dem Barometerstande b, vermindert um die in Quecksilber umgewandelte Druckhöhe h der Wassersäule unter der Luft: $H = b - \frac{1}{13{,}6}\,h$. Taucht man bei der Ablesung das Meßrohr bis zur Gleichstellung der inneren und äußeren Oberfläche in das Wasser, so ist $H = b$.

Behufs genauer Bestimmung und Rechnung hätte man noch das Volumen v' des etwa mit eingeworfenen Fläschchens zu berücksichtigen. War ferner der Kolben vorher mit trockener Luft gefüllt worden, so rechnet man hinreichend genau

$$d = \frac{587800}{v/(1+\alpha t) + v'/(1+\alpha t')}\,\frac{m}{H-e}.$$

e bedeutet den Sättigungsdruck des Wasserdampfes bei der Temperatur t (Tab. 13), t' die Heiztemperatur des Bades, die nur genähert bekannt zu sein braucht. α ist $= 0{,}00367$.

Vgl. V. Meyer, Ber. D. Chem. Ges. 1878, S. 2253; 1879, 610 u. 1112.

Dissoziierte Dämpfe unterliegen der unter Umständen beträchtlichen Fehlerquelle, daß in dem Diffusionsgebiet gegen die Luft ihr Dissoziationsgrad, der mit verminderter Dichtigkeit des Dampfes wächst, ein anderer ist als in dem untersten Raume.

Über eine Anordnung, um mit vermindertem Druck zu arbeiten, s. z. B. Eijkmann, Ber. d. D. Chem. Ges. 1889, 2754; Lunge u. Neuberg, ebd. 1891, 729. — Auch Erdmann, ZS f. anorg. Ch. 32, 425. 1902; nach vorgängiger Beobachtung an einem Körper von bekannter Dampfdichte wird nur das

Ablesen einer Druckänderung erfordert. — Eine verwandte Methode auch bei Haupt, ZS f. phys. Ch. 84, 713. 1904. — Über Messungen in sehr hoher Temp. s. u. a. V. Meyer, pyrochem. Unters., Brschw. 1885; ZS f. phys. Ch. 1, 145. 1887; Nernst, ZS f. Elektroch. 1903, 622.

D. Durch Metallverdrängung.

Der verdampfende abgewogene Körper (vgl. B und C) verdrängt eine Flüssigkeit, welche selbst eine geringe Dampfspannung besitzt (in niederer Temperatur Quecksilber, Hofmann, vgl. Tab. 15; in höherer Temperatur Woodsches Metall (8, 12a), V. Meyer, Ber. d. D. Chem. Ges. 1876, 1216; 1877, 2068). Es bedeute

m das Gewicht der verdampfenden Substanz,
M, s und M', s' das Gewicht bzw. das spez. Gew. des Metalls vor und bei der Verdrängung,
t die Zimmer-, ϑ die Badtemperatur (siedender Schwefel 444,5°),
β den Ausd.-Koeff. des Gefäßes,
b den Barometerstand,
h die Druckhöhe des flüssigen Metalls im anderen Schenkel.

Man berechnet die Dampfdichte

$$d = \frac{m}{\frac{M}{s}[1 + 3\beta(\vartheta - t)] - \frac{M'}{s'}} \cdot \frac{760(1 + 0{,}00367\,\vartheta)}{\left(b + \frac{hs'}{13{,}56}\right) 0{,}001293}.$$

Den letzten Faktor siehe in Tab. 6. — Die spez. Gew. sind bei t

für Quecksilber	13,60 (1 — 0,00018 t)
für Woodsches Metall	9,6 (1 — 0,00009 t).

E. Durch Absorption.

Das Gewicht eines bei bekanntem Druck und bekannter Temp. gemessenen Dampfvolumens wird bestimmt, indem man den Dampf von gekühlter Holzkohle (8,24) absorbieren läßt. Dewar u. Jones, Proc. R. Soc. A 80, 229. 1908.

F. Aus der Schallgeschwindigkeit.

Vgl. hierüber 56 IV; über eine besondere Form Wachsmuth, Ann. d. Ph. Boltzmann-Band 923, 1904.

20. Gasdichte-Bestimmung.

Die Gasdichte soll, wie im vorigen die Dampfdichte, auf Luft von gl. Temp. u. gl. Druck bezogen werden. Für die Umrechnungen kommen die Gasgesetze von 18 in Betracht. — Über Herstellung einiger Gase und deren Trocknen s. 8, 3.

A. Durch Wägung.

Um die Dichte eines permanenten Gases zu bestimmen, füllt man mit ihm einen Glasballon mit angeschmolzenem Glasrohr (am bequemsten mit Hahnverschluß), etwa indem man den Ballon zunächst mit Quecksilber füllt, ihn über einer Quecksilberwanne umstürzt und nun das Quecksilber durch das aufsteigende Gas verdrängen läßt. Der Ballon wird, wenn das Quecksilber innen und außen gleich hoch steht, d. h. unter Atmosphärendruck, geschlossen und gewogen (m'). Dann wird das Gas durch einen hinreichenden Luftstrom (Luft des Wagezimmers, nicht getrocknet) verdrängt und der Ballon offen gewogen (m). Endlich habe die Wägung mit Wasser [oder Quecksilber] das Gewicht M ergeben. Wie in **19 A** sollen b und t den Barometerstand und die Temperatur im Augenblick des Abschließens des Gases bedeuten, t' und b' gelten für die Wägung des mit Gas gefüllten Ballons.

Die Gasdichte d berechnet sich nach der Formel I oder genauer II in **19 A**.

Eine bei der Füllung etwa zurückgebliebene Quecksilbermenge läßt man bei allen Wägungen ungeändert.

Füllt und wägt man bei gleicher Temperatur und gleichem Druck, so gilt bei Wasserfüllung

$$d = \frac{m' - m}{M - m} \frac{1}{\lambda} + 1.$$

Atmosphärische Schwankungen lassen sich auch dadurch eliminieren, daß man als Hauptgegengewicht für den Ballon ein ebenso großes geschlossenes Gefäß nimmt; man vermeide dabei aber Überlegungsfehler.

Hält der Ballon einseitigen Atmosphärendruck aus, so kann er vor der Gasfüllung mit der Quecksilberluftpumpe (8, 24) evakuiert werden. Sein Volumen v bei der Gasfüllung habe sich durch Temperatur oder Luftdruckskompression (Rayleigh) bei der Leerwägung (m_0) in v_0, bei der Gaswägung (m') in v' geändert, dann ist

$$d = \frac{m' - m_0}{\lambda v} + \frac{\lambda'}{\lambda} \frac{v'}{v} - \frac{\lambda_0}{\lambda} \frac{v_0}{v}.$$

λ_0 und λ' bedeuten das spez. Gew. der Luft bei der Leerwägung und der Gaswägung (18). λ gilt für trockene Luft bei dem Druck und der Temperatur des eingefüllten Gases; Tab. 6.

Verfügt man über eine hinreichend große Menge des Gases, so kann man auch ein Glaskölbchen mit zwei Ansatzrohren (Fig. 22; oder das Pyknometer, Fig. 13 D S. 67) verwenden, aus welchem man die Luft durch einen anhaltenden Gasstrom verdrängen läßt; ist das Gas schwerer als Luft, so füllt man durch das lange Rohr, und umgekehrt. — Für eine genäherte Bestimmung kann ein enghalsiges Fläschchen oder Kölbchen von 100 bis 200 ccm genügen. Je nachdem das Gas schwerer oder leichter ist als Luft, füllt man das

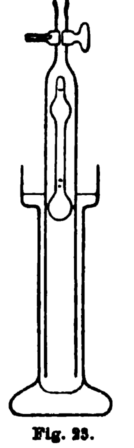
Fig. 22.

aufrecht oder verkehrt stehende Fläschchen durch ein bis an den Boden reichendes enges Röhrchen und verschließt endlich, indem man das Rohr langsam herauszieht, mit einem Kautschukstöpselchen. Handerwärmung ist zu vermeiden, und wegen der Diffusion muß man nun rasch wägen. Über die Berechnung s. S. 84.

Über genauere Messungen s. besonders Regnault in Relat. des Exp. usw. I, oder Mém. de l'Acad. 21. 1847; Rayleigh, Proc. R. S. 53, 134. 1893; Morley, ZS f. phys. Ch. 20, 68. 1896; Leduc, Ann. chim. phys. (7) 15, 1. 1898; Guye, Arch. sc. ph. 24, 34. 1907.

B. Aus der Ausströmezeit (Bunsen).

Gasdichten verhalten sich nahe umgekehrt wie die Quadrate der Ausströmungsgeschwindigkeiten, mit denen die Gase unter gleichem Druck aus enger Wandöffnung austreten. Vergleicht man also die Zeit, welcher eine bestimmte Gasmenge zum Ausströmen bedarf, mit der Zeit, welche ein gleiches Luftvolumen unter denselben Bedingungen braucht, so gibt das Zeitverhältnis, ins Quadrat erhoben, die Gasdichte.


Fig. 23.

Der Glaszylinder (Fig. 23) mit Hahn, oben durch einen Schliff mit aufgeschmolzenem dünnen Blech mit ganz feiner Öffnung verschließbar, wird über Quecksilber (8, 1) mit trockener, durch ein Wattefilter staubfrei gemachter Luft bzw. mit dem zu bestimmenden Gas gefüllt. Fehlt die in der Figur hierfür vorgesehene Spitzenbohrung des Absperrhahnes, so benutzt man, nach Entfernung des Schliffes, die obere Öffnung. Das Gas wird durch einen angesetzten Kautschukschlauch eingeführt. Läßt der Zylinder sich bis an den Hahn in das Quecksilber eintauchen, so füllt man, während man den Zylinder langsam hebt. Andernfalls zieht man ihn so weit heraus, daß das Quecksilber seinen unteren Rand noch eben abschließt, und leitet nun das Gas so lange durch, bis es die Luft verdrängt hat, was aber ein unsicheres Verfahren ist, weil bei dem Entweichen der Gasblasen leicht etwas Luft in den Zylinder zurückschlägt.

Nun taucht man den Zylinder so tief, und zwar bei allen Versuchen gleich tief, in das Quecksilber ein, daß der Schwimmer (Fig. 23) unsichtbar wird, und öffnet den Hahn. Den Gasstand, welchen das undurchsichtige Quecksilber nicht direkt ablesen läßt, beobachtet man mittels des Schwimmers, der von dem Quecksilber im Zylinder getragen wird und zwei gut sichtbare Marken hat, eine am oberen Ende, die andere einige cm über dem unteren Ende. Man beobachtet die Zeitpunkte, wann diese Marken eben aus der Quecksilberoberfläche austreten. Ein dicht über der unteren Marke befindliches Zeichen soll auf ihren Austritt vorbereiten.

Beispiel.	Luft	Kohlensäure
Austritt der oberen Marke um	14,3 sec	42,5 sec
„ „ unteren „ „	51,2 „	1 min. 27,8 „
Dauer =	36,9 sec	45,3 sec

Also Kohlensäure, auf Luft bezogen, $d = (45,3/36,9)^2 = 1,507$. Auf Sauerstoff = 32 bezogen, d. h. (vgl. S. 83) Molekulargewicht = 1,507 · 28,98 = 43,7 (statt $CO_2 = 44$ berechnet).

Über die Anwendung der Bunsenschen Methode zur Bestimmung von Dampfdichten vgl. Ulrich, Marb. Ber. 1909, 232.

Akustische Methoden s. 56 IV.

Raummessung.

21. Längenmessung.

I. Strichmaßstab.

Als Einheit der Länge gilt das Zentimeter. Dieses ist der hundertste Teil des im internationalen Bureau des Poids et Mesures aufbewahrten Meters aus Platiniridium bei 0°.

Als Material für bessere Maßstäbe kommen in Betracht, nach abnehmender Wärmeausdehnung geordnet (Tab. 11; über Temperatur s. S. 97), Messing, Silber (besonders als Einlage), Neusilber, Stahl, Platiniridium, Glas, Nickelstahl (Invar), Quarzglas. — Über ein Normalmeter aus Quarzglas vgl. Kaye, Proc. R. S. A. 85, 430. 1911.

Nach zunehmender Brauchbarkeit bezüglich hygroskopischer Längenänderung in der Faserrichtung ordnen sich die gebräuchlichen Hölzer: Pappel, Eiche, Mahagoni, Buche, Kiefer, Linde, Ahorn, Fichte. Die Änderungen durch die gewöhnlichen Luftfeuchte-Schwankungen liegen hier zwischen etwa 8/10000 und 1/10000. Elfenbein wird stark beeinflußt. Ganz unbrauchbar ist Nußbaum. Paraffinieren der Hölzer hilft nicht viel. Besser schützt Überziehen oder noch vollkommener Tränken mit Schellack. Vgl. Hildebrand, Wied. Ann. 34, 397. 1888.

1. Freie Ablesung. Die gewöhnlichsten, aus der Parallaxe stammenden Fehler werden dadurch vermieden, daß man die Teilung mit dem Objekt zusammenfallen läßt, wozu u. a. oft ein durchsichtiger Maßstab genügt. Andernfalls sichert man das Senkrechtsehen zur Teilung durch einen mit ihr parallelen Spiegel, indem man das Spiegelbild des beobachtenden Auges in den abzulesenden Punkt bringt. Oder man hält durch Visieren nach einem fernen Punkt eine konstante Sehrichtung inne. Am sichersten liest man mittels eines zur Teilung senkrecht blickenden Fernrohrs oder schwachen Mikroskops mit Parallelverschiebung ab.

2. Komparator. a) Längs eines festen Maßstabes verschiebt sich ein Schlitten mit Mikroskop, welches man folgeweise auf beide Enden der zu messenden Länge einstellt. Die Parallelverschiebung muß um so genauer verbürgt sein, je weiter der zu messende Gegenstand von der Teilung des Maßstabes abliegt.

Aus einem Kathetometer läßt sich mittels Ersatz des Fernrohrs durch ein Mikroskop ein solcher Komparator herstellen, wenn man den Maßstab abnehmen und in ein geeignetes horizontales Gestell einklemmen kann.

b) Es wird mit einem in sich verschiebbaren Maßstabe die zu messende Länge fest verbunden und jeder ihrer Endpunkte folgeweise unter dasselbe feststehende Mikroskop gebracht. Ein zweites festes Mikroskop liest gleichzeitig auf dem Maßstabe die Verschiebung ab.

Fehler aus unvollkommener geradliniger Führung werden am sichersten vermieden, wenn die zu messende Länge mit dem Maßstabe nicht seitlich, sondern in seiner Fortsetzung verbunden ist.

c) Einwandsfrei ist auch das Auswechseln des Objekts gegen einen Normalmaßstab. Als Komparator dient entweder, wie unter a) der Maßstab mit Schlittenverschiebung eines Mikroskopes, oder ein Paar von Mikroskopen, von denen mindestens eines mit Okularmikrometer versehen ist, welche auf einer Schiene verschoben und festgeklemmt werden können. — Transversalkomparator heißt das Instrument, wenn die Auswechslung von Objekt und Maßstab bequem mittels einer Führung geschieht.

Z. B. Pulfrich, ZS f. Instr. 1892, 307: Komparator von Abbe; Blaschke, ebd. 1907, 361: Komparator der P. T. Reichsanstalt; Kösters, ebd. 1913, 233: Komparator der Normal-Eichungskommission.

Überschüsse über ganze Teilstriche des Maßstabes können in allen Fällen durch Okularmikrometer von bekanntem Teilwert in den Mikroskopen (vgl. unten) bestimmt werden. Im Falle a) auch mit dem am Schlitten befindlichen Nonius (Fig. 24).

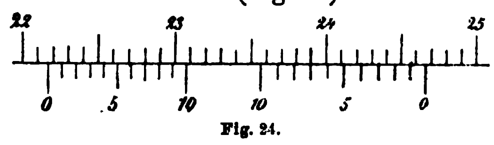


Fig. 24.

Nonien, die auf Zehntel geteilt sind, haben entweder 9/10 oder 11/10 des Intervalles der Hauptteilung als Einheit. Beide gezeichnete Nonien zeigen die Einstellung 0,7 p an. — An Zehntel-mm-Nonien lassen sich leicht aus der Lage von Nachbarstrichen auch die Hundertstel schätzen.

Bei einer feineren Messung mit Anwendung eines Nonius übersehe man nicht, erstens, daß der Nonius selbst geprüft sein muß, zweitens, daß man aus der etwaigen Fehlertabelle des Maßstabes den Fehler desjenigen Striches zu nehmen hat, an welchem die Noniusteilung einsteht.

Den Horizontalabstand zweier Punkte kann man mittels zweier von ihnen herabhängender Kokonfäden mit angehängten Gewichten messen, die, um Schwankungen zu vermeiden, in ruhiges Wasser tauchen mögen. Ebenso mißt man den Durchmesser eines horizontal gelegten Zylinders.

Einen Komparator für Abstände beliebiger Neigung s. bei F. Braun, Wied. Ann. 41, 627. 1890.

3. Teilmaschine. Diese kann zur Messung, besonders auch von kleineren Längen, dienen, wenn an dem Schlitten ein Mikroskop mit Fadenkreuz sitzt. Den Wert eines Schraubenganges bestimmt man auf einem Strichmaßstabe. Wegen des toten Ganges stellt man immer von derselben Seite ein.

Über die Bestimmung der fortschreitenden und periodischen Schraubenfehler s. Bessels Methode in Weinstein, Maßbestimmungen II, 290; Thiesen, Scheel u. Sell, ZS f. Instr. 1896, 328.

4. Mikroskop. Für sehr kleine Längen wird am besten ein Mikroskop mit „Okularmikrometer" angewandt. Mit einem als Objekt untergelegten Glasmikrometer von bekanntem Werte wird zuerst der Teilwert des Okularmikrometers bestimmt und dann in leicht ersichtlicher Weise verfahren. Das Okularmikrometer kann selbst aus einer Glasteilung bestehen oder aus einem mit Mikrometerschraube beweglichen Faden oder Fadenpaar. An der Trommel wird die Verschiebung abgelesen.

Man beachte, daß konstante Mikroskopvergrößerung eine ungeänderte Stellung des Okularmikrometers gegen das Objektiv voraussetzt, so daß auch die Einstellung immer für dieselbe Sehweite, z. B. stets mit oder stets ohne Brille, geschehen muß. Bei dem Ramsdenschen Okular, unter welchem das Mikrometer feststeht, ist dies nicht nötig.

5. Prüfung eines Strichmaßstabes. Besitzt man einen schon verifizierten Maßstab[1]), so ist die Aufgabe, für einen anderen Stab eine Korrektionstabelle aufzustellen, oben bereits erledigt. — Andernfalls vergleicht man die angeblich gleichen Strecken des Maßstabes mit einer und derselben Länge a und bestimmt dadurch ihr gegenseitiges Verhältnis. Die unter Nr. 2 erwähnten Komparatoren liefern das Mittel für genaue derartige Messungen. Die Länge L enthalte n Unterabteilungen $a_1 a_2 \ldots a_n$, deren Einzellängen $a_1 = a + \delta_1$, $a_2 = a + \delta_2$ usw. bis $a_n = a + \delta_n$ gefunden

1) Durch Vermittlung der Normal-Eichungskommissionen sind geprüfte Maßstäbe zu beziehen.

werden; bezeichnet man dann das Mittel der Unterschiede $(\delta_1 + \delta_2 + \cdots + \delta_n)/n = \delta$, so ist

$$a_1 = L/n - \delta + \delta_1; \qquad a_2 = L/n - \delta + \delta_2 \text{ usw.}$$

Um die bei einer großen Zahl von Vergleichungen sich häufenden Fehler zu vermeiden, wird man sowohl größere wie kleinere Strecken vergleichen, z. B. bei einem in mm geteilten Stabe alle dm, alle cm und alle mm; die letzteren wohl nach Nr. 4. Jede größere Abteilung wird bei der Rechnung ihren Unterabteilungen gegenüber zunächst als Ganzes behandelt.

Die Korrektionen zweier gleichartiger Maßstäbe lassen sich durch Aneinanderlegen und mikroskopisches Bestimmen der Unterschiede korrespondierender Striche in den verschiedenen Intervallen ermitteln. Vgl. Leman, Wiss. Abh. Norm.-Eich.-K. Heft VI. 1906.

Genaue Methoden u. a.: Thiesen, Carl Rep. 15, 680. 1879; Wiss. Abh. d. P. T. Reichsanst. II, 97. 1895; Benoît, Trav. et Mém. du Bur. internat. des poids et mes. II, p. C 35ff.; Pernet, ib. IV, p. B 87. 1885.

6. Herstellung von Strichmaßen. Die gewöhnliche Teilmaschine benutzt den auf einer Schraube von bekannter Ganghöhe verschiebbaren Schlitten mit Reißerwerk. Wegen des „toten Ganges" stelle man vor jedem Strichziehen immer von derselben Seite ein. Zu Holz, Elfenbein und weichem Metall dient der Stahlstichel, sonst der Diamant. Für feine Glasteilung mit dem Diamant wird Strichziehen unter Wasser empfohlen. — Meistens überzieht man das Glas warm mit einer dünnen Wachsschicht (am besten: eintauchen in weißes, in einer Röhre mittels Wasserdampf geschmolzenes Wachs und rasch herausziehen), in welche nach dem Erkalten die Teilung eingetragen wird. Die Striche ätzt man glatt mittels Flußsäurelösung oder „Diamanttinte", die man mit dem Pinsel aufträgt, oder matt durch Dämpfe von Flußsäure (aus Flußspatpulver und Schwefelsäure) in einem Bleitroge. Andere Glasflächen, ferner die Augen und Schleimhäute, sind vor den Dämpfen zu schützen.

Nach Bunsen kopiert man Teilungen von einem Originalmaßstabe mittels einer langen Stange mit zwei Spitzen. Das Original und der zu teilende Stab werden in dieselbe gerade Linie festgelegt; die eine Spitze wird in die Teilstriche gesetzt, mit der anderen zieht man kurze Striche.

II. Kontaktmaßstäbe.

Für große Längen eignen sich Endmaße mit sphärischen Endflächen, die Teile ein und derselben Kugelfläche sind, für geringe Längen zylindrische Endmaße, für ganz kleine Längen planparallele Platten; vgl. Guillaume, Proc. Verb. Com. int. (2) 5, 335. 1909. D. Mech.-Ztg. 1909, 196 u. 204.

Zusammensetzbare Normalendmaße von Johannesson; s. z. B. D. Mech.-Ztg. 1909, 41.

Für gewöhnliche Zwecke mißt man den gegenseitigen Abstand zweier Endflächen eines Körpers z. B. mittels der unter dem Namen Schublehre,

Fühlhebel, Kontaktschraube käuflichen Längen- und Dickenmesser. Man achte auf die Richtigkeit ihres Nullpunktes, bzw. bringe die notwendige Korrektion an.

Einen genauen Dickenmesser nach Abbe s. ZS f. Instr. 1892, 310.

7. Sphärometer. Zu feinen Dickenmessungen dient die Schraube im Sphärometer; die Höhe des Schraubenganges ist zunächst die Längeneinheit. Das in der Fig. 25 dargestellte einfachste Sphärometer wird zuerst mit seinen drei Füßen auf eine ebene Unterlage gesetzt (etwa auf eine Spiegelglasplatte, deren Vorderfläche auf große Entfernung unverzerrte Spiegelbilder gibt), wobei man die Mittelschraube gerade bis zur Berührung einstellt. Diese Stellung wird abgelesen: die Bruchteile des Schraubenganges auf der mit der Schraube drehbaren geteilten Kreisscheibe, die Ganzen durch Zählen der Umgänge oder an dem Maßstäbchen, an welchem diese Scheibe nahe vorbeistreift.

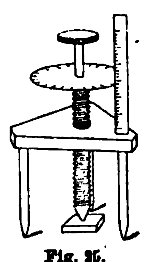


Fig. 25.

Dann dreht man die Schraube zurück, zur Sicherheit die Umdrehungen abzählend, legt den Körper unter, dessen Dicke gemessen werden soll, stellt die Schraube wieder zur Berührung ein, liest ab und nimmt die Differenz gegen die erste Einstellung; Drahtdicken u. dgl. werden zwischen Schneiden oder Platten gemessen. — Um die Dicke in mm zu haben, ist diese Differenz mit der angegebenen oder anderweitig ermittelten Höhe eines Schraubenganges zu multiplizieren.

Daß die Schraubenspitze gerade berührt, beurteilt man danach, daß das Instrument dann um die verstellbare Spitze zu wackeln beginnt und sich leicht auf ihr drehen läßt. — Ein sehr feines optisches Erkennungsmittel gewähren die Newtonschen Interferenzstreifen. Man legt nämlich zwischen Spitze und Unterlage noch eine Glasplatte, deren obere Fläche jetzt die Ausgangsebene darstellt. Unter der Glasplatte entstehen dann diese Streifen, besonders bei der Beleuchtung mit einer Natriumflamme deutlich sichtbar, und die eintretende Berührung wird scharf wahrnehmbar durch die zugleich eintretende Verschiebung der Interferenzstreifen.

An Stelle der ebenen Platte dient als konstante Einstellungshöhe auch wohl ein Fühlhebel oder ein Fühlniveau oberhalb der Schraube. Man stellt stets auf denselben Teilstrich des Zeigers oder auf dasselbe Einspielen der Libellenblase ein.

Die Höhe des Schraubenganges wird mit einem Körper von bekannter Dicke oder nach I 2 oder 3 bestimmt. — Über die Messung eines Krümmungshalbmessers s. 66 I. Feinere Konstruktionen von Sphärometern nach Mayer und Bamberg s. z. B. bei Czapski, ZS f. Instr. 1887, 297.

8. Der Kontaktkomparator für Vergleichung größerer Endmaße hat ebenfalls Fühlhebel und Fühlniveau, eventuell in Verbindung mit einer Mikrometerschraube. Die Messungsmethoden sind im Prinzip einfach.

Zu den Kontaktkomparatoren gehören auch die Meßmaschinen, z. B. Reinecker, Hommel. Über erstere vgl. Leman, D. Mech.-Ztg. 1913, 33, über letztere Göpel, D. Mech.-Ztg. 1910, 1. Ferner Shaw, Proc. R. S. A. 84, 589. 1911. — Über einen Kontaktkomparator zur Ausmessung größerer zylindrischer Objekte vgl. Göpel, ZS f. Instr. 1912, 229.

S. auch die Dickenmessung durch Lichtinterferenz 65 IV.

Korrektionen. 9. Temperatur. Hat man mit einem Maßstabe von der Normaltemperatur t_0 und vom Ausdehnungskoeffizienten β_0 (44 u. Tab. 11) bei der Temperatur t eine scheinbare Länge l gefunden, so ist die wahre Länge $= l[1 + \beta_0 (t - t_0)]$.

10. Durchbiegung. Die Länge der Achse eines Stabes ändert sich durch mäßige Durchbiegungen nur wenig; die Abstände von Punkten außerhalb der Achse können dadurch aber in leicht ersichtlicher Weise vergrößert oder verkleinert werden. Es empfiehlt sich im allgemeinen, einen Maßstab, wenn er in horizontaler Lage gebraucht wird, in zwei Querschnitten zu stützen, die je um 2/9 der Länge von den Enden abstehen. Auch die Aufbewahrung geschieht so am besten. — Normalmaßstäben gibt man einer H-Form ähnliche Querschnitte und teilt in der Achse.

Über hölzerne Maßstäbe und Luftfeuchte vgl. oben.

Messung einer Fläche von unregelmäßiger Gestalt. Außer dem Amslerschen Planimeter (Mechaniker Coradi, Zürich) sei das leicht herzustellende Stabschneidenplanimeter von Prytz genannt; vgl. Hammer, ZS f. Instr. 1895, 90; auch 1902, 221; 1908, 247. — Als Hausmittel sei ferner erwähnt das Ausschneiden und Abwägen der Fläche in Karton, dessen Gewicht pro Flächeneinheit (qdm) bestimmt ist.

Über Ausmessung körperlicher Gebilde mittels Stereometerkamera s. z. B. Pulfrich, ZS f. Instr. 1908, 117.

Winkelmessung in **25, 30a, 60, 61, 70.**

22. Kathetometer (Dulong und Petit 1816).

Das Kathetometer mißt Vertikalabstände, z. B. Druckhöhen. Ein horizontales, um die Vertikale drehbares Fernrohr ist mittels Schlitten am vertikalen Maßstabe verschiebbar (Fig. 26). Auf große Entfernungen ist das Kathetometer wegen der ungenauen Einstellung, wegen der Krümmung des Maßstabes und wegen der Fehler durch Schwankungen mit Vorsicht, unter beständiger Beachtung der Fernrohrlibelle (6, f. S.) anzuwenden.

Mit zwei Schlittenmikroskopen kann man auf die Endpunkte der zu messenden Höhe und einen daneben gestellten Maßstab nacheinander einstellen; vgl. **21** I, 2c.

Die Justierung des Instruments geschieht folgendermaßen.

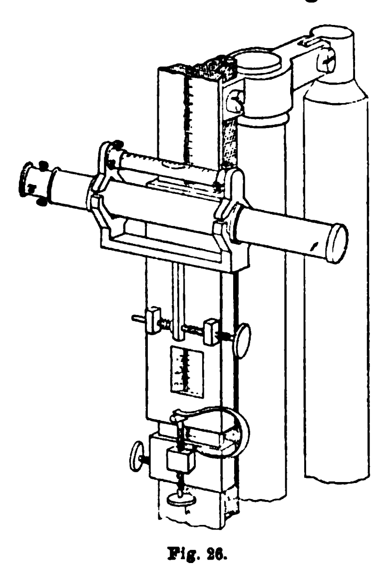


Fig. 26.

1. Das Fernrohr ist um seine Sehrichtung drehbar: das Fadenkreuz wird so gestellt, daß bei dieser Drehung der anvisierte Punkt sich nicht gegen das Fadenkreuz verschiebt.

2. Daß die beiden Lagerzylinder des Fernrohrs gleich dick sind, wird mit der aufzusetzenden Libelle geprüft, welche dieselbe Einstellung zeigen muß, wenn man das Fernrohr in seinen Lagern umlegt und die Libelle in ihrer alten Lage wieder aufsetzt.

3. Die Drehachse des Kathetometers wird vertikal gemacht, indem man die Fußschrauben so reguliert, daß die Libelle des Instruments bei der Drehung eine konstante Einstellung gegen ihre Teilung ergibt. Über die Reihenfolge bei der Einstellung der Fußschrauben und das Justieren der Libelle selbst vgl. **30a**.

4. Die vertikale Stellung des Maßstabes wird hinreichend genau mit einem Senkel erkannt und danach reguliert.

5. Die horizontale Richtung der Fernrohrachse erkennt man, da nach Nr. 1 die Sehachse mit der geometrischen Achse übereinstimmt, und wenn nach Nr. 2 die beiden Lagerzylinder des Rohres gleich dick sind, mit der Fernrohrlibelle, die bei dem Umsetzen die frühere Einstellung der Blase auf ihrer Teilung zeigen muß. Oder auch, da nach Nr. 3 die Drehachse vertikal ist: man visiert einen Punkt an, dreht das Instrument um 180° und legt das Fernrohr um; dann muß der vorher anvisierte Punkt dieselbe Höhe gegen das Fadenkreuz zeigen.

6. Daß der Schlitten und das Fernrohr wirklich die vorausgesetzte Parallelverschiebung haben, erkennt man an der konstanten Einstellung der Libelle oder an einem vertikal gerichteten Kollimator (d. h. einem Fadenkreuz mit vorgesetzter Linse), dessen

Bild dem Fernrohr mittels eines kleinen totalreflektierenden Prismas seitlich zugeführt wird. Eventuell hat man entweder vor jeder Einstellung die Lage des Fernrohres auf denselben Stand der Libellenblase bzw. auf Koinzidenz mit dem Kollimator zu korrigieren, oder man mißt noch einmal mit umgelegtem Fernrohr und um 180^0 gedrehtem Instrument und nimmt aus beiden Ablesungen das Mittel. Je weiter entfernt die zu messende Höhe, desto sorgfältiger ist dies zu beachten.

22a. Ophthalmometer (Helmholtz 1853).

Das Instrument dient zur Messung kleiner Abstände. Es besteht aus zwei gleich dicken, dicht nebeneinander vor den Objektivhälften eines Fernrohres befindlichen Glasplatten, welche sich um eine gemeinsame Achse gleichzeitig um gleiche Winkel, aber gegeneinander drehen lassen. Die Größe der Drehung wird an Teilkreisen abgelesen. In der Nullpunktsstellung liegen beide Platten in der zur Sehlinie senkrechten Ebene.

Man stellt auf die beiden Punkte, deren gegenseitiger Abstand gemessen werden soll, gleichzeitig ein, indem man durch Drehung der Glasplatten die beiden durch die Lichtbrechung in den schrägen Gläsern abgelenkten Bilder zum Zusammenfallen bringt. Der Abstand des Objekts vom Instrument ist ohne Einfluß.

Ist α der Drehungswinkel aus der Nullstellung,
a die Dicke der Platten,
n das Lichtbrechungsverhältnis der Gläser,
so berechnet man den Abstand e der beiden Punkte

$$e = a(2\sin\alpha - \sin 2\alpha/\sqrt{n^2 - \sin^2\alpha}).$$

Beweis: s. Fig. 27. Es ist $AB = a/\cos\beta$;

$$\tfrac{1}{2}e = AB\sin(\alpha-\beta) = a(\sin\alpha - \operatorname{tg}\beta\cos\alpha).$$

Ferner $\sin\beta = (1/n)\cdot\sin\alpha$, also

$$\operatorname{tg}\beta\cos\alpha = \frac{\sin\alpha\cos\alpha}{\sqrt{n^2-\sin^2\alpha}} = \frac{1}{2}\frac{\sin 2\alpha}{\sqrt{n^2-\sin^2\alpha}}.$$

Hieraus ergibt sich e.

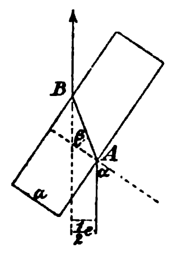


Fig. 27.

Die Konstanten a und n des Ophthalmometers kann man einzeln direkt an den herausgenommenen Glasplatten bestimmen (**21**, insbesondere **21**, 7, bzw. **62** und **63** II). — Oder man stellt auf einige Abstände einer mm-Teilung ein, mindestens natürlich auf zwei. Wenn auf mehrere, so ermittelt man a und n mit kleinsten Quadraten (**3** III bis V).

Da das Instrument oft eine unvollkommene Symmetrie zeigt, so messe man zweimal mit entgegengesetzten Neigungen der Glasplatten und mittele die beobachteten α.

Etwas umständlich wird also die Konstantenbestimmung. Oft wird es genügen, zuerst eine bekannte Teilung (in $\frac{1}{2}$ mm) durchzubeobachten und dann eine Kurve der beobachteten Drehungen als Abszissen und der Längen als Ordinaten (6) zu benutzen. Bei diesem Verfahren hält man sich am einfachsten stets an die Drehungen in einem bestimmten Sinn.

23. Volummessung. Kalibrierung durch Auswägen.

Siehe auch Dichtigkeit (15, 16) und Volumenometer (17).

Als Volumeinheit gilt hier das Kubikzentimeter („Milliliter") in dem Sinne, daß es genau 1 g Wasser von 4° faßt, selbstverständlich auf den leeren Raum berechnet.

Käufliche ältere Meßgefäße sind oft sehr unrichtig. Verbreitet ist noch das „Mohrsche" ccm, von dem scheinbaren Gewicht des Wassers von 15° in Luft abgeleitet. Dabei wird das Liter gegen richtiges Maß um 1,9 ccm zu groß. Die jetzt käuflichen geeichten Hohlmaße sind nach richtig definiertem Maße geteilt.

Das Volumen einer Flüssigkeit, die in der Luft das Gewicht m g zeigt, beträgt in ccm

$$v = \frac{m}{s}\left(1 + \frac{\lambda}{s} - \frac{\lambda}{\sigma}\right),$$

wo s, σ und λ die Dichtigkeit der Flüssigkeit, der Gewichtstücke und der Luft (0,0012; 18 und Tab. 4 und 6) bedeuten; s. auch 18 und Tab. 1.

Man kalibriert fast ausschließlich mit Wasser oder Quecksilber. Bei der Temperatur der Messung habe Wasser die Dichtigkeit Q (Tab. 4). Ein mit Messinggewichten ($\sigma = 8{,}4$) in Luft gewogenes scheinbares Gramm hat dann das Volumen $\frac{1}{Q}\left(1 + \frac{0{,}0012}{Q} - \frac{0{,}0012}{8{,}4}\right)$ ccm, wofür merklich genau geschrieben werden kann (vgl. S. 77) $(2{,}00106 - Q)$ ccm. Ein scheinbares Gramm Wasser von 18° hat das Volumen 1,00244 ccm.

Zur Bequemlichkeit findet man für die Ausmessung eines Gefäßes von gewöhnlicher Glassorte im zweiten Teil von Tab. 4 die Volumina auch bei anderen Temperaturen, und zwar bereits so korrigiert, daß sie für das Volumen des Gefäßes bei 18° gelten.

Temperatur. Das Volumen v bei der Temp. t eines Gefäßes vom linearen Ausd.-Koeff. β (44, Tab. 11) beträgt bei t' $v' = v[1 + 3\beta(t' - t)]$. Für gewöhnliches Glas im Mittel $3\beta = 1/40000$.

Hohlmaße können entweder für Trockenfüllung oder für Ausguß bestimmt und geprüft sein. Ersteres ist das genauere. Im letzteren Falle rechnet man natürlich das Gewicht des benetzten Gefäßes ab. Sorgfältig konstante Behandlung bezüglich der Art und Dauer des Abtropfens oder Ausblasens ist nötig, wenn dieser Gebrauch genaue Resultate geben soll.

Der Einfluß des Meniskus (vgl. auch 58 I) wird eliminiert, indem man immer in gleicher Weise abliest, und zwar in der Regel in der den Meniskus berührenden Horizontalebene. Das zur Vermeidung der Parallaxe notwendige Visieren in einer und derselben Richtung wird durch ein Fernrohr erreicht, welches an einer vertikalen Stange verschiebbar ist; einfacher dadurch, daß man stets einen und denselben fernen Punkt als Augenpunkt nimmt, oder endlich mit einem Streifchen Spiegelglas (**21**, 1).

Kalibrierung eines geteilten Rohres mit Quecksilber. Die konstante und bekannte Quecksilberfüllung eines oben abgeschliffenen, mit einer Platte bedeckten, gegen Erwärmung an einem Stiel gehaltenen kleinen Gefäßes, etwa eines unten geschlossenen Glasröhrchens, wird wiederholt in das zu kalibrierende Gefäß eingegossen und darin der Stand des Quecksilbers jedesmal abgelesen. Der Einfluß des Meniskus läßt sich ermitteln, indem man eine verdünnte Lösung von Sublimat auf das abgelesene Quecksilber aufgießt, wodurch die Oberfläche sich abflacht. (Bunsen, gasometrische Methoden.)

Pipetten. Der gewöhnliche Gebrauch auf Ausfluß bedarf höchstens des Hinweises, daß die vorausgesetzte konstante Benetzung, die man durch Abtropfen während einer bestimmten Zeit zu erzielen sucht, durch Spuren von Fett sehr beeinträchtigt wird. Genauer ist, falls man den Inhalt durch Nachspülen vollständig herausbringen kann, der Gebrauch auf Trockenfüllung. Zu diesem Zweck eicht man mittels Differenzwägung der getrockneten und der gefüllten Pipette, wobei ein Standgefäß auf der Wage, welches die Pipette und ausfließende Füllung aufnimmt, als Tara mitgewogen wird. — Paraffinierte Pipetten werden von Wasser nicht benetzt.

Die genaue Einstellung auf den Teilstrich (Ringmarke) wird am bequemsten durch Erwärmen der Luftsäule unter dem abschließenden Finger mit der anderen Hand erzielt.

Über Volumen des Quecksilbers vgl. **24**; über seine Reinigung 8, 1. — Über die Behandlung von Meßgefäßen, besonders Pipetten u. Büretten, vgl. u. a. Wagner, ZS f. phys. Ch. 28, 193. 1899; F. K. u. Maltby, Wiss. Abh. d. P.-T. Reichsanst. III, 182. 1900.

24. Kalibrierung einer engen Glasröhre.

Das gereinigte und durch einen Luftstrom gut ausgetrocknete Rohr wird, z. B. durch Eintauchen in reines Quecksilber (8, 1) und Fingerverschluß bei dem Herausheben, mit einem Quecksilberfaden versehen und horizontal über einen Maßstab (mit Spiegel zur Vermeidung der Parallaxe) gelegt. Das Verschieben des Fadens geschieht durch Neigen und Klopfen oder

mittels eines Stückchens Kautschukschlauch am Rohre; man verschließt das Ende des Schlauches mit der einen Hand und kann nun mit der andern Hand durch Luftdruck oder auch, wenn man den Schlauch vorher gedrückt hatte, durch Saugen den Faden vor- oder rückwärts bewegen. Auch zum Ansaugen von Fäden mittels eines sauberen Schlauchstückchens am anderen Ende und zum Ändern der Fadenlänge kann die Vorrichtung dienen.

Ist die Röhre nur einseitig offen, so muß, um das Quecksilber einzufüllen oder zu verschieben, die unter ihm befindliche Luft zum Entweichen gebracht werden. Dies bewirkt man leicht dadurch, daß man einen reinen dünnen Eisen- oder besser Platindraht neben dem Quecksilber in das Rohr schiebt. Längs des Drahtes bildet sich von selbst ein Luftkanal.

Um die Röhre in gleiche Volumina abzuteilen, bringt man den Faden in nahe aneinander schließende Lagen und notiert seine Längen, denen dann gleiche Volumina entsprechen. Bei der Einteilung in sehr viele Abschnitte häufen sich die Ablesefehler. Es ist in diesem Falle besser, Beobachtungen mit größeren und kleineren Fäden zu kombinieren. Um z. B. in 25 Teile zu teilen, mag man zuerst mit einem Faden von $^1/_5$ der Rohrlänge messen und die entstandenen Abschnitte dann mit einem 5 mal kleineren Faden teilen.

Eine Anordnung für nicht zu dünne Kapillaren, mit einer feinen Saugpipette, bei Hulett, ZS f. phys. Ch. 33, 238. 1900.

Die Resultate wird man in einer Tabelle oder durch eine Kurve auf Koordinatenpapier darstellen (6) und für zwischenliegende Querschnitte die Werte interpolieren.

Absolutes Kaliber. 1 g gegen Messing in Luft gewogenes Quecksilber (13 und 23) hat bei t^0 das Volumen (ccm) $0{,}07355_5(1 + 0{,}000182\,t)$ oder $0{,}07379_6\,[1 + 0{,}000182\,(t - 18)]$.

Den mittleren Querschnitt q einer gemessenen Strecke vom Volumen v ccm berechnet man, wenn l cm die Länge des Fadens ist, $q = v/l$ qcm; den Halbmesser $r = \sqrt{(q/\pi)}$.

Meniskus. Wegen der Krümmung der Endflächen wird die Quecksilbermenge, also auch der oben bezeichnete Querschnitt, zu klein sein, wenn man l zwischen den Kuppen der Menisken gemessen hat. Unter der für enge Röhren gestatteten Annahme, daß die Endflächen Kugelkappen sind, berechnet man den mittleren Querschnitt aus den Höhen h und h' beider Menisken

$$q = \frac{1}{l - \frac{1}{2}(h + h')}\left[v - \tfrac{1}{6}\pi(h^3 + h'^3)\right],$$

also für beiderseits gleiches h

$$q = \frac{v - \frac{1}{3}\pi h^3}{l - h}, \qquad \text{nahe} = \frac{v - h^3}{l - h}.$$

Für sehr flache Menisken verschwindet der Einfluß von h^3.

Unter mittleren Verhältnissen wird die Korrektion, die von der zwischen den Kuppen gemessenen Länge l abzurechnen ist, in engen Röhren etwa 0,4 h für jeden Meniskus betragen.

Über Kalibrieren mit Quecksilberfäden s. auch 41 u. 95 b.

Querschnitt aus der Wägung eines Rohres. Hat ein Kreisrohr vom äußeren Durchmesser R, der Länge l und dem spez. Gew. s der Rohrsubstanz das Gewicht m, so ist der innere Querschnitt $= R^2\pi - m/ls$. Für dünnwandige Röhren ist dieses Verfahren brauchbar. s bestimmt man oder setzt für gewöhnliches Glas $s = 2{,}5$.

Optische Bestimmung des inneren Durchmessers (Fig. 28). Man beleuchtet das aufrecht gestellte Rohr durchfallend mit einer schmalen Flamme, am besten mit Natriumlicht (59). Die Reflexion an dem inneren Zylinder läßt dessen Ränder als zwei feine Lichtlinien erscheinen, deren scheinbarer gegenseitiger Abstand mit dem Ophthalmometer (22 a) oder, auf einen dicht vorgestellten Maßstab projiziert, mit einem Fernrohr gemessen, $= 2L$ sei. Der äußere Rohrdurchmesser, der gleich mit bestimmt werden kann, sei $= 2R$. Es besteht dann, wenn n das Lichtbrechungsverhältnis des Glases ist, die Beziehung

$$r = \frac{L}{n}\sqrt{1 + \frac{(L - r)^2}{R^2 - L^2}}.$$

Folgt aus $\quad n = \sin\alpha : \sin\beta \quad \sin\alpha = L/R$

und $\sin\beta : \sin(90 - \alpha) = r : \sqrt{R^2 - L^2 + (L - r)^2}$.

Fig. 28.

Anstatt die Gleichung nach r aufzulösen, kann man als erste Näherung $r = L/n$ setzen, hiermit einen zweiten Näherungswert berechnen usf. Bei nicht zu dickwandigen Röhren konvergiert das Verfahren rasch.

Glasröhren sind selten konzentrisch zylindrisch. Man mißt L z. B. in 4 oder 8 gleich verteilten Lagen und nimmt das Mittel.

n_{Na} beträgt für Jenaer Glas XVI 1,5268, für Glas 59 1,497.

Ist r bekannt, so kann man umgekehrt auch n bestimmen.

Aus der kapillaren Steighöhe. Steigt eine Flüssigkeit vom spez. Gew. s und der Kapillarkonstante α $\left(\text{Wasser } 7{,}6, \text{ Alkohol } 2{,}4 \frac{\text{mg}}{\text{mm}}\right)$ in dem gut benetzten Rohre um die Höhe H an, so ist der Halbmesser an der Stelle des Meniskus $r = 2\alpha/(Hs)$. Vgl. 58.

Auf 1° wächst ein Querschnitt gewöhnlichen Glases um $\frac{1}{60000}$.

25. Winkelmessung mit Spiegel und Skale (Poggendorff 1827).

Die Spiegelmethode zur Messung kleiner Drehungen, neben der Einfachheit der Hilfsmittel eine unbegrenzte Empfindlichkeit bietend, findet beinahe in jedem Gebiet Anwendung. Sie darf als die bedeutendste Grundlage moderner physikalischer Messungen bezeichnet werden.

Mit dem sich drehenden Körper ist ein der Drehachse paralleler Spiegel verbunden. Nahe der Ebene, die von der sich drehenden Spiegelnormalen beschrieben wird, befindet sich, gewöhnlich in $\frac{1}{2}$ bis 5 m Abstand, eine meistens in mm geteilte Skale. Entweder beobachtet man deren reflektiertes Bild in einem auf den Spiegel gerichteten Fernrohr mit Fadenkreuz (Fig. 29), oder es wird von einer Lichtquelle auf den Spiegel Licht geworfen, welches nach der Reflexion ein Bild auf der Skale erzeugt, das sich durch die Drehung verschiebt. Meist gibt man der Skale bzw. dem Fernrohr oder der Lichtquelle die Stellung, in welcher bei nicht abgelenktem Spiegel nahezu der Fußpunkt des von dem Spiegel auf die Skale gefällten Perpendikels im Fadenkreuz erscheint oder von dem Lichtbildchen getroffen wird. Dieser Punkt soll der mittlere Skalenteil heißen. Man findet ihn mit einem rechten Winkel, den man an die Skale so anlegt, daß die Visierlinie längs des anderen Schenkels den Spiegel trifft. — Daß Fernrohr oder Lichtquelle zur Skale symmetrisch stehen, ist unnötig.

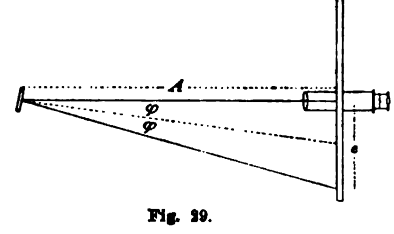


Fig. 29.

Einstellung von Fernrohr und Skale. Man stellt etwa von vornherein das Fernrohr durch Verschieben des Okularrohres genähert auf die richtige Sehweite ein, d. h. auf die doppelte Entfernung der Skale vom Spiegel. Dann gibt man ihm, während das Rohr nach dem Spiegel gerichtet ist, die Stellung, bei welcher das dicht neben dem mittleren Skalenteil visierende Auge das Objektiv des Fernrohres oder das neben dem Fernrohr visierende Auge den mittleren Skalenteil im Spiegel sieht. Alsdann wird das Bild der Skale, wenn es nicht bereits im Gesichtsfelde ist, durch eine kleine Drehung darin erscheinen. Schließlich werden die feineren Einstellungen vorgenommen.

Zu diesen gehört das Deutlichsehen von Skale und Fadenkreuz. Zuerst wird das Fadenkreuz durch eigene Verschiebung oder durch Verstellen des zwischen ihm und dem Auge befindlichen Okularglases auf richtige Sehweite gebracht, dann das ganze Okularrohr verschoben, bis Skale und Fadenkreuz keine Parallaxe zeigen, d. h. bei seitlichem Bewegen des Auges vor dem Okular sich nicht gegeneinander verschieben.

Wechseln bei zusammenhängenden Ablesungen Beobachter von verschiedener Sehweite, so soll ein jeder das deutliche Bild nur durch Verstellen des zwischen Auge und Fadenkreuz befindlichen Teiles des Okulars hervorbringen. Jedes Ablesefernrohr soll also das Akkommodieren des Auges auf das Fadenkreuz durch leicht verschiebbare oder verschraubbare Linsen vor dem Fadenkreuz gestatten.

Ein terrestrisches Fernrohr läßt sich durch Herausnehmen des terrestrischen Okulars den für Skalenablesungen verlangten kleinen Sehweiten anpassen. — Ein Faden oder ein Fadenkreuz (Spinnefaden; sehr feiner Glas- oder Quarzfaden; zwischen den Fingern ausgezogener Kanadabalsam läßt sich direkt aufkleben) findet auf der Okularblende Platz.

Eine über das Okular gehängte Papierblende macht das ermüdende Schließen des nicht beobachtenden Auges unnötig.

Ein Winkelspiegel, bestehend aus zwei unter nahe 90° in der Horizontalen zusammenstoßenden Planspiegeln, bietet dem einfachen Spiegel gegenüber den Vorteil, daß das Bild bei Erschütterungen nicht nickt. Northrup, Phys. Rev. 24, 222. 1907; ZS f. Instr. 1907, 167.

Um sehr kleine Drehwinkel zu messen, kann man dem beweglichen Spiegel einen festen Spiegel gegenüberstellen und den Lichtstrahl zwischen beiden mehrfach hin- und hergehen lassen; Ludwig Geiger, Phys. ZS 1911, 66. Volkmann, Phys. ZS 1911, 183 u. 223. — Vergrößerung der Ablenkung des im Spiegel reflektierten Lichtstrahls durch ein Prisma, welches so gelagert ist, daß der Lichtstrahl in der Nullage eben an der spitzen Kante des Prismas vorbeigeht, s. Glatzel, D. Mech.-Ztg. 1913, 230.

Über die Leistungsgrenze der Spiegelablesung vgl. Volkmann, Phys. ZS 1911, 30.

Objektive Beobachtung. Man läßt das Licht von einer scharf markierten Lichtquelle (Spalt; Faden vor einer Flamme; elektrische Glühlampe mit geradem Faden) durch eine Linse auf den Spiegel und von da auf die Skale fallen. Um ein objektives Bild zu geben, muß die Lichtquelle jedenfalls außerhalb des Brennpunktes der Linse stehen. Die richtige Stellung, bei der ein deutliches objektives Bild der Marke auf der Skale entsteht, probiert man aus, wobei auch die gute Zentrierung der Linse (67) zu beachten ist. Ein Hohlspiegel anstatt des Planspiegels läßt die Projektionslinse ersparen. Soll in diesem Falle die Lichtquelle denselben Abstand vom Spiegel haben wie die Skale, so ist dieser Abstand gleich dem Krümmungshalbmesser (66) oder der doppelten Brennweite des Spiegels zu wählen.

Über Versilbern von Glasspiegeln s. 8, 6.

Reduktion der Skalenablesung auf den Winkel und seine Funktionen.

Wir nehmen an, daß die Skaleneinstellung im nicht abgelenkten Spiegel mit dem Fußpunkt der Senkrechten von dem Spiegel auf die Skale (dem „mittleren“ Skalenteil) nahe zusammenfällt. Skalenausschlag heiße die Differenz e des beobachteten Skalenteils gegen diese Ruhelage.

Vorausgesetzt werde zunächst, daß der Spiegel zur Drehachse nahe parallel ist und daß das Fernrohr (oder bei objektiver Beobachtung die Lichtquelle), also auch die Skale, der Drehungsebene der Spiegelnormale nahe liegt. Ob es dagegen dem mittleren Skalenteil nahe liegt, hat keine Bedeutung.

1. Für kleine Ablenkungen ist der Ausschlagswinkel φ dem Skalenausschlage proportional. Und zwar wird, wenn A den zur Drehachse senkrecht gemessenen Abstand der spiegelnden Fläche von der Skale, ausgedrückt in Skalenteilen, bedeutet, der Bogenwert eines Skalenteiles gefunden: in absolutem Maße (Anh. 3) $= 1/(2A)$; in Bogengraden usw.:

$$= 28^\circ{,}648/A = 1718'{,}9/A = 103132''/A.$$

Ferner ist: $\sin\varphi = \operatorname{tg}\varphi = e/(2A)$.

2. Für größere Ablenkungen gelten, wenn $e/A = p$, die Reihen

$$\varphi = 28^\circ{,}648\,p\left(1 - \tfrac{1}{3}p^2 + \tfrac{1}{5}p^4 \cdots\right); \qquad \operatorname{tg}\varphi = \frac{p}{2}\left(1 - \tfrac{1}{4}p^2 + \tfrac{1}{8}p^4 \cdots\right)$$

$$\sin\varphi = \frac{p}{2}\left(1 - \tfrac{3}{8}p^2 + \tfrac{31}{128}p^4 \cdots\right); \qquad \sin\frac{\varphi}{2} = \frac{p}{4}\left(1 - \tfrac{11}{32}p^2 + \tfrac{431}{2048}p^4 \cdots\right).$$

Bis zu Ablenkungen von 6° wird meistens das erste Korrektionsglied genügen. Man reduziert hiernach einen Skalenausschlag e auf eine dem Bogen, der Tangente, dem Sinus, dem Sinus des halben Winkels proportionale Größe, indem man $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{3}{8}$ oder $\frac{11}{32} \cdot e^3/A^2$ von e abzieht.

Aus Tab. 28 lassen sich die Korrektionen für einen bestimmten Skalenabstand entnehmen oder interpolieren. Zum Gebrauch ist eine graphische Darstellung (6) bequem. — Ausführliche Reduktionstafeln von Czermak, Berlin 1890; auch Kurven von Schweitzer, Zürich 1901.

3. Für beliebig große Ablenkungen ist an gerader Skale

$$\operatorname{tg}2\varphi = e/A \quad \text{oder} \quad \varphi = \tfrac{1}{2}\operatorname{arc\,tg}(e/A).$$

Die Formeln Nr. 3 folgen aus Fig. 29 S. 104, die anderen aus den Reihenentwicklungen in Tab. 50a für φ, $\operatorname{tg}\varphi$ usw.

Messung eines Skalenabstandes. Die Messung bis auf etwa $\pm$ 1 mm mit Bandmaß, mit einem Draht, den man nachher vergleicht, oder mit zwei Maßstäben, die man aneinander gleiten läßt, ist einfach. Genauer mißt man mit zwei Kontaktmaßstäbchen, von denen man den einen mit dem Spiegel, den anderen mit der Skale in Berührung bringt. Von den Maßstäbchen senkelt man, wenn ein Horizontalabstand zu messen

ist, mit feinen Drähten vor einem hinreichend langen Maßstab oder auf zwei Punkte des Fußbodens, deren Abstand genau gemessen werden kann.

Papierskalen ändern ihre Länge mit der Zeit merklich; mm-Skalen auf Milchglas (z. B. von Hartmann & Braun) sind wohl die besten.

Korrektionen wegen verschiedener Umstände.

a) Wegen Deckglasdicke. Liegt in dem Wege der Lichtstrahlen eine feste Glasplatte von der Dicke d und dem Brechungsverhältnis n, so hat man von dem gemessenen Skalenabstand abzuziehen $d \cdot (n-1)/n$, also für gewöhnliches Glas nahe $\frac{1}{3}d$. (Vgl. 62, 1.)

b) Wegen Spiegeldicke. Der von der Vorderfläche eines rückwärts belegten Glasspiegels bis zur Skale gemessene Abstand A ist zu vermehren, nicht um die ganze Dicke δ, sondern nur um die optische Dicke δ/n des Spiegels, also nahe um $\frac{2}{3}\delta$. Ist die Glasdicke der Messung mit dem Maßstabe unzugänglich, so kann man diese „optische Dicke" auch mit dem Mikroskop als den halben Abstand eines Punktes auf der Vorderfläche von seinem Bilde in der spiegelnden Fläche bestimmen. (Vgl. 62, 3.)

c) Wegen Spiegelneigung. Die Vertikalebene der Skale werde getroffen von der Spiegelnormale in der Höhe N, von der durch den Spiegel gelegten Horizontalen in der Höhe H, von der Visierlinie in der Höhe F. Dann ist der gemessene Horizontalabstand A_0 der Skale vom Spiegel zu korrigieren um $+(N-H)(N-F)/A_0$.

d) Wegen Spiegelkrümmung. Ist ein nicht ebener Ablesespiegel in der Entfernung a von der Drehachse angebracht, so muß der gemessene Skalenabstand A_0 für Konkavspiegel vermehrt, für Konvexspiegel vermindert werden um $A_0 a/r$, wenn r den Krümmungshalbmesser des Spiegels (66 III) bedeutet. Da die Spiegel sich schon durch das Fassen leicht etwas verziehen, so kann diese Korrektion für stark exzentrische Spiegel beträchtlich werden.

Vgl. F. K., Wied. Ann. 31, 95. 1887; Ausführliches bei Holman, Technology quarterly, Sept. 1898.

26. Ableitung der Ruhelage aus Schwingungen.

Der Skalenteil, auf den ein schwingender Zeiger oder Spiegel sich einstellen würde, wenn er in Ruhe wäre, die Ruhelage oder Gleichgewichtslage, läßt sich aus dem schwingenden Zustande auf folgende Weisen ableiten.

1. Umkehrbeobachtungen. Bei schwacher Dämpfung findet sich die Ruhelage z. B. aus je drei aufeinander folgenden Umkehrpunkten, indem das arithmetische Mittel aus Nr. 1 und 3 mit Nr. 2 zum Mittel vereinigt wird. — Oder man beobachtet eine beliebige ungerade Zahl von Umkehrpunkten, nimmt einerseits aus Nr. 1, 3, 5, ..., andererseits aus Nr. 2, 4, ... das Mittel

und vereinigt beide Werte zum Hauptmittel. Vgl. z. B. **10** II. — Bei raschen Schwingungen mag man etwa je zwei überschlagen.

2. Standbeobachtungen. Wenn die Dämpfung unmerklich und die Bewegung so langsam ist, daß man in jedem Augenblick genau ablesen kann, so gibt das arithmetische Mittel aus zwei beliebigen, um die Zeit der Schwingungsdauer auseinander liegenden Ablesungen die Ruhelage.

3. Stärker gedämpfte Schwingungen (Multiplikator oder Kupferdämpfer um eine Magnetnadel usw.; Luftdämpfer). Aus zwei um die Schwingungsdauer auseinander liegenden Ablesungen p_1 und p_2, z. B. aus zwei Umkehrpunkten, findet sich die Ruhelage p_0, wenn k das Dämpfungsverhältnis ist (vgl. 27 und das Beispiel daselbst),

$$p_0 = p_2 + (p_1 - p_2)/(1 + k).$$

Über das Verfahren bei unsymmetrischen Schwingungen vgl. Richarz u. P. Schulze, Ann. d. Ph. 8, 348. 1902; Schulze ebd. 8, 714; 12, 893. 1903.

Einen zum Anregen oder Beruhigen einer Magnetnadel dienenden Magnet stellt man nach dem Gebrauch hinreichend entfernt in der Höhe der Nadel vertikal auf.

27. Dämpfung und logarithmisches Dekrement.

Die Dämpfung entspringt aus Widerstandskräften, die in der Regel und wie im folgenden vorausgesetzt wird, der Geschwindigkeit proportional sind. In diesem Falle gilt der Satz (108), daß kleine Bogen in geometrischer Reihe abnehmen. Das konstante Verhältnis k eines Schwingungsbogens zu dem folgenden heißt Dämpfungsverhältnis und $\lambda = \log k$ das logarithmische Dekrement (Gaufs). — Eine genaue Kenntnis dieser Größen ist für manche magnetische und elektrische Messungen von Bedeutung, wo die Dämpfung schwingender Magnete oder Stromspulen von den, durch die Bewegung in benachbarten Leitern oder in ihnen selbst induzierten Strömen stammt; vgl. z. B. **94**, **114** IV, **116**.

Man erregt (etwa durch einen elektrischen Strom oder einen Magnet) Schwingungen und beobachtet eine Reihe von Umkehrpunkten. Die Differenz zweier aufeinander folgender Umkehrpunkte, bei größeren mit dem Spiegel beobachteten Schwingungen nach 25 auf Bogenwert korrigiert, gibt den Bogen. Ist a_p die Größe des $p$ten, a_q die des $q$ten Bogens, so gilt

$$k = \left(\frac{a_p}{a_q}\right)^{\frac{1}{q-p}} \quad \text{oder} \quad \lambda = \frac{\log a_p - \log a_q}{q - p}.$$

Aus einer Reihe (am besten einer ungeraden Zahl) von Umkehrpunkten wird die Dämpfung so hergeleitet, wie das fol-

gende Beispiel zeigt; e ist die Entfernung des Umkehrpunktes vom mittleren Skalenteil (hier 500). Der Skalenabstand betrug 2600 Sk.-T., also die Korrektion der Ausschläge auf Bogenwert $\frac{1}{3}e^3/2600^2$ (25, 2; Tab. 28). Aus Bogen Nr. 1 und 4, 2 und 5 usw. wird λ und k erhalten.

Hinter dem Vertikalstrich ist mit dem Dämpfungsverhältnis $k = 1{,}151$ aus je zwei Umkehrpunkten die Ruhelage (26, 3) berechnet.

Beobachtete Umk.-Punkte	e	$\frac{e^3}{3\cdot 2600^2}$	Korrigierte Umk.-Punkte	Bogen a	$\frac{a}{1{,}151}$	Ruhelage
285,0	215	0,5	285,5			
710,0	210	0,5	709,5	424,0	197,1	512,4
341,2	159	0,2	341,4	368,1	171,1	512,5
662,5	162	0,2	662,3	320,9	149,2	513,1
383,9	116	0,1	384,0	278,8	129,4	513,4
625,7	126	0,1	625,6	241,6	112,3	513,3
415,6	84	0,0	415,6	210,0	97,6	513,2
						512,98

Man erhält aus 1 und 4 $\lambda = \frac{1}{3}$(log 424,0 — log 278,8) = 0,0610
„ 2 „ 5 368,1 241,6 0,0610
„ 3 „ 6 320,9 210,0 0,0614
Mittel $\lambda = 0{,}0611$; $k = 1{,}151$.

Natürliche Logarithmen, oder Multiplikation der obigen λ mit 2,3026, liefern das „natürliche log. Dekrement".

Über die Theorie und über aperiodische Dämpfung vgl. 108.

Inkonstanz der Dämpfung. Für größere Schwingungen nimmt ein durch induzierte Ströme bewirktes Dämpfungsverhältnis im allgemeinen etwas ab, und zwar ist diese Abnahme ungefähr dem Quadrate des Schwingungsbogens proportional; ihre von den Umständen abhängige Größe wird empirisch bestimmt. Vgl. 108.

Eliminierung fremder Einflüsse. Wird die Dämpfung gesucht, die einem Multiplikator usw. allein, z. B. ohne Luftwiderstand oder ohne die im Rähmchen einer Drehspule induzierten Ströme, zukommt, so beobachtet man sowohl bei geschlossener wie bei unterbrochener Leitung. Das log. Dekrement im letzteren von dem im ersteren Falle abgezogen gibt dasjenige des Multiplikators allein; vgl. dazu noch 94 am Schluß.

27a. Bifilare Aufhängung (Harris, Gauſs).

Anwendungen s. 73 IV, 74 II, 76a II, 83a, 84, 105 II, 114 III.

Ein an zwei Fäden aufgehangener schwerer Körper ist im Gleichgewicht, wenn er die möglichst tiefe Lage hat. Dabei liegen die Fäden in derselben Vertikalebene. Für kleine Drehungen ist das rücktreibende

Moment dem Sinus der Ablenkung proportional. Wenn die Länge der Fäden sehr groß gegen ihren Abstand ist, gilt dies auch für größere Ablenkungen.

Die Fäden sind gleich gespannt, wenn der Schwerpunkt des Bifilarkörpers in der mittleren Vertikalen liegt. Probe: durch Heben des Körpers an einem in dieser gelegenen Faden darf seine Neigung sich nicht ändern.

Zur bifilaren Aufhängung eines Körpers ist oft eine Suspension wie Fig. 30 bequem. Das kleine Laufgewicht dient zum Äquilibrieren.

Fig. 30.

I. Berechnung der Direktionskraft in CGS-Einheiten (Anh. 11a). Es seien e_1 und e_2 der obere und untere Horizontalabstand der beiden Fadenenden und h die mittlere Fadenlänge in cm; laufen die Fäden nicht vertikal, so bedeutet h den mittleren Vertikalabstand der beiden Fadenenden. Endlich sei die Summe der, nahe gleichen, Vertikalspannungen der Fäden $= gm$; m bedeutet die angehängte Masse, vermehrt um die halbe Masse der Fäden in g und g die Schwere in cm/sec² (nahe 981; vgl. Tab. 43). Die bifilare Direktionskraft der Schwere ist dann $D = gm \cdot \frac{1}{4} e_1 e_2/h$, und dem Ablenkungswinkel α entspricht ein rücktreibendes Drehmoment $D \sin \alpha$.

Fadensteifheit. Diese wirkt so, als ob die Fäden (Drähte) verkürzt würden. Es sei ϱ ihr Halbmesser und E ihr Elastizitätsmodul in CGS (52; Tab. 20). Dann muß man von der gemessenen Länge h abrechnen $\delta = \varrho^2 \sqrt{2\pi \mathsf{E}/gm}$ cm.

Torsionselastizität (55). Ist Φ der Torsionsmodul in CGS, so beträgt die elastische Direktionskraft beider Fäden zusammen $\pi \Phi \varrho^4/h$; oder, $\Phi = \frac{2}{5} \mathsf{E}$ angenommen, $\frac{2}{5} \pi \mathsf{E} \varrho^4/h$.

Die gesamte Direktionskraft beträgt also in CGS-Einheiten

$$D = gm \frac{e_1 e_2}{4(h-\delta)} + \frac{2\pi}{5} \mathsf{E} \frac{\varrho^4}{h}.$$

Beispiel. Der Bifilarkörper wog 100 g, die Drähte zusammen 0,42, also $m = 100{,}21$ g und $gm = 981 \cdot 100{,}21 = 98300$ cm g/sec². — Drahtlänge $h = 300$ cm, Dicke $2\varrho = 0{,}01$ cm. — Für Messing (Tab. 20) $\mathsf{E} = 981 \cdot 10^6 \cdot 9000 = 88 \cdot 10^{10}$ CGS, also $\delta = 0{,}005^2 \sqrt{2\pi \cdot 88 \cdot 10^{10}/98300} = 0{,}19$ cm; $h - \delta = 299{,}81$.

Ferner $$\frac{2\pi}{5} \mathsf{E} \frac{\varrho^4}{h} = \frac{2 \cdot 3{,}14}{5} 88 \cdot 10^{10} \cdot \frac{0{,}005^4}{300} = 2{,}3 \text{ cm}^2 \text{ g sec}^{-2}.$$

Endlich war $e_1 = e_2 = 12{,}00$ cm; also

$$gm \frac{e_1 e_2}{4(h-\delta)} = 981{,}0 \cdot 100{,}21 \frac{12 \cdot 12}{4 \cdot 299{,}81} = 11804 \text{ cm}^2 \text{ g sec}^{-2}.$$

Die Direktionskraft beträgt danach $D = 11806$ cm² g sec⁻².

Vgl. F. K., Wied. Ann. 17, 787. 1882.

II. Direktionskraft aus Schwingungsbeobachtungen. Aus dem auf die Drehachse bezogenen Trägheitsmoment K des Bifilarkörpers und aus der Schwingungsdauer t findet sich (29; Anh. 12) $D = \pi^2 \cdot K/t^2$.

Zeitmessungen. Geographische Bestimmungen.

28. Schwingungsdauer.

Schw.-D. eines Pendels, einer Magnetnadel usw. nennt man die Zeit zwischen einer Umkehr und der nächsten auf der Gegenseite. (In der Akustik und Optik heißt die Zeit einer ganzen Periode die Schw.-D.)

Bei langsamen Schwingungen eignet sich die Umkehr nicht zur genauen Zeitbestimmung; man beobachtet vielmehr die Durchgangszeiten durch einen der Gleichgewichtslage benachbarten Ort und berechnet die Umkehrzeiten als arithmetische Mittel aus der vorausgehenden und folgenden Durchgangszeit. Bei Beobachtungen mit Spiegel und Skale markiert man einen der Ruhelage nahegelegenen Teilstrich durch einen kräftigen Faden. Die Zehntelsekunden schätzt man aus dem Verhältnis der Abstände der Marke vom Fadenkreuz bei den Sekundenschlägen, die dem Durchgang vorausgehen und ihm nachfolgen.

Ein Zifferblatt mit kriechendem Sekundenzeiger mag man im Fernrohr sichtbar machen. Vgl. Wood, Wied. Ann. 56, 171. 1895.

Berechnung der Schwingungsdauer. Würde man aus n so beobachteten aufeinanderfolgenden Schwingungsdauern einfach das Mittel nehmen, so erhielte man dasselbe Resultat, wie wenn man die Differenz der ersten und der letzten Umkehrzeit durch n dividierte. Die zwischenliegenden Beobachtungen wären also nutzlos. Um alle zu verwerten, kann man sie in zwei Hälften teilen, immer aus entsprechenden Nummern der beiden Hälften die Differenzen bilden, hieraus das arithmetische Mittel berechnen und dasselbe durch $\frac{1}{2} n$ dividieren. Über etwaige Rechnung mit kleinsten Quadraten vgl. 3 II.

Durchgang beob. min	sec	Umkehrzeit ber. Nr.	min	sec	Schwingungsdauer	sec
10	3,3					
	16,5	*1.*	10	9,90	aus Nr. *1* und *4*	39,90 : 3 = 13,30
	29,9	*2.*		23,20		
	43,0	*3.*		36,45	*2* und *5*	40,05 : 3 = 13,35
	56,6	*4.*		49,80		
11	9,9	*5.*	11	3,25	*3* und *6*	40,15 : 3 = 13,38
	23,3	*6.*		16,60	Mittel	= 13,34

Vorteilhafter aber kombiniert man einige weiter auseinanderliegende Umkehrzeiten, für genaue Ansprüche z. B. folgendermaßen. Es wird zweimal (oder mehrmals) eine gerade Anzahl, z. B. sechs aufeinander folgende Durchgangszeiten durch den markierten Punkt beobachtet. Dann nimmt man in jedem Beobachtungssatz aus je zwei symmetrisch gegen die mittelste Elongation gelegenen Zeiten das arithmetische Mittel und hieraus das Hauptmittel.

Erster Satz.						Zweiter Satz.			
Durchgang.			Mittel.			Durchgang.		Mittel.	
Nr.	min	sec	Nr.	min	sec	min	sec	min	sec
1.	7	40,7				10	10,5		
2.		49,0					18,9		
3.		55,6	*3. 4.*	7	59,80		25,6	10	29,75
4.	8	4,0	*2. 5.*		59,85		33,9		29,75
5.		10,7	*1. 6.*		59,75		40,6		29,70
6.		18,8					48,9		
			Hauptmittel	7	59,80			10	29,73

Die beiden Hauptmittel sind die Zeitpunkte zweier Elongationen so genau, wie sie aus diesen Beobachtungen zu entnehmen sind. Ihr Unterschied (= 149,93 sec), dividiert durch die Anzahl der zwischen ihnen verflossenen Schwingungen, gibt die Schwingungsdauer. — Es ist nicht notwendig, diese Schwingungen gezählt zu haben; man kann die Zahl aus einem Näherungswert der Schwingungsdauer ableiten. Aus den beiden ersten und den beiden letzten Beobachtungen des ersten Satzes finden sich 7^{min} $44{,}8^{sec}$ und 8^{min} $14{,}7^{sec}$ als Zeitpunkte, zwischen denen 4 Schwingungen liegen. Danach betrüge die Schwingungsdauer 29,9 : 4 = 7,47 sec. Dividiert man nun 7,47 in 149,93, so kommt 20,07; die gesuchte Anzahl von Schwingungen ist also ohne Zweifel 20, die Schwingungsdauer also 149,93 : 20 = 7,496 sec. Um über die Anzahl sicher zu sein, beginne man die Beobachtungen immer mit einer bestimmten Richtung, dann weiß man, daß die Zahl eine gerade ist.

Für genaue Messungen beobachtet man eine größere gerade Anzahl $2m$ von Sätzen, kombiniert Nr. 1 mit $m+1$, 2 mit $m+2, \ldots, m$ mit $2m$ und nimmt das Mittel der einzelnen Resultate.

Folgen die Schwingungen zu rasch, um alle Durchgänge zu notieren, so überspringt man immer zwei (allgemein eine gerade Anzahl) Durchgänge, beobachtet also z. B. Nr. 1 4 7 10 13 16. Übrigens rechnet man wie oben und teilt schließlich das Resultat durch 3.

Kurze Schwingungsdauern von wenigen Sekunden beobachtet man besser in den Umkehrpunkten, und zwar am bequemsten in lauter einseitigen Umkehrpunkten, wobei man nach Bedürfnis überspringen kann.

Die Dauer einer gedämpften Schwingung vom log. Dekrement λ verhält sich zu derjenigen ohne Dämpfung wie $\sqrt{[\pi^2 + (2{,}303\,\lambda)^2]}$ zu π (108, Gl. 3; Tab. 29). Nur bei starker Dämpfung wird die Korrektion beträchtlich.

Methode der Koinzidenzen siehe 35.

Reduktion der Schwingungsdauer auf unendlich kleine Bögen.

Die Schw.-D. einer durch Torsionselastizität getriebenen Masse ist von der Amplitude unabhängig. Häufiger aber ist (Magnetnadel, Pendel) das Drehmoment dem Sinus des Ablenkungswinkels proportional. Dann wächst die Schw.-D. t mit der ganzen Schwingungsweite α nach dem Ausdruck

$$t = t_0 (1 + \tfrac{1}{4} \sin^2 \tfrac{1}{4}\alpha + \tfrac{9}{64} \sin^4 \tfrac{1}{4}\alpha + \cdots).$$

Fast immer sucht man den Grenzwert t_0, welchem die Schwingungsdauer sich annähert, wenn die Schwingungsweite verschwindend klein wird. Über die diesbezügliche Rechnung siehe für große Schwingungen Tab. 27. Da bei kleinen, mit Spiegel beobachteten Amplituden von a Sk.-T. $\tfrac{1}{4}\sin^2 \tfrac{1}{4}\alpha = \tfrac{1}{4}\left(\tfrac{1}{4}\dfrac{a}{2A}\right)^2 = \dfrac{a^2}{256 A^2}$ zu setzen ist (25), wenn A den Skalenabstand in Sk.-T. bezeichnet, so ist, unter Vernachlässigung der 4. Potenz, hier von dem beobachteten t abzuziehen $t \cdot a^2/(256 A^2)$.

Vermöge der Dämpfung ist die Amplitude nicht konstant. Meist genügt es, in die obigen Formeln das arithmetische Mittel $\mathfrak{a}$ aus dem ersten und dem letzten Bogen einzuführen. Genauer und immer genügend ist, wenn noch die Differenz des ersten und letzten Bogens mit $\mathfrak{b}$ bezeichnet wird, einzusetzen $\mathfrak{a}(1 - \tfrac{1}{24}\mathfrak{b}^2/\mathfrak{a}^2)$.

29. Trägheitsmoment.

Das T.-M. bedeutet für die Drehung dasselbe wie die Masse für das Fortschreiten. Anwendungen z. B. Pendel, Torsionsmodul, Magnetnadeln, Drehspulen.

Das T.-M. einer punktförmigen Masse m im Abstande l von einer Drehungsachse ist $l^2 m$. Das T.-M. mehrerer fest miteinander verbundener Punkte oder eines Körpers ist die Summe oder das Integral dieser Ausdrücke, erstreckt über alle Körperelemente. Die Einheit, nach welcher Masse und Länge gemessen sind, wird durch ein der Zahl für das T.-M. beigesetztes [g·cm²] usw. angegeben. (Vgl. Anhang 12.)

Schwingungsdauer t, Direktionskraft D und Trägheitsmoment K hängen durch die Formel $t^2/\pi^2 = K/D$ zusammen.

I. Berechnung.

Das T.-M. regelmäßig gestalteter, homogener Körper läßt sich durch Rechnung finden. m bedeute immer die Masse des Körpers, K sein T.-M., bezogen auf eine durch den Schwerpunkt gehende Drehachse.

Dünner Stab von der Länge l oder dünne querschwingende rechteckige Scheibe von einer Seitenlänge l. Bezogen auf die zu l senkrechte Achse ist $$K = \tfrac{1}{12} m l^2. \qquad 1.$$

Rechtwinkliges Parallelepipedum. a und b seien zwei Kanten. Das T.-M., bezogen auf die zur dritten Kante parallele Achse, ist
$$K = \tfrac{1}{12} m(a^2 + b^2). \qquad 2.$$

Zylinder (auch Kreisscheibe) vom Halbmesser r. Es ist, bezogen auf die Achse des Zylinders, $$K = \tfrac{1}{2} m r^2. \qquad 3.$$

Bezogen auf den Kreisdurchmesser eines Zylinders von der Länge l ist
$$K = m(\tfrac{1}{12} l^2 + \tfrac{1}{4} r^2). \qquad 4.$$

Hohlzylinder (auch Ring) von den Halbmessern r_0 und r_1. Bezogen auf die Achse ist $K = \frac{1}{2} m(r_0^2 + r_1^2)$; bezogen auf die zur Achse senkrechte Mittellinie $$K = m[\tfrac{1}{12} l^2 + \tfrac{1}{4}(r_0^2 + r_1^2)]. \qquad 5.$$

Kugel vom Halbmesser r. $$K = \tfrac{2}{5} m r^2. \qquad 6.$$

Hilfssatz. Ist das T.-M. K auf eine durch den Schwerpunkt gelegte Achse bezogen, K' aber auf eine dieser parallele im Abstande a befindliche Achse, so ist $$K' = K + m a^2. \qquad 7.$$
Z. B. ist das T.-M. eines dünnen Stabes, bezogen auf eine zum Stab senkrechte Achse an seinem Ende $= \frac{1}{12} m l^2 + \frac{1}{4} m l^2 = \frac{1}{3} m l^2$.

II. Bestimmung aus der Schwingungsdauer mit und ohne Belastung (Gaufs).

a) Das Verfahren ist anwendbar auf Körper, die mit konstanter Direktionskraft um eine vertikale Achse schwingen, also z. B. auf Magnete. Anderen Körpern kann man durch die Torsionselastizität eines Aufhängedrahtes (Stahl, Platiniridium) eine konstante Direktionskraft geben.

Man beobachtet die Schwingungsdauer t (28), vermehrt dann das gesuchte T.-M. K, ohne die drehenden Kräfte zu ändern, um eine bekannte beträchtliche Größe K_1 und beobachtet wieder die Schw.-D. t'. Dann verhält sich $K : (K + K_1) = t^2 : t'^2$, also ist
$$K = K_1 \cdot t^2/(t'^2 - t^2).$$

Das zugesetzte T.-M. K_1 kann z. B. ein ausgemessener und gewogener Ring sein; Gl. 5. — Oder es besteht aus zwei gleichen Massen (Summe $= m$), die am Schwingungskörper in gleichem Abstande l ihrer Schwerpunkte von der Drehachse aufgehangen sind. Bedeutet K_0 die Summe der beiden zugefügten T.-M., jedes bezogen auf die Vertikalachse durch den eigenen Schwerpunkt, so ist nach dem Hilfssatze (Gl. 7) $K_1 = m l^2 + K_0$ einzusetzen.

Dies gilt jedoch nur unter der Voraussetzung genau, daß die Massen sich mit drehen, also z. B. bifilar oder auf Spitzen von großer Reibung aufgehängt oder daß sie auf Stifte aufgesteckt sind. Hingen die Massen an einzelnen so dünnen Fäden, daß sie sich parallel bewegten, so wäre $K_1 = ml^2$ zu setzen.

Allgemeinere Fälle bei Kreichgauer, Wied. Ann. 25, 289. 1885.

l mißt man z. B. als den halben Abstand der Aufhängepunkte der Gewichte voneinander, bei bifilar aufgehangenen Massen als das Mittel der Fadenabstände längs jeder Seite. — Exzentrizität des Schwerpunktes aufgesteckter Gewichte fällt durch Drehen um 180° heraus.

Beispiel. Durchmesser der Belastungszylinder 1,00 cm $r = 0,50$ cm
Sie wiegen zusammen 50,00 g $m = 50,00$ g
Abstand ihrer Achsen voneinander = 10,026 cm $l = 5,013$ cm
Also $K_1 = 50,00(5,013^2 + \frac{1}{2} \cdot 0,25) = 1262,8 \text{ g} \cdot \text{cm}^2$.
Die Schw.-D. betrug: unbelastet $t = 9,787$, belastet $t' = 14,267$ sec. Hieraus folgt $K = 1262,8 \cdot 9,787^2/(14,267^2 - 9,787^2) = 1101,1 \text{ g} \cdot \text{cm}^2$.

b) Brauchbar ist unter Umständen auch die umgekehrte Anordnung, daß ein Schwingungskörper von bekanntem T.-M. K_0 mit dem unbekannten K belastet wird. Steigt hierdurch die Schw.-D. von t_0 auf t, so ist $K = K_0(t^2 - t_0^2)/t_0^2$.

III. Mittels bifilarer Aufhängung.

Eine ausmeßbare Bifilarsuspension (Fig. 30, S. 110) habe leer die nach **27a** berechnete Direktionskraft D_0 und die Schw.-D. t_0. Beide Größen seien D und t, nachdem der Körper vom gesuchten T.-M. K mit zentrierter Drehachse eingelegt ist. Dann gilt offenbar

$$K = (Dt^2 - D_0 t_0^2)/\pi^2.$$

Über die Beobachtung der raschen Schwingungen s. S. 113.

Ist der Körper magnetisiert, so beobachtet man in den zwei entgegengesetzten Meridianlagen die Schw.-D. t_1 und t_2 und setzt oben ein $t^2 = 2t_1^2 t_2^2/(t_1^2 + t_2^2)$.

F. K., Wied. Ann. 22, 422. 1884.

29a. Messung sehr kurzer Zeiten.

Man verwendet sehr rasch laufende Uhren mit elektrischer Auslösung und Arretierung; graphische Aufzeichnung auf Flächen, die sich mit bekannter Geschwindigkeit fortschieben; als empfindlichstes Mittel endlich die Verschiebung des Reflexes an einem rotierenden Spiegel.

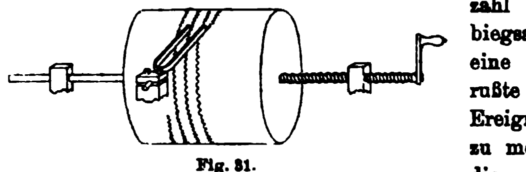
Elektrische Methoden mit dem ballistischen Galvanometer s. 109.

1. Hippsches Chronoskop. Ein Uhrwerk läuft mit seinem raschesten Rad 10mal in 1 sec um. Ein Zeiger wird durch das Unterbrechen eines elektrischen Stromes mit diesem Umlauf verbunden, durch Stromschluß ausgelöst und angehalten.

Bei der Messung einer Schußgeschwindigkeit z. B. zerreißt die Kugel beim Austreten aus dem Lauf einen Leitungsdraht und schließt eine zweite Leitung beim Aufschlagen auf einen fein eingestellten Stoßkontakt. — Eine Fallzeit wird gemessen, indem das Auslösen eines Stromkontakts zu gleich das fallende Gewicht auslöst, welches unten einen Stoßkontakt schließt.

Die Zeitverluste zwischen den Vorgängen und ihrer Wirkung auf das Zeigerwerk müssen zu Anfang und zum Schluß gleich sein; durch Regulieren der Stromstärke und einer Spannfeder wird dies bewirkt. Die Angaben des Chronoskops werden kontrolliert bzw. korrigiert nach den Fallzeiten so schwerer Kugeln (Hartblei, $1^1/_2$ cm Durchmesser), daß man auf sie während der ersten Zehntel Sekunden das Fallgesetz anwenden darf.

2. Schreibende Stimmgabel (Fig. 31). Eine an einem tönenden, am besten elektromagnetisch angeregten Körper von bekannter Schwingungszahl (57) befestigte leichte, biegsame Spitze schreibt auf eine sich fortbewegende berußte Fläche. Die beiden Ereignisse, deren Zeitabstand zu messen ist, werden neben die entstehende Sinuskurve notiert, z. B. durch eine elektromagnetische Schreibvorrichtung, die durch die Wirkung der Ereignisse auf den Strom bewegt wird; oder durch Induktionsfunken, die von einer neben der schreibenden Spitze befindlichen Metallspitze durch das berußte Papier auf dessen Unterlage springen und im Ruß eine Marke zurücklassen. — Auch Photographie ist anwendbar. — Siehe auch 57, 1.


Fig. 31.

Vgl. z. B. den Siemensschen Funkenchronograph, Pogg. Ann. 66, 435. 1845.

3. Fallender Körper, Pendel. Die Zeitmarken werden auf einen fallenden vertikalen Maßstab gezeichnet oder auf einen Kreisbogen, der mit einem Pendel schwingt. Ihr Abstand läßt sich in Zeit umrechnen, da die Geschwindigkeit des Objekts sich aus dem Verhältnis seiner Lage im Augenblick der Messung zu der Ausgangsstellung ergibt; im ersteren Falle als $\sqrt{2gh}$, wenn h die vorher durchlaufene Fallhöhe bedeutet. — Die Lineargeschwindigkeit eines Punktes vom Radius r am Pendel beträgt $(2\pi r/\tau)\cdot\sqrt{\sin^2\frac{1}{2}A - \sin^2\frac{1}{2}\alpha}$, wenn τ die Schwingungsdauer, A der Winkel, aus dem es losgelassen wurde, und α der augenblickliche Ablenkungswinkel ist.

Siehe auch 109, Pendelunterbrecher.

4. Rotierende Trommel. Ähnlich wie unter 2. Es wird die anderweitig gemessene Umlaufsgeschwindigkeit zugrunde gelegt.

Man beachte auch die, im Kymograph, Sphygmograph, Photochronograph usw., fein ausgearbeiteten physiologischen Methoden, u. a. von Marey.

5. Rotierender Spiegel. Die Umlaufzeit sei τ, die Drehung beträgt dann in der Zeit t den absolut gemessenen Winkel $\alpha = t \cdot 2\pi/\tau$. Das Bild eines um A vor dem Spiegel liegenden Objekts verschiebt sich bei der Drehung α um $\alpha \cdot 2A$, in der Zeit t also um $l = 4\pi A t/\tau$. Wird l gemessen, z. B. mittels eines um A hinter dem Spiegel liegenden Maßstabes, so ist also $t = \frac{1}{4\pi}\frac{l}{A}\tau$. Dieselbe Formel gibt die Zeit zwischen zwei Ereignissen, die an demselben Ort aufeinander folgen und im Spiegel gesehen um l auseinanderliegen. Ist z. B. $A = 2000$ mm, $\tau = \frac{1}{100}$ sec, $l = 1$ mm, so wird $t = \frac{1}{2500000}$ sec. Der Fehler der Längenmessung kann leicht < 1 mm gemacht, ferner A vergrößert, τ erheblich verkleinert werden, so daß kurze Zeiten auf viel weniger als 10^{-7} sec genau zu bestimmen sind.

In vielen Fällen kann man durch einen mit dem Instrument bewegten elektrischen Kontakt bewirken, daß die Ereignisse eintreten, wenn der Mechanismus die richtige Stellung hat. — Akustische Schwingungen, z. B. von Flammen, lassen sich mit langsamer, Oszillationen in einem elektrischen Entladungsfunken mit schneller Rotation sichtbar und meßbar machen. Zum Photographieren werden die Bilder mittels einer Linse oder besser dadurch, daß man einen Hohlspiegel rotieren läßt, objektiv auf der lichtempfindlichen Platte entworfen; um mehrere Bilder zu erhalten, wird die Platte parallel der rotierenden Achse bewegt. Über elektrische Schwingungen vgl. besonders Diesselhorst, Verh. D. Phys. Ges. 1908, 306.

Über Umlaufzähler (Gyrometer, Tachometer) s. 57, 7 u. 119 V. — Über gleichmäßigen Lauf s. auch 8, 26.

6. Gleichstrom-Löschfunkenstrecken. Zur kinematographischen Aufnahme ballistischer und physikalischer Vorgänge bis zu 100000 Bildfrequenzen in der Sekunde verwendbar; Cranz u. Glatzel, Verh. D. Ph. Ges. 1912, 525.

7. In besonderen Fällen können sehr kleine Zeiträume (bis 10^{-8} sec) durch den in der gesuchten Zeit zurückgelegten Weg eines Lichtstrahls bestimmt werden; Abraham u. Lemoine, Ann. chim. phys. 20, 264. 1900, vgl. auch James, Ann. d. Ph. 15, 954. 1904.

30. Einige astronomische Bezeichnungen.

Vgl. Fig. 32.

1. Zur Bestimmung des Ortes eines Gestirns dienen folgende Begriffe.

Azimut A: Bogen des Horizonts vom Südpunkte des Meridians zum Vertikalkreise des Gestirns (Winkel zwischen Vertikalkreis und Meridian).

Höhe h: Bogen des Vertikalkreises vom Horizont zum Gestirn.

Deklinations- oder Stundenkreise: Größte Kreise durch den Himmelspol.

Stundenwinkel t: Bogen des Himmelsäquators von dem Südpunkt des Meridians zum Deklinationskreis des Gestirns.

Deklination δ: Bogen des Deklinationskreises vom Äquator zum Gestirn.

Kulmination: Durchgang durch den Meridian eines Ortes.

Polhöhe φ: Geographische Breite eines Ortes.

Parallaktischer Winkel γ: Winkel zwischen Deklinationskreis und Vertikalkreis des Gestirns.

Aus dem sphärischen Dreieck von den Seiten $90-\delta$ $90-h$ $90-\varphi$ und den Winkeln $180-A$ t γ folgen u. a. die Gleichungen:

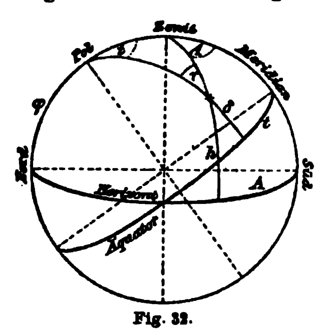


Fig. 32.

1. $\sin\delta = \sin\varphi\sin h - \cos\varphi\cos h\cdot\cos A$,
2. $\sin h = \sin\varphi\sin\delta + \cos\varphi\cos\delta\cdot\cos t$,
3. $\cos h\sin A = \cos\delta\sin t$,
4. $\cos h\cos A = -\cos\varphi\sin\delta + \sin\varphi\cos\delta\cdot\cos t$,
5. $\sin t\,\mathrm{ctg}\,A = -\cos\varphi\,\mathrm{tg}\,\delta + \sin\varphi\cos t$.

Frühlingspunkt: Aufsteigender Knoten der Ekliptik.

Rektaszension eines Gestirns α: Bogen des Äquators vom Frühlingspunkt zum Deklinationskreise des Gestirns. Der Äquator wird dabei in 24^h oder in 360° geteilt. Die Rektaszension rechnet man der täglichen Bewegung entgegen.

Die übrigen Bögen des Äquators oder des Horizontes zählen im Sinne der täglichen Bewegung.

Die Örter einiger Hauptsterne s. in Tab. 49.

2. Zur Zeitbestimmung werden die Bezeichnungen gebraucht:

Sternzeit z: Bogen des Himmelsäquators vom Südpunkt des Meridians zum Frühlingspunkt, den ganzen Äquator zu 24 Stunden gerechnet.

Sterntag: Zeit zwischen zwei aufeinander folgenden Kulminationen eines Fixsterns. 1 mittl. Tag = 1,002738 Sterntag = 1 Sterntag + 235,9 mittl. Sekunden.

Der Sterntag beginnt mit dem Durchgange des Frühlingspunktes durch den Meridian. Ein Gestirn passiert also den Meridian (es kulminiert) in dem Augenblick, wann seine Rektaszension gleich der Sternenzeit ist. Allgemein: Die Sternzeit z ist = Stundenwinkel t + Rektaszension α eines Gestirnes, also $t = z - \alpha$.

„Wahrer" oder scheinbarer Mittag der Ortszeit: Durchgangszeit des Sonnenmittelpunktes durch den Meridian.

Sonnenzeit: Stundenwinkel der Sonne.

Zeitgleichung: Mittlere Ortszeit minus Sonnenzeit.

Bei der jetzigen Rechnung nach „Einheitszeit", welche sich auf einen Meridian von der östl. geogr. Länge l_0 Grad bezieht (15° für Mittel-Europa), ist für einen Ort von der östl. geogr. Länge l Grad die mittlere Ortszeit = Einheitszeit $+ 4(l - l_0)$ min.

Der astronomische Sonnentag beginnt um Mittag, wird von 0 bis 24^h gezählt und führt das Datum des Tages, an dem er beginnt.

Über Deklination der Sonne, Sternzeit und Zeitgleichung s. Tab. 45.

Ausführlichere Tafeln im Nautischen Jahrbuch, dem Berliner astr. Jahrb. oder dem Nautical Almanac; auch in Bremikers Logarithmen. Weitere oder genauere Methoden s. u. a. Brünnow, sphär. Astronomie; Jordan, Zeit- und Ortsbestimmung; Wislicenus, geogr. Ortsbestimmungen; Marcuse, Handb. d. geogr. Ortsbestimmung; Cohn, astron. Winkelmeßinstr. und Beobachtungsmeth. Enzykl. d. math. Wiss. VI 2, 1908.

30a. Theodolit. Universalinstrument.

Das Instrument (Fig. 33) mißt Höhenwinkel sowie Azimutalwinkel, d. h. Winkel zwischen den Vertikalebenen, in denen anvisierte Punkte liegen. Zu diesem Zweck muß die eine Drehachse vertikal, die andere horizontal liegen; auf letzterer soll die Visierlinie senkrecht stehen.

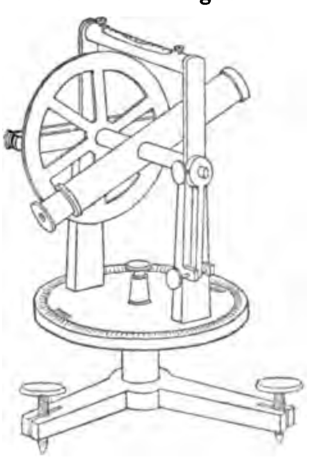


Fig. 33.

Berichtigung der Libelle. Die Blase soll, wenn die Drehachse des Fernrohrs horizontal liegt, in oder wenigstens nahe der Mitte einspielen. Um dies zu erkennen oder herbeizuführen, bringt man die aufgesetzte Libelle zum Einspielen und setzt sie dann auf den Zapfen der Achse um oder dreht die Vertikalachse des Instruments um genau 180°; dann muß die Libelle wieder einspielen. Zeigt sie eine beträchtliche Abweichung, so wird deren Hälfte an der Libelle korrigiert. Die andere Hälfte korrigiert man mit den Fußschrauben und wiederholt die Prüfung. Ein grober Fehler, bei dem die Blase bis an das Ende der Libelle ausschlägt, wird zuvor durch Probieren beseitigt.

Ablesung. Um die Exzentrizität eines Teilkreises zu eliminieren, werden beide um 180° verschiedene Nonien abgelesen. Bei der Rechnung bezieht man die ganzen Grade immer auf Nonius I und nimmt nur in den Unterabteilungen das Mittel aus beiden Ablesungen.

1. Vertikale Achse.

Eine Drehachse steht vertikal, wenn die Libelle bei der Drehung um diese Achse ihren Stand nicht ändert: man dreht die Libelle zunächst parallel der Verbindungslinie zweier Fußschrauben und bringt sie mit diesen zum Einspielen. Dann dreht man um 180° und berichtigt, falls die Blase jetzt eine andere Stellung zeigt, den halben Unterschied mit den Fußschrauben. Endlich wird um 90° gedreht und mit der dritten Fußschraube dieselbe Einstellung der Blase bewirkt wie die soeben verlassene. Wenn das Verfahren zum ersten Male noch einen Fehler zurückgelassen hat, so wiederholt man es.

2. Horizontale Achse.

a) Stehen zwei Achsen senkrecht aufeinander, so verbürgt die vertikale Stellung der einen von selbst die horizontale der anderen. Diese Bedingung kann ohne Libelle folgendermaßen geprüft werden, wenn kein

Kollimationsfehler vorhanden ist (vgl. Nr. 3). Man sucht zwei möglichst entfernt übereinander liegende Objekte, die von dem Fernrohr bei Drehung um seine Achse getroffen werden. Dann dreht man um 180° um die Vertikalachse und schlägt das Fernrohr durch; die beiden Objekte müssen dann wieder durch eine bloße Drehung um die Fernrohrachse einstellbar sein.

Selbständig prüft man die Horizontalität einer Fernrohrachse:

b) Mit der Libelle. Man prüft zuerst, ob die beiden Zapfen der Fernrohrachse gleich dick sind, indem man nach Einstellung auf das Einspielen der Blase das Fernrohr umlegt (die Zapfen in ihren Lagern vertauscht) und die Libelle in ihrer früheren Stellung wieder aufsetzt. Die gleiche Einstellung der Blase beweist die gleiche Dicke der beiden Zapfen.

Dies vorausgesetzt wird eine horizontale Drehachse daran erkannt, daß die auf der Achse umgesetzte Libelle den früheren Stand einnimmt.

Ob die Fernrohrachse rund ist, prüft man durch ihre Drehung unter der aufgesetzten Libelle.

c) Mit dem Senkel. Man hängt ein langes Senkel entfernt vor dem Theodolit auf und visiert nach verschiedenen Höhen. Der Kollimationsfehler muß zuvor berichtigt sein.

3. Kollimationsfehler.

a) Zur Prüfung, ob die Sehlinie auf der Drehungsachse des Fernrohrs senkrecht ist, stellt man auf ein ungefähr in der Horizontalebene des Instrumentes gelegenes fernes Objekt ein, dreht den Horizontalkreis um genau 180° und stellt das Fernrohr mittels Durchschlagens in seine frühere Richtung. Das Objekt muß wieder genau einstehen. Ein Unterschied ist zur Hälfte durch Verschiebung des Fadenkreuzes zu berichtigen, worauf man die Prüfung wiederholt.

b) Oder man stellt wie oben ein, legt bei feststehendem Instrument das Fernrohr in seinen Lagern um und richtet es auf denselben Gegenstand; dieser muß wieder im Fadenkreuz erscheinen.

4. Absolute Höhe. Horizontal- und Zenitpunkt.

a) Das Instrument sei nach Nr. 1 bis 3 berichtigt. Man stellt auf den Gegenstand ein und liest den Höhenkreis ab; man dreht die Vertikalachse um 180°, schlägt das Fernrohr durch, stellt wieder ein und liest den Höhenkreis ab. Der Unterschied (Vorzeichen!) beider Ablesungen gibt den doppelten Zenitabstand des Objekts. Der halbe Unterschied von 90° abgezogen liefert also die Höhe des Objekts über dem Horizont.

Das arithmetische Mittel beider Einstellungen gibt den Zenitpunkt, die Hinzufügung von 90° zu diesem den Horizontalpunkt des Höhenkreises.

b) Quecksilberhorizont. Anstatt das Fernrohr durchzuschlagen, kann man vor das Objektiv einen Quecksilberhorizont stellen und nun durch Messung des Höhenwinkels zwischen dem (sehr entfernten) Objekt und dessen Spiegelbild sowohl die Höhe des Objektes über dem Horizont wie auch den Zenit- und den Horizontalpunkt des Höhenkreises in leicht ersichtlicher Weise bestimmen.

Der Quecksilberhorizont erlaubt auch die absolute Höhenmessung mit einem Spiegelsextanten.

Auf Gestirne sind diese Verfahren um die Kulminationszeit direkt anwendbar. Für andere Zeiten bekommt man, wenn die Einstellungen rasch hintereinander ausgeführt werden, die Höhe für den mittleren Augenblick zwischen beiden Beobachtungen.

Die Beobachtung hochstehender Objekte mittels eines geradsichtigen Fernrohrs kann man dadurch ermöglichen oder erleichtern, daß man vor dem Okular ein kleines, total reflektierendes Prisma befestigt. Um das Fadenkreuz zu erhellen, genügt es, einige qmm weißes Papier schräg vor das Objektiv zu halten und seitlich zu beleuchten.

Winkel zwischen zwei Objekten. Aus den Höhenwinkeln h und h' und ihrem gegenseitigen Azimutwinkel A wird der Winkelabstand w zwischen beiden gefunden aus der Gleichung $\cos w = \sin h \sin h' + \cos h \cos h' \cdot \cos A$.

31. Bestimmung der Meridianrichtung eines Ortes.

Der Meridian ist die Vertikalebene, in der die Gestirne kulminieren; oder die Vertikalebene des Sonnenmittelpunktes am „wahren" Mittag; oder die vertikale Halbierungsebene zwischen den zwei Azimuten eines Gestirns, denen dieselbe Höhe entspricht, vorausgesetzt, daß das Gestirn inzwischen keine eigene Höhenbewegung ausgeführt hat.

I. Aus der größten Ausschreitung eines Gestirns. Man beobachtet einen Zirkumpolarstern, am besten den Polarstern selbst, zu der Zeit seiner größten östlichen oder westlichen Ausschreitung. Da zu dieser Zeit die Bewegungsrichtung des Sternes vertikal ist, so kann man bequem und scharf einstellen.

Beobachtet man die östliche und westliche Ausschreitung, so geht der Meridian durch die Halbierungslinie. Insofern die Deklination δ des Gestirns und die Polhöhe (geogr. Breite) φ bekannt sind (Tab. 44, 49), genügt auch eine einseitige Beobachtung. Es bildet nämlich der Vertikalkreis der größten Ausschreitung mit der Nordrichtung den Winkel ϑ, den man erhält aus $\sin \vartheta = \cos \delta / \cos \varphi$.

Denn Meridian, Vertikalkreis und Stundenkreis des Sterns bilden dann ein rechtwinkliges Dreieck mit der Hypotenuse $90 - \varphi$, der einen Kathete $90 - \delta$ und dem der letzteren gegenüberliegenden Winkel ϑ

Der Polarstern hat in mittlerer geogr. Breite seine größte Ausschreitung ungefähr um 7^h 20^{min} und 19^h 30^{min} Sternzeit (Tab. 45).

II. Am Polarstern zu irgendeiner bekannten Zeit. Aus dieser ergibt sich die Sternzeit s (Tab. 45), aus letzterer und der Rektaszension α des Polarsterns (Tab. 49) sein Stundenwinkel $t = s - \alpha$, und endlich sein Azimut A gegen den Meridian aus 30 Gl. 5, oder, in mittleren Breiten auf einige Minuten genau, $\vartheta = (90 - \delta) \sin t / \cos \varphi$.

III. Aus korrespondierenden Höhen. Man stellt den Theodolit mit vertikaler Drehachse (30a, 1) auf das Gestirn ein und liest den Horizontalkreis ab. Ohne an der Höheneinstellung etwas zu ändern, beobachtet man dasselbe Gestirn noch einmal nach seiner Kulmination, den Horizontalkreis so einstellend, daß es wieder durch das Fadenkreuz geht. Die Halbierungslinie der beiden Einstellungen liegt im Meridian des Ortes. Ein Höhenkreis ist unnötig.

Für die Genauigkeit ist günstig, daß das Gestirn rasch ansteigt, also dem Meridian nicht zu nahe steht.

Bei Benutzung der Sonne stellt man den Vertikalfaden vormittags auf den einen, nachmittags auf den anderen seitlichen Rand ein, während der Horizontalfaden z. B. den oberen Rand berührt. Die Halbierungslinie der beiden Einstellungen geht aber im allgemeinen nicht genau durch den Meridian, sondern erfordert wegen der Deklinationsänderung der Sonne die folgende „Meridianverbesserung".

Es sei τ der halbe Zeitunterschied der beiden Beobachtungen voneinander in Stunden, der Stundenwinkel der Sonne in Graden also $= 15\tau$. Es sei ferner s die tägliche Änderung der Sonnendeklination (Tab. 45 oder Bremiker, fünfstellige Logarithmen S. 141), also $s\tau/24$ diese Änderung in der halben Zwischenzeit. Dann beträgt die Meridianverbesserung

$$\frac{1}{\cos \varphi} \frac{s\tau}{24} \frac{1}{\sin (15\tau)^0}.$$

Für mittlere europäische Breiten und bei Beobachtungen, die zwischen 8 und 10^h Vm., bzw. 2 und 4^h Nm. angestellt werden, genügt innerhalb einer Bogenminute Genauigkeit, die Korrektion $= 0{,}27\,s$ zu setzen.

Selbstverständlich richtet sich die Korrektion im Frühjahr nach Osten, im Herbst nach Westen und verschwindet in den Tagen der Sonnenwenden.

Beweis. Es sei die Deklination der Sonne zwischen beiden Durchgängen durch die Höhe h um $\Delta\delta$ gewachsen und dadurch das zweite Azimut um ΔA zu groß gefunden. Zwischen $\Delta\delta$ und ΔA wird durch Differentiation der Gl. 1 (30) die Beziehung gefunden $\Delta\delta \cdot \cos \delta = \Delta A \cdot \cos \varphi \cos h \sin A$. Ersetzt man hierin $\cos h \sin A$ nach Gl. 3 durch $\cos \delta \sin t$, so kommt $\Delta\delta = \Delta A \cdot \cos \varphi \sin t$. Um $\frac{1}{2}\Delta A = \frac{1}{2}\Delta\delta/(\cos \varphi \sin t)$ wird man das arithmetische Mittel aus den beiden Beobachtungen korrigieren müssen. Man braucht nur noch $\frac{1}{2}\Delta\delta = \frac{1}{24} s\tau$ und $\sin t = \sin 15\tau$ zu setzen, um den obigen Ausdruck zu erhalten.

IV. Aus der Beobachtung der Sonne um Mittag. Kennt man die Ortszeit (33), so liefert die Beobachtung des Sonnenmittelpunktes

um 12^h „wahrer" Sonnenzeit (= mittlerer Ortszeit minus Zeitgleichung, Tab. 45) den Meridian. Man stellt dabei den Theodoliten auf den westlichen oder den östlichen Sonnenrand ein und berichtigt das beobachtete Azimut nach Osten oder nach Westen um $\Delta = \varrho/\sin(\varphi - \delta)$, wo ϱ den Halbmesser (rund $0^\circ,27$), δ die Deklination der Sonne und φ die Polhöhe bedeutet; Tab. 47, 45 u. 44.

Beweis. Meridian, Höhenkreis des Sonnenrandes und Halbmesser der Sonne nach ihrem Berührungspunkt mit dem Höhenkreis bilden ein rechtwinkliges Dreieck mit der Hypotenuse $\varphi - \delta$, worin die Kathete ϱ dem Winkel Δ gegenüberliegt. Es ist also $\sin \Delta : 1 = \sin \varrho : \sin(\varphi - \delta)$. Für $\sin \Delta$ und $\sin \varrho$ kann man Δ und ϱ setzen.

32. Polhöhe eines Ortes (Geographische Breite).

I. Die Polhöhe wird am leichtesten aus der Höhe eines Gestirns bei seiner Kulmination abgeleitet. Kennt man den Meridian (31), so beobachtet man bei dem Durchgang durch diesen; andernfalls folgt man mit dem Fernrohr dem Objekt in der Nähe des Meridians und liest die höchste bzw. niedrigste Einstellung ab.

Die beobachtete Höhe muß wegen der atmosphärischen Strahlenbrechung um die aus Tab. 48 zu entnehmende „Refraktion" vermindert werden. Nennt man die so korrigierte Höhe h, ist ferner δ die Deklination des Gestirnes (Tab. 49), so wird die Polhöhe

$$\varphi = 90 - h + \delta \quad \text{oder} \quad \varphi = 90 + h - \delta,$$

je nachdem die Kulmination eine obere oder eine untere war.

Über die Deklination der Sonne vgl. S. 125 und Tab. 45. Selbstverständlich muß hier die beobachtete Einstellung, da sie auf den oberen oder den unteren Rand stattfindet, um den Sonnenhalbmesser (Tab. 47) abgeändert werden.

Am Polarstern sind wegen seiner langsamen Bewegung die Messungen am bequemsten und genauesten.

Um die Kulminationszeit eines Gestirns voraus zu kennen, zieht man die Sternzeit um Mittag von der Rektaszension des Sternes (Tab. 49) ab; dann erhält man die Tageszeit seiner oberen Kulmination, gerechnet vom Mittage ab in Sternstunden. 1 Sternstunde = 0,9973 mittl. Stunden.

Die Sternzeit um Mittag siehe in Tab. 45. Wegen der periodischen, durch die Schaltjahre ausgeglichenen Verschiebung des Frühlingsanfangs und ferner, weil der Sonnenmittag für westliche Orte später fällt als für östliche, kann diese Tabelle nicht für alle Jahre und für alle Orte dieselbe sein. Wenn an einem Orte von der östlichen geogr. Länge l° von Greenwich die Sternzeit für die mittlere Ortszeit T gesucht wird, so hat man deswegen nicht mit T selbst, sondern mit einem in Bruchteilen des Tages ausgedrückten, korrigierten Werte

$$T + k + \tfrac{1}{360}(15^\circ - l)$$

als Argument in die Tabelle einzugehen. k hat für jedes Jahr einen anderen

Wert, den man in Tab. 46 findet. l endlich wird aus Tab. 44 oder aus einer Landkarte entnommen. — Ist T die mitteleuropäische „Einheitszeit", so ist nur $T + k$ zu nehmen.

II. Man beobachtet mit feststehendem Horizontalkreis des Theodoliten die beiden Höhen des Polarsterns, in denen dieser während eines Umlaufs den vertikalen Faden passiert, und nimmt das Mittel, welches, wegen der Refraktion korrigiert, die Polhöhe gibt.

III. Eine einzelne Beobachtung des Polarsterns zu genähert bekannter Zeit gibt die Polhöhe, da $(90 - \delta) \cos t$ (vgl. **31** II) meistens genügend genau als vertikale Erhebung des Sterns über den Pol angesehen werden kann.

33. Zeitbestimmung aus Sonnen- oder Sternhöhen.

Vorausgesetzt wird die Kenntnis der geogr. Breite φ und bei Sonnenbeobachtungen der genäherten geogr. Länge l des Beobachtungsortes. — Je näher der Kulmination des Gestirns, desto weniger genau wird die Messung.

I. Aus einer einzelnen Höhe.

Sonne. Man mißt die Höhe des oberen oder unteren Randes mit dem Sextanten oder dem Theodoliten. Aus der wirklichen Höhe h des Sonnenrandes wird der Stundenwinkel t der Sonne oder die „Sonnenzeit" im Augenblicke der Beobachtung erhalten aus (Formel 2, S. 118)

$$\cos t = \frac{\sin h - \sin \varphi \sin \delta}{\cos \varphi \cos \delta}.$$

Ist dann der Stundenwinkel t den trigonometrischen Tafeln in Bogengraden entnommen, so wird er durch 15 geteilt, um die Sonnenzeit in Stunden zu erhalten. t ist vormittags negativ, nachmittags positiv zu rechnen.

Korrektionen. 1. Von der beobachteten Höhe, die wegen der atmosphärischen Strahlenbrechung zu groß ist, subtrahiert man nach Tab. 48 die Refraktion.

2. Man addiert bzw. subtrahiert den Halbmesser der Sonne (Tab. 47). Dieser eliminiert sich von selbst, wenn man, um unabhängig vom Horizontalpunkt des Höhenkreises zu sein, mit Durchschlagen (**30a**, 4) zweimal einstellt und zwar einmal auf den unteren, das andere Mal auf den oberen Rand. Um das Mittel aus beiden Beobachtungen für die Zeit zu nehmen, in welcher der Sonnenmittelpunkt die mittlere Höhe passiert, müssen beide Beobachtungen rasch aufeinander folgen, da die Erhebung der Sonne nicht gleichförmig geschieht.

Geographische Breiten können aus einer guten Karte auf 0,01° entnommen werden. Vgl. auch **32** u. Tab. 44.

Deklination der Sonne. Man interpoliert diese aus Tab. 45 für die Beobachtungszeit, welche man um $+k$ (Tab. 46) bzw. um $+k+\frac{1}{360}(15-l)$ korrigiert hat. Vgl. hierüber S. 123. Ein Fehler von 3 min in der Zeit gibt höchstens einen Fehler von δ um 0,001°, so daß die Bahn-, unter Umständen auch die Turmuhrzeit genügt.

Mittlere Zeit. Zu der wahren Sonnenzeit t fügt man zur Reduktion auf mittlere Ortszeit die aus Tab. 45 zu entnehmende „Zeitgleichung" hinzu; auf mitteleuropäische Einheitszeit außerdem $+(15-l)\times 4$ min.

Andere Gestirne. Man wählt ein Gestirn von bekannter Deklination und Rektaszension (Tab. 49), welches weder dem Horizonte noch dem Pole zu nahe steht. Dann bedeutet das aus der Formel im Eingang berechnete t den Stundenwinkel des Gestirns. Fügt man zu t die Rektaszension des Sternes, so erhält man die für den Augenblick der Beobachtung geltende Sternzeit, zu der dann die mittlere Zeit aus Tab. 45 oder genauer nach den astronomischen Jahrbüchern gefunden wird.

Die gegebenen Vorschriften und Tabellen vernachlässigen Korrektionen, welche unter 0,01° liegen.

II. Aus korrespondierenden Höhen.

Hier genügt, außer einer gleichmäßig gehenden Uhr, ein in der Höhe klemmbares Fernrohr mit vertikaler Drehachse (**30a**, 1), ohne jede Kreisteilung. Bei der Sonne stellt man jedesmal auf denselben unteren oder oberen Rand ein, ohne auf den Mittelpunkt umrechnen zu müssen.

Im Interesse scharfer Zeitbestimmung beobachtet man die Gestirne entfernt vom Meridian.

Ein Gestirn passiere vor und nach seiner Kulmination den Horizontalfaden eines Fernrohres, welches auf konstante Höhe eingestellt ist. Das arithmetische Mittel der beiden Uhrzeiten gibt für ein Gestirn ohne Eigenbewegung die Uhrzeit, für welche es kulminiert. Die absolute Zeit der Kulmination findet sich aus den Tabellen.

Fixsterne. Für das Mittel aus beiden Durchgangszeiten gibt die Rektaszension des Sternes (Tab. 49) die Sternzeit, aus welcher man die mittlere Zeit nach Tab. 45 oder einem astronomischen Jahrbuche entnimmt.

Sonne. Dem Zeitpunkte des Sonnendurchgangs durch den Meridian entspricht der scheinbare oder Sonnenmittag; die mitt-

lere Ortszeit hat dann den durch die Zeitgleichung (Tab. 45) gegebenen Wert. In den Tagen der Sonnenwenden erhält man aus den Zeiten zweier Durchgänge durch die gleiche Höhe die Zeit des Durchgangs durch den Meridian genau als das arithmetische Mittel. Im allgemeinen aber kommt noch wegen der täglichen Deklinationsänderung der Sonne eine Korrektion, die „Mittagsverbesserung“, hinzu, da die Sonne ihren höchsten Stand in der ersten Jahreshälfte etwas hinter, in der zweiten Hälfte etwas vor dem Meridian erreicht.

Es sei φ die Polhöhe des Ortes, δ die Deklination der Sonne, s ihre tägliche Änderung in Bogengraden (Tab. 45; Bremiker, fünfstell. Log.) und τ der halbe Zeitunterschied zwischen den beiden Beobachtungen in Stunden (also $\pm 15\,\tau$ der Stundenwinkel der Sonne in Bogengraden). Die Mittagsverbesserung beträgt in Zeitsekunden

$$10\, s\tau \cdot (\operatorname{tg}\varphi - \operatorname{tg}\delta \cos 15\tau)/\sin 15\tau.$$

Beweis. Es bedeute (Fig. 32 S. 118) t den Stundenwinkel der Sonne bei der Beobachtung. Ohne Deklinationsänderung würden die absoluten Werte von t vor- und nachmittags gleich sein. Ist vom ersten bis zum zweiten Durchgang durch die Höhe h die Deklination um $\Delta\delta$ gewachsen, so wird t bei dem zweiten um eine Größe Δt zu groß gefunden, für welche man durch Differentiation von Gleichung 2 (30) die Beziehung erhält

$$0 = \Delta\delta \cdot (\sin\varphi \cos\delta - \cos\varphi \sin\delta \cos t) - \Delta t \cdot \cos\varphi \cos\delta \sin t.$$

Also ist $\Delta t = \Delta\delta\,(\operatorname{tg}\varphi - \operatorname{tg}\delta \cos t)/\sin t$. An dem arithmetischen Mittel aus beiden beobachteten Durchgangszeiten ist offenbar, um es auf den Durchgang durch den Meridian zu reduzieren, die Korrektion $\frac{1}{2}\Delta t$ anzubringen. Beachtet man noch, daß $t = 15\tau$ und daß $\frac{1}{2}\Delta\delta$ in Bogengraden $= s\tau/24$, also in Zeitsekunden $= 86400/360 \cdot s\tau/24 = 10\, s\tau$, so kommt der obige Ausdruck für diese Korrektion.

34. Bestimmung des Ganges einer Uhr oder Festhaltung einer absoluten Zeit.

Zwei absolute Zeitbestimmungen (33) liefern den Gang der zur Beobachtung dienenden Uhr. Einfacher und häufig genauer sind aber Beobachtungen eines Gestirns in einem bestimmten Azimut. — Zwischen zwei Durchgängen eines Fixsterns durch denselben Punkt liegt ein Sterntag, der um 3 min 55,9 sec = 0,002730 Tag kürzer ist als der mittlere Tag.

I. Beobachtung an Fixsternen. Zu diesem Zwecke genügt jedes Fernrohr mit Fadenkreuz und einer horizontalen Drehungsachse. Das konstante Azimut wird nötigenfalls auf eine entfernte irdische Einstellungsmarke bezogen.

Noch einfacher und leicht auf 1 sec genau ist das mit bloßem Auge beobachtete Verschwinden oder Auftauchen eines Fixsterns hinter einem fernen Objekt. Ist dieses mindestens 100 m entfernt, so genügt als fester Punkt für das Auge der Rand eines Fensterkreuzes oder ähnliches. Geheizte Schornsteine u. dgl. sind als bedeckende Objekte ungeeignet.

Am besten wählt man einen Stern, der dem Äquator nahe steht, und beobachtet ihn nicht weit vom Meridian.

II. Beobachtungen an der Sonne. Zwei aufeinander folgende Sonnendurchgänge durch den Meridian liefern, unter Berücksichtigung der täglichen Änderung der Zeitgleichung (Tab. 45 oder Bremiker, fünfstell. Log. S. 141), die Länge des mittleren Tages. Es wird nicht gefordert, daß der Meridian ganz genau sei; ein konstanter Fehler von 1^0 macht den beobachteten Tag höchstens etwa um 2 sec unsicher. Sowohl um die Tag- und Nachtgleichen wie um die Sonnenwenden ist diese Unsicherheit am kleinsten.

Gebraucht wird ein feststehendes Fernrohr mit horizontaler Drehachse, an dessen Fadenkreuz man den Antritt und den Austritt der Sonne beobachtet. — Für mäßige Ansprüche genügt auch der Schatten eines Senkels oder das von einer engen Öffnung entworfene Sonnenbildchen. Man nimmt den Zeitpunkt, in welchem dieser Schatten oder das Sonnenbild von einer auf dem Fußboden oder auf einer gegenüberstehenden Wand angebrachten Marke halbiert wird. Auch eine gute Sonnenuhr läßt den Gang einer Uhr in größeren Zeiträumen einigermaßen genau bestimmen.

Eine einmal gewonnene absolute Zeit läßt sich durch diese einfachen Mittel festhalten.

35. Schwere; Länge des Sekundenpendels. Gravitationskonstante.

Die Konstante g der Schwere, d. h. die Geschwindigkeitszunahme des frei fallenden Körpers in 1 sec, beträgt in Meereshöhe unter 45° Breite $g = 980{,}62$ und für die geogr. Breite φ und die Höhe H m über Meer

$$g = 980{,}62\,(1 - 0{,}00264 \cdot \cos 2\varphi - 0{,}000\,000\,3 \cdot H)\ \mathrm{cm/sec^2}.$$

Für $H = 0$ siehe Tab. 48. Der kleinste und der größte Wert, am Äquator und an den Polen, weicht hiernach um etwa $\pm 2{,}6$ vom Mittelwerte 980,62 ab; lokale Unterschiede gegen die Formel erreichen sehr selten 0,2. — Der Einfluß einer Erhebung auf 1000 m beträgt 0,3, hängt aber natürlich etwas von der Bodenbeschaffenheit ab.

Bei sehr kleiner Schwingungsweite ist die (einseitige) Schwingungsdauer eines punktförmigen Pendels von der Länge l gleich $\pi\sqrt{(l/g)}$; die eines beliebig gestalteten Pendels gleich $\pi\sqrt{(K/D)}$, wo K das Trägheitsmoment und D die Direktionskraft bedeutet, d. h. $D = a \cdot gM$, wenn M die schwingende Masse und a der Abstand ihres Schwerpunkts von der Drehachse ist; vgl. **29**.

Der Punkt eines Pendels, der, wenn er allein vorhanden wäre, die gleiche Schw.-D. zeigen würde, heißt Schwingungspunkt. Es gilt der Satz, daß, wenn man ein Pendel umkehrt und im Schw.-P. aufhängt, dieselbe Schw.-D. entsteht; s. Reversionspendel.

Bestimmung von g mit dem Fadenpendel. (Als Übungsaufgabe beschrieben; denn es wird im allgemeinen nicht leicht sein, g genauer zu bestimmen, als es aus der Formel berechnet wird.) Eine gut abgedrehte, möglichst schwere Kugel von etwa 2 cm Durchmesser hänge an einem leichten und weichen Faden über eine Schneide bereits eine so lange Zeit, daß eine konstante Pendellänge entstanden ist. Diese Länge l sei gezählt von der Schneide bis zum Mittelpunkt der Kugel; sie wird also mit einem spiegelnden Maßstab (**21**, 1) oder mit dem Kathetometer (**22**) gemessen als das arithmetische Mittel aus den Abständen bis zum obersten und bis zum untersten Punkte der Kugel.

Schwingungsdauer τ. Finden in t sec k Schwingungen statt, so ist $\tau = t/k$. Wenn die Länge zwischen 99 und 100 cm gewählt wird, so kommt die Dauer der Sekunde nahe, und man beobachtet nach der Methode der Koinzidenzen. Liegt zwischen zwei aufeinander folgenden Koinzidenzen der Pendelschwingung mit einer vollen Sekunde eine Zeit $= n$ sec, so ist $\tau = n/(n-1)$ oder $n/(n+1)$, je nachdem das Pendel hinter der Uhr zurückbleibt oder ihr vorauseilt. Die Koinzidenz wird mit dem Auge beurteilt oder nach dem Gehör auf die Umkehr des Pendels oder auf seinen Durchgang durch die Mitte bezogen. Eine längere Beobachtungsreihe kann man, wenn die Amplitude klein oder wenig veränderlich war, nach **3** II berechnen.

Korrektionen der beobachteten Schw.-D. τ.

1. Amplitude. Die ganze Schwingungsweite sei $= \alpha$; es genügt meistens das Mittel aus dem ersten und letzten Bogen. Die beobachtete Schw.-D. ist, gemäß der Formel in **28**, zu dividieren durch $1 + \frac{1}{4}\sin^2\frac{1}{4}\alpha$. Da die Korrektion klein ist (bei $\alpha = 10^0$ erst $\frac{1}{2}$ Promille), so kann man (Formel 4, S. 9) statt dessen von τ abziehen $\tau \cdot \frac{1}{4}\sin^2\frac{1}{4}\alpha$. Siehe Tab. 27.

2. Trägheitsmoment der Kugel. Eine punktförmige Masse

würde rascher schwingen als die Kugel vom Radius r. Korrektion $= -\tau \cdot \frac{1}{5} r^2/l^2$.

3. Faden. Der mitschwingende Faden hat die Schw.-D. der Kugel allein vermindert. Korrektion $= +\tau \cdot \frac{1}{12}\mu/m$, wenn μ und m die Masse des Fadens und der Kugel.

Beweis zu 2 u. 3. Ein Punktpendel von der Länge l würde haben $\tau_0 = \pi\sqrt{l/g}$; unser Pendel, wenn K sein Trägheitsmoment und D die Direktionskraft ist (vgl. S. 114 „Kugel" und „Hilfssatz"), hat:

$$\tau = \pi\sqrt{\frac{K}{D}} = \pi\sqrt{\frac{l^2 m + \frac{2}{5}r^2 m + \frac{1}{3}l^2\mu}{g(lm + \frac{1}{2}l\mu)}} = \pi\sqrt{\frac{l}{g}} \cdot \sqrt{\frac{1 + \frac{2}{5}r^2/l^2 + \frac{1}{3}\mu/m}{1 + \frac{1}{2}\mu/m}}.$$

Die gesuchte Schw.-D. eines punktförmigen Gewichtes an einem Aufhängefaden ohne Masse oder $\pi\sqrt{l/g}$ ist demnach gleich τ multipliziert mit $\sqrt{\frac{1 + \frac{1}{2}\mu/m}{1 + \frac{2}{5}r^2/l^2 + \frac{1}{3}\mu/m}}$, wofür nach Formel 8 u. 3, S. 9 geschrieben werden kann $\sqrt{(1 - \frac{2}{5}r^2/l^2 + \frac{1}{6}\mu/m)}$ oder $1 - \frac{1}{5}r^2/l^2 + \frac{1}{12}\mu/m$.

4. Luftauftrieb. Die Kugel wäre im leeren Raum im Verhältnis $1 + \lambda/s$ schwerer gewesen, wo λ und s die Dichtigkeit der Luft (18) und der Kugel (Tab. 2) bedeuten. Korrektion der Schw.-D. $= -\tau \cdot \frac{1}{2}\lambda/s$.

5. Mitschwingende Luftmasse. Diese wird erfahrungsgemäß genähert berücksichtigt, wenn man die Auftriebskorrektion mit $\frac{3}{2}$ multipliziert.

6. Inhomogenität der Kugel. Man hängt die Kugel, oben und unten vertauscht, um, beobachtet wieder und nimmt das Mittel.

Nicht berücksichtigt ist die Fadensteifheit.

Die so korrigierte Schw.-D. heiße τ_0, dann ist $g = \pi^2 l/\tau_0^2$. Die Länge l_s des Sekundenpendels würde sein $l_s = l/\tau_0^2$.

Reversionspendel. Dasselbe hat zwei parallele, zum Schwerpunkt unsymmetrisch liegende Achsen. Durch deren Verstellung oder durch Ändern der Massenverteilung bewirkt man, daß für beide Achsen die gleiche Schw.-D. τ gilt, dann enthält jede Achse den Schwingungspunkt der andern (S. 128); also ist, wenn l ihr Abstand, $g = \pi^2 l/\tau^2$. — Sind beide Schw.-D. verschieden $= \tau_1$ bzw. τ_2, so bezeichne man die Abstände des Schwerpunktes von den Schneiden bezüglich mit s_1 und s_2 und rechne

$$g = \pi^2 l \frac{s_1 - s_2}{\tau_1^2 s_1 - \tau_2^2 s_2} \quad \text{oder} \quad = \frac{\pi^2 l}{\tau^2} \frac{1}{1 + \delta^2 + 2\delta l/(s_1 - s_2)},$$

wo im zweiten, zum Rechnen bequemeren Ausdrucke τ das arithm. Mittel $\tau = \frac{1}{2}(\tau_1 + \tau_2)$ und $\delta = \frac{1}{2}(\tau_1 - \tau_2)/\tau$ ist.

Lokale Variationen von g pflegen mit dem Sterneckschen Pendel (ZS f. Instr. 1888, 157), zeitliche Änderungen der Schwererichtung mit dem Zöllnerschen Horizontalpendel (Pogg. Ann. 150, 134. 1873) beobachtet zu werden. Über letzteres besonders auch Rebeur-Paschwitz, z. B. Astr. Nachr. 1892, 193. — Genaue Pendelmessungen s. Bessel, Abh. III, S. 137; Messerschmitt, Die Schwerebestimmung an der Erdoberfläche, Braunschweig 1908; Helmert, Die Schwerkraft, Enzykl. d. math. Wiss. VI, 7, 1910.

Atwoodscher Fallapparat.

Um aus Beobachtungen an diesem bekannten Instrument g abzuleiten, muß die als Übergewicht treibende Masse m im Verhältnis zum äquilibrierten Teil M der Gesamtmasse bekannt sein. Wenn die Beschleunigung b beobachtet wird, so ist $g \cdot m = b \cdot (M + m)$, also $g = b(M + m)/m$.

In M ist die der Trägheit des Rades äquivalente Masse x enthalten, die auf zweierlei Weise in Rechnung gesetzt werden kann:

1. Man eliminiert x durch Beobachtungen an zwei Paaren von Massen am Faden; diese zusammen sollen je M_1 bzw. M_2 heißen. Dann folgt also aus den zugehörigen beiden Beschleunigungen b_1 bzw. b_2 $gm = b_1(M_1 + m + x)$ und $gm = b_2(M_2 + m + x)$, woraus man erhält

$$m + x = \frac{b_1 M_1 - b_2 M_2}{b_2 - b_1} \quad \text{und} \quad g = \frac{b_1 b_2}{b_2 - b_1} \frac{M_1 - M_2}{m}.$$

2. Man bestimmt das Trägheitsmoment K der Rolle durch Beobachtung (29 IIb). Dann ist einzusetzen $x = K/r^2$, wenn r den Halbmesser der Rolle bedeutet. — Denn die Winkelbeschleunigung durch das Drehmoment $p \cdot r$ einer Kraft p am Faden beträgt (Anh. 12) $p \cdot r/K$, die Linearbeschleunigung des Fadens hierdurch also $p \cdot r^2/K$. Demnach vertritt K/r^2 die Trägheit einer äquivalenten, in der Peripherie konzentrierten Masse.

Absolute Gravitationskonstante G.

G ist die zwischen zwei Masseneinheiten im Abstande Eins bestehende Anziehung, d. h. die Konstante des Newtonschen Gravitationsgesetzes $k = G \cdot mm'/r^2$. Die Bestimmung ist ausgeführt worden:

A) mit der Coulombschen Drehwage. Das Drehmoment, welches eine oder mehrere passend angebrachte feste Massen auf eine oder zwei an dem Wagebalken befestigte Massen ausüben, wird mit der Direktionskraft der Aufhängung verglichen, meist durch die hervorgebrachte Ablenkung (Cavendish 1798, Reich, Baily, Cornu, Boys, Braun, Poynting). Auch die durch die Annäherung der Massen bewirkte Änderung der Schwingungsdauer kann benutzt werden.

B) mit der Wage. Man bestimmt die Änderung des Gewichts, welche eine angehängte Masse durch eine feste Masse erfährt, die man ihr von unten nähert (Jolly, Poynting), oder indem man die bewegliche Masse abwechselnd ober- und unterhalb einer festen wägt (Richarz u. Krigar-Menzel).

Als bisheriges Resultat ist anzunehmen, daß zwei Grammpunkte aus 1 cm Abstand gegenseitig die anziehende Kraft $= 6{,}68 \cdot 10^{-8}$ Dyn ausüben, d. h. $G = 6{,}68 \cdot 10^{-8}\ cm^3 g^{-1} sec^{-2}$.

Über Unabhängigkeit der Schwerekonstante von der Natur des Körpers s. Bessel, Abh. III, S. 217. 1876; von der Temperatur: Poynting u. Phillips, Proc. R. Soc. (A) 76, 445. 1905. — Über die Konstanz des Gewichtes in chemischen Verbindungen: Landolt, Sitzungsber. Berl. Ak. 1908, 354.

Druck.

36. Druckmessung. Manometer.

Den Begriff Druck gebraucht man für einen Zustand, wo Kräfte stetig verteilt sind. In ruhenden flüssigen, sei es tropfbaren oder gasförmigen Mitteln erfährt jedes Flächenelement (df), unabhängig von seiner Richtung, im Innern sowohl wie an der Wand, eine zu ihm senkrechte Druckkraft (dk). Druckgröße an einem Orte ist der Quotient dk/df daselbst, oder, bei gleichmäßiger Druckverteilung, die auf die Flächeneinheit kommende Kraft. — Über den Druck in festen Körpern vgl. 55b.

Als Grundlage dient die Messung durch Flüssigkeitshöhen; diese bieten eine im ganzen Meßbereich konstante Empfindlichkeit.

I. Flüssigkeitsmanometer.

Eine Säule von der Höhe h cm und dem spez. Gew. s stellt den Druck sh g-Gew./cm² oder in CGS-Einheiten (Anh. 7; 8) $= gsh$ Dyn/cm² dar; g ist die Fallbeschleunigung in cm/sec².

Gebräuchlich sind Quecksilber und Wasser. Auch wohl H_2SO_4 (1,83) oder Glyzerin (1,26); konzentriert sind beide stark hygroskopisch.

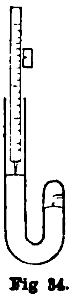
Der Druck von 76 cm Quecksilber von 0°, streng genommen unter der Schwere von 45° geogr. Breite, heißt eine Atmosphäre. Diese entspricht also einem Drucke von $13{,}596 \cdot 76 = 1033{,}3$ g-Gew./cm². Für Druckmessung hat man $g_{45} = 980{,}66$ cm/sec² angenommen[1]), also ist 1 Atm. $= 980{,}66 \cdot 1033{,}3 = 1013300$ Dyn/cm². Unter 50° Breite ($g = 981{,}1$) gilt 1013800 für 760 mm, also wird hier der normale Atmosphärendruck durch 759,6 mm Hg von 0° dargestellt.

Man erhält aus einer beobachteten Druckhöhe h einer Flüssigkeit vom spez. Gew. s die Höhe h' einer anderen Flüssigkeit s', welche denselben Druck gibt, als $h' = h \cdot s/s'$. Eine bei der Tem-

1) Neuerdings wird 980,625 vorgeschlagen (Kam. Onnes).

peratur t gemessene Quecksilberdruckhöhe h wird also auf t' umgerechnet durch Multiplikation mit dem Faktor $1 + 0{,}000182\,(t'-t)$, der hier gleich s/s' ist; vgl. S. 102.

Ablesung. Man projiziert auf einen hintergestellten Maßstab, mit dem Auge unter Vermeidung der Parallaxe durch einen Spiegel, oder mit einem parallel verschiebbaren Fernrohr; oder man mißt mit dem Kathetometer (22). Abgelesen wird immer die horizontale Tangente des Meniskus, also an Quecksilberflächen der obere, an den übrigen Flüssigkeiten der untere Rand. Zum scharfen Erkennen der Kuppe schirmt man von oben kommendes Licht ab oder bringt ein Ölpapier mit schrägen Strichen hinter der Kuppe an (Röntgen); kann man dicht über bzw. unter der Oberfläche eine Spitze anbringen, so stellt man auf die Mitte zwischen ihr und ihrem Spiegelbild ein.


Fig 34.

Bei dem Ablesen auf einem hintergestellten Maßstab kann an einer breiten, also in der Mitte ebenen Fläche ebenso die Mitte zwischen einem Teilstrich und seinem Spiegelbild zur Einstellung und zur Schätzung oder Messung des Abstandes der Kuppe vom nächsten Teilstrich benutzt werden.

Vgl. Thiesen, ZS f. Instr. 1886, 89.

In einem offenen Schenkel ist, wenn im geschlossenen stets eine bestimmte Höhe innegehalten wird (vgl. Luftthermometer), oft ein verschiebbarer Maßstab mit Spitze zu gebrauchen, die zur Berührung eingestellt wird. Der Nullpunkt der Teilung findet sich aus der Einstellung bei beiderseitig gleichem Druck. Schema s. Fig. 34.

Kapillarkorrektion. Die Oberfläche hat gewöhnlich nicht eine so große Breite, daß ihr höchster (bzw. tiefster) Teil eben ist; dann kommt zu dem Gewichtsdruck der Kapillardruck der Krümmung an der Kuppe; die abgelesene Höhe ist zu niedrig (bzw. zu hoch). Die Korrektion wächst mit abnehmender Rohrweite. In kommunizierenden gleichen Röhren hebt sie sich bei beiderseitig gleicher Benetzung und Kapillarkonstante natürlich heraus. — Die „Kapillardepression" des Quecksilbers läßt sich wegen der Veränderlichkeit des Randwinkels nicht als bloße Funktion der Rohrweite darstellen. Ist aber außer der Rohrweite die Höhe des Meniskus bekannt, so kann man die Depression, freilich mit der nicht unbeträchtlichen Unsicherheit, die aus Veränderungen der Kapillarkonstante selbst erwächst, aus Tab. 18a entnehmen. Bei einer Rohrweite von 15 mm beträgt sie höchstens 0,1 mm. Vgl. auch 37, 1 bis 5.

Formeln für die „Kapillarerhebung" in benetzten Röhren s. 58 I.

Kleine Druckunterschiede. 1. Die beiden Drucke werden auf verschiedene Oberflächenteile einer Flüssigkeit in einem geschlossenen, oben durch eine Scheidewand geteilten Gefäß (Fig. 35) übertragen, welches vorn und hinten durch ebene Glasplatten geschlossen ist. Die Hinterwand ist horizontal durchlaufend geteilt. Die Oberflächen seien so groß, daß ihre Mitten merklich eben sind. Man bestimmt mittels Mikroskops die beiden Höhen aus dem Abstande direkt gesehener Teilstriche von ihren Spiegelbildern. Unsymmetrien werden durch Vertauschen der Drucke eliminiert. — Thiesen u. Scheel, Wiss. Abh. d. P. T. Reichsanst. III, 12 u. 76. 1900; ZS f. Instr. 1901, 177.

Fig. 35.

2. Man benutzt zwei Spitzen in kommunizierenden, etwa 25 mm weiten Druckkammern (Fig. 36); man stellt durch eine mit Spiegel und vertikaler Skale (25) gemessene Neigung des Systems immer auf die Berührung beider Quecksilberflächen mit den Spitzen ein. Als bewegliche Verbindungen dienen Kundtsche Glasfedern (8, 24). Zum Zwecke der Regulierung der mittleren Niveauhöhe steht das Quecksilber (wie bei der Quecksilberluftpumpe oder dem Luftthermometer; 8, 24 u. 42) durch einen Schlauch in Verbindung mit einer freien Oberfläche, die man heben oder senken kann; die Feineinstellung geschieht mittels einer Klemmschraube am Schlauch. — Rayleigh, Phil. Trans. A 196, 208. 1901; ZS f. phys. Ch. 37, 716. 1901; Scheel u. Heuse, ZS f. Instr. 1909, 344.

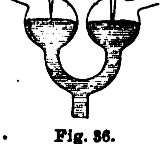


Fig. 36.

3. Von den beiden (Quecksilber-)Oberflächen wird die eine durch mikrometrische Höhenverstellung eines äußeren Niveaus mit einer konstanten Platinspitze in Kontakt gebracht; auf die andere wird eine Schraubenmikrometerspitze (vgl. 8, 24) eingestellt. — Hering, Ann. d. Ph. 21, 320. 1906. — Vgl. auch VII.

Große Drucke. Quecksilbermanometer gewöhnlicher Form für eine größere Anzahl von Atmosphären werden an Hauswänden usw. befestigt. — Tragbaren Instrumenten gibt man eine gebrochene Form, in welcher die Drucke mehrerer Säulen in U-förmigen Röhren durch Wasser oder Luft aufeinander übertragen und summiert werden.

Vgl. hierüber Thiesen, ZS f. Instr. 1881, 114. — Bis 100 Atm. Kamerlingh Onnes, Commun. Phys. Lab. Leiden Nr. 44. 1898 u. Nr. 94b. 1905. — Das 300 m hohe offene Manometer am Eifelturm besteht aus einem 4½ mm weiten Stahlrohre. Zum Ablesen dienen seitlich angesetzte je 3 m lange Glasröhren, die, außer beim Ablesen, durch Doppelhähne abgesperrt sind. Vgl. Cailletet, Comptes rendus 112, 764. 1891. — Die mittlere Temperatur einer Säule wird am besten nach dem elektrischen Widerstande (48 II) eines an das Rohr gebundenen Drahtes (Nickel) beurteilt; Holborn u. Henning, Ann. d. Ph. 26, 833. 1908.

II. Kolbenmanometer (Druckwage). Der Druck wird auf einen Kolben K übertragen, der, in einem senkrecht stehenden Zylinder Z frei beweglich, etwa wie in der Fig. 37 mittels eines Gehänges G oder auch von oben mit Gewichten p belastet werden kann. Für den Kolbenquerschnitt q ergibt sich der Druck gleich p/q. Der Kolben wird in den Zylinder sorgfältig eingeschliffen. Der enge Zwischenraum zwischen beiden wird durch eine zähe Flüssigkeit, wie Rizinusöl oder Melasse, gedichtet, die gleichzeitig den Druck überträgt und selbst bei großen Drucken nur in geringem Maße hindurchfließt. Unter Verwendung von Lederstulpen, die allerdings die Betriebsbereitschaft herabsetzen, läßt sich auch eine vollständige Dichtung erreichen. Der Stulp wird entweder am Kolben oder am Zylinder befestigt. Im ersten Falle kommt für die Berechnung des wirksamen Querschnitts die Weite des Zylinders in Betracht, weil der Stulp, der sich fest an den Zylinder anlegt, alle Bewegungen des Kolbens mitmacht, im zweiten dagegen ist der Querschnitt des Kolbens maßgebend, während bei dem freien Kolben, der sich in einer zähen Flüssigkeit bewegt, das Mittel aus den Querschnitten von Kolben und Zylinder zu nehmen ist. Beobachtet wird unter Zu- oder Abnahme von Gewichten so lange, bis eine am Kolben angebrachte Marke denselben Stand gegen eine kleine, am Zylinder befestigte Skale beibehält. Die Empfindlichkeit der Einstellung wird sehr dadurch gesteigert, daß man den Kolben rotieren läßt.

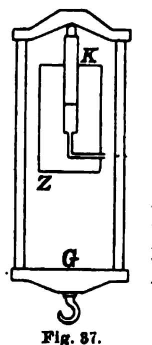


Fig. 37.

Will man an Gewichten sparen, so hängt man sie nicht unmittelbar an den Kolben, sondern vergrößert ihre Wirkung durch die Anwendung eines ungleicharmigen Hebels. Bei der in der Fig. 38 dargestellten Übertragung ist der Druck $= pL/(ql)$. Dasselbe wird erreicht, wenn man den zu messenden Druck nach dem umgekehrten Prinzip der hydraulischen

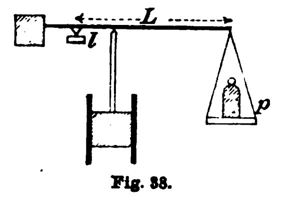


Fig. 38.

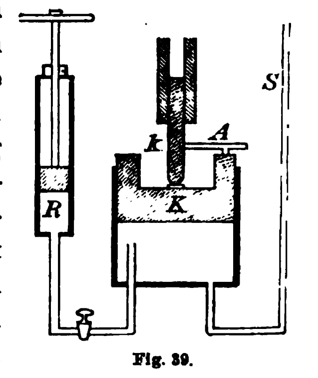


Fig. 39.

Presse reduziert (Fig. 39). Man läßt ihn auf den Kolben k (Querschnitt q) wirken, der die Kraft auf den Kolben K (Querschnitt Q) überträgt; unter K tritt der Druck dann im Verhältnis q/Q reduziert auf, so daß er mit einem verhältnismäßig kurzen Quecksilbermanometer gemessen werden kann (Amagat). In dem weiten Zylinder unter K befindet sich außer dem Rizinusöl noch Quecksilber, das mit dem Steigrohr S kommuniziert, während durch die Regulierpumpe R das etwa ausfließende Öl ergänzt wird.

Beim Differential-Kolbenmanometer (Fig. 40) wirkt der Druck auf zwei miteinander verbundene Kolben K, K' verschiedenen Querschnitts. Die an das System angehängten Gewichte haben nur dem auf die Differenz der Querschnitte entfalteten Druck das Gleichgewicht zu halten. Man kann auf diese Weise unter Vermeidung dünner zerbrechlicher Kolben zu kleinen wirksamen Querschnitten gelangen.

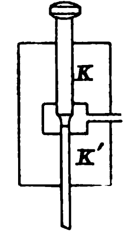


Fig. 40.

Das Kolbenmanometer wird geeicht, indem man den wirksamen Querschnitt entweder durch Ausmessung bestimmt oder genauer, indem man das Instrument bei verhältnismäßig kleinem Druck mit einem Quecksilbermanometer vergleicht. Bei hohen Drucken kommt eine Korrektion in Betracht, die von der elastischen Deformation des Kolbens und Zylinders herrührt. Dieser Einfluß, der durch Rechnung ermittelt wird, erreicht bei der zulässigen Beanspruchung gebräuchlicher Formen nicht 1 ‰.

Lit.: Amagat, Ann. chim. phys. (6) 29, 68. 1893; Koch und Wagner, Ann. d. Ph. 31, 31. 1910; Holborn u. Baumann, ebd. 31, 945. 1910; Wiebe, ZS f. Instr. 1910, 205; Bridgman, Proc. of the Amer. Acad. 47, 321. 1911 (hier eine Vorrichtung, die den Ausfluß der Dichtungsflüssigkeit noch bei Drucken bis 10000 kg/qcm in erträglichen Grenzen hält). — Über die Korrektion wegen der elastischen Deformation s. Klein, Diss. Charl. 1909 und Meißner, ZS f. Instr. 1910, 137.

Versuche mit hohen Drucken. Bei Messungen ist die Kompressionswärme (55b) zu beachten und also mit der Beobachtung bis zum wiedererfolgten Temperaturausgleich zu warten.

Gase usw., die dem Druck zu unterwerfen sind, werden gewöhnlich über Quecksilber beobachtet, welches anderseitig, mittels einer Wasserstrecke, durch eine Kapillare (s. unten) mit der Druckpumpe verbunden ist, oder welches zweckmäßiger durch Preßluft bewegt wird, die man bis zu 150 Atm. käuflichen Bomben entnehmen kann. Bei mäßigem Druck kann ein dickwandiges Glasrohr in die Luft ragen.

Glasröhren müssen gut gekühlt werden, sind aber auch dann für inneren einseitigen Druck über 500 Atm. nicht mit Sicherheit brauchbar

und müssen höher hinauf in Metallzylindern beiderseitig gedrückt werden. Volumänderungen von Gasen oder Flüssigkeiten in solchen Röhren (Piezometern) können dann, ohne daß die Röhren sichtbar sind, vermöge elektrischer Kontakte beobachtet werden, die in die Röhre eingeschmolzen und durch dünnen Platindraht hintereinander verbunden sind. Jedes Herantreten des Sperrquecksilbers an einen folgenden Kontakt schaltet Widerstand aus und ist dadurch (90 bis 93) zu erkennen (Amagat a. a. O.). Über Druckfestigkeit von Thüringer Glasröhren s. Kamerlingh Onnes, Commun. Phys. Lab. Leiden Nr. 106. 1908.

Cailletetsche Pumpe, Ducretet & Lejeune, Paris (Fig. 41). Bis 300 Atm. kann der Pumpkolben gebraucht werden, dann die (in Wirklichkeit seitlich angebrachte) Druckschraube *D*. Alle Dichtungsschrauben sind sehr fest anzuziehen. Sorgfältig sauber müssen die kleinen Hartkautschukventile gehalten werden. — Ventilschraube *V* dient zum Abspannen des Druckes. Als Füllung kann destilliertes Wasser gebraucht werden; bei längerem Nichtgebrauch ist die Pumpe durch Lüften der Schraube S_1 zu entleeren und bis zum Austrocknen offen zu lassen.

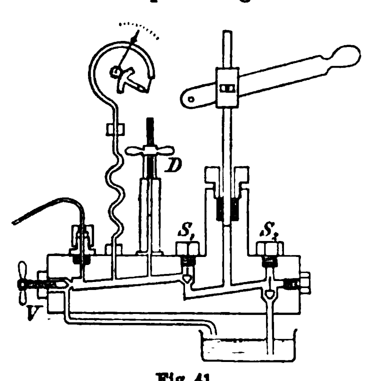


Fig. 41.

Die Kupfer- (oberhalb 700 Atm. besser Stahl-)Kapillare links gibt den Druck weiter. — Man kittet mit Marineleim, bis 100 Atm. auch mit rotem Siegellack.

Eine Druckpumpe für reine Gase bei Kam. Onnes, Commun. Leiden Nr. 54. 1900.

III. Gasmanometer. Der Druck wird auf eine abgesperrte Gasmenge in einem kalibrierten Rohr durch eine Flüssigkeit übertragen, welche das Gas nicht absorbiert. Der Druck ist dem Volumen umgekehrt proportional. Veränderliche Druckhöhen der Sperrflüssigkeit oder Temperaturwechsel lassen sich nötigenfalls leicht in Rechnung setzen. Die Empfindlichkeit der Messung nimmt dem Drucke proportional ab. Für große Drucke müssen die Abweichungen des Gases vom Mariotteschen Gesetz bekannt sein.

Präzisionsmanometer bis 64 Atm. bei Kamerlingh Onnes, Commun. Phys. Lab. Leiden Nr. 50. 1899.

Ein Verfahren gleichmäßiger Empfindlichkeit, bei dem Luft unter dem zu messenden Druck stets auf dasselbe Volumen zusammengepreßt und darauf auf Atmosphärendruck entspannt wird, bei Witkowski, Phil. Mag. (5) 41, 288. 1896.

IV. Metallmanometer. Der Druck wird durch die Durchbiegung einer Metallmembran oder die Krümmung einer Metall-

röhre (Bourdon) gemessen, deren Bewegung auf einen Zeiger übertragen ist. Der zu messende Druck kann von innen oder von außen wirken. Die Eichung erfolgt empirisch mittels des Quecksilbermanometers. Geringe Druckvariationen können mittels eines drehbaren Spiegelchens, welches durch Kontakt mit dem Manometer bewegt wird (Fig. 42 A u. B) oder sich mit dem Ende einer mehrfach gewundenen Bourdonschen Röhre dreht (Fig. 42 C), mit Fernrohr und Skale beobachtet werden.

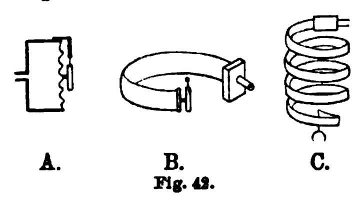


Fig. 42.

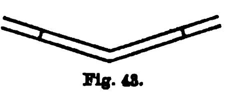
A) Röntgen, Pogg. Ann. 148, 580. 1873; B) F. K., ebd. 150, 423. 1873; C) Barus, ZS f. Instr. 1896, 258. Über elast. Nachwirkung (55c) vgl. z. B. Wagner, Ann. d. Ph. 15, 936. 1904. — Ein Membranmanometer für kleinste Drucke bei Scheel u. Heuse, ZS f. Instr. 1909, 14.

V. **Elektrisches Widerstandsmanometer.** Nur für sehr hohe Drucke. Die kleine Änderung des Widerstandes von Manganindrähten durch den Druck (etwa + 0,000002 auf 1 Atm.) verläuft bis 10000 Atm. nahe linear. Bei Messung des Widerstandes in der Wheatstoneschen Brücke (93 I) wird von 500 Atm. aufwärts eine Genauigkeit auf 1/1000 als erreichbar angegeben, porenfreies Metall und Temperaturgleichheit vorausgesetzt.

Lisell, Öfv. K. Vetensk. Akad. 55, 697. 1898; Beibl. 1899, 393; ausführl. Dissert. Upsala 1902; A. Lafay, Ann. chim. phys. (8) 19, 289. 1910; Bridgman, a. a. O.

VI. **Ausflußmanometer.** Mittels einer durch ein Kapillarrohr hinausgedrückten Flüssigkeitsmenge nach dem Poiseuilleschen Gesetz (58a); vgl. Perot, C. R. 145, 1157. 1907.

VII. **Drucklibelle für sehr kleine Drucke** (Toepler). Ein unter sehr stumpfem Winkel $180^\circ - 2\alpha$ geknicktes Glasrohr (Fig. 43) von etwa 8 mm Weite enthält eine etwa $^1/_4$ m lange Säule Petroleum oder Xylol vom spez. Gewicht s. Ein einseitiger Druck, welcher eine Verschiebung um l cm bewirkt, ist gleich $(2s \cdot \sin\alpha)\,l$ g-Gew./cm². Den konstanten Faktor $2s \cdot \sin\alpha$ kann man beliebig klein machen.


Fig. 43.

Oder, wenn der Abstand der beiden Kuppen $= a$ ist, und wenn ein Druck p kompensiert wird durch eine Neigung des Rohres um den Winkel φ, so ist $p = sa \cdot \sin\varphi$. Der Neigungswinkel wird durch die Drehung der Fußschraube an der Libelle hervorgebracht und gemessen.

Mit mikroskopischer Ablesung ist eine Druckänderung von 10^{-8} Atm. noch bemerkbar und selbst die Temperatur drückender Gassäulen scharf zu messen.

A. Toepler, Wied. Ann. 56, 611. 1895.

VIII. Messung sehr kleiner Gasdrucke (Arago). Man verkleinert das Volumen in gemessenem Verhältnis; der Druck steigt in gleichem Verhältnis. Die Ausführung, z. B. an einer Quecksilberluftpumpe, zeigt die Fig. 44 (häufig nach Mc Leod benannt). Das an die obere Birne angesetzte Rohr ist in mm geteilt und außerdem relativ zu dem bis an den Punkt P gerechneten Volumen der Birne kalibriert. Hebung der unteren Birne mit Quecksilber schließt durch dessen Ansteigen die Luft der oberen ab und drängt sie in das Meßrohr. Der Höhenunterschied gegen das Quecksilber im ebenfalls geteilten Verbindungsrohr gibt den Drucküberschuß des komprimierten Gases gegen das ursprüngliche, der, durch das jeweilige Volumverhältnis geteilt, den ursprünglichen Druck darstellt. 1000malige Vergrößerung läßt diesen auf wenige Zehntausendstel mm messen; vollkommenes vorgängiges Trocknen vorausgesetzt!

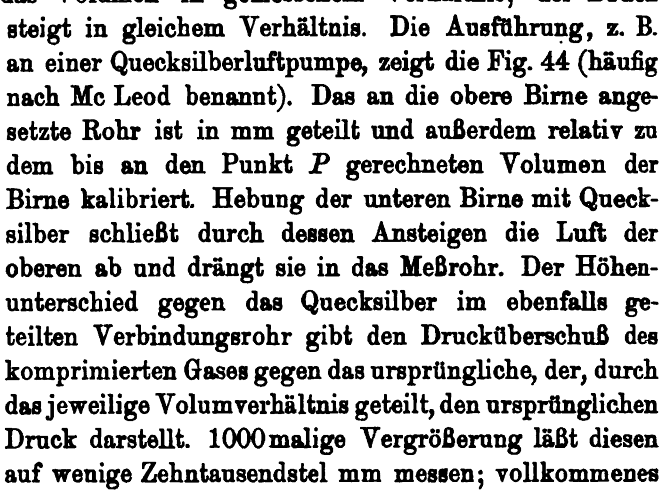


Fig. 44.

Vgl. Scheel u. Heuse, Verh. D. Ph. Ges. 1908, 785 u. 1909, 13.

An modernen Quecksilberpumpen kann man mittels des gebogenen Verbindungsrohres am Rezipienten (Fig. 5 S. 42) oft eine ähnliche Anordnung improvisieren.

Über eine handliche Form s. Reiff, Phys. ZS 8, 124. 1907.

Weitere Methoden für kleine Gasdrucke: 1. Mittels des Crookesschen Radiometers (Lichtmühle); vgl. Knudsen, Ann. d. Ph. 32, 809. 1910. — 2. Mittels der Temperatur, welche ein elektrisch geheizter Leiter unter dem Zusammenwirken von Stromwärme und Wärmeabgabe erreicht, z. B. aus der Hitzdrahtausdehnung: Pirani, Verh. D. Ph. Ges. 1906, 686; Berndt (Siemens u. Halske), ebd. 1907, 249. — 3. Vermittelst eines durch Wechselstrom geheizten Thermoelementes: Voege, Phys. ZS 7, 498. 1906. — 4. Aus dem Widerstand eines schmalen Bolometerstreifens: Warburg, Leithäuser und Johansen, Ann. d. Ph. 24, 25. 1907; s. auch Knudsen, ebd. 34, 593. 1911. — 5. Aus den Lichterscheinungen in Geißlerschen Röhren. — Über kleine Drucke vgl. auch I und VII.

37. Atmosphärischer Druck (Barometerstand).

Eine genaue Messung des Luftdrucks wird, außer für meteorologische Zwecke, u. a. verlangt bei Höhenmessungen, für die Kenntnis der Dichtigkeit der Luft, dann bei der Bestimmung von Dampfdichten, Dampfspannungen, Siedepunkten und bei der Thermometerprüfung.

Unter Barometerstand versteht man die Höhe einer Quecksilbersäule von 0°, die dem Luftdruck das Gleichgewicht hält. Für genaue Zwecke

fügt man hinzu, daß die auf das Quecksilber wirkende Schwere diejenige unter 45° Breite am Meeresspiegel sein soll; vgl. 5. Die Korrektion kann 1,8 mm erreichen. — Als mittlerer („normaler") Barometerstand am Meeresspiegel gilt 760 mm; vgl. S. 131.

Luft oder Wasserdampf über dem Quecksilber erniedrigen durch ihren eigenen Druck den Stand. Die Abwesenheit von Luft erkennt man an dem scharfen Klange, mit welchem das Quecksilber bei dem Neigen des Instrumentes oben anstößt. Schwieriger zu erkennen ist das Vorhandensein von Wasserdampf, welcher sich nur bei größeren Mengen durch einen Beschlag bemerklich macht, der sich bei dem Neigen an der Glaswand bildet.

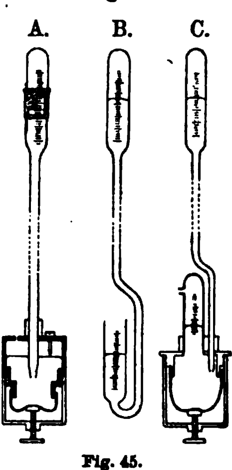


Fig. 45.

Kann man durch Heben des Quecksilbers usw. das Vakuum über dem Quecksilber verkleinern und zugleich die Druckhöhe beobachten, so läßt sich eine vorhandene kleine Luft- oder Dampfmenge daran erkennen, daß die Höhe sich vermindert, und der Einfluß kann vermittelst Messung dieser Depression in Rechnung gesetzt werden. Das Wild-Fueßsche Heberbarometer (Skizze in Fig. 45 C) läßt diesen Zweck durch Hinaufdrücken des Quecksilbers, in welches die beiden Schenkel eintauchen, mittels des Lederschlauchs erreichen. Eine etwas andere Konstruktion hat einen mit Schraube komprimierbaren Lederdeckel.

Am Heberbarometer (Fig. 45 B) liest man beide Kuppen ab und nimmt ihre Höhendifferenz. — Am Gefäßbarometer (Fortin, Fig. 45 A) stellt man den durch eine Stahl- oder Elfenbeinspitze gebildeten Nullpunkt des Maßstabes auf die am Reflex scharf zu erkennende Berührung mit der unteren Quecksilberfläche ein und liest oben ab. Hat ein Gefäßbarometer diese Höhenverstellung nicht, so sind die beobachteten Schwankungen mit $1 + q/q'$ zu multiplizieren, wenn q bzw. q' den Querschnitt des Rohres bzw. des Gefäßes bedeuten. Häufig ist die Teilung an derartigen Instrumenten gleich in diesem Verhältnis verkleinert.

Die Ablesung der Kuppe geschieht mit bloßem Auge oder durch Einstellung eines verschiebbaren Index, unter Anwendung eines Spiegels zur Vermeidung der Parallaxe (21, 1); oder mit einer Visiervorrichtung aus gespannten Fäden, oder dem Mikroskop. Ein Barometerrohr ohne Maßstab beobachtet man mit dem Kathetometer (22). Über den Nonius siehe 21.

Wegen der Reibung des Quecksilbers klopft oder neigt man vor der Ablesung. Vorteilhaft ist, auch wegen der Kapillarität, bei dem Heberbarometer das Quecksilber in beiden Schenkeln vor dem Ablesen ansteigen zu lassen (Fig. 45 C).

Barometerablesungen verlangen folgende Korrektionen:

1. Temperatur des Quecksilbers. Das Quecksilber dehnt sich für 1° C. um 0,000182 seines Volumens aus. Ist demnach l der bei der Temperatur t des Barometers abgelesene Barometerstand, so ist der auf 0° reduzierte (4, Beispiel Nr. 2)

$$b = l - 0{,}000182\,lt.$$

2. Temperatur des Maßstabes. Bei genauen Messungen muß auch die Länge des Maßstabes auf seine Normaltemperatur t_0 reduziert werden, was durch Addition von $\beta(t - t_0)l$ geschieht, worin β den Ausdehnungskoeffizienten des Maßstabes (0,000019 für Messing; 0,000008 für Glas) bedeutet.

Wenn wie gewöhnlich die Normaltemperatur $t_0 = 0$ ist, so beträgt also die gesamte Temperaturkorrektion $-(0{,}000182 - \beta)lt$. Der Zahlenfaktor wird für Messing 0,000163, für Glas 0,000174. — Tab. 8 erspart das Ausrechnen.

Bei dem gewöhnlichen Barometerstande kommt auf 1° nahe $\frac{1}{8}$ mm, und es wird oft genügen, vom beobachteten Stande $\frac{1}{8}t$ mm abzuziehen.

3. Kapillardepression eines Gefäßbarometers. Um diese zu korrigieren, mag man zu dem an der Kuppe des Meniskus abgelesenen Stande den aus Tab. 18a zu dem inneren Durchmesser der Röhre und der Höhe des Quecksilbermeniskus entnommenen Wert hinzufügen (vgl. 6 und S. 132).

4. Druck des Quecksilberdampfes. In höherer Temperatur bewirkt dieser eine kleine Depression (Tab. 15), die aber erst oberhalb 40° 0,01 mm erreicht.

5. Schwere-Reduktion auf 45°. Der Druck einer Quecksilbersäule ist der Schwere am Orte proportional. Mit dem Ausdruck (35) $1 - 0{,}0026\cos 2\varphi - 0{,}0000003\,H$, dessen letztes Glied übrigens nur in großen Höhen merklich wird, ist ein beobachteter Barometerstand zu multiplizieren, um den Stand zu erhalten, welcher demselben Luftdruck unter 45° am Meeresspiegel entspricht.

Aus dem reduzierten Barometerstande b in cm berechnet man den Druck in g-Gewicht/cm² als $b \cdot 13{,}596$; in CGS-Einheiten, d. h. in Dyn/cm² oder in [$\mathrm{cm}^{-1} \cdot \mathrm{g} \cdot \mathrm{sec}^{-2}$] (Anh. 8) als $b \cdot 13{,}596 \cdot 980{,}66 = b \cdot 13333$; vgl. 36 I.

Die Bemerkungen Nr. 1 bis 5 gelten für jede genaue Druckmessung mit Quecksilbersäulen.

6. Normalbarometer. Die aus der Kapillardepression entstehende Unsicherheit läßt sich nur durch ein weites Rohr (25 mm und für äußerste Genauigkeit noch weiter) vermeiden, welches die Depression ausschließt. Die Füllung geschieht zur Vermeidung von Luft oder Wasserdampf mit der Quecksilberluftpumpe. Über reines Quecksilber s. 8, 1. — Durch Vergleichung eines anderen Instrumentes mit diesem Normalbarometer bestimmt man die Korrektionen des ersteren empirisch.

Über Formen von Barometern, deren Luftgehalt stets zu kontrollieren oder zu beseitigen ist, vgl. L. Weber, ZS f. Instr. 13, 63. 1893. Über das Wild-Fueßsche Barometer (Wiss. Abh. d. P. T. Reichsanst. I, 93. 1894. — Barographen, die den Luftdruck registrieren, sind an Aneroidbarometer angeschlossen oder sie benutzen die Variation des Gewichtes der gehobenen Quecksilbersäule (Sprung), vgl. z. B. Scheel, ZS f. Instr. 1895, 133.

Aneroidbarometer werden durch Vergleichung mit dem Quecksilberbarometer justiert bzw. mit einer Korrektionstabelle versehen. Man bringt das Instrument z. B. unter die Luftpumpe und verbindet mit dem Rezipienten ein hinreichend weites Glasrohr, in welches Quecksilbersäulen angesaugt werden. Nachdem man dann wegen der elastischen Nachwirkung, welche den Messungen rasch wechselnder Drucke mit dem Aneroid als Fehlerquelle anhaftet, längere Zeit gewartet hat, liest man das Aneroid, die gehobene Säule und den äußeren Barometerstand ab. — Die letzteren beiden, auf 0^0 reduzierten Höhen, voneinander abgezogen, geben den der Einstellung des Aneroids zugehörenden Barometerstand. — Die Temperaturkorrektion eines Aneroids ist empirisch zu bestimmen. Über Einflüsse der elastischen Nachwirkung s. **55 c**. Ihre Elimination ist schwierig.

Variometer für Luftdruck. Zu Messungen dauernd brauchbar sind die unter **36** IV beschriebenen Spiegelinstrumente, wenn die Mündung verlötet ist. Die Temperatureinflüsse auf die Elastizität der Wände und des Luftgehalts lassen sich großenteils dadurch kompensieren, daß die Luft bis auf einen geeigneten kleinen Rest ausgepumpt wird.

Sehr empfindlich mißt die Schwankungen auch eine, durch einen Tropfen (Petroleum, Toluol) in einer geteilten Röhre abgesperrte, größere Luftmenge, solange ihre Temperatur konstant erhalten wird. Vgl. v. Hefner-Alteneck, Wied. Ann. 57, 468. 1896. — Ferner M. Toepler, Ann. d. Ph. 12, 787. 1903 über die Anwendung der unter **36** VII beschriebenen Drucklibelle.

38. Barometrische Höhenmessung (Halley, Laplace).

Mit wachsender Höhe nimmt der hydrostatische Druck der Luft ab. Bei dem Ansteigen vermindert sich die Quecksilbersäule, welche dem Luftdruck das Gleichgewicht hält, um eine Länge, die sich zu dem Höhenunterschiede verhält wie das spez. Gew. der Luft zu dem des Quecksilbers, unter gewöhnlichen Umständen also wie 0,0012 : 13,6 oder ungefähr wie 1 : 11000; d. h. auf 11 m Anstieg sinkt das Barometer um etwa 1 mm. — Da die Luft ein dem Barometerstande selbst proportionales, also mit der Höhe kleiner werdendes spez. Gew. hat, so nimmt der Barometerstand nicht gleichmäßig mit der Höhe ab, sondern in geometrischer Progression. Folglich muß der Logarithmus des Barometerstandes mit wachsender Höhe gleichmäßig abnehmen, denn ein Logarithmus ändert sich gleichmäßig, wenn die Zahl sich in geometrischem Verhältnis ändert; $\lg ax = \lg x + \lg a$. — Vgl. auch die folgende Ableitung. — Anleitung, Tafeln usw. z. B. bei Liznar, die barometrische Höhenmessung, 1903.

I. Der Höhenunterschied h zwischen benachbarten Stationen, an denen gleichzeitig die Barometerstände b_0 und b_1 bestehen, ist proportional $\lg b_0 - \lg b_1$, und zwar beträgt h in Metern:

$$h = 18400(1 + 0{,}004\,t)(\lg b_0 - \lg b_1),$$

wofür bis zu Höhendifferenzen von etwa 1000 m auch der bequemere genäherte Ausdruck gesetzt werden kann

$$h = 16000\,(1 + 0{,}004\,t) \cdot (b_0 - b_1)/(b_0 + b_1).$$

t bedeutet die mittlere Temperatur der Luftsäule.

In diesen Formeln ist halbe Sättigung der Luft mit Wasserdampf und die für 45° geltende Schwere angenommen. Die Logarithmen sind die gewöhnlichen Briggischen.

II. Um die Veränderlichkeit der Schwere und der Luftfeuchtigkeit zu berücksichtigen, bezeichnen wir mit

φ die geographische Breite,

H die mittlere Meereshöhe der beiden Orte in Meter (der Einfluß wird selten merklich);

e_0 und e_1 den Druck des Wasserdampfes an den beiden Stationen (47); wir setzen zur Abkürzung

$k = \frac{1}{2}(e_0/b_0 + e_1/b_1)$.

Dann berechnet man die Höhendifferenz

$$h = 18450\,(\lg b_0 - \lg b_1)\,(1 + 0{,}00367\,t) \cdot (1 + 0{,}0026 \cos 2\varphi + 0{,}0000003\,H + \tfrac{3}{8}k).$$

Beweis der Formeln. Man geht von einer so kleinen Höhenänderung $\mathrm{d}H$ aus, daß innerhalb dieser Höhe die Dichtigkeit der Luft λ als

konstant angenommen werden darf. Sie beträgt (18 u. S. 127), wenn wir $0{,}0026 \cdot \cos 2\varphi = \delta$, $0{,}0000003 = \varepsilon$ und $0{,}00367 = \alpha$ setzen,

$$\lambda = \frac{0{,}001293}{1+\alpha t}\,\frac{b-\frac{3}{8}e}{760}\,(1-\delta-\varepsilon H).$$

Die Dichtigkeit des Quecksilbers von 0° ist = 13,596. Folglich gilt, wenn zu dH die Änderung $-db$ des Barometerstandes gehört, $13{,}596 \cdot (-db) = \lambda \cdot dH$, und man hat

$$-db = \frac{0{,}001293}{13{,}596 \cdot 760}\left(b - \frac{3}{8}e\right)\frac{1-\delta-\varepsilon H}{1+\alpha t}\,dH.$$

Hierin ändern sich eigentlich, in unbekannter Weise, t und e mit der Höhe; wir setzen die aus den beiden Endstationen erhaltenen Mittelwerte von t und von $e/b = k$ ein. Rechnet man dann den Zahlenfaktor aus und behandelt die kleinen Größen $\frac{3}{8}k$, δ und εH nach S. 9 als Korrektionsgrößen, so kann man schreiben

$$-7991000\,(1+\alpha t)(1+\delta+\tfrac{3}{8}k)\cdot db/b = (1-\varepsilon H)\,dH.$$

Wird jetzt integriert, auf der linken Seite von b_0 bis b_1, auf der rechten von H_0 bis H_1, so kommt

$$7991000\,(1+\alpha t)(1+\delta+\tfrac{3}{8}k)(\lg\text{nat}\,b_0 - \lg\text{nat}\,b_1)$$
$$= (H_1 - H_0)\,[1 - \tfrac{1}{2}\varepsilon(H_1+H_0)].$$

Endlich setzen wir $\lg\text{nat}\,b = 2{,}3026\,\lg\text{brigg}\,b$, behandeln $\frac{1}{2}\varepsilon(H_1+H_0) = \varepsilon H$ als Korrektionsglied und erhalten

$$H_1 - H_0 = h = 18400000\,\text{mm}\cdot(\lg b_0 - \lg b_1)(1+\alpha t)(1+\delta+\varepsilon H+\tfrac{3}{8}k).$$

Der Faktor 18400 m ist wegen der bisher vernachlässigten Abnahme der Schwere des Quecksilbers mit der Höhe noch um $\frac{1}{4}$ %, also auf 18450 zu vergrößern. Denn auf 1 m Erhebung beträgt jene $\frac{1}{3300000}$, während der Druck um $\frac{1}{8000}$ abnimmt. Also war die Höhenabnahme des Barometerstandes um $\frac{8000}{3300000} = \frac{1}{400}$ zu groß angesetzt.

Die Näherungsformel I ergibt sich, wenn man halbe Sättigung der Luft mit Wasserdampf annimmt, nach 18 Formel 2.

Die unter I für kleine Höhenunterschiede gegebene Formel ist nichts anderes als die obige Differentialformel, welche mit Mittelwerten von δ und k wird $-7990000\,(1+\alpha t)\,db/b = dH$; dH ist der Höhenunterschied. Für den Unterschied der Barometerstände $-db$ schreiben wir $b_1 - b_0$, setzen den mittleren Stand $b = \frac{1}{2}(b_0 + b_1)$, lassen beim Übergange vom mm zum m drei Nullen fort und erhöhen 7990 wegen der Schwerekorrektion um $\frac{1}{400}$ auf rund 8000.

Sehr große Höhen. Ballonhöhen von vielen tausend Meter sollen nach der vollständigen Formel zu klein ausfallen und zutreffender ohne individuelle Rücksicht auf Temperatur usw. als $h = 18590\,(\lg b_0 - \lg b_1)$ berechnet werden. Maillard, C. R. 136, 1427. 1903; ZS f. Instr. 1904, 123.

Hypsometer. So nennt man einen leicht transportablen Apparat, der die Siedetemperatur des Wassers sehr genau bestimmen läßt; Tabelle 14a gibt die zusammengehörigen Siede-

temperaturen und Barometerstände. Da 1 mm Barometerstand etwa $\frac{1}{25}$ Grad entspricht, so werden große Vorsichtsmaßregeln der Temperaturbestimmung (40 II) verlangt. Man hat die Sicherheit der Messung bis auf etwa $\pm$ 0,02 mm des Barometerstandes gesteigert.

Vgl. z. B. Grützmacher, ZS f. Instr. 1897, 193; Mohn, Videnskabsselsk. Skriften I, Math. nat. Kl., Kristiania 1899 Nr. 2; Meteor. ZS 25, 193. 1908; Hecker, Best. der Schwerkraft auf d. Atlant. Ozean usw. Berlin 1903.

Reduktion eines Barometerstandes auf Meereshöhe. Die internationale Meteorologie korrigiert einen für die Höhe H geltenden Barometerstand b auf Meereshöhe, indem sie zu $\lg b$ die Größe addiert:

$$\frac{H(1 - \frac{3}{8}e/b)}{(18429 + 67{,}5t + 0{,}003\,H)(1 + 0{,}0026\cos 2\varphi)}.$$

Wärme.

39. Temperaturmessung. Formen von Thermometern.

Da fast jeder Vorgang von der Temperatur abhängt, so bietet grundsätzlich fast jedes Gebiet von Erscheinungen ein Mittel zur Temperaturmessung. Bevorzugt werden bis jetzt Ausdehnung, Strahlung, Elektrizitätserregung, elektrische Leitfähigkeit.

Über Temperaturbäder usw. s. 8, 27.

„Luftfreie" Quecksilberthermometer können von $-39°$ bis etwa $+300°$ brauchbar sein; meistens zerreißt der Faden bereits in tieferer Temperatur, besonders wenn Luftspuren sich im Quecksilber befinden. Man beseitigt diese, indem man mittels Abkühlung durch Kältemischungen, verdampfenden Äther, feste Kohlensäure, das Quecksilber sich ganz in die Kugel zusammenziehen läßt. Endigt die Kapillare oben in eine Erweiterung (Birne), die auch gegen das Zerspringen bei unvorsichtiger zu hoher Erwärmung schützt, so bringt man den am Luftbläschen abgerissenen Faden in die Birne. Das übrige Quecksilber läßt sich dann durch Umkehren des Thermometers oder nötigenfalls durch Anwärmen gleichfalls bis in die Birne bringen. Dort läßt man die Quecksilbermengen zusammenfließen und kühlt nun langsam in vertikaler Stellung ab.

Die Erweiterung dient oft auch zum Abtrennen eines Teiles des Quecksilbers, um dasselbe Instrument in höherer Temperatur gebrauchen zu können, als die Skale angibt. Man vergleicht nachher einen Punkt der Skale mit einem Normalthermometer. Außerdem ist aber der Skalenwert, wenn man a Grade abgetrennt hat, im Verhältnis $1 + 0{,}00016\,a$ größer anzunehmen, weil die abgetrennte Säule selbst um $0{,}00016\,a$ Grade (**40** V) auf jeden Grad wachsen würde.

Unter dem Namen Beckmannsches Thermometer ist, besonders bei Gefrierpunktsbestimmungen, die Form A (Fig. 46) gebräuchlich, welche eine sehr weite Teilung hat. Bequem ist die Erweiterung B von Kühn, bei der man vom Quecksilberfaden beliebige Mengen ohne Klopfen und nach Bedarf tropfenweise abtrennen kann (Disch, ZS f. angew. Chem. 37, 279. 1918). — Die Röhre C ist zunächst von 0 bis 30° und von 100 bis 130° brauchbar. Die obere Erweiterung läßt Quecksilber abtrennen, um die verwendbaren Intervalle von 30 Graden höher legen zu können.

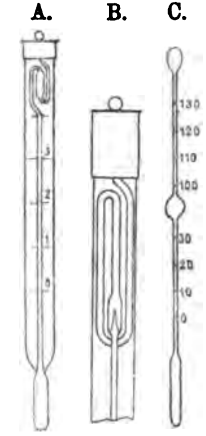


Fig. 46.

Ein Quecksilberthermometer zeigt wegen des „toten Ganges" bei sinkender Temperatur weniger sicher als bei steigender. Klopfen mit einem Stückchen Holz vor der Ablesung ist bei genauen Messungen stets anzuraten.

Für die Gestalt der Gefäße kann in Betracht kommen: eine große Oberfläche im Interesse raschen Wärmedurchganges, unter Umständen eine gestreckte Form auch zu dem Zwecke, die Mitteltemperatur eines Raumes anzuzeigen; geringe Wandstärke für Wärmedurchlaß, andererseits nicht zu geringe wegen Zerbrechlichkeit und Einfluß des Druckes und der Neigung (40 III). — Größere Quecksilbermassen sind wegen der zum Wärmeausgleich nötigen Zeit sehr vorsichtig zu gebrauchen.

In hoher Temperatur achte man auch auf etwaiges Abdestillieren von Flüssigkeit.

Hochgehende Thermometer enthalten über dem Quecksilber Stickstoff oder Kohlensäure. Mit Hilfe des schwer schmelzbaren Jenaer Glases Nr. 59 werden Skalen bis 515° ermöglicht, mit Verbrennungsröhrenglas solche bis 575° und Thermometer aus Quarzglas reichen bis 750°; bei allen diesen Thermometern ist auf Explosionsgefahr zu achten, da der Druck über dem Quecksilber wegen dessen Dampfspannung zwischen 15 und 100 Atmosphären liegt.

Flüssigkeiten für Temperaturen unterhalb —39°. Bis —100° etwa kann Alkohol oder besser Toluol gebraucht werden; bis zur Temp. der siedenden Luft bleiben Petroläther, der durch Fraktionieren auf etwa 15° Siedepunkt gebracht ist, oder Lesser „technisches Pentan" hinreichend beweglich. Solche Flüssigkeiten haben den Nachteil, erstens daß sie die Wärme schlecht leiten, zweitens daß sie die Kapillare benetzen. Man tauche anfangs nur die Kugel ein, so daß die Flüssigkeit im Rohre nicht zähe wird, ehe sie ihrem tiefsten Stande nahe gekommen ist. — Wegen der ungleichförmigen Ausdehnung nehmen die Gradlängen nach unten ab. Die Skale kann nach Ausdehnungsformeln geteilt werden, ist aber nach einem Normal oder nach bekannten Fixpunkten (z. B. feste Kohlensäure; vgl. S. 162) zu kontrollieren.

Vgl. z. B. Holborn u. Wien, Wied. Ann. 59, 213. 1896; F. K. ebd. 60, 463. 1897; Hoffmann u. Rothe, ZS f. Instr. 1907, 265.

Ablesung. „Einschlußthermometer“ mit feiner Kapillare vor der Teilung können mit bloßem Auge, mit Lupe oder Fernrohr abgelesen werden. Zu feineren Ablesungen an Stabthermometern benutzt man das Fernrohr: man richtet z. B. das Thermometer durch Visieren nach einem Senkel, Fensterrahmen u. dgl. vertikal und bringt das Fernrohr in die Höhe des abzulesenden Teilstriches. Am sichersten, besonders bei geringem Abstande des Fernrohrs (Mikroskops) liest man ein durchsichtiges Stabthermometer von vorn und rückwärts ab und nimmt das Mittel; dabei dreht man das Thermometer in sich, ohne es der Länge nach zu verschieben.

Einfacher dient zur Vermeidung der Parallaxe ein hinter das Thermometer angedrücktes Spiegelstreifchen; man hält das Auge so, daß sein Spiegelbild in der Höhe der Quecksilberkuppe liegt. Bei der Ablesung mit einer Lupe bietet auch die Krümmung der in unrichtiger Höhe liegenden Teilstriche ein Mittel zur richtigen Augenstellung.

40. Quecksilberthermometer. Eispunkt und Siedepunkt.

Zunächst werde das Quecksilberthermometer für sich betrachtet und als richtig („in sich richtig“ pflegt man zu sagen) bezeichnet, wenn seine beiden Fundamentalpunkte 0° bzw. 100° der Temperatur des schmelzenden Eises bzw. des bei 760 mm Quecksilberdruck (87) siedenden Wassers entsprechen und wenn zweitens alle Skalenteile gleiches Volumen haben. — Über die weitere Aufgabe, das Instrument auf die wissenschaftlich angenommene Gasskale zu reduzieren, siehe VII.

Das Quecksilberthermometer verdankt seine jetzige Brauchbarkeit als genaues Instrument wesentlich den neuen, gut definierten und mit den Fehlern der alten Glassorten nur noch wenig behafteten, großenteils aus dem Jenaer Glaswerk stammenden Thermometergläsern. Bei feinen thermometrischen Messungen ist freilich auch hier, wenn die Temperatur größeren Schwankungen unterliegt, Rücksicht darauf zu nehmen, daß der Stand des Thermometers, wegen der Nachwirkung des Glases, durch die vorausgehenden Zustände etwas beeinflußt wird; vgl. III.

Wir setzen indessen zunächst voraus, daß das Instrument bei jeder Messung schon so lange in der Nähe der abgelesenen Temperatur verweilt habe, daß es zur Ruhe gekommen ist. Als („stabiler“) Nullpunkt soll also der Punkt gelten, an welchem sich nach längerem, wenn das Thermometer vorher stark erwärmt war, unter Umständen nach sehr langem Verweilen im Eise das Quecksilber einstellt. — Über eine andere Art zu rechnen vgl. IV.

Eine Zusammenstellung der bei dem Quecksilberthermometer in Betracht kommenden Gesichtspunkte s. z. B. bei Scheel, Vereinsbl. d. Deutsch. Ges. f. Mech. u. Opt. 1897, 91, 97, 105.

I. Eispunkt.

Man taucht das Thermometer in reinen schmelzenden Schnee oder reines (gewaschenes), fein zerstoßenes, besser etwa mit einem Böttchermesser geschabtes oder auf einem Reibeisen zerkleinertes oder endlich durch Gefrieren destillierten Wassers in einer Kältemischung (8, 27) gebildetes, salzfreies Eis, mit destilliertem Wasser zu einem Brei angefeuchtet; künstliches Handelseis ist wegen Salzgehaltes bedenklich.

Die Quecksilbersäule soll möglichst ganz in das Eis eintauchen; Einschlußthermometer sind bis über den Nullpunkt einzusenken und nur während der Ablesung oben soweit nötig vom Eise zu befreien, nicht etwa herauszuziehen, da hierbei die Luft einströmt. Besondere Beachtung verlangt das etwaige Abschmelzen des Eises von der Quecksilberkugel, welches beträchtliche Fehler bewirken kann. Die Fehlerquellen werden viel kleiner, wenn man die Bestimmung in einer Umgebung vornehmen kann, deren Temperatur wenig über 0^0 liegt.

Dem Punkte, auf welchen sich die Quecksilbersäule einstellt, nachdem das Thermometer die Temperatur des Eises angenommen hat, entspricht die Temperatur Null.

Der stabile Nullpunkt ist vor dem Siedepunkt zu bestimmen; vgl. III, 3.

II. Siedepunkt.

Man bringt das Thermometer in die Dämpfe von Wasser, welches in einem Metallgefäß oder auch einem Glasgefäß mit hineingeworfenen Metallstücken kräftig siedet. Die Temperatur des Wasserdampfes ergibt sich aus dem Druck, unter welchem das Wasser siedet, d. h. aus dem nach 37 reduzierten Barometerstande mit Hilfe von Tab. 14a. Bis auf $\frac{1}{100}$ Grad richtig findet man zwischen 715 und 775 mm für den Barometerstand b die Siedetemperatur t

$$t = 100^0 + 0{,}0375^0 \cdot (b - 760).$$

Die Thermometerkugel wird nicht in das siedende Wasser gebracht, sondern etwas über die Oberfläche. Es soll möglichst

die ganze Quecksilbersäule sich im Dampf befinden. — Der Ausgang für die Dämpfe muß so weit sein, daß im Siedegefäß kein Überdruck entsteht, oder man mißt den Überdruck mittels eines aus dem Dampfraum am Thermometer kommenden Wassermanometers. Der 14. Teil der gehobenen Wassersäule wird zu dem Barometerstande hinzugezählt. — Die Flamme soll die nicht benetzten Teile der Gefäßwände nicht bespülen. — In der Rudbergschen Röhre (Fig. 47) braucht die Quecksilberkugel nicht dicht über dem Wasser zu stehen. — Die Durchwärmung bedarf besonders bei Einschlußthermometern einiger Zeit. Man lese also erst ab, wenn der Stand unveränderlich ist.

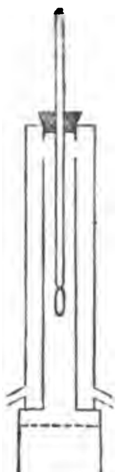


Fig. 47.

Beispiel. Reduzierter Barometerstand (87) = 742 mm. Also wahre Siedetemperatur (Tab. 14a) = 99,33° (aus der Formel $100 - 0{,}0375 \cdot 18 = 99{,}33°$). Das Thermometer zeigte 99,80. Folglich liegt die Temp. 100° bei dem Teilstr. $99{,}80 + 0{,}67 = 100{,}47$; Korrektion der Ablesung $= -0{,}47°$.

III. Veränderlichkeit der Fundamentalpunkte.

1. Neigung und Druck. Die meisten Thermometer sind darauf berechnet, daß sie in vertikaler Stellung gebraucht werden. Man muß das bei langen Thermometern beachten, da sie in anderer Stellung wegen des verminderten Innendrucks etwas höher zeigen. Der Einfluß wird empirisch bestimmt: Zeigt das Thermometer dieselbe Temperatur in horizontaler Lage um δ höher an als in vertikaler, so beträgt die Korrektion des Thermometers auf vertikale Lage bei einer Neigung um den Winkel φ gegen diese $\delta \cdot \sin\varphi$. Der Faktor δ ist der von der Mitte des Quecksilbergefäßes gemessenen Höhe der Quecksilbersäule proportional, also mit der Temperatur variabel (aber bei eingeschalteten Erweiterungen nicht der Anzahl der Grade proportional). — Eis- und Siedepunkt lassen sich unschwer auch in horizontaler Lage ermitteln.

Auf empfindliche Thermometer hat auch veränderlicher äußerer Druck, z. B. die Tiefe des Eintauchens oder der wechselnde Barometerstand einen der Änderung proportionalen Einfluß, den man empirisch ermitteln, aber in der Regel auch um etwa 10 Proz. kleiner als den inneren Druckkoeffizienten δ ansetzen kann. δ beträgt durchschnittlich auf eine Druckzunahme um 1 mm Quecksilber etwa $\frac{1}{8000}$°; δ ist also für eine l mm lange Quecksilbersäule durchschnittlich auf $\frac{1}{8000}\,l°$ zu schätzen.

2. Allmähliches Aufrücken der Fundamentalpunkte. Wegen der langsamen Zusammenziehung des geblasenen Glases rücken die Fundamentalpunkte neu hergestellter Thermometer aufwärts, und zwar um nahe gleich viel. Das Aufrücken dauert mit verminderter Geschwindigkeit unter Umständen jahrelang fort und kann mehr als 1° betragen; durch „künst-

liches Altern", d. h. langes Erwärmen, etwa auf Siedetemperatur, wird der Prozeß beschleunigt. Bei den Thermometergläsern Jena Nr. XVI und besser noch bei Nr. 59 tritt diese und die unter Nr. 8 genannte Veränderlichkeit nicht mehr so stark auf.

3. Depression der Einstellungen nach Erwärmungen. Das Glas erreicht ein durch Temperaturänderung ihm endgültig zukommendes neues Volumen erst im Laufe der Zeit. In höherer Temperatur, z. B. schon bei 100° verläuft der Prozeß rasch, in niedriger Temperatur viel langsamer. Es läßt also jede Erwärmung eine Erweiterung des Gefäßes (Nachwirkungsdilatation) und dadurch einen tieferen Stand des Quecksilbers, eine nach der Glassorte und der Größe und Dauer der Erwärmung verschiedene „Depression des Nullpunktes" zurück. Dieselbe verliert sich mit der Zeit anfangs rascher, später langsamer und kann nach längerer stärkerer Erwärmung wochenlang merkbar bleiben.

Dies ist der Grund, aus welchem der stabile Eispunkt eines Thermometers nicht kurze Zeit nach einer erheblichen Erwärmung, im allgemeinen also z. B. vor dem Siedepunkt zu bestimmen ist.

Bei Thermometern, die in höherer Temperatur gebraucht werden, ist das Warten oft unbequem. Zur Kontrolle ihrer Unveränderlichkeit kann aber anstatt des stabilen Eispunktes auch der „für 100° maximal deprimierte Eispunkt" dienen, d. h. der Punkt, den das Instrument nach längerem, etwa halbstündigem Verweilen in siedendem Wasser gleich nachher als vorübergehenden tiefsten Stand im Eise zeigt. Dieser Punkt charakterisiert das Thermometer mit derselben Bestimmtheit wie der stabile Eispunkt.

Die Anfangsdepression nach langer Erwärmung auf t^0 läßt sich durch den Ausdruck $at + bt^2$ darstellen; a und b hängen von der Glassorte ab. Zwischen 0 und 100° ist für mittleres Thüringer Glas (welches Kali und Natron enthält) a, für Jenaer Thermometerglas und das französische Thermometerglas Verre dur (die wesentlich nur ein Alkali enthalten) b klein gefunden. Nach längerer Erwärmung auf t^0 beträgt die Depression in Hunderteln Grad für Jena XVI $0{,}065t + 0{,}0003t^2$; Jena 59 $0{,}049t - 0{,}00015t^2$; Verre dur $0{,}100t + 0{,}00009t^2$. (Thiesen, Scheel und Sell, ZS f. Instr. 1896, 58.) Für $t = 100°$ bzw. 0,09, 0,03 und 0,11°; mittl. Thür. Glas etwa 0,5°.

4. Aufrücken durch starkes Erhitzen. Verweilen in sehr hoher Temperatur kann, auch ohne Einwirkung des Luftdrucks, ein dauerndes Zusammenziehen des Glases und dadurch ein unter Umständen erhebliches Hinaufrücken (bis + 20°) der Fundamentalpunkte zur Folge haben. Thermometer für hohe Temperaturen sind vor dem Gebrauch einige Tage lang zu erhitzen und langsam zu kühlen. Öfteres Kontrollieren des Eispunktes ist stets anzuraten.

IV. Thermometrie mit steter Nullpunktsbestimmung.

Bei der eingangs gegebenen Definition der Temperaturskale wurde, dem gewöhnlichen Gebrauch des Thermometers entsprechend, angenommen, daß dieses bei allen Messungen, auch bei der Nullpunktsbestimmung zur Ruhe kommt. Wird das Thermometer nur in mittleren Temperaturen be-

nutzt, so variiert der Nullpunkt selbst bei Intervallen von 20° höchstens um einige Hundertel Grad. Sind dagegen die Schwankungen groß, so führt zu einer weit höheren Genauigkeit ein anderes, freilich für gewöhnliche Zwecke zu umständliches Verfahren (Pernet).

Insofern nämlich der Abstand zwischen dem Siedepunkt (100°) und dem gleich nach diesem bestimmten Nullpunkt konstanter und außerdem leichter zu bestimmen ist als das gewöhnlich benutzte Intervall, weil man hier unter Umständen lange warten muß; weiter, da vorausgegangene andere Temperaturen die folgenden Einstellungen beeinflussen; endlich, da die Depression des Nullpunktes nicht der Temperatur proportional ist (wodurch zwischen den beiden Definitionen sogar eine kleine Differenz entsteht), so brauchen feine thermometrische Messungen die folgenden Definitionen:

1. Grad ist der 100ᵗᵉ Teil der Strecke zwischen dem Siedepunkt und dem gleich nach dem Sieden gefundenen Eispunkt.

2. Die Temperatur t wird immer von demjenigen Nullpunkt gerechnet, welchen man unmittelbar nach der Temperaturbeobachtung findet oder finden würde. (Der Nullpunkt ist in dieser Definition also eine veränderliche Größe.) Vgl. über die Berechnung III 3.

Literatur zu III u. IV: Pernet, Thermometrie in Winkelmann, Handbuch II 2; Guillaume, Traité prat. de la thermométrie, Paris 1889; Pernet, Jaeger u. Gumlich, Abh. d. P.-T. Reichsanst. I; ZS f. Instr. 1895, 2, 41, 81 u. 117. Siehe daselbst die frühere Literatur, u. a. von Benoît, Guillaume, Thiesen, Wiebe.

V. Herausragender Faden.

Darin, daß es oft nicht möglich ist, das Thermometer ganz in den Raum einzutauchen, der gemessen werden soll, liegt eine empfindliche, mit der Höhe der Temperatur beschleunigt steigende Fehlerquelle.

Die Thermometerskale nimmt an, daß das ganze Quecksilber die zu messende Temperatur hat. Bleibt, wie gewöhnlich, ein Teil des Fadens außerhalb, und hat die Umgebung eine andere Temperatur, so ist folgendermaßen zu korrigieren. Der „scheinbare Ausdehnungskoeffizient" des Quecksilbers im Glase, d. h. der Unterschied der Volumausdehnungskoeffizienten beider Substanzen beträgt für gewöhnliches und Jenaer Thermometerglas Nr. XVI 0,000157, für Jen. Therm.-Glas Nr. 59 0,000163, für Verre dur 0,000158; also hat man zu der Ablesung t hinzuzufügen

$$0{,}000157 \text{ bzw. } 0{,}000163 \text{ oder } 0{,}000158 \times a(t - t_0), \qquad 1.$$

wenn t_0 die Mitteltemperatur, a die in Graden ausgedrückte Länge des herausragenden Fadens ist. Bezüglich t_0 muß man sich häufig mit einer Schätzung begnügen; am sichersten ist es also, herausragende Fäden zu vermeiden. Die Ermittlung von t_0 geschieht folgendermaßen:

1. Man nimmt ein kleines Hilfsthermometer, dessen Gefäß etwa in der mittleren Höhe des herausragenden Fadens angebracht ist, oder mehrere in verschiedenen Höhen angebrachte, und beurteilt die Temperatur des Fadens aus den Ablesungen am Hilfsinstrument.

Über die Anwendung einer Korrektionsröhre neben dem Thermometer

und ein Fadenthermometer hierfür s. Mahlke, ZS f. Instr. 1893, 58; 1894, 73; auch Adam, ebd. 1907, 101; Buckingham, Bull. of the Bur. of Stand. 8, 239. 1912.

2. Ein anderes Verfahren ist das folgende (Mousson, Wüllner). Man setzt für den herausragenden Faden die Temperatur des Zimmers, aber als Fadenlänge, welche sich auf dieser Temperatur befindet, nicht die ganze herausragende Länge, sondern man zieht von dieser Länge eine konstante Größe α ab, welche sich folgendermaßen bestimmt. Das Thermometer zeige in einem warmen Bade von konstanter Temperatur (etwa dem Siedegefäß Fig. 47, S. 148) die Einstellung T, wenn es ganz eintaucht, während es, um A Grade herausgezogen, nach einiger Zeit nur t anzeige. τ_0 sei hierbei die Lufttemperatur. Den scheinb. Ausd.-K. des Quecksilbers im Glase = 0,00016 gesetzt berechnet man die Konstante dann

$$\alpha = A - \frac{1}{0{,}00016} \cdot \frac{T-t}{t-\tau_0} \cdot \qquad 2.$$

Das so gefundene α ist also bei diesem Thermometer immer von der herausragenden Fadenlänge a abzuziehen und dann die Korrektion nach der Formel 1, v. S., aber mit t_0 als Lufttemperatur zu berechnen.

Tabellen für gebräuchliche Thermometerformen s. in Landolt-Börnstein-Roth Tab. 4. Aufl. 1912. Vgl. auch Dimmer, Wien. Ber. (2a) 1913, 1439 u. 1629.

VI. Trägheit des Thermometers.

Die Zeit bis zum Ausgleich der Temperaturen von Thermometer und Umgebung ist oft größer, als man denkt. Sie hängt einerseits von Volumen, Gestalt und Wandstärke des Thermometergefäßes, von Leitvermögen, Wärmeausdehnung, Zähigkeit und spez. Wärme der Thermometerflüssigkeit ab, andrerseits von Wärmeleitvermögen, spez. Wärme und insbesondere dem Bewegungszustande des umgebenden Mediums. — Je höher die Temperatur, desto rascher pflegt, z. B. auch durch die Strahlung begünstigt, der Ausgleich zu verlaufen.

Hinter einer raschen Temperaturänderung bleibt, trotz Rühren usw., jedes Thermometer zurück. Um diese „Trägheit" größenmäßig zu berücksichtigen, darf der Vorgang im allgemeinen nach dem Newtonschen Abkühlungsgesetz beurteilt werden, wonach die Änderungsgeschwindigkeit $dt/d\tau$ (τ die Zeit) des Thermometers dem derzeitigen Temperaturunterschied t gegen die Umgebung proportional ist. $k \cdot dt/d\tau$, wo k die Trägheitskonstante darstellt, gibt also den Betrag, um welchen die Thermometertemperatur in dem betreffenden Augenblicke hinter der gesuchten zurück ist.

Ermittlung von k. (Es wird vorausgesetzt, daß Thermometer und Umgebung sich in demselben Zustande befinden wie bei der zu korrigierenden Messung.)

1. Man bringt in den Raum, zugleich mit dem zu untersuchenden, ein zweites, so kleines Thermometer (am besten Thermoelement oder Widerstandsthermometer; vgl. 48), daß dieses der Temperatur merklich sofort folgt. Bleibt bei der Änderungsgeschwindigkeit $dt/d\tau$ das zu untersuchende Thermometer um Δ zurück, so ist $k = \Delta : (dt/d\tau)$.

2. Man bringt das vorher erwärmte (oder gekühlte) Thermometer in den betreffenden Raum von konstanter (nötigenfalls durch ein zweites Thermometer kontrollierter) Temperatur und verfolgt den Ausgleich mit der Uhr. Am einfachsten stellt man diesen Gang in einer Kurve dar, mit τ als Abszisse, t als Ordinate und bestimmt mit dem Lineal das Gefälle $dt/d\tau$ an einem Punkte. Hat dieser die Ordinate t, so findet man wieder $k = t : \frac{dt}{d\tau}$; aus der Übereinstimmung der an mehreren Punkten gefundenen k wird ersehen, wie nahe das Newtonsche Gesetz gilt.

Statt dessen kann man auch die Beobachtungen durch die Formel $t = A \cdot e^{-\tau/k}$ darstellen. Über kleinste Quadrate s. S. 18.

Vgl. u. a. F. K. u. Loomis, Pogg. Ann. 141, 487. 1870; Jaeger u. v. Steinwehr, Verh. D. Ph. Ges. 1903, 50 u. 353; ZS f. phys. Ch. 54, 428. 1906; Richards, Lawrence, Henderson u. Forbes, ebd. 52, 551. 1905; Harper, Bull. of the Bur. of Stand. 8, 659. 1912.

VII. Korrektion auf das Gasthermometer (Vgl. 42).

Das Quecksilber dehnt sich, verglichen mit vollkommenen Gasen, nicht genau gleichförmig, sondern etwas beschleunigt aus. Sein Volumen bei t^0 Wasserstofftemperatur beträgt zwischen 0 und 100°:

nach Thiesen, Scheel und Sell $v_t = v_0(1 + 0{,}0001816\,t + 0{,}0_878\,t^2)$,
nach Chappuis $v_t = v_0(1 + 0{,}00018169\,t - 0{,}0_82951\,t^2 + 0{,}0_911456\,t^3)$,
nach Callendar u. Moss $v = v_0(1 + 0{,}000180555\,t + 0{,}0_71244\,t^2 + 0{,}0_{10}2539\,t^3)$
(vgl. dazu Scheel u. Heuse, Verh. D. Ph. Ges. 1912, 139).

Dasselbe gilt vom Glase, aber nach den Sorten in verschiedener Stärke. Offenbar würde eine Glassorte, die eine ebenso starke (absolute) Ungleichmäßigkeit der Volumausdehnung zeigte wie das Quecksilber, ein Thermometer ergeben, dessen Angaben mit dem Gasthermometer übereinstimmen. In Wirklichkeit aber zeigen die Quecksilberthermometer aus den meisten Glassorten, wenn Eispunkt, Siedepunkt und Kaliber richtig sind, zwischen 0 und 100° etwas zu hoch; weiter hinauf verhalten sie sich verschieden. Die Abweichungen können bis 200 1°, bis 300 5°, bis 400 12° und bis 500 24° erreichen; s. z. B. Moeller, Hoffmann u. Meißner, ZS f. Instr. 1912, 217.

Die Korrektionen der modernen Thermometergläser, bis 100° auf Wasserstoff, oberhalb 100° auf Luft, s. in Tab. 10. Einen Vergleich der Wasserstoff- mit der Luft- und N-Skale s. 42, S. 162.

Über ungleiche Ausdehnung von Skalen- und Thermometerglas, besonders bei Glas 59, vgl. Wiebe u. Moeller, ZS f. Instr. 1908, 137; ihr Einfluß auf Skalen von Einschlußthermometern mit Erweiterungsstellen bei Meißner, ZS f. Instr. 1909, 93.

In den amtlichen Prüfungsscheinen sind diese Korrektionen bereits berücksichtigt!

Ergebnisse nach den Beobachtungen von Chappuis, Grützmacher, Lemke, Thiesen, Scheel und Sell, Wiebe u. Böttcher s. bei Scheel, Wied. Ann. 58, 168. 1896; Grützmacher, Wied. Ann. 68, 769. 1899.

41. Kalibrierung eines Thermometers.

Ein Thermometer ist in sich richtig, wenn die Fundamentalpunkte stimmen und das Volumen aller Skalenteile gleich groß, d. h. bei linearer Einteilung, wenn der Querschnitt konstant ist. Wegen der Abweichungen von der letzteren Bedingung sind käufliche Thermometer in hohen Temperaturen zuweilen sehr unrichtig.

Eine Korrektionstabelle wird durch Kalibrieren mittels eines von der übrigen Masse abgetrennten Quecksilberfadens in Verbindung mit der Bestimmung der Fundamentalpunkte folgendermaßen erhalten.

(Über die Korrektion auf die Gasskale vgl. **40** VII u. Tab. 10.)

Ablösen eines Fadens. Man hält das, als luftleer vorausgesetzte, Thermometer verkehrt und führt einen leichten Stoß gegen das Ende aus. Bei einem Einschlußthermometer muß man, damit nicht die Kapillare bricht, vorsichtig sein und statt des Stoßens mit einem plötzlichen Schnellen auszukommen suchen. Es löst sich entweder ein Faden ab oder es fließt das ganze Quecksilber, indem es sich in der Kugel von der Wandung löst. Das Abreißen wird meistens durch ein irgendwo dem Glase anhaftendes mikroskopisches Luftbläschen bewirkt, welches sich zu einer größeren Blase ausdehnt. Reißt das Quecksilber in der Kugel, so läßt man durch rasches Aufrichten des Thermometers die dort gebildete Blase in den Eingang der Röhre aufsteigen, was mit einiger Geduld immer gelingt. Dann reißt die Säule im Eingang der Röhre ab.

Wenn dieser Faden um p Grade länger ist, als gewünscht wird, so erwärmt man, während der Faden abgetrennt ist, die Kugel; die Luft wird vor dem ansteigenden Quecksilber fortgeschoben. Darauf läßt man den Faden rasch zum übrigen Quecksilber zurückfließen und merkt sich die obere Einstellung E im Augenblick des Zusammenfließens. Das Luftbläschen bleibt, wenn die beiden Quecksilbermassen in Berührung getreten sind, im Vereinigungspunkte an der Glasröhre haften. Nunmehr läßt man langsam abkühlen und trennt durch Neigen und Erschüttern einen Faden in dem Augenblick ab, wo die Einstellung $= E - p$ ist.

Ist umgekehrt ein Faden um p zu kurz, so vereinigt man ihn mit der übrigen Masse und erwärmt nach der Vereinigung um p, dann reißt beim Erschüttern usw. die gewünschte Länge ab.

Nach einigen Wiederholungen wird es gelingen, bis auf Bruchteile eines Grades genau Fäden von willkürlicher Länge zu erhalten. Nur für sehr kurze Fäden versagt das Verfahren wohl, so daß man kombinierte Beobachtungen mit verschiedenen Fäden anwenden muß; vgl. unten.

Einstellung und Ablesung des Fadens. Durch gelindes Neigen und Erschüttern läßt sich das eine Ende des Fadens auf einen beliebigen Teilstrich einstellen. Es genügt aber auch, genähert einzustellen und die Zehntel Grade an beiden Enden des

Fadens abzulesen. Man mache mindestens zwei Reihen von Beobachtungen im Hin- und Rückgang, um den Temperaturgang zu eliminieren.

Zur Vermeidung der Parallaxe legt man eine Spiegelplatte unter und hält das Auge so, daß sein Bild mit dem abgelesenen Teilstrich zusammenfällt; liegt das Thermometer hierbei senkrecht zur Verbindungslinie der beiden Augen, so braucht man kein Auge bei dem Ablesen zu schließen. — Oder man stellt eine Lupe oder ein Fernrohr fest auf und verschiebt das Thermometer parallel mit sich selbst. Stabthermometer werden mit Teilung vorn und Teilung hinten beobachtet.

Beobachtung und Berechnung. Das Kalibrieren kann man verschieden ausführen. Um nicht nachher auf verwickelte Rechnungen angewiesen zu sein, stellt man den Plan vorher fest. Eis- und Siedepunkt sollen jedenfalls Endpunkte verglichener Volumina bilden. Beobachtungen nach dem folgenden Schema, mit Fäden von 20° für eine von 0 bis 100 reichende Skale oder auch von 50° für höhere Temperaturen, bei denen ohnehin die Fehlerquellen beträchtlich sind, werden für gewöhnliche Zwecke genügen, vorausgesetzt, daß die Teilung an sich gut und daß das Rohr nicht in besonders hohem Grade unkalibrisch ist.

Die Fadenlänge a, mit welcher kalibriert werden soll, sei in 100 teilbar, also $n = 100/a$ eine ganze Zahl. Der Faden wird folgeweise auf die Strecken von nahe 0 bis a, a bis $2a$ usw. gelegt; er nehme die Anzahl der Teilstriche ein:

$$a + \delta_1 \quad a + \delta_2 \,\ldots\ldots\ldots\, a + \delta_n \qquad \text{usw.}$$

auf der Strecke 0 bis a $\quad a$ bis $2a \ldots (n-1)a$ bis 100.

Ferner liege 0° bei dem Teilstr. p_0 und 100° bei $100 + p_1$ [man nennt $(p_0 - p_1)/100$ die Gradwertkorrektion].

Die Größen $\delta_1\ \delta_2 \ldots$ sowie p_0 und p_1 sind also kleine positive oder negative Zahlen, in Skalenteilen und deren Bruchteilen ausgedrückt. Setzt man nun zur Abkürzung

$$s = \frac{1}{n} \cdot (p_0 - p_1 + \delta_1 + \cdots + \delta_n)$$

(!die Summe der δ nur zwischen 0 und 100 genommen!), so ist

für den Teilstrich	die Korrektion
0	$-p_0$
a	$s-p_0-\delta_1$
$2a$	$2s-p_0-\delta_1-\delta_2$
.	. . . .
ma	$ms-p_0-\delta_1-\delta_2-\cdots-\delta_m$
.	. . . .
100	$-p_1$.

Oder auch: für den Teilstrich ma ist die Korrektion Δ_m, wenn Δ_{m-1} diejenige für den Teilstrich $(m-1)a$ war,

$$\Delta_m = \Delta_{m-1} + s - \delta_m .$$

Die unter „Korrektion" enthaltenen Größen geben, der danebenstehenden Ablesung algebraisch, d. h. mit Rücksicht auf das Vorzeichen, hinzugefügt, den Stand, welchen das Thermometer mit richtigem Kaliber, Nullpunkt und Siedepunkt zeigen würde.

Für die zwischenliegenden Grade interpoliert man eine Tabelle auf gewöhnlichem Wege, am besten graphisch (6).

Beweis. Der Faden, n mal aneinandergelegt, nimmt das Volumen von Teilstrich 0 bis 100, vermehrt um $\delta_1+\cdots+\delta_n$ ein. Da aber 0° bei p_0, 100° bei $100+p_1$ liegt, also der Vermehrung des Quecksilbervolumens von Teilstrich 0 und 100 eine Temperaturzunahme von $100+p_0-p_1$ Graden entspricht, so bedeutet das Volumen des Fadens die Temperaturzunahme

$$1/n \cdot (100+p_0-p_1+\delta_1+\cdots+\delta_n) = a+s \quad \text{(s. oben).}$$

Also entspricht einem Steigen des Quecksilbers
vom T.-Str. 0 bis a die Temperaturzunahme $a+s-\delta_1$,
" " a " $2a$ " " $a+s-\delta_2$ usw.

oder vom T.-Str. 0 die Temperaturzunahme

bis a	$a+$	$s-\delta_1$
" $2a$	$2a+$	$2s-\delta_1-\delta_2$
. .	. .	. . . . .
" ma	$ma+$	$ms-\delta_1-\delta_2-\cdots-\delta_m$.

Die Ausdrücke hinter dem Strich würden die Thermometerkorrektionen sein, wenn der T.-Str. 0 richtig wäre. Da ihm die Temperatur $-p_0$ entspricht, so ist überall noch p_0 abzuziehen.

Beispiel. Ein Thermometer für höhere Temperaturen soll, was für gewöhnliche Zwecke genügt, von 50° zu 50° kalibriert werden; also $n = 100:50 = 2$. Ein Faden nahm die Strecken ein

von Teilstr.	0,0	bis	50,9	$\delta_1 = +0,9$	
	50,0	"	100,4	$\delta_2 = +0,4$	
	100,1	"	150,3	$\delta_3 = +0,2$	
	149,8	"	199,6	$\delta_4 = -0,2$	usw.

Der Eispunkt war auf Teilstr. + 0,6, die Temperatur 100° auf Teilstr. 99,7 gefunden; also $p_0 = +0{,}6$, $p_1 = -0{,}3$ und

$$s = 1/n \cdot (p_0 - p_1 + \delta_1 + \delta_2) = \tfrac{1}{4}(+0{,}6 + 0{,}3 + 0{,}9 + 0{,}4) = +1{,}1\,.$$

Also für Teilstrich	beträgt die Korrektion	
0	— 0,6	= — 0,6
50	1,1 — 0,6 — 0,9	= — 0,4
100	2,2 — 0,6 — 0,9 — 0,4	= + 0,3
150	3,3 — 0,6 — 0,9 — 0,4 — 0,2	= + 1,2
200	+ 1,2 + 1,1 + 0,2	= + 2,5 usw.

Die für 100 berechnete Korrektion liefert teilweise eine Probe der Richtigkeit der Rechnung.

Kalibrieren mit mehreren abgelösten Fäden. Der Faden von der Länge a läßt sich durch mehrere längere Fäden ersetzen, die verschiedene Vielfache von a sind. Durch den Faden ka kann man das Volumen 0 bis a mit ka bis $(k+1)a$ vergleichen, indem man ihn zwischen 0 und ka und zwischen a und $(k+1)a$ bringt usw.; denn das Volumen, welches bei der Verschiebung auf der einen Seite frei wird, ist gleich dem auf der anderen Seite neu eingenommenen.

Um aber alle Teile auf dasselbe Maß zurückzuführen, müssen mehrere Fäden genommen werden, z. B. von der Länge $2a$ und $3a$. Mittels dieser führt man die zu vergleichenden Volumina alle auf möglichst kurzem Wege auf ein und dasselbe Vergleichsintervall zurück, z. B. auf das mittelste. Ein Beispiel wird genügen.

Beispiel. Kalibrierung der Strecke 0 bis 100 von 20 zu 20° mittels zweier Fäden von etwa 40 bzw. 60° Länge. Wir wollen alle Beobachtungen auf einen Faden F reduzieren, der das mittelste Volumen von Teilstr. 40 bis 60 gerade ausfüllen würde. Nach früherer Bezeichnung setzen wir also $\delta_3 = 0$.

Der 40°-Faden reiche von + 0,3 bis 40,0 und von 20,7 bis 60,0. Der Faden F würde somit gereicht haben

von Teilstr. + 0,3 bis 20,7; also $\delta_1 = +0{,}4$.

Ebenso führt man durch Beobachtung von 40 bis 80 und 60 bis 100 die Strecke 80 bis 100 auf F zurück. Man finde $\delta_5 = -0{,}7$.

Dann legen wir einen 60°-Faden zwischen 0 und 60, sowie 20 und 80. Dadurch wird 60 bis 80 auf 0 bis 20 reduziert, und da letzteres bereits mit 40 bis 60 verglichen worden ist, auch auf den Faden F. Die eingenommenen Strecken seien Teilstr. 0,0 bis 60,2 und 20,0 bis 79,6; also ist 0 bis 20 gleich 60,2 bis 79,6. Der Faden F aber ist um 0,4 länger als 0 bis 20, würde also von 60,2 bis 80,0 gereicht haben; also $\delta_4 = -0{,}2$.

Endlich sei ebenso durch Beobachtungen zwischen 20 bis 80 und 40 bis 100 gefunden $\delta_2 = +0{,}3$.

Ferner sei $p_0 = +0{,}1$, $p_1 = +0{,}8$,
die Anzahl der Teilstrecken zwischen 0 und 100 ist $n = 5$, also (S. 154)

$$s = \tfrac{1}{5}(+0{,}1 - 0{,}8 + 0{,}4 + 0{,}3 + 0{,}0 - 0{,}2 - 0{,}7) = -0{,}18\,.$$

Die Korrektionstabelle wird unter Benutzung der Formel S. 155:

$$\Delta_m = \Delta_{m-1} + s - \delta_m$$

Teilstrich	Korrektion
0	$-0{,}10$
20	$-0{,}10 - 0{,}18 - 0{,}4 = -0{,}68$
40	$-0{,}68 - 0{,}18 - 0{,}3 = -1{,}16$
60	$-1{,}16 - 0{,}18 + 0{,}0 = -1{,}34$
80	$-1{,}34 - 0{,}18 + 0{,}2 = -1{,}32$
100	$-1{,}32 - 0{,}18 + 0{,}7 = -0{,}80$.

Die letzte Zahl ist eine Probe für die Richtigkeit der Rechnung.

Thermometer mit größeren Korrektionen. Die obigen Schemata setzen voraus, daß das Rohr nicht in hohem Grade unkalibrisch ist. Denn es wurde nicht berücksichtigt, daß δ_1 δ_2 . . . eigentlich nicht Temperaturgrade, sondern Skalenteile bedeuten; auch nicht, daß manche Strecken von dem Faden nicht bedeckt oder doppelt bedeckt waren. Je unrichtiger das Thermometer ist, desto weniger sind diese Vereinfachungen gestattet.

Es wird meist genügen, in einem solchen Falle so zu verfahren: Man wählt einen Faden, der, n mal aneinander gelegt, die Strecke vom Eispunkt bis zum Siedepunkt nahe ausfüllen würde, und beobachtet ihn, vom Eispunkt anfangend, in solchen Lagen, daß die nächste sich der vorigen anschließt. Dann rechnet man gerade so wie vorhin. Die Korrektionen gelten aber nicht genau für die Teilstriche 0, a, $2a$ usw., sondern für die ihnen benachbarten Grenzpunkte der Teilstrecken. Eine handliche Korrektionstabelle wird graphisch abgeleitet.

Thermometer für Kalorimeter. Bei diesen kommt höchstens die Strecke 11° bis 28° in Betracht. Um diese einfach zu erhalten, bestimmt man an einem Normalthermometer mit Fäden von 50° bzw. 33,3°, deren Länge durch zwei- bzw. dreimaliges Ansetzen zwischen 0 und 100 ermittelt ist, die Punkte 50, 33,3 und 16,7°. Mit diesen Punkten wird dann das kalorimetrische Thermometer im Bade verglichen. Durch einen Faden von 11,1° ermittelt man an ihm selbst noch die Punkte 11,1, 22,2 und 27,8 (Pfaundler). Die meisten kalorimetrischen Versuche kann man so leiten, daß die Temperaturen den genannten Punkten nahe liegen.

Über feinere Methoden und Ausgleichsrechnungen (Bessel, Neumann, v. Oettingen) vgl. z. B. Thiesen, Carl Rep. 15, 285. 1879; Marek, ebd. S. 300.

Vergleichung zweier Thermometer.

Meist berichtigt man ein Thermometer durch Vergleich mit einem Normalthermometer. Beide Instrumente werden, die Kugeln dicht nebeneinander, in ein Bad, und zwar wenn die Temperatur von der Umgebung abweicht, in ein reichlich großes Bad gebracht,

welches mit Filz und Deckel gegen Wärmeabgabe möglichst geschützt ist. Den Gang der Temperatur eliminiert man durch alternierendes Ablesen. Vor jeder Ablesung wird gerührt. In hohen Temperaturen ist anzuraten, daß ein Beobachter die Ablesungen in regelmäßiger Reihenfolge nach der Uhr macht und ein zweiter, der zugleich beständig rührt, sie aufschreibt.

Schema:					
Therm. A	68,50	68,49	68,47	68,43
„ B	67,96	67,94	67,92	
Mittel A	68,49	68,48	68,45	
Also $A - B =$	$+0,53$	$+0,54$	$+0,53$.	

(Ein gleichmäßiger Temperaturgang läßt sich oft durch Wiederholen der Ablesungen in umgekehrter Reihenfolge und Mittelnehmen eliminieren.)

42. Gas- oder Luftthermometer.

Die allgemein angenommene Temperaturskale ist dadurch definiert, daß ein vollkommenes Gas auf jeden Grad Temperaturzuwachs bei konstantem Druck eine gleiche Volumzunahme (Ausdehnungskoeff.) oder bei konstantem Volumen eine gleiche Druckzunahme (Spannungskoeff.) erfährt. Das Ansteigen beträgt für $+1^\circ$C rund je 1/273 des für 0° geltenden Betrages. Wir nehmen zunächst an, daß die Füllung des Thermometers diesem Gesetze genau folgt. Über die Abweichungen bzw. Korrektionen s. S. 162.

Gasthermometer können für konstanten Druck oder in einfacherer Form für konstantes Volumen angeordnet sein. Wir behandeln nur die letztere, fast immer gebrauchte Anordnung.

Gasthermometer mit Druckänderung bei konstantem Volumen.

α bedeutet den Spannungskoeffizienten des Gases.

Der Druck H ist bestimmt durch die Formel $H_t = H_0(1 + \alpha t)$. Wenn also das auf konstantem Volumen gehaltene Gas bei 0° den Druck H_0 hat, so zeigt der Druck H die Temperatur $t = \frac{1}{\alpha}\frac{H - H_0}{H_0}$ an, oder, $\frac{1}{\alpha} = 273$ gesetzt, $t = \frac{1}{\alpha}\frac{H}{H_0} - 273$. Am einfachsten drückt sich die absolute Temperatur $T = 273 + t$ aus, nämlich $T = \frac{1}{\alpha}\frac{H}{H_0}$.

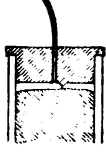


Fig. 48.

Bei der Messung treten zwei unvermeidliche, mit der Temperatur beschleunigt wachsende Korrektionen auf, nämlich wegen der Gefäßausdehnung und wegen des „schädlichen Raumes“, d. h. des nicht mitgeheizten Raumes, der das Meßvolumen mit dem Manometer verbindet. Daß dieser Raum möglichst klein werde, ist besonders für hohe Temperaturen wichtig. Eine Anordnung zu diesem Zwecke von Chappuis zeigt die Fig. 48. Die

kurze Einstellspitze sitzt unter einem eingekitteten ebenen Stahldeckel. Die Verbindung mit dem Thermometergefäß geschieht durch eine in den Deckel eingekittete Platinkapillare.

Modell von Jolly für mäßige Temperaturen (Fig. 49). Ein mit trockenem Gas gefüllter Glasballon von etwa 50 ccm steht durch ein Kapillarrohr mit einer vertikalen Glasröhre I in Verbindung, in welcher das Gas über Quecksilber abgegrenzt wird. Durch die Erhöhung oder Vertiefung des Quecksilberstandes in dem mit I kommunizierenden Rohre II kann man die Oberfläche in I bis zu einer nahe an der Mündung des Kapillarrohres befindlichen Marke M (meist eingeschmolzene Glasspitze) „einstellen". Die Verhältnisse sind so zu wählen, daß an Dichtungsstellen oder Schlauchverbindungen das Quecksilber auch bei den niedrigsten Temperaturen überall unter innerem Überdruck steht, weil andernfalls leicht Luft einsickert.

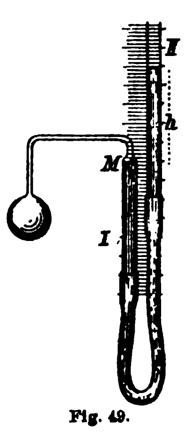


Fig. 49.

Erstes Verfahren. Um irgendeinen beobachteten Druck auf die ihm entsprechende Temperatur umrechnen zu können, genügt es, den Druck bei einer bekannten Temperatur bestimmt zu haben. Wir wählen hierzu den Eispunkt. Man umgibt also die Kugel mit schmelzendem Eise (40 I), stellt das Quecksilber ein und beobachtet den Barometerstand b_0 und die Höhe h_0 der Kuppe in II über derjenigen in I. Wir setzen $b_0 + h_0 = H_0$, wo h_0 negativ ist, wenn das Quecksilber in II tiefer steht. Alle b und h werden auf dieselbe Temperatur, z. B. 18° oder 0°, reduziert (37).

Um eine Temperatur zu messen, wird diese der Kugel mitgeteilt, die Luft wieder auf ihr Normalvolumen gebracht und die jetzige Quecksilberhöhe h und der Barometerstand b beobachtet. Dann ist, wenn $b + h = H$ gesetzt wird und α den Gasausdehnungskoeffizienten bedeutet, von Korrektionen abgesehen,

$$T = \frac{1}{\alpha}\frac{H}{H_0} \quad \text{und} \quad t = \frac{1}{\alpha}\frac{H - H_0}{H_0}. \qquad 1.$$

Korrektion wegen der Gefäßausdehnung. Der kubische Ausdehnungskoeffizient der Kugel heiße γ. Dann ist

$$T = \frac{1}{\alpha}\frac{H(\alpha - \gamma)}{\alpha H_0 - \gamma H} \quad \text{und} \quad t = \frac{H - H_0}{\alpha H_0 - \gamma H}, \qquad 2.$$

oder nahe (Formel 4, S. 9)

$$T = \frac{1}{\alpha}\frac{H}{H_0}\left(1 + \frac{\gamma}{\alpha}\frac{H - H_0}{H_0}\right), \qquad t = \frac{1}{\alpha}\frac{H - H_0}{H_0}\left(1 + \frac{\gamma}{\alpha}\frac{H}{H_0}\right).$$

Korrektion wegen des schädlichen Raumes. v sei das Volumen des Gefäßes, v' das Luftvolumen, welches nicht auf die zu messende Temperatur t gebracht werden kann, sondern auf der Zimmertemperatur t' bleibt. Beide Volumina sind durch Auswägen mit Quecksilber oder Wasser bestimmt worden. Ihr Verhältnis sei $v'/v = k$. Dann ist obiger Ausdruck Nr. 2 für t noch zu multiplizieren mit $\frac{1+\alpha t'+k}{1+\alpha t'-k\alpha t}$, oder man rechnet nach Formel 3, unten.

Als Probe der Formel für t dient die Messung der Siedetemperatur des Wassers (Tab. 14a).

Beweis. Die Luftmenge bleibt konstant. Ist v das Volumen des Ballons bei 0°, s_0 die Dichtigkeit der Luft für 0° u. 760 mm und t' die Temperatur des schädlichen Raumes, so berechnet sich die Luftmenge

bei 0° und H_0 bei t und H

$$\frac{s_0 H_0}{760}\left(v+\frac{v'}{1+\alpha t'}\right), \qquad \frac{s_0 H}{760}\left(\frac{v(1+\gamma t)}{1+\alpha t}+\frac{v'}{1+\alpha t'}\right).$$

Durch Gleichsetzen beider Ausdrücke und Multiplikation beider Seiten mit $(1+\alpha t)/v$ kommt

$$H_0(1+\alpha t)\left(1+\frac{k}{1+\alpha t'}\right) = H\left(1+\gamma t+k\frac{1+\alpha t}{1+\alpha t'}\right),$$

oder
$$t\left(\alpha H_0-\gamma H-k\frac{\alpha}{1+\alpha t'}(H-H_0)\right) = (H-H_0)\left(1+\frac{k}{1+\alpha t'}\right). \qquad 3.$$

Hieraus entstehen, wenn man k und γ bzw. nur k gleich Null setzt, die Ausdrücke 1 bzw. 2. — Die Ausdrücke für T werden aus denen für t leicht durch Addition von $1/\alpha$ gefunden.

Fehlerrechnung. Enthält eine der Größen H, H_0, α usw. einen Fehler ΔH, ΔH_0, $\Delta\alpha$ usw., so wird die berechnete Temperatur t unter Vernachlässigung kleinerer Fehler um einen relativen Betrag fehlerhaft:

$$\frac{\Delta H}{H-H_0}, \quad -\alpha T\frac{\Delta H_0}{H-H_0}, \quad -\frac{\Delta\alpha}{\alpha}, \quad T\Delta\gamma, \quad \alpha T\Delta k, \quad -\alpha^2 Tk\Delta t'.$$

Man sieht, daß die drei letzten, von der Ausdehnung des Gefäßes und von Größe und Temperatur des schädlichen Raumes herrührenden Fehler mit der Höhe der zu messenden Temperatur wachsen. Es muß also in der Pyrometrie der Ausd.-Koeff. des Gefäßes sowie der schädliche Raum und seine Temperatur gut bekannt sein. Bei der Eispunktsbestimmung kommt es hierauf weniger genau an, so daß die der Formel 3 zugrunde liegende Annahme, daß die Temperatur des schädlichen Raumes hier dieselbe sei wie bei der anderen Messung, im allgemeinen gestattet sein wird.

Zweites Verfahren. Man bestimmt Eispunkt und Siedepunkt des Instrumentes. Werden H_0 und H_1 als Druckhöhen für 0° und

für die Temperatur t_1 des siedenden Wassers gefunden, so entspricht einer Druckhöhe H die Temperatur t

$$t = t_1 \frac{H - H_0}{H_1 - H_0}\left[1 - \frac{H_1 - H}{H_0}\left(\frac{\gamma}{\alpha} + \frac{k}{1 + \alpha t'}\right)\right]. \qquad 4.$$

Fehler durch den schädlichen Raum und die Ausd.-Koeff. wirken hier weniger stark als vorhin. α selbst kommt nur in Korrektionsgliedern vor.

Thermometergefäße. Jenaer Glas Nr. 59 ist mit Stickstoff gefüllt bis 500° brauchbar; bis 1100° innen und außen glasiertes Porzellan. Bei Gefäßen aus Platin, Platiniridium oder Platinrhodium (bis 1600°), Iridium (bis 2000°) ist jede Art von Heizgasen fernzuhalten. Quarzglas, mit dem Vorzug kleiner Ausdehnung (vgl. S. 172) ist mit Stickstoff bis 1100° brauchbar; für Wasserstoff wird es bald oberhalb 100° durchlässig; auch für Helium. Die genannten Metalle scheinen für Helium undurchlässig zu sein; über die scheinbare anfängliche, wohl auf abdiffundierende Verunreinigungen zurückzuführende Durchlässigkeit vgl. Jaquerod u. Perrot, Arch. de Genève 20, 454. 1905; C. R. 144, 135. 1907; Cario, Diss. Halle 1907.

Über die Behandlung des Gasthermometers vgl. u. a. Chappuis, Trav. et Mém. du Bur. int. VI. 1888; XIII. 1907: mehrere Gase zwischen 0 bis 100° bei konst. Druck oder Vol. — Mittlere Temp.: Holborn u. Henning, Ann. d. Ph. 35, 761. 1911; Day u. Sosman, ebd. 38, 849. 1912. — Hohe Temp.: Holborn u. Day, Ann. d. Ph. 2, 505. 1900; Holborn u. Valentiner, ebd. 22, 1. 1907: bis 1600° mit Ir- u. PtIr-Gefäß; A. Day u. Sosman, Sill. J. 29, 93. 1910: bis 1600° mit PtRh-Gefäß bei gleichem Innen- u. Außendruck. — Tiefe Temp.: Kam. Onnes usw. Comm. Phys. Lab. Leiden, z. B. Nr. 95, 1906; Suppl. Nr. 18, 1907; ZS f. Instr. 1907, 254; Henning, Ann. d. Ph. 40, 635. 1913.

Strenge Definition der Temperatur; ideales Gas; thermodynamische Skale.

Die natürlichen Gase weichen unter gewöhnlichen Verhältnissen vom vollkommenen Gaszustand mehr oder weniger ab; vgl. auch S. 80, 82 u. 86. Meist ist z. B. der Spannungskoeffizient (bei konst. Vol.) etwas größer als der Ausdehnungskoeffizient (bei konst. Druck). Mit zunehmender Verdünnung aber nähern sich beide einander und streben bei allen Gasen einem und demselben Grenzwerte zu, der nach jetziger Kenntnis auf + 1°C 1/273,1 = 0,003662 beträgt. Nach der Ausdehnung oder Spannungsänderung eines solchen idealen Gases rechnet die streng wissenschaftliche „thermodynamische Skale"; vgl. Anh. 9b.

Internationale Wasserstoffskale. Als ein Gas, welches auch im gewöhnlichen Zustande dem idealen nahe kommt, bot sich bis zur Entdeckung des Heliums nur der Wasserstoff (Spannungskoeff. zwischen 0 u. 100° gemessen = 0,003663). Dieser wurde zum Temperaturnormal gewählt, und zwar, um die Skale genau zu definieren, von einer bestimmten Dichtigkeit, nämlich derjenigen, die bei 0° dem Drucke von 1 m Hg ent-

spricht. In dieser Skale ist bis jetzt zwischen + 100° und — 260° (wo der Wasserstoff fest wird) gemessen worden. Weiter abwärts dient Helium, dessen Siedepunkt bei — 268,8° C = + 4,3° abs. liegt. — Oberhalb 100° wird die starke Diffusion und chemische Aktivität des Wasserstoffs hinderlich. Man benutzt hier Stickstoff (vom Drucke 1 m Hg bei 0° ausgehend mittlerer Sp.-K. zwischen 0 u. 100° gleich 0,003675. Luft merklich ebenso); neuerdings auch das wenig von den Gasgesetzen abweichende, durch seine Einatomigkeit bezüglich Dissoziation auch in der Hitze unverdächtige und chemisch inaktive Helium (0,003662).

Korrektion der Angaben des Wasserstoff- und des Stickstoff- (oder Luft-)Thermometers auf die Skale eines vollkommenen Gases (thermodynamische Skale) nach den Ableitungen von D. Berthelot, Trav. et Mém. du Bur. int. XIII. 1907. Hat man mit Gas von p_0 = 1 m nach Gl. 2 mit den oben gegebenen Koeffizienten oder nach Gl. 4 gerechnet, so reduzieren die folgenden Korrektionen nach Berthelot die Werte auf die thermodyn. Skale. Betrug der Druck bei 0° nicht 1 m, sondern p_0 m, so genügt es praktisch, die Zahlen mit p_0 zu multiplizieren. Die Tabelle enthält auch die Korrektionen für das Gasthermometer mit Ausdehnung bei konst. Druck.

	Konstantes Volumen		Konstanter Druck	
	H	*N* (Luft)	*H*	*N* (Luft)
— 200°	+ 0,06°	+ 0,90°	+ 0,25°	+ 5,42°
— 100	0,01	0,12	0,02	0,46
0	0	0	0	0
50	0,000	— 0,009	— 0,001	— 0,024
100	0	0	0	0
200	+ 0,003	+ 0,046	+ 0,005	+ 0,11
300	0,007	0,114	0,01	0,27
400	0,013	0,194	0,02	0,46
500	0,02	0,280	—	0,65
800	0,04	0,56	—	1,25
1000	0,05	0,77	0,07	1,65

Fixpunkte. Mit Hilfe der vorstehenden Korrektionen können die Beobachtungen mit verschiedenen Gasthermometern auf eine Skale, die thermodynamische, umgerechnet werden. Der Einheitlichkeit wegen sollten nur in dieser die Temperaturen angegeben werden, besonders die der Fixpunkte, die zur Eichung der Gebrauchsthermometer dienen. Die gebräuchlichsten Fixpunkte sind, außer den in Tab. 11 angegebenen Schmelzpunkten reiner Metalle, die folgenden Siedepunkte unter dem Druck (760 + h) mm:

Sauerstoff — 183,0° + $0{,}0126\,h$

Kohlensäure — 78,5 + $0{,}0159\,h$

Naphthalin + 217,96 + $0{,}0585\,h - 0{,}0_4 25\,h^2$

Benzophenon 305,9 + $0{,}0638\,h - 0{,}0_4 25\,h^2$

Schwefel 444,5 + $0{,}0910\,h - 0{,}0_4 43\,h^2$.

Ferner die Umwandlungspunkte der Salze

$Na_2SO_4 + 10$ aq. 32,38°		$MnCl_2 + 4$ aq. 58,09.
NaBr + 2 aq. 50,67		

Vgl. Burgess, Phys. ZS 1913, 152; Henning, ZS f. Elch. 1913, 185.

43. Elektrische Temperaturmessung.

Vorzüge der elektrischen Methoden. 1. Man kann sehr kleine Massen von verschwindender Wärmekapazität und Trägheit anwenden. 2. Sehr kleine Räume sind zugänglich. 3. Die Temperatur läßt sich an einem einzelnen Punkte oder umgekehrt im Mittel über einen größeren Raum bestimmen. 4. Sie sind anwendbar auf die höchsten und niedrigsten Temperaturen, wo andere Mittel versagen. 5. Die elektrischen Messungen gewähren mit einfachen Hilfsmitteln eine fast unbegrenzte Empfindlichkeit. 6. Man ist unabhängig von den Korrektionen unregelmäßiger Kaliber, da die Eichung an drei Punkten im allgemeinen alles bestimmt.

Zu beachten sind Fehlerquellen aus thermoelektrischen Kräften, z. B. zwischen Leitungsdrähten und Anschlußstücken aus anderem Metall.

I. Thermoelement (Th. J. Seebeck 1822).

Benutzt wird die durch Temperaturdifferenz an den Kontaktstellen zweier Metalle auftretende elektromotorische Kraft. Man lötet zwei gleich lange thermoelektrisch wirksame Drähte aneinander und mit den anderen Enden an Kupferdrähte. Man bringt die erstere Lötstelle an den Punkt, dessen Temperatur gesucht wird, erhält die beiden anderen Lötstellen zusammen auf einer bekannten Temperatur (etwa durch Eis auf 0°) und mißt die entstehende el. Kraft entweder durch Kompensation gegen ein Normalelement (99 bis 108) direkt oder mittels der Stromstärke, die sie in einem Galvanometer (Spiegelgalvanometer von mäßigem Widerstande (88); auch empfindlichem Westonzeiger (85, 2)) hervorbringt.

Kleineren Temperaturdifferenzen sind die Wirkungen proportional; der Reduktionsfaktor wird durch eine einmalige Beobachtung bei bekannter Differenz gefunden. — Für größere Intervalle werden meist Beobachtungen mit zwei Differenzen und eine daraus bestimmte quadratische Gleichung genügen; allgemein leitet man aus einer Anzahl von Punkten eine Tabelle oder Kurve ab.

Die thermoelektrische Kraft eines Metallpaares auf + 1°, im Mittel zwischen 0 und 100°, wird in Mikrovolt (10^{-6} V) nahe als Differenz aus folgenden Zahlen gefunden:

Bi	0	10% PtRh	61	Au, Messing	71
Konstantan	30	„ PtIr		Cu, Ag	74
Patentnickel	38	Pt	66	Fe	88
Ni	51	Hg	67	Sb	100;

an der warmen Lötstelle fließt der Strom von Bi zu Sb.

Für den Gebrauch hat Konstantan-Kupfer die Vorzüge eines nahe linearen Verlaufes und, für Messungen mit Stromausschlägen, eines wenig veränderlichen Widerstandes, da dieser bei Cu klein und bei Konst. nahe temperaturkonstant ist. Oberhalb 100° wählt man besser Ag statt Cu.

Hohe Temperaturen. Platin gegen Platinrhodium (10% Rh; Le Chatelier) ist bis gegen den Schmelzpunkt des Platins brauchbar. Die Legierungen von Pt mit Ir und Ru sind in hoher Temperatur weniger beständig. Auch PtRh ändert sich bei längerem Gebrauch oberhalb 1200°; das Platin ist gegen das zerstäubende Rhodium durch Quarz oder glasierten Ton zu schützen. — Man isoliert elektrisch durch ein über den einen Draht geschobenes unglasiertes Porzellan- oder Tonrohr und gegen Flammengase durch ein über das Ganze geschobenes glasiertes Porzellanrohr.

Für die von Heraeus ausgegebenen Elemente Pt/PtRh, die eine Lötstelle auf 0°, die andere auf t°C, gilt im Mittel (Holborn u. Valentiner, Ann. d. Ph. 22, 27. 1907):

t = 100	200	300	400	500	600	700	800°
E = 0,6	1,4	2,25	3,17	4,13	5,14	6,17	7,25 Milli-V

t = 800	900	1000	1100	1200	1300	1400	1500°
E = 7,25	8,34	9,47	10,62	11,8	13,0	14,1	15,3 Milli-V.

Von der P. T. Reichsanstalt geeichte Elemente sind käuflich.

Die Eichung geschieht mit bekannten Fixpunkten: bei den Schmelzpunkten nicht oxydierender Metalle am einfachsten durch Einfügung eines 5 mm langen Drahtstückes in die Lötstelle; maßgebend ist die thermoelektrische Kraft im letzten Augenblick vor dem Durchschmelzen. Oxydierbare Metalle schmelzt man besser im Tiegel und steckt die heiße Lötstelle isoliert hinein. Bei Silber und Kupfer ist der Einfluß des Sauerstoffs der Luft zu beachten, der die Schmelztemperatur um 8° bzw. 20° erniedrigen kann. Vgl. auch 45.

Tiefe Temperaturen. Pt/PtRh wird in der Kälte unempfindlich. Zu empfehlen ist Konstantan/Cu oder Konstantan/Fe; geeicht z. B. durch Siemens & Halske zu beziehen.

Lit.: Holborn u. W. Wien, Wied. Ann. 47, 107. 1892; 56, 373. 1895; Holborn u. A. Day, ebd. 68, 817. 1899; Ann. d. Ph. 2, 538. 1900; Sill. J. 10, 197. 1900; W. P. White, Ph. ZS 8, 325. 1907; Phys. Rev. 31, 135. 1910; insbesondere Haltbarkeit, Homogenität; auch weitere Literatur.

II. Widerstandsthermometer (Svanberg, Siemens).

Von der Anwendung auf Strahlungsmessungen stammend wird häufig die Bezeichnung „Bolometer" gebraucht. S. auch 72a II.

Ein metallischer Leitungswiderstand wächst mit der Temperatur, am stärksten bei reinen Metallen. Bei reinem Platin erreicht der mittlere Tem-

peraturkoeffizient zwischen 0 und 100° (relative Änderung für 1°, bezogen auf den Widerstand bei 0°) 0,0039, bei Eisen und bei Nickel 0,006. Vgl. 95a.

Man schaltet den Meßdraht mit einem gleichen Draht oder mit einem gleichen Rheostatenwiderstand in die Wheatstonesche Brücke oder zum Differentialgalvanometer (93 oder 92); der Meßstrom soll so schwach sein, daß er nicht merklich erwärmt.

Der Widerstand werde gefunden bei den bekannten Temperaturen t_0 und t_1 (z. B. 0 und 100°) gleich R_0 und R_1, bei einer zu messenden Temperatur t gleich R, dann ist in den Grenzen eines merklich konstanten Temp.-Koeffizienten

$$t = t_0 + (t_1 - t_0) \cdot (R - R_0)/(R_1 - R_0).$$

Für weitere Grenzen bestimme man bei den bekannten Temperaturen t_0 t_1 t_2 die Widerstände R_0 R_1 R_2 und nenne

$$R_1 - R_0 = \gamma_1 \quad R_2 - R_0 = \gamma_2 \quad t_1 - t_0 = \tau_1 \quad t_2 - t_0 = \tau_2 \quad \text{und}$$

$$a = \frac{\tau_1 \gamma_2^2 - \tau_2 \gamma_1^2}{\gamma_1 \gamma_2 (\gamma_2 - \gamma_1)} \qquad b = \frac{\tau_2 \gamma_1 - \tau_1 \gamma_2}{\gamma_1 \gamma_2 (\gamma_2 - \gamma_1)};$$

dann bedeutet der Widerstand w die Temperatur

$$t = t_0 + a(R - R_0) + b(R - R_0)^2.$$

Sollte auch diese Formel nicht genügen, so stellt man durch mehrere Beobachtungen die Temperaturen als Funktion der Widerstände in einer Kurve (6) oder Tabelle dar.

Wenn die Temperatur t_v eines aus demselben Material wie der Meßdraht bestehenden Vergleichsdrahtes wenig schwankt, so zählt man am einfachsten alle Temperaturen stets von dem gleichzeitig geltenden t_v an und addiert zum Schluß t_v zu den so berechneten Temperaturen. Den jedesmaligen Widerstand des Vergleichsdrahtes nimmt man als Einheit.

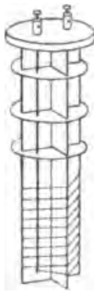
Ein Bad darf keinen Nebenschluß bilden; in den meisten Fällen genügt Petroleum, besser ist Paraffinöl.

Die Meßwiderstände werden z. B. auf Glimmerplättchen aufgewickelt; s. auch Fig. 50 S. 166. Geringe Trägheit bietet dünner Platindraht in feiner Metall- oder Glaskapillare. — Die Zuleitungen, aus Kupfer oder in höherer Temperatur Silber, sollen, soweit sie mit erwärmt werden, einen relativ verschwindenden Widerstand haben.

Platinthermometrie. Hohe und tiefe Temperaturen.

Das folgende bezieht sich auf reines Platin, welches gestattet, mit demselben Instrument von den tiefsten Temperaturen bis zu 1000° zu messen, wo das Versagen der Isoliermittel und die Sublimation des Platins eine Grenze setzen.

Blanker, zuvor elektrisch geglühter Platindraht ($2r = 1/20$ bis $1/5$ mm) wird möglichst ohne Spannung auf ein gezahntes Glimmerkreuz (Schema Fig. 50) gewickelt und hier längere Zeit auf der höchsten zu messenden Temperatur gehalten, um späteren thermischen Dauernachwirkungen vorzubeugen. Die Zuleitungen nimmt man aus Kupfer, oberhalb 100° aber wegen des störenden Kupferoxyds zunächst aus Silber oder Gold, woran sich erst im kühl bleibenden Raum Kupferdrähte ansetzen. Die Verbindungsstellen sollen im Schutzrohr des Thermometers liegen, weil Luftströmungen veränderliche und deshalb störende Thermoströme hervorrufen. Die Kupferdrähte führt man zu Kupferklemmen.


Fig. 50.

Die Widerstandsänderung der Zuleitung durch die Temperatur kann man bei Messungen in der Brücke (93) durch eine entsprechende Drahtschleife im anderen Brückenzweig eliminieren. Bestimmt man den Widerstand mit übergreifendem Nebenschluß (92) oder durch Spannungsmessung (91 II, 101, 103), so wird man Strom oder Spannung in besonderen Leitungen abnehmen. Stromwärme ist zu vermeiden oder in erster Annäherung dadurch zu eliminieren, daß man immer mit derselben Stromstärke mißt.

Für die Schutzröhren eignet sich Glas oder Nickel, in höherer Temp. glasiertes Porzellan, welches Flammengase (die den Widerstand dauernd ändern!) abhält.

Eichung des Platinthermometers. Man mißt die Widerstände R_0 bei 0° und R_{100} bei 100°. Nimmt man an, daß der Widerstand linear wüchse, so entspricht dann dem Widerstande R_t die von Callendar sogenannte „Platintemperatur" t_p

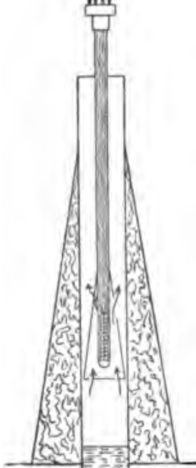
$$t_p = (R_t - R_0) \cdot 100/(R_{100} - R_0).$$

Nun läßt sich oberhalb 0° die Abhängigkeit des Platinwiderstandes von der richtigen Temperatur t, bis 1000° geprüft, durch einen quadratischen Ausdruck darstellen; vgl. vor. S. Als für die Rechnung bequeme Form der Korrektion von t_p auf die richtige Temperatur t leitet sich hieraus ab

$$t - t_p = \delta\left[\left(\frac{t}{100}\right)^2 - \frac{t}{100}\right];$$

der konstante Faktor δ ist etwa $= 1{,}5$. Genau bestimmt man ihn durch Beobachtung in bekannter höherer Temp., meist der Siedetemp. des Schwefels, s. S. 162.

Der Schwefel siedet über einem Bunsenbrenner in offener, 4 bis 5 cm weiter, etwa 50 cm langer Glasröhre (Fig. 51; Holborn u. H.). Das Platinthermometer, gegen zurückfließenden Schwefel durch einen Kegel von geglühtem Asbest geschirmt, reicht bis etwa 10 cm über die Oberfläche des Schwefels. Gegen Wärmeverlust schützt eine Packung aus Asbestwolle und gegen heiße Luft vom


Fig. 51.

Brenner ein Blechschirm. Rohre aus Jenaer Glas Nr. 59 bleiben lange haltbar, wenn man sie neigt, bevor der Schwefel zu erstarren beginnt. Vgl. z. B. Meißner, Ann. d. Ph. 39, 1230. 1912.

Die Genauigkeit der Messung, mit steigender Temp. abnehmend, geht am Schwefelsiedepunkt auf einige Hundertel, zwischen 0 und 100° auf einige Tausendtel Grad.

In tiefen Temperaturen, von —50° abwärts, ändert sich der Widerstand langsamer, als der extrapolierten quadratischen Formel entspricht, welche schon die Temp. der flüssigen Luft um 2° zu hoch ergibt. Man muß hier mehrere Punkte an das Gasthermometer anschließen.

Lit.: Callendar, Phil. Tr. (A) 178, 161. 1887; 182, 119. 1891; Chappuis u. Harker, Trav. et Mém. usw. XII. 1902; Harker, Phil. Tr. (A) 203, 343. 1904; Holborn u. Henning, Ann. d. Ph. 26, 833. 1908; Henning, ebd. 40, 635. 1913; Kam. Onnes, Braak u. Clay, Comm. Phys. Lab. Leiden Nr. 99 u. 101, 1907 (bis —260°), Nr. 119, 1910 (bis —269°); Waidner u. Burgess, Bull. of the Bur. of Stand. 6, 150. 1910.

43a. Optische Pyrometer.

S. auch die auf Messung von Schallwellenlängen (56 III) und Lichtwellenlängen (68a) beruhenden Methoden.

Die Temperatur eines glühenden Körpers läßt sich dadurch ermitteln, daß man einen homogenen Teil der Strahlung unter Benutzung eines bestimmten Vergleichslichts photometriert (E. Becquerel). Das Verfahren ist empfindlich, weil die Helligkeit mit der Temperatur sehr stark wächst. Vgl. 72 u. 72a.

Pyrometer von Wanner. Zur Messung dient ein Königsches Spektralphotometer (72 V), dessen Okularblende auf die Wellenlänge 0,656 μ der roten Wasserstofflinie eingestellt ist. Die konstante Lichtquelle besteht aus einer durch eine Glühlampe von 6 V beleuchteten mattierten Prismenfläche, deren Helligkeit man öfters bei derselben Stellung des Okular-Nicols mit einer durch eine Amylacetatlampe (72 I) beleuchteten Mattscheibe vergleicht und durch Änderung eines Regulierwiderstandes konstant hält. Beim Photometrieren einer Strahlung stellt man die Hälften des Gesichtsfeldes durch Drehung des Okular-Nicols auf gleiche Helligkeit ein und entnimmt die dem abgelesenen Drehungswinkel entsprechende Temperatur einer Eichtabelle. Strahlungen unter 1000° sind zu lichtschwach für den Apparat. — Weiter hinabzusteigen, angeblich bis 600°, gestattet ein nach Le Chatelier nach einem Fraunhofer(Cornu)schen Photometer ausgestattetes Instrument; Journ. f. Gasbel. 50, 1005. 1907.

Pyrometer von Holborn und Kurlbaum (Fig. 52). Hier wird ein meßbar veränderliches Vergleichslicht benutzt, und zwar eine Glühlampe von 4 V mit bügelförmigem Glühfaden aus Kohle oder Wolfram. Die Helligkeit der Lampe reguliert man durch Widerstandsänderung ihres Stromkreises so, daß die Spitze des Bügels auf der zu photometrierenden

glühenden Fläche verschwindet Das Glühlämpchen befindet sich im Innern eines Fernrohrs, dessen Objektiv (Fig. 52 rechts) am Orte des Glühfadens ein Bild der glühenden Fläche entwirft; das Okular (Fig. 52 links) ist scharf auf diesen eingestellt. Homogenes Licht wird durch ein dem Okular vorgeschobenes Kupferoxydulglas (0,65 μ) erzielt (andere Lichtfilter bei v. Pirani, Verh. D. Ph. Ges. 1913, 826). Als Kriterium der Lampentemperatur gilt, nach einer Eichtabelle, die an einem eingeschalteten Strommesser abgelesene Stromstärke. Das Instrument ist für Temperaturen von 600° aufwärts brauchbar.

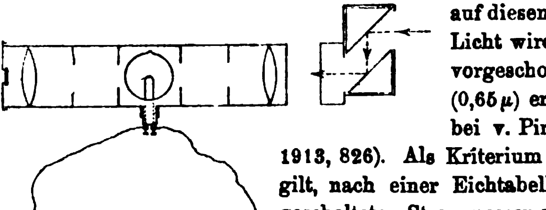


Fig. 52.

Eichung der optischen Pyrometer. Als Norm dient die Strahlung eines „vollkommen schwarzen" Hohlkörpers (72a I), dessen Temperatur für eine geeignete Helligkeit mit einem eingebrachten, anderweitig geeichten Thermoelement (43 I) gemessen ist und daraus für jede andere Helligkeit dadurch berechnet werden kann, daß man in die Wien-Plancksche Formel (72a I, Gl. 2a oder 2b) die benutzte Wellenlänge einführt. So gelangt man zu einer Tabelle oder Eichkurve für das Instrument.

„Schwarze" Temperatur. Es ist zu beachten, daß ein auf diese Weise geeichtes Pyrometer nur bei der Messung von ebenfalls vollkommen schwarzen Strahlungen wahre Temperaturen liefert, an einem Körper mit geringerem Strahlvermögen dagegen kleinere Werte, die man die „schwarze" Temperatur des Körpers nennt. Dies ist diejenige Temperatur, die ein vollkommen schwarzer Körper besitzen muß, um für die benutzte Wellenlänge die gemessene Helligkeit zu zeigen.

Am meisten unterscheidet sich die „schwarze" Temperatur eines Körpers von der wahren bei Flächen mit starkem Reflexions-, also geringem Strahlvermögen, z. B. blanken Metallflächen. Für blankes Platin z. B. beträgt für das rote Licht der beiden Pyrometer der Unterschied in dunkler Rotglut nur einige Grad; er steigt annähernd linear an und erreicht bei 1500° etwa 150°; vgl. 72a.

Die Beobachtung der gleichmäßig glühenden Innenfläche eines Ofens durch eine mäßig große Öffnung liefert nahe die richtige Temperatur.

Sehr hohe Temperaturen. Ist die zu messende Strahlung heller als das Vergleichslicht, so wird sie mittels Reflexion an Glasflächen (Fig. 52) oder mittels Absorption durch Rauchgläser in bekanntem Verhältnis geschwächt. Bei den obengenannten Pyrometern greift man zu diesem Mittel, wenn die zu messende Temperatur über 1500 bis 2000°, die Temperatur der normal brennenden Glühlampe, hinausgeht. Vgl. 72 III u. VI B.

Obiges Schwächungsverhältnis φ kann mit dem optischen Pyrometer selbst bestimmt werden: wird eine noch ungeschwächt meßbare schwarze Strahlung von der Temperatur t_1 durch die Schwächung scheinbar auf die Temperatur t_2 heruntergedrückt, so ist für die benutzte, in cm ausgedrückte Wellenlänge λ

$$\log \mathrm{nat}\, \varphi = \frac{c}{\lambda} \frac{(t_1 - t_2)}{(t_1 + 273)(t_2 + 273)}.$$

c bedeutet die Exponentialkonstante des Wien-Planckschen Strahlungsgesetzes (72 a I), die nach den neuesten Beobachtungen der P. T. Reichsanstalt $= 1{,}43$ zu setzen ist.

Lit.: Wanner, Phys. ZS 3, 112. 1901; Holborn u. Kurlbaum, Sitz.-Ber. d. Berl. Akad. 1901, 712; Ann. der Ph. 10, 225. 1903; Henning, ZS f. Instr. 1910, 61. — Ein Mikropyrometer bei Burgess, Phys. ZS 1913, 158.

44. Wärme-Ausdehnungskoeffizient.

Ausdehnung fester Körper.

Wenn die Ausdehnung nach allen Richtungen gleichmäßig und der Temperaturänderung proportional ist, nennt man linearen Ausdehnungskoeffizienten β eines festen Körpers die Verlängerung seiner Längeneinheit, kubischen oder Volumausdehnungskoeffizienten 3β (vgl. S. 28) die Volumzunahme seiner Volumeinheit bei der Temperaturerhöhung um 1°.

Wird eine Länge l oder ein Volumen v um $t°$ erwärmt, so sind die neuen Größen also

$$L = l(1 + \beta t) \qquad V = v(1 + 3\beta t). \qquad 1.$$

Je nachdem l und v auf 0° oder eine andere Temperatur bezogen werden, erhält man für β etwas verschiedene Zahlen. Es ist deshalb zweckmäßig, β stets auf die Werte bei 0°, l_0 bzw. v_0, zu beziehen.

Größeren Temperaturunterschieden ist die Ausdehnung nicht mehr genau proportional. Man pflegt dann die Länge auszudrücken als

$$l_t = l_0(1 + \beta_1 t + \beta_2 t^2) \qquad 2.$$

und bestimmt die Konstanten β_1 und β_2 aus mindestens drei Beobachtungen. Vgl. 3. — Der Ausd.-Koeff. bei der Temp. t ist dann in Teilen der Länge bei 0° ausgedrückt $(1/l_0)\mathrm{d}l/\mathrm{d}t = \beta_1 + 2\beta_2 t$.

In tiefer Temperatur versagt auch Gl. 2. Bessere Dienste leistet hier für manche Substanzen, z. B. reine Metalle, der Ausdruck l_2 $l_1 = A(T_2^{\varkappa} - T_1^{\varkappa})$, wo l_1, l_2 die Längen bei den abs. Temp. T_1, T_2 und A und $\varkappa$ Konstanten bedeuten. Thiesen, Verh. D. Phys. Ges. 1908, 410.

Für regulär kristallisierende Körper, also auch die meisten Metalle, ist von den tiefsten bis zu hohen Temp. brauchbar der auch theoretisch begründete Ausdruck

$$\frac{l_T - l_0}{l_0} = \frac{U_T}{a - b\,U_T}, \qquad 3.$$

wo $U_T = \int_0^T c_v\,dT$ den Wärmeinhalt des festen Körpers bei der Temp. T, l_0 die Länge beim abs. Nullpunkt, a und b Konstanten bedeuten. Danach wächst in tiefer Temperatur ($b\,U_T$ klein gegen a) der Ausdehnungskoeffizient proportional der spez. Wärme c_v. Über die Änderung von c_v mit der Temperatur s. 48. Vgl. Grüneisen, Ann. d. Phys. 39, 257. 1912.

Für nicht reguläre Kristalle ist die Ausdehnung in verschiedenen Richtungen im allgemeinen ungleich. Der Volumausdehnungskoeff. ist dann gleich der Summe dreier in beliebigen aufeinander senkrechten Richtungen geltender linearer Ausdehnungskoeffizienten (Mitscherlich, Fizeau). Der Ausdehnungskoeff. wächst nicht mehr proportional c_v.

I. Durch Längenmessung.

Wenn ein Stab von der Länge l sich bei der Temperaturerhöhung t um λ verlängert, so ist $\beta = \lambda/(lt)$.

Die Verlängerungen können mit dem Komparator (21) gemessen werden. — Gewöhnlich werden sie auf einen Kontakthebel übertragen. r sei der Abstand des Kontaktpunktes von der Drehachse, φ der Drehungswinkel, dann ist $\lambda = r \sin\varphi$, vorausgesetzt, daß bei einer der beiden Temperaturen der Hebelarm zur Stabrichtung senkrecht ist.

Der Drehungswinkel wird mit Spiegel und Skale (Fig. 53, Anordnung von Edelmann) gemessen. Man stellt den Faden des Fernrohrs auf den Fußpunkt der vom Spiegel S auf die Skale gefällten Senkrechten ein, deren Länge $= A$ Sk.-T. sei. Der Ausschlag durch die Temperaturänderung betrage e Skalenteile, dann ist (25) $e/A = \operatorname{tg} 2\varphi$.

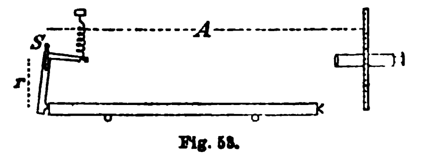


Fig. 53.

Für ein kleines φ gilt merklich $\sin\varphi = \frac{1}{2}\operatorname{tg} 2\varphi$, also ist in diesem Falle $\lambda = \frac{e}{2}\frac{r}{A}$. Vgl. auch das Beispiel in 3.

Absolute Ausdehnungsmessung. Man erhitzt den Stab ($\frac{1}{2}$ m lang) in einem längeren horizontalen, elektrisch geheizten Porzellanrohr (8, 29).

Durch zwei feststehende, zweckmäßig auf einer Schiene aus „Invar" befestigte Mikroskope mit Okularmikrometern werden kurze Teilungen an den Stabenden durch kleine Öffnungen des elektrischen Ofens anvisiert; die Temperatur wird längs des Stabes mit einem Thermoelement abgetastet. Vgl. Holborn u. Day, Ann. d. Ph. 2, 505. 1900; 4, 104. 1901. Ähnlich läßt sich die Längenänderung in Bädern tiefer Temp. beobachten. Vgl. Scheel u. Heuse, Verh. D. Ph. Ges. 1907, 449. — Eine Anordnung, bei der von den Enden des Stabes Drähte als Markenträger herabhängen, siehe bei A. W. Gray Journ. Wash. Acad. 2, 248. 1912.

Relative Messung. In einem langen vertikalen, unten geschlossenen Rohr aus einer gut definierten Glassorte (Jena 59) oder aus Quarzglas ruht unten auf einer Spitze der Stab; auf ihm, wieder mittels einer Spitze, ein Stab aus demselben Glase mit einer Teilung am oberen Ende. Diese wird mit einer Teilung auf der Röhre z. B. bei Zimmertemperatur und nach Umgeben des Ganzen mit einem Bade tiefer oder hoher Temperatur verglichen. Um diese vergleichenden Messungen auf absolute Zahlen zurückzuführen, muß von einem Stabe (z. B. Quarzglas, S. 172) die Ausdehnung bekannt sein. Vgl. Henning, Ann. d. Ph. 22, 631. 1907; Holborn u. Henning, ZS f. Instr. 1912, 122.

Ein selbstregistrierender „Dilatograph" bei v. Sahmen u. Tammann, Ann. d. Ph. 10, 879. 1903.

II. Durch Lichtinterferenz (Fizeau 1868).

Die Ausdehnung wird vermöge der sie begleitenden Verschiebung Newtonscher Streifen (65 V) in Wellenlängen eines homogenen Lichtes gemessen.

A. Alte Anordnung (Fizeau). Auf einer an drei Stahlschrauben verstellbaren Stahlplatte ruht der zu untersuchende Körper in Gestalt einer Platte, deren obere Fläche a poliert ist (Fig. 54). Diese dehnt sich beim Erwärmen nach der in kleinem Abstande darüber befindlichen, zu a fast parallelen, planpolierten Unterfläche b einer Glasplatte aus. Homogenes (s. unten), von oben eingefallenes und an b und a reflektiertes Licht erscheint dem von oben beobachtenden Auge mit Newtonschen Interferenzstreifen durchsetzt, die bei einer Dickenänderung der Schicht ab wandern; vgl. unten. — Die Ausdehnung der Stahlschrauben zwischen der Boden- und Deckplatte muß in Rechnung gesetzt werden. Man bestimmt sie nach der nämlichen Methode entweder an der polierten Fläche des Stahltischchens selbst oder mit Einschiebung einer daraufgelegten Quarzplatte von bekannter Dicke, deren Ausdehnung bekannt ist; s. f. S.

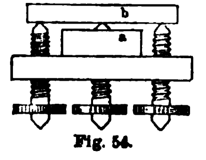


Fig. 54.

B. Quarzringmethode (nach Pulfrich); s. Fig. 55. Ein 10 bis 15 mm hoher Hohlzylinder aus Quarzkristall oder Quarzglas ruht mit drei Vorsprüngen auf einer ebenen Bodenplatte und trägt, gleichfalls auf drei Vorsprüngen, die Deckplatte. Der zu untersuchende, schraffiert gezeichnete Körper, vorteilhaft von beinahe der Höhe des Ringes gewählt, steht in

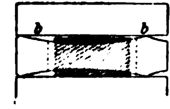


Fig 55

diesem; seine Oberfläche soll der Unterfläche b der Deckplatte fast parallel sein. — Seine wirkliche Ausdehnung ist hier gleich der bekannten (s. unten) oder wie vorhin ermittelten Ausdehnung des Quarzringes, vermehrt oder vermindert um die aus der Streifenwanderung gefundene Differenz beider Ausdehnungen.

Einen Körper ohne spiegelnde Fläche kann man mittels einer auf ihm befestigten spiegelnden dünnen Platte von bekannter Ausdehnung (Quarz) untersuchen.

Lichtsorten. Natriumlicht ist wegen seiner zweifachen Wellenlänge, welche die Streifen periodisch undeutlich macht, nicht bei allen Distanzen anwendbar. Allgemein brauchbar sind längsdurchsichtige Geißlersche Röhren (59) mit etwas Quecksilber und Wasserstoff oder besser Helium. Neben den Gaslinien erscheinen beim Anwärmen die Quecksilberlinien, mit denen zusammen Wasserstoff 5, Helium etwa 12 Wellenlängen liefert, die man spektral zerlegt (59, 60, 64); die Hg- und He-Linien zeigen bis zu hohen Gangunterschieden scharfe Interferenzen. Wellenlängen s. in Tab. 23.

Aus einer Verschiebung der Streifen um p Streifenbreiten folgt eine Abstandsänderung der Flächen a und b um $\frac{1}{2}p$ Lichtwellenlängen. Die Verschiebung wird an Marken auf der Unterfläche b der Deckplatte mikroskopisch gemessen.

Die Wellenlänge in der Luftschicht wird durch die Änderungen der Temperatur und durch etwaige Luftdruckschwankungen beeinflußt. Dies wird nach folgenden Sätzen in Rechnung gezogen: 1. Wenn λ_0 und λ die Wellenlängen im Vakuum und in einem Mittel vom Brechungsverhältnis n (aus Vak.) bedeuten, so ist $\lambda = \lambda_0/n$, und 2. in einem Gase wächst $n - 1$ der Dichtigkeit proportional; s. auch 65. Eine Formel für Luft s. Tab. 24; andere Gase s. in Tab. 12a.

Ausdehnung von Quarz; $l_t = l_0(1 + \beta_1 t + \beta_2 t^2 + \beta_3 t^3)$.

	β_1	β_2	β_3	
Kristall ∥ Achse	$0{,}0_4 0715$	$0{,}0_8 81$	0	(Benoît, Scheel, 0 bis 100°)
„ ⊥	$0{,}0_4 1325$	$0{,}0_7 116$	0	(Benoît, 0 bis 100°)
Quarzglas	$0{,}0_6 362$	$0{,}0_8 181$	$-0{,}0_{10} 0340$	(Scheel u. Heuse, —253 bis +100°)
	$0{,}0_6 358$	$0{,}0_8 131$	0	(Chappuis, Scheel, 0 bis 100°)
	$0{,}0_6 55$	(Callendar, Holborn-Henning, Randall, 100 bis 1000°).		

Quarzglas hat hiernach bei — 80° ein Dichtemaximum. — Den Ausd.-Koeff. bei der Temp. t berechnet man (Vorzeichen!) $\beta_t = \beta_1 + 2\beta_2 t + 3\beta_3 t^2$.

Lit. zu Quarzglasausdehnung siehe bei Kaye, Phil. Mag. 20, 718. 1910; Scheel, ZS f. Instr. 1912, 14; Scheel u. Heuse, Verh. D. Phys. Ges. 1914, 1.

Zur Methode vgl. Fizeau, Pogg. Ann. 119, 87. 1863; 128, 564. 1866 (Kristalle); Benoît, Trav. et Mém. du Bur. internat. I. 1881 u. VI. 1888;

Scheel, Ann. d. Ph. 9, 837. 1902; Wiss. Abh. d. P. T. R. IV, 33. 1904; Verh. D. Ph. Ges. 1907, 3 u. 718; Pulfrich, ZS f. Instr. 1893, 365, 401 u. 437; siehe daselbst besonders auch die Bemerkungen über die Ermittelung der gewanderten Streifenzahl durch gleichzeitige Messungen an mehreren Wellenlängen S. 438 u. 443, sowie über die Korrektionen wegen der schwankenden Luftdichte S. 455. — Vgl. auch 65 IV.

III. Durch Wägung.

Mit Quecksilber. Oft liegt für Glassorten das Bedürfnis vor, den Ausdehnungskoeffizienten zu kennen. Ein kleiner Ballon (Fig. 56) wird in eine Spitze ausgezogen oder besser, es wird, damit das Quecksilber glatt abreißt, sein abgeschmolzenes und in der Flamme abgerundetes Ende bis zu einer feinen Öffnung abgeschliffen. Er wird zunächst leer gewogen.

Fig. 56

Zur Füllung taucht man die Spitze des vorher erwärmten Ballons in Quecksilber (8, 1 u. 28); beim Erkalten wird Quecksilber eingesaugt. Dies wiederholt man, indem zuletzt das Quecksilber zum Sieden gebracht wird, bis zur vollständigen Füllung. Endlich läßt man den Ballon, mit der Spitze unter Quecksilber, bis zu einer niedrigen Temperatur t (z. B. 0°) abkühlen; und wägt. Alsdann erwärmt man bis zur Temperatur t' (z. B. 100°), wobei Quecksilber ausfließt, und wägt wieder. Selbstverständlich soll bei den Wägungen der Ballon die Temperatur der Wage haben; was während des Temperaturausgleiches etwa ausfließt, wird in einem tarierten Gläschen mitgewogen.

Betragen die so für t und t' gefundenen Nettogewichte der Quecksilberfüllungen p und p', so berechnet sich der kubische Ausd.-Koeff. des Glases (Beweis s. S. 174)

$$3\beta = 0{,}000182\frac{p'}{p} - \frac{1}{t'-t}\frac{p-p'}{p}.$$

Mit Wasser. Wägt man bei zwei Temperaturen t und t' mit luftfreiem Wasser, so ist

$$3\beta = \frac{1}{t'-t}\left(\frac{p'}{p}\frac{Q}{Q'} - 1\right) \quad \text{oder} \quad = \frac{1}{t'-t}\left(\frac{p'}{p}\frac{v'}{v} - 1\right),$$

wo die Dichtigkeiten Q und Q' oder die Volumina des Wassers v und v' zu t und t' aus Tab. 4 oder 5 genommen werden.

Um 100° herum hat im Verhältnis zu 4° das Wasser das Volumen $1{,}04343 + 0{,}00078(t - 100)$.

Weil die Ausdehnung des Quecksilbers und in höherer Temperatur mehr noch die des Wassers die Ausdehnung der festen Körper weit übertrifft, so wird eine sehr genaue Bestimmung der Temperatur verlangt.

Aus Dichtebestimmungen. Sind die Dichtigkeiten s und s' eines Körpers für t und t' bekannt, so ist der Ausd.-Koeff.

$$3\beta = \frac{1}{t'-t}\left(\frac{s}{s'}-1\right).$$

IV. Ausdehnung von Flüssigkeiten.

Der (Volum-) Ausd.-Koeff. α einer Flüssigkeit nimmt, vom Quecksilber abgesehen, mit wachsender Temperatur stark zu. Wächst bei der Erwärmung von t auf t' ein Volumen v zu v', so nennt man $\alpha = (1/v)\cdot(v'-v)/(t'-t)$ den mittleren Ausd.-Koeff. von t auf t'.

Genähert ist oft $v_t = v_0/(1-Ct)$ brauchbar (Mendelejeff). Werte des „Ausd.-Modul" C bei Walden, ZS f. ph. Ch. 65, 162. 1908. — Die Potenzreihe $v_t = v_0(1+\alpha_1 t + \alpha_2 t^2 + \cdots)$ verlangt, auf größere Strecken angewandt, meist, und besonders für Wasser, sehr viele Glieder. Andere Formeln für Wasser s. Thiesen, Abh. P. T. Reichsanst. IV, 29. 1904.

1. Konstantes Gefäß. Ein Glasgefäß — mit ausgezogener Spitze, s. vor. S., oder wie in Fig. 13, S. 67 — halte bei der niederen Temperatur t das Flüssigkeitsgewicht p. Dann erwärme man die Flüssigkeit in einem Bade auf t' und bringe sie, etwa durch Austupfen mit Fließpapier, auf denselben Stand im Gefäß; erkaltet habe die Flüssigkeit das Gewicht p'. Wenn 3β der kubische Ausd.-Koeff. des Glases (s. III; 8, 5 und Tab. 11), so ist der mittlere Ausd.-Koeff. α der Flüssigkeit zwischen t und t'

$$\alpha = 3\beta\frac{p}{p'} + \frac{1}{t'-t}\frac{p-p'}{p'}.$$

Denn wenn v und v' das spezifische Volumen der Flüssigkeit für t und t' bezeichnen, so ist $\alpha = (v'/v - 1)/(t'-t)$. Nun ist offenbar $p'/p = [1+3\beta(t'-t)]v/v'$, also $v'/v = p/p' + 3\beta(t'-t)p/p'$, woraus diese Formel und auch die unter III sich leicht ergibt.

2. Auftriebsmethode. Man wäge einen Glaskörper bei zwei Temperaturen t und t' in einer Flüssigkeit; vgl. 15 A 3. Wenn p und p' die Auftriebe, so gilt die vorige Formel.

3. Dilatometer. Ein Glasgefäß mit einem angeblasenen engen, geteilten Rohr wird bis in das Rohr mit der Flüssigkeit gefüllt; man beobachtet die Einstellung der Säule bei den Temperaturen t bzw. t'. Sind die abgelesenen Volumina v bzw. v', so beträgt der mittlere Ausd.-Koeff.

$$\alpha = 3\beta\frac{v'}{v} + \frac{1}{t'-t}\frac{v'-v}{v}.$$

Das Gefäß kalibriert man mit Quecksilber oder Wasser, die Strecken des Rohres mit Quecksilberfäden, die man wägt (vgl. 23 und 24; daselbst

auch das Verfahren beim Einfüllen). Anstatt zu kalibrieren kann man auch zuerst eine Flüssigkeit von bekannter Ausdehnung in dem Apparat untersuchen und daraus die Volumverhältnisse ableiten. — Sehr geeignet ist das Pyknometer Fig. 18D S. 67, wenn die Steigrohre geteilt und kalibriert sind.

Bei Flüssigkeiten von großer Dampfspannung wird man das Verdampfen, auch innerhalb des Dilatometers, beachten.

Hohe Temp. z. B. Noyes, Carneg. Inst. Publ. Nr. 63, 26. 1907. Vor allem auch Amagat, Ann. chim. phys. 29, 68 u. 505. 1893.

4. Kommunizierende Röhren. Wenn eine Flüssigkeitssäule von der Höhe h und der Temperatur t einer andern von h' und t' das Gleichgewicht (15 A 6) hält, so ist $1 + \alpha(t' - t) = h'/h$, somit $\alpha = \frac{1}{t'-t}\frac{h'-h}{h}$. Durch ihre Unabhängigkeit von der Glasausdehnung ist die Methode fundamental (Dulong); sie verlangt zur genauen Ausführung große Mittel.

Über Ausführung am Quecksilber vgl. Regnault, Mém. de l'Acad. franç. XXI. 1847; Callendar u. Moss, Phil. Trans. A 211, 1. 1911; am Wasser Thiesen, Scheel u. Dießelhorst, Wied Ann. 60, 340. 1897; Wiss. Abh. d. P. T. Reichsanst. III, 1. 1900 u. IV, 1. 1904.

V. Gase. (Vgl. 18 u. 42.)

Bekannte Zahlen s. Tab. 12a.

1. Druckänderung bei konstantem Volumen (Spannungskoeffizient). Die Messung mit dem Gasthermometer ergibt sich aus 42. Am einfachsten ist sie zwischen 0 und 100°. Wenn zu den Temperaturen 0 und t bei konstantem Volumen die Drucke H_0 und H beobachtet werden, so ist $\alpha = (H - H_0)/H_0 t + \gamma H/H_0$; γ bedeutet den kubischen Ausd.-Koeff. des Gefäßes (vgl. Gl. 2, S. 159). Mit Rücksicht auf den schädlichen Raum (S. 158) von der relativen Größe k und der Temperatur t' wird der vollständige Ausdruck

$$\alpha = \frac{1}{t}\frac{H-H_0}{H_0}\left(1 + k\frac{1+\alpha t}{1+\alpha t'}\right) + \gamma\frac{H}{H_0}.$$

Anstatt diesen vollständig auf α aufzulösen, wird man rechts meist ausreichend genau $(1+\alpha t)/(1+\alpha t') = (273+t)/(273+t')$ schreiben dürfen.

2. Bei konstantem Druck durch Wägung. Ein Ballon mit abgrenzbarem Volumen (Hahn, ausgezogene zuschmelzbare Spitze) wird mit dem Gase gefüllt zur Temp. t erwärmt, ver-

schlossen, in diesem Zustand unter Quecksilber von der Temperatur t_0 geöffnet, so daß Quecksilber eintritt, und abgesperrt, während das innere und äußere Niveau gleich steht. Das eingetretene Quecksilber wiege m', die ganze Füllung mit Quecksilber von derselben Temperatur m. Es werde $m'/m = p$ bezeichnet. Dann ist der Ausd.-Koeff. bei konstantem Druck

$$\alpha = \frac{p + \gamma(t - t_0)}{t - t_0 - pt - \gamma(t - t_0)t_0}.$$

Beweis. Die Dichtigkeiten des Gases bei t_0 und t seien gleich s_0 und s, so daß $(1 + \alpha t)/(1 + \alpha t_0) = s_0/s$ ist. Dann gilt offenbar

$$s_0 \frac{m - m'}{13,6} = s[1 + \gamma(t - t_0)] \frac{m}{13,6} \quad \text{oder} \quad \frac{s_0}{s} = \frac{1 + \alpha t}{1 + \alpha t_0} = \frac{1 + \gamma(t - t_0)}{1 - p},$$

woraus der Ausdruck folgt.

8. Bei konstantem Druck mit dem Gasthermometer. Vgl. hierüber Chappuis, Trav. et. Mém. du Bur. int. XIII. 1903.

45. Schmelzpunkt; Gefrierpunkt.

So heißt die Temperatur, bei welcher die feste und flüssige Form („Phase") des Körpers nebeneinander bestehen (Tab. 11 bis 12a). — Flüssige und feste Phase haben bei dem Schmelzpunkt gleiche Dampfspannung. — Die Temperatur beginnender Erstarrung kann beträchtlich unter dem Schmelzpunkt liegen. — Man beachte, besonders an organischen Körpern, daß schon unterhalb des Schmelzpunktes Zersetzung eintreten kann. — Gemische mehrerer Körper, wie die meisten Fette, Paraffin, Glas, haben im allgemeinen keinen scharfen Schmelzpunkt, sondern ein Temperaturintervall, innerhalb dessen sie erweichen.

Die Bestimmung wird nach der Natur des Körpers, besonders nach der Höhe des Schmelzpunktes sehr verschieden angeordnet. Z. B. kann man in einem kapillaren Glas- oder Quarzröhrchen eine kleine Menge Substanz abwechselnd erwärmen und kühlen. Der starre Zustand wird sich von dem flüssigen meist durch eine Trübung unterscheiden. Man bringt das Röhrchen, an ein Thermometer gebunden, in ein Bad (Becherglas mit Wasser, Petroleum, Paraffin, Schwefelsäure usw.), welches man unter Umrühren sehr langsam erwärmt, und beobachtet die Temperatur, bei welcher der Tropfen schmilzt, was man an seinem Klarwerden oder am Aufhören der Totalreflexion an der Kapillarwand erkennt. Die erste Beobachtung wird nur zur Orientierung dienen.

Vgl. z. B. Küster, ZS f. ph. Ch. 50, 68. 1905.

Sicherer ist die Anwendung größerer Mengen. Diese erwärmt

man langsam zusammen mit einem Thermometer. Den Schmelzpunkt erkennt man daran, daß die Temperatur einige Zeit lang stationär bleibt.

Über verschiedene Gründe, welche den Schmelzpunkt unscharf erscheinen lassen, vgl. White, Sill. J. 28, 453. 1909.

Hohe Schmelztemperaturen.

Über Quarzglaskapillare vgl. oben.

Tiegelmethode. Der Körper wird in ausreichender Menge im bedeckten Tiegel aus Porzellan oder, wenn eine reduzierende Atmosphäre gewünscht wird, aus Graphit, mittels Flamme, Gebläseofen oder elektrischer Heizung (8, 29) geschmolzen. Durch den Deckel ist ein mit einem Porzellanröhrchen umhülltes elektrisches Thermometer (43) eingeführt. Bei richtig regulierter Heizung erkennt man das Schmelzen oder Erstarren daran, daß die Temperatur eine Zeitlang stationär bleibt. Es ist zweckmäßig, mit einem zweiten Thermometer die Ofentemperatur außerhalb des Tiegels zu verfolgen.

Drahtmethode. Man fügt das zu untersuchende Metall in Gestalt eines etwa $\frac{1}{2}$ cm langen Drahtstückchens mit einem Galvanoskop in einen Stromkreis ein und erhitzt es neben einem Thermoelement allmählich im Tiegel (s. oben); beim Durchschmelzen, welches an der Unterbrechung des Stromes erkannt wird, beobachtet man die Thermokraft. Wenig oxydierbare Drähte können dabei in die Lötstelle des Elements eingefügt sein, dessen eigener Strom dann zur Beobachtung genügt.

Näheres z. B. bei Holborn u. Day, Ann. d. Ph. 2, 523. 1900.

Meldometer (Joly). Ein etwa 10 cm langes, 1 mm breites Platinband wird elektrisch regulierbar geheizt; sein Temperaturzustand wird mikrometrisch nach der Verlängerung beurteilt. Benutzt wird nur der mittlere Teil von gleichmäßiger Temperatur. Eine ganz kleine Menge der zu untersuchenden Substanz wird aufgebracht und ihr Aggregatzustand, in allmählich engere Temperaturgrenzen eingeschlossen, mit einem schwachen Mikroskop beobachtet. Geeicht wird das Instrument empirisch mit Körpern von bekanntem Schmelzpunkt (Tab. 11).

Joly, Chem. News 65, 1. 1892; Ramsay u. Eumorfopoulos, Phil. Mag. 41, 360. 1896.

Über Schm.-P.-Bestimmung im schwarzen Körper vgl. 72 a I.

Gefrierpunkt von Lösungen.

Die Bedeutung dieser Aufgabe besteht hauptsächlich in der Bestimmung der Molekulargröße eines gelösten Stoffes. Der Gefrierpunkt eines Lösungsmittels erniedrigt sich durch Auflösung eines Stoffes proportional der molekularen Konzentration der Lösung, solange die letztere nicht zu stark wird (Rüdorff, de Coppet, Raoult). Ist p die in Grammen gemessene gelöste Menge in 1000 g des Lösungsmittels, M das chemische Molekulargewicht des gelösten Stoffes, so nennt man $p/M = \mu$ die in 1000 g gelöste Anzahl von Gramm-Molekülen („Molen"). Die Erniedrigung τ des Gefrierpunkts ist dann

$$\tau = G \cdot \mu = G \cdot p/M.$$

Der Faktor G hat, von der Art des gelösten Stoffes unabhängig, für jedes Lösungsmittel einen bestimmten Wert. G ist nach Betrachtungen über die osmotische Arbeit beim Auflösen (van't Hoff) durch die Schmelztemperatur t und die Schmelzwärme ϱ (Tab. 12) des Lösungsmittels gegeben als

$$G = 0{,}001\,98(273 + t)^2/\varrho,$$

z. B. für Wasser $= 0{,}001\,98 \cdot 273^2 : 80 = 1{,}85$. Außerdem ist G empirisch bestimmt; einige Werte sind

	für Wasser	Benzol	Essigsäure	Phenol
Gefrierpunkt	$t = 0{,}0°$	5,0°	17°	39°
Schmelzwärme	$\varrho = 80$	30	45	26
	$G = 1{,}85$	5,1	3,8	7,5.

Man erhält also aus der Gefrierpunktserniedrigung τ ein Molekulargewicht

$$M = G\frac{p}{\tau}.$$

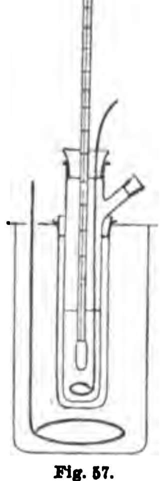
Es ist aber zu beachten, daß viele Körper, worunter insbesondere die Elektrolyte (Salze, Alkalien, Säuren), von diesem Gesetz ausgeschlossen sind. Die wirkliche Erniedrigung τ ist bei wäßrigen Lösungen von Elektrolyten größer als die aus der Formel mit dem chemischen Molekulargewicht berechnete τ_0. Dies bestätigt die Annahme, daß solche Moleküle in der Lösung zerfallen, „dissoziiert" sind (Arrhenius). Den „Dissoziationsgrad" (vgl. S. 83) berechnet man für eine Spaltung:

$$\text{in 2 Moleküle als } \frac{\tau}{\tau_0} - 1, \quad \text{in } n \text{ Moleküle als } \frac{1}{n-1}\left(\frac{\tau}{\tau_0} - 1\right).$$

Da es nach dem vorigen darauf ankommt, die Gefrierpunktserniedrigung einer Lösung gegen ihr Lösungsmittel mit beträchtlicher Genauigkeit zu bestimmen, und da der Druck das empfindliche Thermometer beeinflußt, da auch der Gefrierpunkt des Lösungsmittels durch geringfügige Ursachen etwas geändert werden kann, so ermittelt man die Gefrierpunkte des Lösungsmittels und der Lösung mit dem nämlichen Thermometer in gleicher Eintauchtiefe kurz nacheinander.

Eine genaue Messung verlangt trotzdem beträchtliche Vorsichtsmaßregeln, besonders in Wasser als Lösungsmittel. Man bestimmt den Gefrierpunkt durch langsames Abkühlen der Lösung mit einem empfindlichen Thermometer unter stetem Umrühren mit leichtem Klopfen des Thermometers. Die Temperatur pflegt zunächst ohne Erstarrung unter den Gefrierpunkt zu sinken; beginnt die Ausscheidung, so steigt die Temperatur plötzlich auf den Gefrierpunkt, der nun abgelesen wird. Das Gefrieren wird zweckmäßig durch Impfen mit einer Spur von gefrorenem Lösungsmittel eingeleitet.

Anordnung von Beckmann (Fig. 57). Ein innerer Zylinder enthält die durch einen Seitenansatz eingegossene Lösung, das Thermometer und einen Rührer, der auch durch ein Uhrwerk oder elektromagnetisch bewegt werden kann. Von dem Quecksilberfaden des Thermometers kann man je nach dem Gefrierpunkt des angewandten Lösungsmittels geeignete Mengen abtrennen (39). Die Erniedrigung wird von der Einstellung des Quecksilberfadens in dem gefrierenden reinen Lösungsmittel gezählt. Jener Zylinder ist durch eine Luftschicht in einem etwas weiteren umgebenden Zylinder von der Kältemischung usw. getrennt, in die man den weiteren Zylinder einsetzt. Die durch das Verhältnis von Eis und Kochsalz regulierbare Temperatur der Kältemischung soll nicht zu weit (3°) unter der Gefriertemperatur liegen, da man die letztere sonst im allgemeinen zu tief oder, wenn sich ein Eiszylinder an den Wänden bildet, auch wohl zu hoch findet.


Fig. 57.

Der Zylinder wird mit einer gewogenen Menge (vielleicht 20 g) des Lösungsmittels beschickt und dessen Gefrierpunkt nach der oben gegebenen Anweisung wiederholt bestimmt. Ebenso, nachdem man eine gewogene Menge des aufzulösenden Körpers eingeführt hat, der erniedrigte Gefrierpunkt. Man erniedrigt um einige Zehntel Grad, setzt also etwa $\frac{1}{1000}$ bis $\frac{2}{1000}$ g-Molekül zu 10 g des Lösungsmittels. Einen Versuch mit einer zweiten vorher abgewogenen Dosis kann man gleich anschließen.

Beispiel. 1) 20 g Wasser. Nachdem das in 1/100 geteilte Thermometer auf — 0,3 gesunken war, wurde das Gefrieren eingeleitet. Das Thermometer stieg auf + 0,016. 2) 1,00 g Rohrzucker in diesem Wasser gelöst und bis zu — 0,6 gekühlt. Nach Einbringen einer Spur Eis stieg das Thermometer auf — 0,259. Also Gefrierpunktserniedrigung $\tau = 0{,}016 - (-0{,}259) = 0{,}275°$. — Das Molekulargewicht M berechnet sich hieraus, da $p = 1{,}00 \cdot 1000/20 = 50$ und die Konstante für Wasser $G = 1{,}85$ ist, $M = G \cdot p/\tau = 1{,}85 \cdot 50/0{,}275 = 336$. ($C_{12}H_{22}O_{11}$ gibt $M = 342$.)

Differential-Thermoelement; vgl. 43 I. Da der Temperaturunterschied zwischen den beiden Gefriertemperaturen maßgebend ist, so bietet sich als einfachstes und empfindlichstes Verfahren die Anwendung eines Thermoelementes, dessen Lötstellen, die eine in das gefrierende Lösungsmittel, die andere in die gefrierende Lösung eintauchen, nötigenfalls gegen chemischen Angriff oder Nebenschluß durch leitende Flüssigkeiten in eine Glaskapillare eingehüllt.

Vgl. Hausrath, Ann. d. Ph. 9, 522. 1902.

Korrektion wegen des Ausfrierens des Lösungsmittels. Das Ausfrieren erhöht die Konzentration, also soll die dem Gefrieren vorausgegangene Unterkühlung nicht zu beträchtlich sein und das Ausfrieren nicht lange dauern. Die durch Ausfrieren entstandene Erhöhung der Konzentration läßt sich aus der dem Gefrieren vorausgegangenen Unterkühlung $\varDelta$ unter den Gefrierpunkt schätzen. Ist ϱ die Schmelzwärme des Lösungsmittels, c die spezifische Wärme der Lösung, wofür merklich die des Lösungsmittels gesetzt werden darf, so ist durch das Ausfrieren die Konzentration nahe im Verhältnis $1 + c\varDelta/\varrho$ gewachsen. Dauerte das Ausfrieren bis zur Beobachtung längere Zeit, so wird die Korrektion größer. Man kann dann den Verlauf des allmählichen Niedergangs des Gefrierpunkts noch eine Zeitlang beobachten und auf den ersten Augenblick zurückrechnen.

Über ein Verfahren mit reichlicher Eisbildung und nachheriger Analyse der Lösung vgl. Richards, ZS f. ph. Ch. 44, 563. 1903.

Literatur u. a.: Beckmann, ZS f. ph. Ch. 2, 638 u. 715. 1888; 21, 239. 1896; 44, 170. 1903. Über Vorsichtsmaßregeln: Loomis, Wied. Ann. 51, 500. 1894; ZS f. ph. Ch. 37, 407. 1901; Nernst u. Abegg, ZS f. ph. Ch. 15, 681. 1894; Abegg, Wied. Ann. 64, 486. 1898; Jahn, ZS f. ph. Ch. 50, 129. 1905; auch Nernst, theor. Chemie S. 278. 1913 — Über den Gang der Depression in konzentrierteren Lösungen z. B. Abegg, ZS f. ph. Ch. 15, 209. 1894; Jones und Mitarbeiter, z. B. Amer. Ch. J. 38, 683. 1907. — Eine eingehende zusammenfassende Behandlung: Raoult, ZS f. ph. Ch. 27, 618. 1898.

Siehe über methodische und chemische Gesichtspunkte auch die chemischen Lehrbücher, z. B. Nernst, theor. Chem.; Ostwald-Luther; Roth, Ph.-chem. Übungen.

46. Siedepunkt.

Normalen Siedepunkt einer Flüssigkeit nennt man die Temperatur, bei welcher sie unter dem normalen Atmosphärendruck von 760 mm Quecksilber von 0° siedet, d. h. bei welcher ihr Sättigungsdruck 760 mm beträgt.

Die Dampfentwicklung pflegt von der Wand aus stattzufinden, nicht nur weil in der Regel von hier aus geheizt wird, sondern auch weil die Dampfblasenbildung im Innern der Flüssigkeit durch die Kohäsion erschwert wird, während an der Wand eine Gasschicht zu haften pflegt, welche die Adhäsion vermindert. Im Laufe der Zeit vermehrt sich die

Adhäsion zwischen Wand und Flüssigkeit und es entsteht ein „Siedeverzug“, d. h. eine unter Umständen, und zwar besonders bei langsamem Sieden, beträchtliche Überhitzung über den Siedepunkt. Metallwände sind in dieser Hinsicht weniger gefährlich als Glaswände. — Vorteilhaft kann als Wärmequelle auch eine elektrisch geheizte Drahtspirale in der Flüssigkeit sein.

Bei der Messung (Fig. 58) hat man, unter möglichstem Ausschluß der Abkühlung wie besonders der Überhitzung der nicht bespülten Wandflächen, mit der Flamme oder mit einem Bade ein mäßiges gleichförmiges Sieden zu unterhalten, wobei die Siedeverzüge durch Stückchen Platinblech oder noch besser durch einen durch den Gefäßboden durchgeschmolzenen Platindraht eine Zeitlang verhindert werden können. Immerhin bringe man das Thermometer *nicht* in die Flüssigkeit, sondern dicht über die Oberfläche; es überzieht sich mit einer Flüssigkeitshaut und zeigt dann den richtigen Siedepunkt an. (In Lösungen dagegen muß das Thermometer *eintauchen*; vgl. unten.)

Fig. 58.

Über die etwaige Thermometerkorrektion wegen *herausragenden Fadens* s. 40 V. — Über *Rückflußkühler*, die z. B. für Gemische nötig sind, vgl. 8, 27. — Über einen Schwefelsiedeapparat s. S. 166.

Reduktion auf 760 mm Quecksilberdruck. Das Sieden fand unter dem Barometerdruck b statt. Kennt man die Zunahme δ des Siedepunktes auf $+1$ mm Quecksilberdruck in der Gegend von 760 mm für die betreffende Flüssigkeit (Tab. 12; Landolt-Börnstein-Roth S. 484), so korrigiert man durch Addition von $\delta\,(760 - b)$ zum beobachteten S.-P. — Diese Zunahme ist im allgemeinen um so größer, je höher der S.-P. t einer Flüssigkeit liegt. Als empirische Näherung kann durchschnittlich $\delta =$ $(0{,}030 + 0{,}000\,11\,t)$ Grad/mm berechnet werden (für Wasser kommt so 0,041, statt richtig 0,038).

Genauer ist die „Craftsche Regel“, daß bei chemisch verwandten Körpern die obige Größe δ nahe der *absoluten Temperatur* $T =$ $273 + t$ ihres S.-P. proportional ist. Ist also für einen verwandten Körper vom S.-P. t' die Zahl δ' bekannt, so berechnet man sie für den Versuchskörper $\delta = \delta'\,(273 + t)/(273 + t')$.

Über die Änderung des S.-P. bei starken Druckänderungen vgl. 46a und 51.

Siedepunkt einer Lösung.

Zweck ist in der Regel die „ebullioskopische“ Bestimmung der Molekulargröße des gelösten Körpers; vgl. 45 u. 46a.

Gesetz der Siedepunktserhöhung einer Lösung. Durch Auflösung eines Stoffes, der selbst nicht verdampft, vermindert sich der Sättigungsdruck, also erhöht sich der normale S.-P. des Lösungsmittels. So-

lange die Lösung verdünnt bleibt, ist die Änderung proportional der molekularen Konzentration. In 1000 g des Mittels seien gelöst p g des Körpers, also $p/M = \mu$ g-Moleküle, wenn M das Molekulargewicht des Körpers. Dann beträgt die Erhöhung τ des Siedepunktes (vgl. auch 46a)

$$\tau = S \cdot \mu \quad \text{oder} \quad \tau = S \cdot p/M.$$

S ist erfahrungsgemäß (Raoult) für jedes Lösungsmittel konstant, für Äther 2,1, Alkohol 1,16, Benzol 2,7, Chloroform 3,6, Wasser 0,52. S. auch Tab. 12. S berechnet sich (van't Hoff), nach den Anschauungen über den osmotischen Druck, aus der Siedetemperatur t und der Verdampfungswärme σ des Lösungsmittels (Tab. 12)

$$S = 0{,}00198(273 + t)^2/\sigma,$$

z. B. für Wasser $= 0{,}00198 \cdot 373^2 : 538 = 0{,}512$. — Empirisch wird S bestimmt, indem man einen Stoff auflöst, über dessen Molekulargröße in dem Lösungsmittel kein Zweifel besteht.

Über Dissoziation, besonders in wäßriger Lösung, vgl. S. 178.

Aus der S.-P.-Erhöhung τ eines Lösungsmittels von der Konstante S berechnet sich nach obigem das Molekulargewicht des gelösten Stoffes

$$M = S\frac{p}{\tau}.$$

Die besonderen Maßregeln bei der Messung richten sich hauptsächlich gegen die Fehlerquelle der Überhitzung.

Siedegefäß von Beckmann (Fig. 59). Das Gefäß, dessen Boden durch ein mit Wasserglas angeklebtes Stück Asbestpappe gegen die direkte Wirkung des Brenners geschützt ist, steht auf dem Ausschnitt einer Asbestpappe, deren untere Seite mit einem Drahtnetz versehen ist. An den Seiten ist das Siederohr durch einen mit Glaswolle abgedichteten Luftmantel und oben durch eine Glimmerplatte geschützt. Der eine Seitenfortsatz enthält einen von Wasser durchströmten Kühler, der den Dampf kondensiert, so daß die Menge des Lösungsmittels ungeändert bleibt. — Statt des Luftmantels wird auch ein Ringgefäß mit siedendem Lösungsmittel gebraucht.

Fig. 59.

Die Lösung selbst wird so bereitet, daß eine abgewogene Menge Lösungsmittel, etwa 10 bis 20 g, eingebracht wird, deren Siedepunkt man zuerst bestimmt. Abgewogene Mengen des Körpers werden dann mit Pipetten oder in Stücken oder zu Pastillen gepreßt durch den anderen Seitenfortsatz eingeführt. Der untere Teil des Siedegefäßes enthält Glasperlen und Platintetraeder, um das Sieden zu erleichtern und um mit wenig Flüssigkeit auszureichen.

Dampfstromheizung. Manche Fehlerquellen werden vermieden, wenn man die Lösung in der Art sieden läßt, daß Dampf vom siedenden Lösungsmittel hindurchgeführt wird. Nachdem die Temp. stationär geworden ist, bricht man den Versuch ab und bestimmt die Konzentration.

Über Maßnahmen bei den Versuchen, neuere Formen und Literatur (u. a. Dampfstrom- und elektrische Heizung, Anwendung niedrig siedender Flüssigkeiten) s. Beckmann, ZS f. ph. Ch. 63, 177. 1908; 78, 725. 1912. Vgl. z. B. auch Roth, Phys.-ch. Übungen S. 46ff. Vorschläge zur Beseitigung des Siedeverzugs bei A. Kröner, ZS f. ph. Ch. 66, 637. 1909. Über den Einfluß der Füllhöhe auf den Siedepunkt bei Dampfstromheizung s. Berkeley u. Appleby, Proc. R. S. A. 85, 477 u. 489. 1911.

Beispiel. Zu 20 g Wasser wurden 8 g Rohrzucker gesetzt, also $p = 400$ g Zucker in 1000 g Wasser. Das Wasser zeigte den Siedepunkt 99,72°, die Lösung 100,34°; also $\tau = 100{,}34 - 99{,}72 = +0{,}62°$. Hieraus berechnet sich das Molekulargewicht des Rohrzuckers $M = S \cdot p/\tau = 0{,}52 \cdot 400/0{,}62 = 335$ (anstatt $C_{12}H_{22}O_{11} = 342$).

Differential-Thermoelement. Vgl. hierüber S. 180.

46a. Sättigungsdruck.

Unter Sättigungsdruck eines Körpers wird der (nach der Quecksilbersäule von 0° oder nach Atmosphären gezählte) Druck seines gesättigten Dampfes verstanden, welcher durch das Einbringen der Substanz im Überschuß in das Vakuum entsteht, d. h. z. B. bei Zimmertemperatur die Höhe, um welche der Meniskus einer Toricellischen Vakuumröhre dadurch sinkt, daß man die Flüssigkeit in einem kleinen Überschuß in das Vakuum bringt.

Der S.-Dr. wächst beschleunigt mit der Temperatur. Die Temperatur, für welche er 1 Atm. beträgt, ist gleich dem normalen Siedepunkt des Körpers. Eine Näherungsformel für den Zusammenhang zwischen S.-Dr. und Temp. s. 51. Zahlenangaben über S.-Dr., Siedepunkt usw. s. Tab. 12 bis 16.

1. **Statisches Verfahren.** Man stellt ein Toricellisches Vakuum her, indem man ein etwa meterlanges, hinreichend weites, einseitig geschlossenes Glasrohr mit trockenem Quecksilber (8, 1) fast ganz füllt, die anhängenden Luftbläschen mittels der an der Rohrwand gleitenden größeren Luftblase oder vollkommener durch Auskochen beseitigt und das alsdann ganz gefüllte Rohr mit dem Finger verschlossen in Quecksilber umstürzt. An einer Millimeterteilung hinter oder auf dem Rohr oder mit dem Kathetometer (22; 36) liest man die Höhe der Quecksilbersäule ab, die dem Barometerstande nahe gleich sein muß. Man bringt in das Vakuum die luftfreie Substanz im Überschuß, indem man sie unten, eine Flüssigkeit mit einem Spritzchen oder in einem kleinen leichten Fläschchen, welches nötigenfalls mit aufsteigen darf, einführt und aufsteigen läßt. (Bei stark verdampfenden Substanzen das Rohr vorher neigen, bis das Quecksilber oben anstößt, sonst wird das Rohr zertrümmert!)

Fig. 60.

An dem abgebildeten Rohrverschluß (Fig. 60) wird der Stöpsel (hier ein geschliffenes Thermometer, bei dessen Ablesung ev. eine Korrektion wegen des geringen Außendruckes anzubringen ist) durch Quecksilber gedichtet, ev. noch mit einem nicht verdampfenden Schmiermittel, welches von der Flüssigkeit nicht angegriffen wird (8, 22). Alle Manipulationen werden einfach, wenn das Gefäß, in dem das Rohr steht, einen so langen Fortsatz hat, daß man das Rohr ganz einsenken kann. Nach Herstellung und Ablesung des Vakuums gießt man die zu untersuchende Flüssigkeit in den Trichter und lüftet den Stöpsel vorsichtig, bis das Quecksilber und so viel Flüssigkeit eingetreten ist, daß ein Teil unverdampft bleibt, gießt aber alsbald wieder etwas Quecksilber auf.

Die Höhe der Quecksilbersäule sei jetzt $= H'$, während sie unter dem Vakuum $= H$ war. Dann ist $H - H'$, ev. gemäß dem folgenden korrigiert, der S.-Dr. des Körpers.

Zu dem abgelesenen H' ist zuzuzählen erstens $h \cdot s/13{,}6$, wo s das spezifische Gewicht und h die Höhe der nicht verdampften Flüssigkeit auf dem Quecksilber ist; zweitens in höherer Temperatur der S.-Dr. des Quecksilbers selbst nach Tab. 15. Außerdem sind während länger dauernder Versuche die Änderungen des Barometerstandes in leicht ersichtlicher Weise zu berücksichtigen. War bei der Trockenablesung der Barometerstand $= b$, bei der Ablesung mit Dampf aber $= b'$, so hat man H' um $b - b'$ zu vergrößern.

Man liest immer oben am Quecksilbermeniskus ab. Da die Kapillarspannung des Quecksilbers durch den Flüssigkeitstropfen geändert wird, und da dieser ebenfalls eine Kapillarspannung besitzt, so verlangen genaue Messungen, besonders bei geringen Spannungen, ein Rohr, welches an den Ablesestellen 15 bis 20 mm weit ist. — Vor der Ablesung soll man durch vorübergehendes Tieferstellen oder Neigen des Rohres neue Flüssigkeitsteile an die Oberfläche bringen.

Je kleiner der Raum des Vakuums ist, desto größer werden Fehler aus einem Rest Luft; denn dessen Druck vermindert sich bei der Ausdehnung in den größer gewordenen Raum und wird daher nicht etwa nach dem Daltonschen Gesetz eliminiert, wenn man H' von H abzieht.

Flüssigkeiten von größerem Sättigungsdruck kann man über Quecksilber im geschlossenen kürzeren Schenkel eines aufrecht stehenden Heberrohres untersuchen. Der S.-Dr. ist gleich dem äußeren Luftdruck $\pm$ Höhendifferenz des Quecksilbers in beiden

Schenkeln. Verunreinigungen durch schwerer flüchtige Körper werden hier bedenklicher, weil der verdampfende Bruchteil groß und der Rest also stärker verunreinigt ist.

Für andere Temperaturen als Zimmertemperatur muß man den Verdampfungsraum mit einem durchsichtigen Bade (Wasser, Eis und Wasser, Dampf) umgeben und sorgfältig darauf halten, daß kein Teil eine niedrigere Temperatur hat als die beobachtete. Es kommen dann aber auch die Temperaturänderungen der Quecksilbersäule in Betracht, insofern sie die Dichtigkeit des Quecksilbers ändern.

Über die Anwendung des statischen Verfahrens zur Messung des S.-Dr. von Wasser oberhalb 200° bis zur krit. Temp. (370°) s. Holborn u. Baumann, Ann. d. Ph. 31, 945. 1910; unterhalb 50° s. Scheel u. Heuse, ebd. 29, 723. 1909 u. 31, 715. 1910. Messungen in tiefen Temp. an CO_2, O usw. bei v. Siemens, ebd. 42, 871. 1913, und Henning, ebd. 43, 282. 1914.

Über ein Verfahren mit einem Differentialmanometer, an welchem der Dampfdruck und das Vakuum ausgewechselt werden, s. Thiesen u. Scheel, Wiss. Abh. d. P. T. Reichsanst. III, 76. 1900.

2. Dynamisches Verfahren. Aus der Siedetemperatur *t* (46) einer Flüssigkeit erhält man immer einen Punkt der Sättigungskurv , nämlich den Druck *b* (Barometerstand), welcher zu *t* gehört. Sieden unter anderem als atmosphärischem Drucke wird durch ein an den Dampfraum angeschlossenes größeres Luftvolumen von regulierbarer Dichtigkeit („künstliche Atmosphäre") unter Anwendung eines Rückflußkühlers (8, 27) ermöglicht.

Eine neue Ausführung s. Holborn u. Henning, Ann. d. Ph. 26, 833, 1908; siedende Metalle bei Greenwood, ZS f. Elektroch. 1912, 319.

3. Bestimmung im Gasstrom. Durch die Flüssigkeit wird ein in ihr wenig lösliches Gas in gemessenem Volumen geführt, z. B. Knallgas, aus Natronlauge durch einen gemessenen elektrischen Strom entwickelt; 87 u. Tab. 34. Die von dem Gase aufgenommene Dampfmenge ist dieselbe wie im Vakuum bei gleicher Temperatur im gleichen Volumen (Dalton). Diese Menge wird durch Differenzwägung der verdampfenden Flüssigkeit oder durch Absorption in einem zweiten Gefäß ermittelt. — Aus Menge, Volumen, Temperatur und Dampfdichte oder Molekulargewicht ergibt sich der Sättigungsdruck. Vgl. 18 u. 19.

Über Ausführung und Rechnung s. z. B. Gahl, ZS f. phys. Ch. 33, 178. 1900; Gaus, ZS f. anorg. Ch 25, 238. 1900. Eine Anwendung dieser Methode auf S.-Dr. von Metallen bei v. Wartenberg, ZS f. Elektroch. 1913, 482.

4. Unterschiede von Sättigungsdrucken aus molekularer Strömungsgeschwindigkeit (Knudsen). Diese Methode läßt sich nur

auf sehr niedrige Drucke, wie die des Quecksilbers bei gewöhnlicher Temp., anwenden. Es wird der Unterschied der S.-Dr. in zwei durch eine dünne Wand getrennten Räumen, welche die zu untersuchende feste oder flüssige Substanz auf verschiedenen Temperaturen enthalten, aus der Geschwindigkeit beurteilt, mit der die Substanz aus dem Raume höherer Temp. in den Raum niederer Temp. durch ein kleines Loch in der Wand hinüberdestilliert. Aus der in bekannter Zeit destillierten Menge, dem spez. Gewicht des Dampfes und den Dimensionen der Öffnung, welche wenigstens zehnmal kleiner sein müssen als die mittlere Weglänge der Moleküle, läßt sich der Unterschied der S.-Dr. in beiden Räumen berechnen. S. Knudsen, Ann. d. Ph. 29, 179. 1909.

Lösungen.

Das Gesetz (Babo, Wüllner, Ostwald, Raoult), nach welchem der S.-Dr. einer Flüssigkeit durch die Auflösung eines selbst nicht merklich verdampfenden Körpers verkleinert wird, lautet: Enthält die Lösung μ Moleküle des gelösten Körpers auf μ' Moleküle des Lösungsmittels, welchem an sich der S.-Dr. e zukommt, so beträgt die Depression ε des S.-Dr. (Raoult 1888)

$$\varepsilon = e\frac{\mu}{\mu + \mu'}.$$

μ und μ' berechnen sich aus der Masse des gelösten Körpers p und des Lösungsmittels p', wenn M und M' die zugehörigen Molekulargewichte bedeuten, $\mu = p/M$ und $\mu' = p'/M'$. — Die Sättigungsdruckerniedrigung von Lösungen dient also nach folgender Regel zur Ermittelung von Molekülgrößen; es seien p Gewichtsteile eines Körpers in p' Teilen einer Flüssigkeit gelöst. Der S.-Dr. der Flüssigkeit sei e (Tab. 13 bis 16), derjenige der Lösung sei um ε kleiner. Dann verhalten sich die Molekulargewichte

$$\frac{M}{M'} = \frac{p}{p'}\,\frac{e - \varepsilon}{\varepsilon}.$$

Für konzentriertere Lösungen entstehen Abweichungen; s. z. B. Dolezalek, ZS f. ph. Ch. 64, 727. 1908; 71, 191. 1910. Über Elektrolyte vgl. S. 178.

Man kann die vorige direkte Methode anwenden, allein die gesuchte Differenz ε ist hierdurch bei verdünnten Lösungen nicht leicht genug zu ermitteln.

Differenzmethode (Dieterici). Ein empfindliches Manometer (vgl. 36 I, IV, VII) wird durch Hahnverbindungen abwechselnd mit den auf derselben Temperatur gehaltenen Dampfräumen der Lösung und des Lösungsmittels verbunden und zeigt so die gesuchte Differenz an. Die übrigen Apparatenteile werden auf einer höheren Temperatur gehalten. Die Reduktionskonstante des Manometers wird empirisch ermittelt.

Dieterici, Wied. Ann. 50, 47. 1893; 62, 620. 1897.

Siedeverfahren. Die Erniedrigung des S.-Dr. einer Lösung kann man folgendermaßen bestimmen. Man füllt ein „abgekürztes Barometer" (Fig. 61) von mindestens 10, besser 15 mm Weite mit Quecksilber, bringt in den geschlossenen Schenkel eine nicht zu kleine Menge der Lösung und hängt das Ganze in einen Raum, der durch einen starken Dampfstrom des siedenden Lösungsmittels geheizt wird. Der Höhenunterschied der Quecksilbersäulen in beiden Schenkeln gibt die Erniedrigung. Korrektionen s. S. 184.


Fig. 61.

Beispiel. Lösung von $p = 20$ g Rohrzucker in $p' = 100$ g Wasser. Unterschied der beiden Quecksilberhöhen $= 7{,}5$ mm; im geschlossenen Rohr über dem Quecksilber noch 11 mm der 17% Zuckerlösung. Deren spez. Gewicht bei 100° ist nahe $= 1$, also $s = 7{,}5 + 11/13{,}4 = 8{,}32$. Der Barometerstand, auf Quecksilber von 100° umgerechnet, war $e = 747$ mm, also ist

$$M = M' \frac{p}{p'} \frac{e - s}{s} = 18 \frac{20}{100} \frac{747 - 8{,}3}{8{,}32} = 320.$$

In Wirklichkeit $C_{12}H_{22}O_{11} = 342$.

Über die Ermittelung der S.-Dr.-Erniedrigung aus dem Siedepunkte der Lösung s. 46.

Über die statischen Methoden vgl. noch z. B. Lehmann, Molekularphysik II 144. 1889.

47. Bestimmung der Luftfeuchtigkeit (Hygrometrie).

Für die Meteorologie oder für physikalische Zwecke kommen folgende hygrometrische Eigenschaften der Luft in Betracht:

1. Die Dichtigkeit des Wasserdampfes in der Luft, d. h. die in 1 ccm Luft enthaltene Wassermenge in g. Weil die Zahl sehr klein ist, pflegt man sie mit 10^6 multipliziert anzugeben, wodurch man also den Wassergehalt von 1 cbm Luft in g ausgedrückt erhält. Diese Größe heißt in der Meteorologie die absolute Feuchtigkeit der Luft; sie werde mit f bezeichnet.

2. Die relative Feuchtigkeit oder der Sättigungsgrad, d. h. das Verhältnis des wirklich vorhandenen Wassergehaltes zu demjenigen, bei welchem die Luft mit Wasser gesättigt wäre. Diese Größe ergibt sich aus der absoluten Feuchtigkeit f und der Lufttemperatur, zu welcher man aus Tab. 13 das Maximum f_0 des möglichen Wassergehaltes entnimmt, als f/f_0.

3. Der Druck e des Wasserdampfes oder der Dunstdruck.

Wird der Druck in mm Quecksilber gemessen, so hängen Druck e, absolute Feuchtigkeit f und Lufttemperatur t durch die Formeln zusammen:

$$e = 0{,}945\,(1 + 0{,}00367\,t) \cdot f, \qquad f = 1{,}058 \frac{e}{1 + 0{,}00367\,t}, \qquad 1.$$

so daß außer t nur e oder f bestimmt zu werden braucht.

Ableitung: Die Dampfdichte des Wassers ist (S. 88) = 0,622; also wiegt 1 cbm Dampf (18, 19),

$$10^6 \cdot 0{,}622 \cdot \frac{0{,}001293}{1 + 0{,}00367\,t} \cdot \frac{e}{760} = \frac{1{,}058\,e}{1 + 0{,}00367\,t}\,\mathrm{g}.$$

Bequem für das Gedächtnis ist, daß (Tab. 13) e in mm und f in g/cbm einander nahe gleich sind. Außerdem entfernen sich die Werte in mittlerer Temperatur (von 6 bis 30°) im Falle der Sättigung nicht weit von der in Zentigraden ausgedrückten Temperatur selbst.

Nach Kornatz, Diss. Königsberg 1908, wären größere Werte als die theoretische Zahl 0,622 einzuführen.

4. Der Taupunkt, d. h. die Temperatur τ, bei welcher die Luft mit dem vorhandenen Wasserdampf gesättigt sein würde.

I. Taupunkthygrometer (Daniell 1820; Regnault).

In Tab. 13 findet man den zum Taupunkt τ gehörigen Wassergehalt f von 1 cbm Luft sowie den Druck e des bei τ gesättigten Wasserdampfes, den Sättigungsdruck; und zwar ist e ohne weiteres der in der Atmosphäre vorhandene Druck. f verlangt eine Korrektion, weil die Luft an der Taufläche abgekühlt und dadurch verdichtet worden ist. Das aus der Tabelle zu τ entnommene f ist also zu groß und muß mit

$$\frac{1 + 0{,}00367\,\tau}{1 + 0{,}00367\,t} = \frac{273 + \tau}{273 + t}$$

multipliziert werden, wenn t die Lufttemperatur bedeutet.

Man stellt das Instrument so auf, daß die glänzende Fläche dem Auge volles Himmelslicht oder das Licht einer Kerze spiegelt. Am Daniellschen Hygrometer (Fig. 62) wird die mit dem Läppchen bewickelte Kugel durch das Verdampfen aufgetröpfelten Äthers gekühlt, worauf eine Destillation von der anderen Kugel aus und hierdurch auch die Abkühlung der letzteren eintritt. Man kühlt, bis man eine Trübung des glänzenden Ringes bemerkt. Sofort unterbricht man das Verdampfen des Äthers; die Temperatur steigt, und man beobachtet den Stand des Thermometers, bei welchem der Niederschlag zu verschwinden anfängt. Nach einigen orientierenden Versuchen gelingt es, diese beiden Temperaturen einander auf wenige Zehntel Grad zu nähern. Das Mittel nimmt man als Taupunkt τ der Luft. — Man sehe darauf, daß die vom Körper, vom Atmen

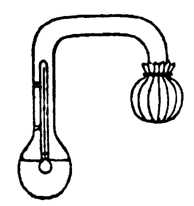
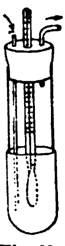


Fig. 62

usw. herrührende Feuchtigkeit möglichst von der Taufläche entfernt bleibt.


Fig. 63.

Am Regnaultschen Hygrometer (Fig. 63) sucht man durch Regulieren des Wasserabflusses aus dem Aspirator eine solche Temperatur des durch den Luftstrom verdampften Äthers zu bewirken, daß auf der glänzenden Fläche ein Niederschlag zeitweilig entsteht und verschwindet. Diese Temperatur ist der Taupunkt.

Vervollkommnete Formen, auch mit Durchblasen von Luft statt Durchsaugen, von Alluard, Crova (s. Chwolson III, S. 777); eine nichts Neues bietende, aber handliche Ausführung auch von Lambrecht.

II. Psychrometer (August 1828).

Die atmosphärische Feuchtigkeit wird aus der Geschwindigkeit bestimmt, mit welcher Wasser in der Luft verdampft, welche Geschwindigkeit wiederum aus der Abkühlung eines befeuchteten Thermometers erkannt wird.

Ist t die Lufttemperatur (Temperatur eines trockenen Thermometers),
t' die Temperatur des feuchten Thermometers,
e' der Sättigungsdruck des Wasserdampfes bei t', wie er aus Tab. 13 entnommen wird,
b der Barometerstand in mm,

so erhält man nach meteorologischen Erfahrungen den wirklichen Druck e, je nachdem

t' über 0° oder unter 0° liegt,

$$e = e' - 0{,}00080\,b\,(t - t') \qquad e' - 0{,}00069\,b\,(t - t').$$

Aus e berechnet sich die absolute Feuchtigkeit f nach der Formel 1 Seite 187.

Obige Konstanten gelten für Beobachtungen in freier, mäßig bewegter Luft. In ruhender Luft sind größere Zahlen einzusetzen, die im geschlossenen kleinen Zimmer um 50 % steigen können. Um bei Zimmerbeobachtungen die Bedingungen der Konstante 0,00080 herzustellen, bewegt man das Psychrometer, am einfachsten, indem man es an einem langen Faden pendeln läßt.

Näherungsformeln. Bei den mancherlei Fehlerquellen des Psychrometers genügt es häufig, für b einen mittleren Barometerstand anzunehmen. Setzt man $b = 750$ mm, so wird

$$e = e' - 0{,}60\,(t - t'), \quad \text{bzw. unter } 0^\circ \quad - 0{,}52\,(t - t'). \qquad 2.$$

Genähert kann man auch f nach der Formel

$$f = f' - 0{,}64\,(t - t') \qquad 3.$$

berechnen, worin man für f' den aus Tab. 13 zu t' entnommenen Wert setzt.

Beispiel. $t = 19{,}42°$, $t' = 13{,}34°$; $b = 739$ mm. Man findet zu t' in Tab. 13 $e' = 11{,}44$ mm. Davon ist abzuziehen $0{,}00080 \cdot 739 \cdot 6{,}08 = 3{,}59$ mm, also ist der Druck $e = 7{,}85$ mm. Hierzu berechnet sich für 19,4° nach Gl. 1 S. 187 $f = \dfrac{1{,}058 \cdot 7{,}85}{1 + 0{,}00367 \cdot 19{,}4} = 7{,}75\,\dfrac{\text{g}}{\text{cbm}}$. Die relative Feuchtigkeit ist $7{,}75/16{,}6 = 0{,}47$.

Die genaue Regnaultsche Formel $e = e' - \dfrac{0{,}480\,b\,(t - t')}{610 - t'}$, bzw. unter Null 689 statt 610, gibt nur in besonders hohen Temperaturen merklich andere Werte als unser Ausdruck.

Fig. 64.

Aspirations-Psychrometer (Assmann), Fig. 64. Temperaturbeobachtungen der Luft werden durch Strahlung gefährdet, besonders im Freien. Deswegen sind die Thermometerkugeln hier von einem polierten doppelten Metallschutzrohr umgeben, durch welches mittels eines Uhrwerkventilators ein Luftstrom mit etwa 2 m/sec Geschwindigkeit gesaugt wird. Man berechnet $e = e' - 0{,}00066 \cdot b\,(t - t')$, unter gewöhnlichen Verhältnissen nahe $= e' - 0{,}5\,(t - t')$. — Auch für nichtmeteorologische Zwecke kann die Anwendung eines Thermometers mit Ventilation wertvoll sein.

Assmann, ZS f. Instr. 1892, 1.

In technischen Hygrometern, die auf gleichem Prinzip beruhen, sind die Quecksilberthermometer durch Widerstandsthermometer ersetzt.

III. Absorptionshygrometer.

Direkt erhält man den Wassergehalt, wenn man ein gemessenes Volumen der Luft durch eine mit Stückchen Chlorcalcium, oder Bimsstein mit konzentrierter Schwefelsäure, oder besser mit wasserfreier Phosphorsäure gefüllte Röhre saugt und das absorbierte Wasser wägt.

Andere, auf das Daltonsche Gesetz (S. 81) gegründete Methoden sind: an einer abgeschlossenen Luftmenge entweder

1. die Druck- oder Volumverminderung bei dem Austrocknen durch Schwefelsäure oder

2. die Zunahme beim Sättigen mit Wasser zu messen.

Zu 1. vgl. Edelmann, Münch. Sitz.-Ber. 1907, 35; zu 2. Salvioni, Nuovo Cimento (5) 3, 390. 1902; Hesehus, J. Russ. ph.-ch. Ges. 34, 331. 1902.

Über den Vorschlag zu einem kleinen Zeigerhygrometer, bei welchem ein qcm Seidenpapier, mit Chlorcalcium getränkt, an einem horizontalen Glasfaden als Hebelarm und Zeiger auf die Torsion eines feinen gespannten Drahtes wirkt, vgl. Hertz, Verh. Berl. Ph. Ges. 1882, 18.

Glyzerin nimmt an der Luft eine Wassermenge auf, die mit dem Feuchtigkeitsgrad der Luft wechselt. Über Versuche, die absorbierte Wassermenge aus dem mit dem Abbeschen Refraktometer (68 III) gemessenen Brechungsindex einer dünnen Glyzerinschicht zu schätzen, vgl. Giraud, Journ. de phys. (5) 3, 900. 1913.

IV. Haarhygrometer (Saussure).

Die Gestalt (Länge, Torsion, Krümmung) hygroskopischer Körper hängt von der Luftfeuchtigkeit ab. Die Einstellung s des Zeigers an der Skale soll die relative Feuchtigkeit in Prozenten geben, also $s = 100 f/f_0$ oder $f = \frac{1}{100} s \cdot f_0$, wo f_0 zu der Lufttemperatur aus Tab. 13 genommen wird. Der Druck e wird aus f berechnet (vgl. S. 187).

Um den 100 %-Punkt zu prüfen, stellt man das Instrument einige Zeit neben Wasser unter eine gut schließende Glocke. Am Koppeschen Hygrometer wird der Zeugstoff, der sonst die durchlässige Hinterwand bildet, genäßt und der abschließende Schieber aufgesetzt. — Der Nullpunkt wird unter einer Glocke mit konzentrierter Schwefelsäure kontrolliert; manche Hygrometer sollen aber durch das Austrocknen Schaden leiden.

Andere Punkte der Teilung werden durch gleichzeitige Beobachtung eines anderen Hygrometers geprüft oder neben wässerigen Schwefelsäurelösungen (Tab. 8); über diesen beträgt nach Herstellung des Gleichgewichts (mit einem Schaufelrad rühren! 8, 28) die relative Feuchtigkeit:

bei	0	10	20	30	40	50	60	70	80 % H_2SO_4
rel. F.	100	95	87	76	57	35	18	7	2 Prozent.

Regnault, Ann. ch. ph. 15, 129. 1845; vgl. Lindeck, ZS f. Instr. 1908, 237.

48. Kalorimetrie. Wasserkalorimeter. Spezifische Wärme, Mischungsverfahren.

Einheit der Wärmemenge oder Kalorie.

Vgl. Warburg, Referat über die Wärmeeinheit, Leipzig 1900; Scheel und Luther, Verh. D. Ph. Ges. 1908, 584.

Als Einheit pflegt man die Wärmemenge zu setzen, welche die Masseneinheit Wasser (1 g oder 1 kg; Gramm- oder Kilogrammkalorie) um 1° erwärmt. Diese Menge ändert sich etwas mit der Temperatur. Da man zumeist mit Wasser von einigen Graden unterhalb Zimmertemperatur mißt, so wird jetzt 15° bevorzugt und hier als „Kal_{15}" zugrunde gelegt:

die Wärmemenge, welche die Masseneinheit Wasser bei 15° (von 14,5 auf 15,5°) um 1° erwärmt.

Außerdem kommen in Betracht:

die Regnaultsche Kalorie von 0 auf 1°, die lange Zeit gebraucht worden ist. Sie wird nahe = 1,008 Kal_{15} anzunehmen sein (vgl. S. 194);

die mittlere Kalorie, der 100te Teil der Wärmemenge, welche die Masseneinheit Wasser von 0 auf 100° erwärmt. Auf diese Menge kann man nämlich das Eisschmelzverfahren am bequemsten zurückführen. Sie kommt nach den bisherigen Bestimmungen, vielleicht auf $\pm$ 0,002 unsicher, der Kal_{15} merklich gleich. Wir setzen also 1 mittl. Kal = 1,000 Kal_{15}. Vgl. auch Behn, Ann. d. Ph. 16, 653. 1905;

die Eis-Kalorie, das ist die zum Schmelzen der Masseneinheit Eis notwendige Wärmemenge. Wir setzen sie, mit einer Unsicherheit von einigen Promille, = 80,0 Kal_{15};

die mechanische Kalorie. Die wissenschaftliche Einheit ist die Wärmemenge, welche der Arbeitseinheit äquivalent ist (51a), also im CGS-System einem „Erg", nämlich derjenigen Arbeit, welche 1 g an einem Orte, wo die Schwerbeschleunigung = 1 cm/sec² wäre, um 1 cm hebt. — Das 10^7-fache entspricht der technischen elektrischen Arbeitseinheit (d. i. sekundliche Arbeit des Stromes 1 A im Widerstande 1 Ω) Wattsekunde oder Joule. Vgl. Anh. 9. Wir setzen 1 Wattsec = 0,239 g-Kal_{15}; 1 CGS = $0,239 \cdot 10^{-7}$ g-Kal_{15}; 1 g-Kal_{15} = $4,19 \cdot 10^7$ CGS = 4,19 Wattsec, (Scheel u. Luther (a. a. O.) leiten ab 0,2388 bzw. 4,188).

Spezifische Wärme (Wärmekapazität).

Spez. Wärme c eines Körpers ist die Wärmemenge oder Anzahl von Kalorien, welche seine Masseneinheit (g oder kg, je nach der Definition der Kalorie) um 1° erwärmt. Die Produkte Ac und Mc, wo A und M das Atom- und das Molekulargewicht bedeuten, bezeichnet man als Atom- und Molekularwärme.

Da die Wärmekapazität der Körper nicht konstant ist, sondern im allgemeinen mit der Temperatur mehr oder weniger wächst, so muß die Temperatur angegeben sein, für welche die Zahl gilt. Bei dem Mischungsverfahren mißt man häufig die Wärmeabgabe zwischen 100° und etwa 15°. Dann wird also die mittlere spez. Wärme zwischen diesen Temperaturen gefunden.

Bei festen und flüssigen Körpern wird fast immer die spez. Wärme c_p „bei konstantem Druck" bestimmt, d. h. die Wärmemenge, bei deren Aufnahme der Körper zugleich die seiner Erwärmung entsprechende natürliche Ausdehnung erfährt. Die spez. Wärme c_v bei konstantem Volumen, also wenn die Ausdehnung durch gesteigerten Druck verhindert wird, ist etwas kleiner. Es gilt die thermodynamische Beziehung

$$c_p/c_v = 1 + \alpha^2 T/s k c_v,$$

wo s die Dichte, α und k den kub. therm. Ausd.-Koeff. und den kub. Kompressib.-Koeff. bezeichnen; bei festen Körpern unterscheidet sich das Verhältnis c_p/c_v von 1 meist nur um wenige Prozente; vgl. 55b am Schluß.

Abhängigkeit der spez. Wärme von der Temperatur.

Gase. Die At.-W. Ac_v einatomiger Gase ist nahe = 3; die Mol.-W. Mc_v normaler zweiatomiger Gase beträgt in gewöhnl. Temp. nahe 5 und nimmt mit wachsender Temp. zu. Insoweit das spez. Wärmeverhältnis c_p/c_v in jeder der beiden Gruppen nahe gleich ist (einatomige 5/3, zweiatomige 1,4; vgl. **50b**), stimmen in jeder Gruppe auch die At.- bzw. Mol.-Wärmen bei konst. Druck nahe überein; Ausnahmen z. B. Cl_2, Br_2 Für drei- oder mehratomige Gase (H_2O, CO_2, NH_3) beträgt die Mol.-W. 6 und darüber. — Da endlich nach dem Avogadroschen Gesetz (S. 80) bei Temp.- und Druckgleichheit gleiche Volumina eine gleiche Anzahl von Molekülen enthalten, so gilt die Gleichheit in jeder Gruppe auch für die Wärmekapazität gleicher Volumina.

Feste Elemente. Hier liegt die At.-W. bei gewöhnl. Temp. im allgemeinen der Zahl 6,3 nahe; Gesetz von Dulong u. Petit, 1819. Am stärksten, und zwar nach kleineren Werten, weichen (Loth. Meyer; Richarz) Elemente von zugleich kleinem Atomgewicht und -volumen ab, besonders Be, B, C, Si. Ihre spez. W. wächst aber mit der Temp. viel rascher als die der übrigen Elemente (H. F. Weber). Neuere Messungen in tiefer Temperatur haben gezeigt, daß sich die spez. Wärme aller festen Körper mit abnehmender Temperatur stark verringert und in der Nähe des absoluten Nullpunkts dem Nullwert zustrebt (Nernst). — In verschiedenen, durch Bearbeitung oder chemische Allotropie bewirkten Modifikationen desselben Körpers hat die dichtere Form (kleineres At.-Vol.) in der Regel die kleinere spez. W.

Theoretische Ableitungen für die At.-Wärmen der Gase und festen Elemente wurden auf Grund von thermodynamischen Theorien der Atombewegung von Boltzmann, Richarz u. a. gegeben. Neuerdings hat Einstein die Plancksche Quantentheorie auf die Wärmebewegung materieller Teile angewandt und dadurch die Veränderlichkeit der spez. Wärme mit der Temperatur ihrem Charakter nach richtig dargestellt. Vgl. Debye, Ann. d. Ph. 39, 789. 1912. Zusammenfassende Darstellungen über Theorie und Versuche bei Eucken, Jahrb. d. Radioakt. u. Elektr. 8, 489. 1912 und Wigand, ebd. 10, 54. 1913; s. auch Verh. d. Conseil Solvay 1911 u. 1913. — Über den gleichen Temperaturverlauf von c_p und α bei Metallen s. Grüneisen, Ann. d. Ph. 33, 33 u. 65. 1910 und Verh. D. Ph. Ges. 1911, 491. Vgl. auch S. 170.

Spez. Wärme des Wassers. Sie nimmt mit wachsender Temp. bis gegen 30° ab, um dann wieder zu wachsen. Von den Bestimmungen dieser Veränderlichkeit kommen hauptsächlich in Betracht, meist von 0° bis 35°, teilweise bis 100° ausgedehnt, solche von Rowland 1879, Bartoli u. Stracciati 1893, Lüdin (Pernet) 1895, Griffiths 1895, Barnes (Callendar) 1900; die Literatur dazu einschließlich Kritik und nachträglicher kleiner Umrechnungen s. bei Warburg (a. a. O.) und Griffiths (Rapports au Congrès I, 224. 1900). Hierzu die Bestimmungen von Dieterici bis 300° mit dem Eiskalorimeter (Ann. d. Ph. 16, 610. 1905) genommen, leiten wir die Tabellen (folg. S.) ab, deren Werte in mittlerer Temperatur, wenigstens von 10 bis 20°, auf wenige Zehntausendstel sicher zu stehen scheinen. Die Zahlen bedeuten die spez. Wärme c_t des Wassers um $t°$, wenn $c_{15} = 1$ gesetzt wird.

Neuere Beobachtungen, deren Mittel von der Tabelle nicht viel abweicht, bei Janke, Beibl. 1911, 5; W. B. u. W. E. Bousfield, Phil. Trans. A 211, 199. 1911 und Callendar, ebd. 212, 1. 1912.

Die beim Erwärmen von t auf τ von der Masseneinheit aufgenommene Wärme ist $= \int_t^\tau c_t dt$; zwischen engen Grenzen, z. B. für $\tau - t = 5°$, merklich $= \frac{1}{2}(c_t + c_\tau)(\tau - t)$.

Spezifische Wärme des Wassers.

0°	1,008	40°	0,9990	140°	1,025	7°	1,0033	15°	1,0000
5	1,0044	50	1,0000	160	1,036	8	1,0028	16	0,9998
10	1,0018	60	1,0017	180	1,048	9	1,0023	17	0,9995
15	1,0000	70	1,0034	200	1,062	10	1,0018	18	0,9993
20	0,9989	80	1,005	220	1,077	11	1,0014	19	0,9991
25	0,9984	90	1,007	240	1,094	12	1,0010	20	0,9989
30	0,9983	100	1,010	260	1,113	13	1,0007	21	0,9987
35	0,9985	120	1,017	280	1,133	14	1,0003	22	0,9986
40	0,9990	140	1,025	300	1,155	15	1,0000	23	0,9985

Kalorimeter.

Die Bestimmung einer Wärmemenge kommt in Frage bei der Messung eines der folgenden durch Wärme erzeugten oder sie erzeugenden Vorgänge. Zu Nr. 1 bis 3 dient fast immer das Wasser.

1. Temperaturänderung eines Körpers; Wasserkalorimeter (Regnault; Neumann, Andrews).
2. Schmelzung eines Körpers; Eiskalorimeter (Black; Lavoisier u. Laplace; Bunsen).
3. Verdampfung eines Körpers; Dampfkalorimeter (Joly; Bunsen).
4. Erzeugung oder Verbrauch mechanischer Energie (Joule; Rowland).
5. Verbrauch elektrischer Energie; elektrisches Kalorimeter (Pfaundler; Callendar u. Barnes; Gaede usw.).
6. Chemischer Vorgang von bekannter Wärmetönung (J. Thomsen).
7. Ausgleich gegen eine anders temperierte Umgebung; Erkaltungs-(Strahlungs)kalorimeter (Dulong u. Petit; Regnault).

Die Methoden sind beschrieben in **48** bis **51a**.

I. Mischungsmethode; feste Körper.

Im folgenden wird die spez. Wärme des Wassers = 1 gesetzt, d. h. es wird angenommen, daß die Mitteltemperatur bei dem Prozeß im Kalorimeter nahe bei 15° liegt. Andernfalls ist nach dem oben Gesagten zu korrigieren.

Eine auf 1/1000 genaue Messung ist nicht leicht; 4stellige Logarithmen (Tab. 53) werden für gewöhnlich genügen.

Der Körper wird gewogen, auf eine gemessene Temperatur Θ erwärmt und mit einer gewogenen Wassermenge von der Tem-

peratur t gemischt. τ sei die gemeinschaftliche Endtemperatur des Körpers und des Wassers. Ist

m die Masse des Körpers,

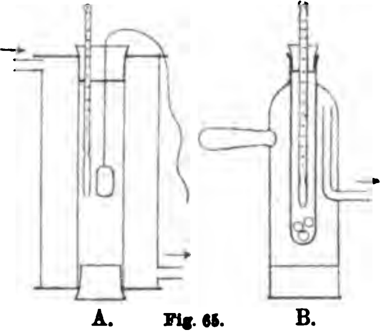
w die Masse des Wassers, vermehrt um den Wasserwert der übrigen Teile des Kalorimeters (siehe unten),

so findet sich die mittlere spez. Wärme c des Körpers zwischen τ und Θ aus der Formel (vgl. noch S. 197)

$$c = \frac{w}{m} \frac{\tau - t}{\Theta - \tau}. \qquad 1.$$

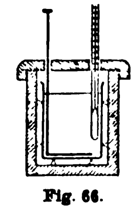
Denn $w \cdot 1 \cdot (\tau - t)$ ist die Wärmemenge, welche das Wasser bekommt; $m \cdot c \cdot (\Theta - \tau)$ hat der Körper abgegeben; beide Mengen sind identisch.

Die anfängliche Erwärmung des Körpers, meist in einem durch siedendes Wasser oder durch Dämpfe von siedendem Wasser äußerlich geheizten, gegen Luftwechsel sorgfältig geschützten Raume (nach Regnault, Neumann, Pfaundler) bewirkt (Fig. 65), muß fortgesetzt werden, bis das darin befindliche Thermometer einige Zeit hindurch stationär geblieben ist. Der erhitzte Körper wird nach Entfernung des Verschlusses aus dem ersten Apparat durch Herablassen am Faden schnell in das untergeschobene Kalorimeter gebracht, dessen Thermometer zu diesem Zweck geeignet gebogen sein mag, aus dem zweiten durch rasches Umkehren.


A. Fig. 65. B.

Wasserkalorimeter.

Ein Gefäß aus poliertem, tunlichst dünnem Blech (Messing, Silber) steht auf einer die Wärme schlecht leitenden Unterlage, etwa Korkschneiden oder gekreuzten Fäden, in einer Schutzhülle, z. B. aus Holz (Fig. 66) oder, vollkommener, aus innen poliertem Blech, umgeben von einem konstant temperierten größeren Wasserbade. Verdunstung soll durch einen guten Verschluß vermieden werden! Während der Beobachtung wird gerührt. — Über Thermometerkorrektionen s. S. 150ff. u. 157.


Fig. 66.

Ist Wasser nicht anwendbar, so nimmt man eine andere Flüssigkeit (z. B. Anilin, Toluol) von bekannter spez. Wärme (Tab. 12).

Man arbeitet mit kleinen Temperaturänderungen im Kalorimeter, etwa bis zu $+5^0$.

Das in der Empfindlichkeit beschränkte, durch Kaliberfehler oder bei feiner Kapillare wegen seiner Trägheit oft unzuverlässige Quecksilberthermometer kann vorteilhaft durch ein elektrisches Thermometer ersetzt werden; **48**, besonders **48** II.

Korrektionen. a) Wegen Miterwärmung der Instrumentalteile. Die Wärmemenge, welche einen Körper um 1^0 erwärmt, d. h. numerisch die ihm kalorimetrisch äquivalente Wassermenge, pflegt man seinen Wasserwert zu nennen. Zu der Masse des Wassers im Kalorimeter ist zu addieren der Wasserwert des Gefäßes, des Rührers und des Thermometers. Die ersteren beiden werden als Masse mal spez. Wärme berechnet (Tab. 11).

Der Wasserwert des Thermometers wird empirisch bestimmt. Man erwärmt es, etwa in erhitztem Quecksilber oder auch über der Flamme (um etwa 30^0) zur Temp. Θ und taucht es rasch in eine gewogene kleine Wassermenge μ, deren Temp. ϑ dadurch auf ϑ' steige. Dann ist $\mu \cdot (\vartheta' - \vartheta)/(\Theta - \vartheta')$ der Wasserwert.

Der Wasserwert eines Stabthermometers läßt sich aus dem Volumen v ccm des eintauchenden Teiles als $0{,}46 \cdot v$ berechnen. 1 ccm Quecksilber und 1 ccm Glas haben nämlich zufällig nahe den gleichen Wasserwert, nämlich $13{,}6 \cdot 0{,}033 = 0{,}45$ und $2{,}5 \cdot 0{,}19 = 0{,}47$ (Tab. 11 u. 12). Man bestimmt v durch Einsenken in die Flüssigkeit eines kalibrierten Rohres oder eines auf der Wage äquilibrierten Gefäßes.

w in Formel 1 bedeutet also das Nettogewicht der Wasserfüllung vermehrt um die Summe der so ein für allemal bestimmten Wasserwerte der festen Teile des Kalorimeters.

Empirische Ermittlung des Gesamtwertes w. Das vorige Verfahren ist nur dann genau, wenn die Wasserfüllung, besonders auch im Vergleich mit den herausragenden Instrumentalteilen eine relativ große Wärmekapazität hat. Empirisch läßt sich der gesamte Wasserwert mittels einer eingeführten bekannten Wärmemenge bestimmen, entweder mittels eines eingebrachten Körpers von bekannter Wärmekapazität (vgl. auch II) oder mittels Erwärmung durch elektrische Energie (**49** II) oder auch aus der Wärmemenge einer im Kalorimeter ausgeführten chemischen Reaktion von bekannter Wärmetönung (**51**). Vgl. auch Jaeger u. v. Steinwehr, Ann. d. Ph. 21, 23. 1906.

Endlich kann noch als Behälter eines zerkleinerten Körpers ein Körbchen in Betracht kommen, welches, mit diesem erwärmt, ins Kalorimeter gebracht wurde. Sein Wasserwert, d. i. das Produkt aus seiner Masse und spez. Wärme, sei $= w'$.

Vollständige Formel. Zur Berechnung der spez. W. aus den beobachteten Größen m, w, w', t, Θ u. τ (S. 195) folgt aus dem Ansatz $(cm + w')(\Theta - \tau) = w(\tau - t)$

$$c = \frac{1}{m}\left(w\frac{\tau - t}{\Theta - \tau} - w'\right). \qquad 1a.$$

b) Wärmeaustausch. Der Wärmeaustausch des Kalorimeters mit der Umgebung wird nach Rumford dadurch eliminiert, daß man die Anfangstemperatur t um ungefähr ebensoviel tiefer als die Zimmertemperatur nimmt, wie die Schlußtemperatur τ höher sein wird. Das zu erwartende $\tau - t$ schätzt man durch einen Vorversuch oder, wenn die spez. Wärme ungefähr bekannt ist, durch Rechnung. Damit dieser Kunstgriff angenähert genügt, dürfen die Temperaturänderungen im Kalorimeter eine mäßige Größe (5°) nicht übersteigen. Auch muß die Zeit, welche zum Übergang der Wärme aus dem Körper in das Wasser nötig ist, kurz sein, weswegen man den Körper, besonders wenn er die Wärme nicht gut leitet, in kleinen Stücken anwendet, die etwa auf einen Faden aufgezogen oder in ein Körbchen gefüllt werden, dessen Wasserwert in Rechnung gesetzt wird; vgl. oben.

Einwurfsfreier verfährt man so: Die Anfangstemperatur t des Kalorimeters sei so tief, daß auch die Endtemperatur τ noch ein wenig unter der Temp. der Umgebung bleibt. 5 bis 10 min lang vor dem Einbringen des heißen Körpers beobachtet man das Thermometer etwa jede Minute und leitet daraus und aus der Lufttemperatur den Temperaturgewinn pro Minute und Grad Temperaturüberschuß der Umgebung ab. Das Einbringen des Körpers geschieht nach der Uhr, und man beobachtet nun das steigende Thermometer etwa von 20 zu 20 sec. Während der ganzen Zeit wird gleichmäßig gerührt. Das Verfahren wird im folgenden Beispiel erläutert.

Gefäß u. Rührer aus Messing wogen $\mu = 19$ g; spez. Wärme des Messings $\gamma = 0{,}093$; also Wasserwert $\gamma\mu = 19 \cdot 0{,}093 = 1{,}8$ g Wasser.
Das Thermometer wurde, auf 45° erwärmt, in 20 g Wasser von 16,25° gebracht; die Temp. stieg auf 17,10°.

Also Wasserwert $= 20 \cdot (17{,}10 - 16{,}25)/(45 - 17{,}1) = 0{,}6$ g Wasser.
Das Wasser wog netto 74,0 g, also $w = 74{,}0 + 1{,}8 + 0{,}6 = 76{,}4$ „ „
Der zu bestimmende Körper wog $m = 48{,}3$ g.
Temperatur des erhitzten Körpers $\Theta = 99{,}7°$.
Anfangstemperatur des Wassers $t = 12{,}05°$.
Gemeinschaftliche Endtemperatur $\tau = 17{,}46°$.

Ohne Korrektion rechnet man $c = \frac{76{,}4}{48{,}3} \cdot \frac{17{,}46 - 12{,}05}{99{,}70 - 17{,}46} = 0{,}1041$.

Korrektion wegen Wärmeaustausches.

Umgebungstemperatur $= 18{,}0°$

Vor-	Uhr	25 min	26	27	28	29	30 min	Mittel
periode	Kalorimeter	11,54°	11,65	11,75	11,88	11,96	12,05°	11,80°.

Das Thermometer stieg also, während die Mitteltemperatur um 6,2° unter der Umgebung lag, in 5 min um 0,51°. Folglich beträgt der Temperaturgewinn pro Grad Überschuß $0{,}51/(5 \cdot 6{,}2) = 0{,}0165°$/min. Auf 30 min 0 sec wurde der heiße Körper eingebracht, der Heizapparat sofort wieder entfernt und nun unter beständigem Rühren beobachtet:

um 30 min	20 sec	40 sec	31	20	40	32	20	40	33 min	Mittel
12,05°	14,7	15,9	16,8	17,2	17,3	17,4	17,44	17,45	17,46°	16,6°.

In diesen 3 Min. lag die Temp. also im Mittel 1,4° unter der Umgebung; von der Wärmeaufnahme aus der Umgebung rührte also der Erwärmungsanteil $0{,}016 \cdot 3 \cdot 1{,}4 = 0{,}07°$ her. Das beobachtete $\tau = 17{,}46°$ ist also um $- 0{,}07°$ zu korrigieren, gibt τ korrig. $= 17{,}39°$, und hiermit aus Formel 1a:

c korrig. $= 0{,}1027$.

Bei der Berechnung der Mitteltemperatur für die Korrektion sind die erste und die letzte Beobachtung mit halbem Gewicht eingesetzt worden, d. h. man hat ihr Mittel 14,8° mit den übrigen acht Werten zum Mittel vereinigt. Bei sehr genauen Bestimmungen stellt man den Gang der Temperatur graphisch dar und entnimmt daraus die Temperaturen etwa für 5 15 25 sec usw.

Ist das Kalorimeter offen, so geht durch Verdunstung etwas Wärme verloren, wodurch das Verfahren einer Ergänzung durch Beobachtung des Temperaturganges nach der Erwärmung bedürftig wird. — Ausführliche Anweisungen über die Verbesserung der Resultate wegen Wärmeverlusts siehe z. B. Müller-Pfaundler III, 10. Aufl. S. 169. 1907; Wüllner, II, 5. Aufl. S. 452, 1896; Chwolson III, 201.

Über Anordnungen, um den Wärmeaustausch mit der Umgebung zu vermeiden, vgl. Hesehus, J. de phys. (2) 7, 489. 1888; Waterman, Phys. Rev. 4, 161. 1896; Richards u. Lamb (für Flüssigkeiten), Proc. Am. Acad. 40, 659. 1905.

Über Bestimmung einer spez. Wärme unter 0° vgl. Behn, Wied. Ann. 66, 237. 1898; Ann. d. Ph. 1, 257. 1900; Schmitz, Proc. R. S. 72, 177. 1903.

Für Messungen zwischen 0 und — 190° haben Nernst, Lindemann und Koref die Kalorimeterflüssigkeit durch einen ausgehöhlten Kupferblock

ersetzt, der sich in einem Vakuummantelgefäß befindet (Koref, Ann. d. Ph. 36, 49. 1911).

Über eine neue Form des Kalorimeters von Favre u. Silbermann, bei dem der ganze Flüssigkeitsinhalt als Thermometer dient, s. Schottky, Phys. ZS 1909, 634.

II. Mischungsmethode; Flüssigkeiten.

1. Die spez. Wärme läßt sich gerade wie unter I ermitteln, wenn man die Flüssigkeit in ein Gefäß eingeschlossen hat, sie mit diesem erhitzt und in ein Wasserkalorimeter einsenkt, wobei man den Temperaturausgleich durch Drehen und Schütteln beschleunigt. Man rechnet nach Formel 1a.

2. Verfügt man über eine größere Flüssigkeitsmenge, so füllt man mit ihr das Kalorimeter, erhitzt einen gewogenen, die Wärme leicht abgebenden Körper (Körbchen mit Kupferstücken) von bekannter spez. Wärme und verfährt wie oben. Bedeuten

Θ, M, C Temperatur, Gewicht und spez. Wärme des erhitzten Körpers,

t, τ, m Anfangs- und Endtemperatur und Nettogewicht der Flüssigkeit,

w' den Wasserwert der festen Teile des Kalorimeters,

so ist die gesuchte spez. Wärme c der Flüssigkeit, und zwar die mittlere zwischen t und τ,

$$c = C\frac{M}{m}\frac{\Theta - \tau}{\tau - t} - \frac{w'}{m}. \qquad 2.$$

3. Oft gebraucht wird das folgende Verfahren (Andrews 1845; Marignac; Pfaundler), welches die Temperaturänderungen vergleicht, welche einerseits die zu untersuchende Flüssigkeit, andrerseits eine bekannte Wassermenge durch die Zufuhr derselben Wärmemenge erfährt.

Als Thermophor (Fig. 67) dient ein Glasballon mit einigen 100 g Quecksilber, der ein vielleicht 2 mm weites Steigrohr mit einer hoch (80°) und einer niedrig gelegenen (25°) Marke hat. Man erhitzt im Quecksilberbade oder vorsichtig über der Flamme bis über die höhere Marke, läßt dann abkühlen und senkt im Augenblick der Einstellung auf diese Marke den Thermophor in die Flüssigkeit ein. Im Augenblick, wo, unter Umrühren, die niedrige Marke erreicht ist, hebt man den Körper heraus und beobachtet wieder die Temperatur der Flüssigkeit.

m, w', t, τ mögen die obigen Bedeutungen behalten; ein gleicher Versuch, bei welchem man denselben Erhitzungskörper in eine Wassermenge w in demselben Gefäß bringt,

Fig. 67.

ergebe die Erwärmung des Wassers von t' auf τ', dann ist offenbar

$$c = \frac{1}{m}\left[(w + w')\frac{\tau' - t'}{\tau - t} - w'\right]. \qquad 3.$$

Denn es ist $(cm + w')(\tau - t) = (w + w')(\tau' - t')$.

Die Endtemperaturen t und t' müssen in den beiden Versuchen ungefähr gleich sein, sonst entsteht eine Korrektion dadurch, daß die Endvolumina des Glases ungleich sind.

Vgl. hierüber Wiebe u. Gumlich, Wied. Ann. 66, 530. 1898; Pfaundler ebd. 67, 439. 1899.

Über abgeänderte Bestimmungsweisen s. Richards u. Lamb a. a. O. S. 663; ferner bei Richards u. Rowe, Proc. Am. Acad. 49, 173. 1913; ZS f. phys. Ch. 84, 585. 1913 ein Verfahren, das als Wärmequelle chemische Prozesse benutzt.

4. Man kann die spez. Wärme einer Flüssigkeit auch in der Weise bestimmen, daß man sie durch ein Kalorimeter strömen läßt, in dem sie ihre Wärme mit einer wärmeren oder kälteren Flüssigkeit bekannter spez. Wärme austauscht, die z. B. durch eine zur ersten Leitung konzentrische fließt. Besonders einfach wird dieses Verfahren, wenn die Temperaturabhängigkeit der spez. Wärme von einer Flüssigkeit bestimmt werden soll. Man kann alsdann für die warme und kalte Röhre denselben Flüssigkeitsstrom benutzen, der zwischendurch eine Erwärmung oder Abkühlung erfährt. Wird in dem Kreislauf von der strömenden Menge nichts verloren, und beträgt diese in der Sekunde m, bezeichnen ferner t_1, t_2 und t_3, t_4 die Eintritts- und Austrittstemperaturen der beiden Ströme, c_{12} und c_{43} die spez. Wärmen zwischen den entsprechenden Temperaturen, und gehen h Kalorien in der Sekunde an die Umgebung des Kalorimeters verloren, so gilt

$$c_{12}(t_1 - t_2) = c_{43}(t_4 - t_3) + \frac{h}{m}.$$

Die Menge kommt also nur in der Korrektion vor, die bei der Einhaltung derselben Temperaturbedingungen durch die Wahl verschiedener Strömungen eliminiert wird.

Callendar, Phil. Trans. A 212, 1. 1912.

49. Spezifische Wärme. Elektrische Methode.

I. Vergleichung spezifischer Wärmen von Flüssigkeiten (Pfaundler 1869).

Zwei Flüssigkeitsmengen werden in gleichen, gegen Wärmeverlust möglichst geschützten (s. z. B. Fig. 74 S. 210) Gefäßen durch denselben elektrischen Strom erwärmt, welcher gleiche Drahtwiderstände aus einer Legierung durchfließt, deren Leitvermögen von der Temperatur möglichst wenig beeinflußt wird (Tab. 30), etwa aus Platinsilber; s. Fig. 68. Zweckmäßig wählt man die beiden Mengen so, daß die zu erwartenden Temperaturzunahmen ungefähr gleich sind. Man nehme ferner die Anfangs-

temperaturen etwa um ebensoviel niedriger als die Zimmertemperatur, wie die Schlußtemperaturen höher sein werden. Hierdurch wird die Wärmeabgabe während des Versuches sowie die Änderung des Drahtwiderstandes durch die Temperatur einigermaßen eliminiert.

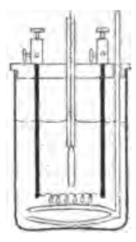


Fig. 68.

Die Flüssigkeitsmenge m samt dem Wasserwert w ihres Gefäßes und Thermometers erwärme sich von t auf τ, die andere Menge m' samt zugehörigem Wasserwert w' der festen Teile von t' auf τ', dann ist $(cm + w):(c'm' + w') = (\tau' - t'):(\tau - t)$, also

$$c = \frac{1}{m}\left[(c'm' + w')\frac{\tau' - t'}{\tau - t} - w\right]. \qquad 1.$$

c' wird $= 1$, wenn die Flüssigkeit m' Wasser ist.

Etwaige Unsymmetrien eliminieren sich am einfachsten durch Vertauschen der Flüssigkeiten und Mittelnehmen aus den beiden gefundenen Resultaten.

Fehlerquellen sind darin gegeben, daß ein Teil des Stromes von dem Drahte ab durch die Flüssigkeit gehen könnte und daß die Temperatur der Drähte, also auch ihr Widerstand, durch ungleiche Wärmeabgabe verschieden sein kann. Reines Wasser leitet sehr wenig; ein Nebenschluß ist bei edlen Metallen, schon der Polarisation wegen, nicht zu fürchten, wenn die Spannung im Drahte unter 2 V bleibt (80 I). Man nehme die Widerstände nicht zu groß. — Das Widerstandsverhältnis R/R' der beiden Drähte läßt sich während des Versuches durch Abzweigung (91 II, 92) ermitteln, oder auch indem die Drähte als Zweige einer Wheatstoneschen Brücke (93) angeordnet werden. Man hat dann $(\tau' - t')/(\tau - t)$ mit R/R' zu multiplizieren.

Vervollkommnete Apparate und eingehende Anleitung wegen der Korrektionen s. in Müller-Pfaundler, 10. Aufl. 1907, III, 183. — S. auch Magie, Phys. Rev. 17, 105. 1903. — Eine Anordnung für andere als Zimmertemperaturen: Bose, Gött. Nachr. 1906, 279.

II. Absolute Bestimmung. Elektrische Kalorimetrie.

Der Strom i A entwickelt in 1 sec die Wärmemenge $0{,}239\, i^2 r = 0{,}239\, iE$ g-Kal, wenn er den Widerstand r Ω durchfließt, bzw. wenn seine Endspannung E V beträgt. Vgl. Anh. 30.

Flüssigkeiten. 1. Der Strom erwärme unter den bei I beschriebenen Verhältnissen und Vorsichtsmaßregeln in z sec die Flüssigkeitsmenge m g

samt den festen Teilen vom Wasserwerte w (s. S. 196) um t Grad; dann gilt $(cm + w)t = 0{,}239\, i^2 r z$, also

$$c = \frac{1}{m}\left(0{,}239\,\frac{i^2 r z}{t} - w\right). \qquad 2.$$

Der Strom wird etwa mit einem geprüften Westonstromzeiger (85, 2) gemessen. Stromschwankungen eliminiert man durch zeitlich regelmäßiges Ablesen und Mittelnahme der beobachteten i oder, wenn die Schwankungen groß sind, von i^2.

Zugleich muß der Wärmeaustausch mit der Umgebung berücksichtigt werden, genähert etwa durch den Rumfordschen Kunstgriff (S. 197) oder durch das Verfahren im Beispiel S. 198; die größere Zeitdauer erschwert die Genauigkeit.

Die Versuchsdauer läßt sich durch große Stromstärke einschränken. Dabei wird aber der Drahtwiderstand unsicher und man mißt statt seiner besser mit einem Spannungsmesser (**101** bis **108**) die mittlere Spannung E an den Drahtenden während des Versuchs in Volt und rechnet mit iE statt mit $i^2 r$.

Über Ausführung in tiefer Temp. vgl. Battelli, Lincei Rend. 1907 I, 248; Phys. ZS 7, 671. 1908.

Elektrische Bestimmung eines Wasserwertes; von Bedeutung besonders in höherer Temperatur bei anderer Füllung als mit Wasser. Steigt die Temperatur unter den bei I beschriebenen Verhältnissen während z sec um t^0, so ist der Wasserwert (48 I) des ganzen Kalorimeters $= 0{,}239\, i^2 r z/t$ oder $= 0{,}239\, iEz/t$. — Über Korrektionen wegen Wärmeaustauschs s. 48 I, b.

2. Methode der andauernden Strömung (Callendar). Die durch eine enge Glasröhre R ($^1/_2$ m lang, 2 mm weit) strömende Flüssigkeit (Fig. 69) wird durch einen elektrischen Strom (falls die Flüssigkeit nicht leitet, in einem durchgezogenen Platindraht, sonst in der Flüssigkeit selbst) erwärmt. Man bestimmt im Beharrungszustande die Temperaturen ϑ_1 und ϑ_2 am Eingang und Ausgang sowie die zugeführte elektrische Leistung iE (vgl. unter Nr. 1). Die in weiteren Ansätzen der Strömungsröhre untergebrachten Thermometer sind von Metallröhren umgeben, die den Strom zuleiten. Die Strömungsröhre liegt in einem evakuierten Zylinder, dessen Wand von einem Wassermantel M auf der Temperatur ϑ_1 gehalten wird.

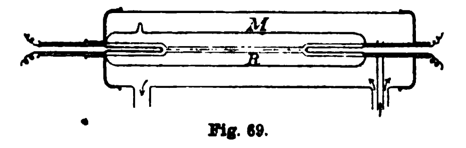


Fig. 69.

Bezeichnet m die in 1 sec durchfließende Menge, so gilt (vgl. oben)

$$(cm + h)(\vartheta_2 - \vartheta_1) = 0{,}239\, iE.$$

Der Wärmeverlust an die Umgebung $h(\vartheta_2 - \vartheta_1)$ wird eliminiert durch Variation von m und iE unter Konstanthaltung des Temperaturfalles $\vartheta_2 - \vartheta_1$.

Callendar, Phil. Trans. A 199, 55; Barnes ebd. 199, 149. 1902.

Feste Körper. 1. Der zu untersuchende Körper wird unmittelbar als Kalorimeter benutzt. Metalle werden in Form von Blöcken K benutzt,

schlechter leitende Stoffe füllt man in Zylinder aus Silberblech. Geheizt wird elektrisch mittels eines innen oder außen isoliert angebrachten Platindrahtes, der gleichzeitig als Thermometer dient. Die Wärmeabgabe wird dadurch eingeschränkt, daß man das Kalorimeter an den Zuleitungsdrähten in einer evakuierten Glashülle aufhängt, die in das Temperaturbad gebracht wird (Fig. 70 nach Nernst). Das Verfahren empfiehlt sich besonders für die Bestimmung bei niedriger Temperatur, wo sich die Temperatur wegen der Zunahme der Wärmeleitung und der Abnahme der spez. Wärme schnell ausgleicht, und wo die Strahlung klein ist. Man erwärmt das Kalorimeter nur um wenige Grade über die Umgebung und erhält so unmittelbar die wahre spez. Wärme. Berücksichtigung des Wärmeaustausches wie S. 198.

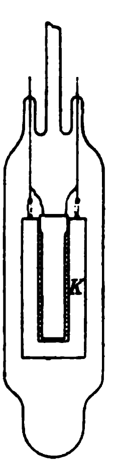
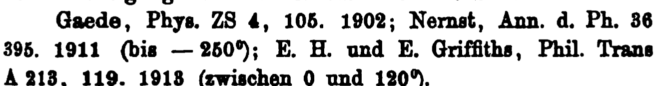


Fig. 70.

Gaede, Phys. ZS 4, 105. 1902; Nernst, Ann. d. Ph. 36 395. 1911 (bis -250°); E. H. und E. Griffiths, Phil. Trans A 213, 119. 1913 (zwischen 0 und 120°).



2. Der Temperaturanstieg durch die Stromdichte i A/cm² in einem Leiter vom spez. Widerstand σ Ω/cm², dem spez. Gew. s und der spez. Wärme c beträgt ohne Wärmeableitung in z sec $0{,}239 z \cdot i^2\sigma/(sc)$. Über ein Verfahren, welches diesen Vorgang benutzt, vgl. Jaeger u. Dießelhorst, Wiss. Abh. d. P. T. Reichsanst. III, 269. 1900. S. auch Lecher, Verh. D. Ph. Ges. 1907, 647; Corbino, Phys. ZS 1913, 915.

49a. Spezifische Wärme. Erkaltungsmethode (Dulong und Petit).

Man vergleicht die Zeiten, in denen Körper unter denselben Umständen sich um gleichviel abkühlen. Höchstens bei Flüssigkeiten oder bei gut leitenden festen Körpern sind brauchbare Resultate zu erwarten.

Ein kleines erwärmtes Gefäß aus dünnem polierten Metall mit einem Thermometer und der eingegossenen Flüssigkeit kühlt sich in einem luftleeren Metallbehälter in temperaturkonstanter Umgebung ab. Beträchtliche Mengen in einem geschlossenen Metallgefäße mit einer Rührvorrichtung mag man auch in der Luft beobachten.

Es sei der Gang des Temperaturüberschusses über die Umgebung bei der Füllung mit zwei verschiedenen Substanzen beobachtet worden. m und M seien die eingefüllten Mengen von den spez. Wärmen c und C (M etwa Wasser, also $C = 1$); w der Wasserwert des Gefäßes samt Thermometer (S. 196); z und Z die Abkühlungszeiten von demselben Anfangs- zu demselben Endüberschuß, am besten der erstere zwei- bis dreimal so groß als der letztere. Dann gilt $(mc + w) : (MC + w) = z : Z$, also

$$c = 1/m \cdot [(MC + w) z/Z - w].$$

Man beobachtet z. B. je von 20 zu 20 sec, stellt die Beobachtungen in einer Kurve dar (6) und entnimmt aus dieser Paare von Zeitpunkten, welche gleichen Anfangs- und Endtemperaturen entsprechen. Aus einem

Paare von Beobachtungsreihen läßt sich so eine Anzahl von Bestimmungen ableiten. Siehe auch 8 III.

Man kann auch beide Versuche in zwei möglichst kongruenten Gefäßen gleichzeitig ausführen. Durch Auswechseln der Flüssigkeiten wird eine Unsymmetrie eliminiert.

50. Spezifische Wärme. Eiskalorimeter.

Zur Verwandlung eines Grammes Eis von 0° in Wasser von 0° werden 80,0 g-Kal_{15} = 335 Wattsec erfordert (Schmelzwärme des Eises). Ferner hat 1 g Eis von 0° das Volumen 1,0908 ccm, 1 g Wasser von 0° dagegen 1,0001 ccm. Wenn das Volumen sich um 1 ccm vermindert, so ist also eine Eismenge 1/0,0907 = 11,03 g geschmolzen.

(Roth leitet 79,7 anstatt 80,0 ab; ZS f. phys. Ch. 63, 441. 1908. Vgl. noch Vincent, Phil. Tr. A 198, 463. 1902; Leduc, J. de phys. (4) 5, 157. 1906.)

Altes Verfahren (Lavoisier und Laplace). Man bringt eine beträchtliche Menge m des Körpers, auf t erwärmt, in trockenes Eis von 0°, welches sich selbst in einer Umgebung von schmelzendem Eise befindet. Wird hierdurch die Eismenge M geschmolzen, so gilt

$$c = \frac{M}{m}\frac{80,0}{t}. \qquad 1.$$

Einfacher dient für eine genäherte Bestimmung ein Eisstück von ebener Oberfläche mit einer Höhlung, in welche der erhitzte Körper eingelegt wird. Während dessen Abkühlung bedeckt man die Platte mit einem ebenen Eisdeckel. Nachher wird das geschmolzene Wasser mit einem kalten Schwämmchen ausgetupft und gewogen (Black, etwa 1760).

Ähnlich kann man spez. Wärmen unter 0° bestimmen, indem man den abgekühlten Körper m in Wasser von 0° eintaucht und den gebildeten Eismantel M wägt. Vgl. S. 198 Schmitz a. a. O.

Eiskalorimeter (H. R. Hermann 1834; Bunsen 1870).

Die geschmolzene Eismenge wird aus der Volumabnahme v bestimmt, welche beim Schmelzen eintritt. Ist v dadurch bewirkt, daß m g eines Körpers sich von t auf 0° abkühlen, so ist nach obigem die spez. Wärme des Körpers

$$c = \frac{v}{m}\frac{11,03 \cdot 80,0}{t} = \frac{v}{m}\frac{882}{t}. \qquad 2.$$

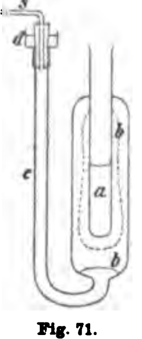


Fig. 71.

Bunsens Kalorimeter (Fig. 71); Pogg. Ann. 141, 1. 1870. Dasselbe besteht aus Glasteilen mit dem aufgekitteten eisernen Aufsatz d. Das Skalenrohr s, sowie d, c und der unterste Teil des weiten Gefäßes b sind mit Quecksilber gefüllt. Über letzterem befindet sich in b ausgekochtes Wasser; das Eis wird in diesem vor dem Versuche mittels einer in a eingefüllten oder mit einem dünnwandigen Probierrohr eingeführten Kältemischung (z. B. Eis und krist. Chlorcalcium) gebildet.

Zum Gebrauch wird das Instrument mit reinem schmelzendem Eis oder Schnee umgeben und das Skalenrohr *s* so weit eingedrückt, ev. mit einem doppelt durchbohrten Hahn der Quecksilberstand so reguliert, daß die Quecksilbersäule vor der Teilung eine hinreichende Länge hat. Nachdem das Gefäß *a*, am besten mit Wasser, sonst mit einer anderen Flüssigkeit beschickt worden ist, welche den zu untersuchenden Körper nicht auflöst, erhitzt man diesen (Fig. 65 S. 195) und läßt ihn in *a* hineinfallen, wobei ein Baumwollpfropf auf dem Grunde des Probierröhrchens dessen Beschädigung verhindert.

Das Quecksilber in *s* nehme nach dem Zurückgehen um *e* Sk.-T. einen stationären Stand ein. Ist das Volumen eines Teiles $= A$ (**24**), die Temperatur des Skalenrohres $= t$, so gilt

$$v = A(1 - 0{,}00018t)e.$$

Empirische Bestimmung des Wärmewertes K eines Skalenteils. 1. Ein leichtes Glaskügelchen von etwa 1 ccm, bis auf einen kleinen Ausdehnungsraum mit einer gewogenen Wassermenge gefüllt, mit etwas Platin beschwert, wird mittels siedenden Wasserdampfes auf t' (nahe 100°) erhitzt und eingebracht; vgl. besonders Fig. 65B S. 195. w sei die Summe der Wasserwerte (über Glas vgl. auch 8, 5), e' die erfolgende Skalenverschiebung; dann entspricht dem Zurückziehen des Quecksilbers um 1 Sk.-T. die Wärmemenge $K = wt'/e'$.

2. K läßt sich mittels einer durch einen elektrischen Strom zugeführten bekannten Wärmemenge bestimmen; vgl. 49 II und S. 192. Ein Strom von i A durchfließe einen durch das Gefäß a gehenden Drahtwiderstand von $r\,\Theta$ oder zeige an dessen Enden die Spannung E V; in z sec bewirke er die Skalenverschiebung e'. Dann ist

$$K = 0{,}239\, i^2 r z/e' \quad \text{oder} \quad = 0{,}239\, E i z/e'.$$

Bewirkt nun ein auf t erhitzter Körper von m g bei der Abkühlung e Sk.-T. Verschiebung, so ist seine spez. Wärme

$$c = K \cdot \frac{e}{m\,t}. \qquad 3.$$

Wägungsverfahren. Dieses wird bei genauen Messungen vorgezogen. An Stelle des Skalenrohres dient ein kürzeres, abwärts gebogenes Rohr mit gut definierter (**44** III) Spitze, welche in ein kleines Gefäß mit Quecksilber taucht. Man bestimmt die bei dem Einbringen des warmen Körpers eingesaugte Quecksilbermenge durch Differenzwägung des Gefäßes. 0,01548 g Quecksilber

entsprechen der 15°-Gramm-Kalorie. (Schuller u. Wartha, Velten, Dieterici).

Wanderung des Quecksilbers. Langsame Eisbildung im unbenutzten Kalorimeter wird schon durch sehr geringfügige Verunreinigungen des Eisbades veranlaßt. Man bestimmt vor und nach dem Versuch die Wanderungsgeschwindigkeit des Quecksilbers und zieht sie pro rata der Versuchsdauer in Rechnung.

Oder man setzt durch Probieren mittels Druckvermehrung, indem man die Mündung des Quecksilbers hebt, den Gefrierpunkt des Wassers im Kalorimeter so weit herunter, daß das Wandern aufhört (Dieterici). Das angesetzte Kapillarrohr ist zu diesem Zwecke zweimal gebogen, so daß man den vorderen horizontalen Teil mit der Ableseskale oder die Mündung mit dem Gefäß höher oder tiefer stellen kann.

Vgl. Schuller und Wartha, Wied. Ann. 2, 359. 1877; Dieterici, ebd. 33, 418. 1888; Ann. d. Ph. 16, 593. 1905. Hier auch Spez.-Wärme-Bestimmungen von Wasser bis 300° in Quarzglasröhren. — Behn, ebd. 16, 653. 1905; E. Griffiths, Proc. Phys. Soc. 26, 1. 1913.

50a. Spezifische Wärme. Dampfkalorimeter (Joly; Bunsen).

Die Dampfwärme des Wassers, d. h. die Wärmemenge, welche die Masseneinheit Wasserdampf bei ihrer Kondensation zu Wasser von gleicher Temperatur abgibt, ist bei Atmosphärendruck gleich 538,7 Kal_{15}; vgl. Henning, Ann. d. Ph. 29, 441. 1909.

Der Körper *m* befindet sich, an einer Wage mit einem feinen Drahte aufgehängt, in einem Raum (Fig. 72), in welchen man plötzlich durch ein weites Rohr Dämpfe von siedendem Wasser so lange einleitet, bis der Körper sich zur Temperatur des Wasserdampfes erwärmt hat. Die auf dem Körper kondensierte Wassermenge *w* wird gewogen. — Die spez. Wärme ist, wenn der Körper die Anfangstemperatur t_0 hatte, der Wasserdampf die Temperatur t (Tab. 14a),

$$c = \frac{w}{m}\frac{538,7}{t - t_0}.$$

Fig. 72.

Der neben dem Aufhängedraht entweichende Dampf wird durch die Wasserluftpumpe oder einen erwärmten Schornstein mittels eines Rohres neben der mit einem durchbohrten Gipspfropf ausgekleideten Öffnung abgesaugt. Gegen Abtropfen von Wasser schützt ein unten an dem Körper befestigtes dünnes Platinblech, dessen eigener Wasserwert von *mc* abgerechnet wird (48 I; Tab. 11). — Vor der Wägung wird der Dampfstrom gemäßigt, weil er sonst das scheinbare Gewicht beeinflußt.

Die Methode muß mit großer Umsicht gehandhabt werden, kann dann aber sehr genaue Werte liefern. Hingewiesen auf die Methode hat zuerst Rosenthal 1878. — Näheres bei Joly, Proc. R. Soc. 41, 352. 1886; 47, 218. 1889; Bunsen, Wied. Ann. 31, 1. 1887; Schukarew, ebd. 59. 229. 1896. — Ein Ätherdampfkalorimeter bei Neesen, Verh. D. Ph. Ges. 1911, 1023. — Eine Wage für Dampfkalorimeter bei Schuller, Beibl. 1907. 929.

Spez. Wärme in tiefer Temperatur; Kalorimeter mit verflüssigten Gasen (Dewar).

Hier wird umgekehrt die durch das Einbringen eines Körpers in ein Dewarsches Gefäß (8, 30) mit flüssiger Luft oder flüssigem Sauerstoff oder Wasserstoff verdampfende Menge mittelst Volummessung oder Wägung bestimmt.

Dewar, Proc. R. S. A 76, 325. 1905 u. 89, 158. 1913 (zwischen — 195 u. — 253°). — Über die Dampfwärmen vgl. Tab. 12a.

50b. Spezifische Wärme der Gase.

Die Temperatur eines Körpers kann durch Zufuhr von Wärme oder auch von äußerer Arbeit erhöht werden, letzteres am übersichtlichsten durch Volumverminderung unter äußerem Druck. Das letztgenannte Mittel wirkt bei festen und flüssigen Körpern, wegen deren geringer Volumänderung, verhältnismäßig unbedeutend; bei Gasen dagegen kommt es mit gleicher Größenordnung in Frage wie die Wärmezufuhr, und zwar schon bei solchen Volumänderungen, wie sie im allgemeinen durch die Temperaturänderung selbst entstehen. Diese Vorgänge werden erschöpfend zusammengefaßt durch die Einführung zweier Begriffe, nämlich der spez. Wärme c_v eines Gases ohne äußere Arbeit, d. h. bei konstantem Volumen (bei gehinderter Ausdehnung), und der spez. Wärme c_p bei konstantem Druck (d. h. wenn die Erwärmung von der ihr entsprechenden Ausdehnung begleitet ist).

a) Für konstanten Druck; c_p (Delaroche u. Bérard 1813; Regnault). S. Tab. 12a.

1. Man leitet die erhitzten Gase in starkem Strome durch ein Wasserkalorimeter Der aus dem Gasometer austretende Gasstrom, mit Hilfe eines Manometers durch einen Regulierhahn möglichst konstant erhalten, wird in einem von einem Heizbade umgebenen engen Schlangenrohr erhitzt. Er tritt von hier in das lange Schlangenrohr (oder handlicher in weitere, mit Metallspänen gefüllte Rohre; Fig. 73) des Wasserkalorimeters durch eine Verbindung, die dem Gasstrome wenig Wärme entziehen, dem Kalorimeter von dem Erhitzungsapparat aus wenig Wärme zuleiten soll; in der Figurenskizze

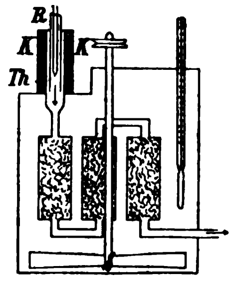


Fig. 73.

nach Holborn und Henning besteht die Wand der gasdichten Kapsel K durch welche das Zuleitrohr R durchtritt, aus einem dünnen, mit einem schlechten Wärmeleiter (Magnesia) ausgekleideten Platinblech. Im Zuleitrohr sitzt, dicht vor der Ausmündung, die Lötstelle Th eines Thermoelements.

Durch besondere Messungen muß man sich überzeugen, ob das Gas allen Wärmeüberschuß an das Kalorimeter abgegeben hat.

Korrektionen. Die, unabhängig vom Gasstrom, dem Kalorimeter zugeführte bzw. entzogene Wärmemenge wird einesteils durch die Wärmezuleitung vom Erhitzungsgefäß bedingt, sodann durch Strahlung usw. gegen die Umgebung. Der erstere Teil kann wegen der verhältnismäßig geringen Temperaturänderung des Kalorimeters während der Versuchsdauer als konstant angenommen werden; er betrage k/min. Der zweite ist proportional der Differenz der Kalorimetertemperatur gegen die Temperatur ϑ der Umgebung (die passend durch einen konstant temperierten Wassermantel gebildet wird). a und k bestimmt man ähnlich wie S. 198, indem man das Kalorimeter vor und nach dem Gasdurchgang etwa je 10 min lang beobachtet. Steigen die Kalorimetertemperaturen, t in der Anfangsperiode und τ in der Endperiode, in der Minute um Δt bzw. $\Delta\tau$, so ist

$$\Delta t = (\vartheta - t)\,a + k \quad \text{und} \quad \Delta\tau = (\vartheta - \tau)\,a + k,$$

wodurch a und k bestimmt sind. Sie dienen zur Korrektion der beobachteten Endtemperatur des Kalorimeters.

Schlußrechnung. Bezeichnet τ die so korrigierte Endtemperatur, w den Gesamtwasserwert des Kalorimeters (S. 196), ferner m die Masse des durchgegangenen Gases, T seine Anfangstemperatur und $\Theta = \frac{1}{2}(t + \tau)$ seine mittlere Endtemperatur, so gilt für die spez. Wärme $c_p = \frac{w}{m}\frac{\tau - t}{T - \Theta}$.

Regnault, Rel. des expér. II. 1862: Luft, O, H, CO, CO_2, NO, NO_2, C_2H_4, C_2H_2, SO_2, CL, NH_3 u. a. bis 200°; E. Wiedemann, Pogg. Ann. 157, 1. 1876: Luft und H zwischen 20 und 100° und CO_2, CO, C_2H_4, NO_2, NH_3 bis 200°; Witkowski, Journ. de phys. (3) 5, 123. 1896: Luft zwischen + 100° und — 170°; Holborn u. Henning, Ann. d. Ph. 23, 809. 1907: N, CO_2, Wasserdampf bis 1400°; Nernst, ZS f. Elektrochem. 1910, 96: NH_3 bis 680°.

2. Die S. 202 beschriebene Methode der andauernden Strömung ist auch auf Gase angewandt worden.

Swann, Phil. Trans. A 210, 199. 1910 (Luft u. CO_2 bei 20 u. 100°); Scheel u. Heuse, Ann. d. Ph. 37, 79. 1912 (Luft bei 20, — 78 u. — 183°) und ebd. 40, 473. 1913 (He, H, O N, CO).

Ein abgeändertes Verfahren für Wasserdampf bei höherem Druck benutzten Knoblauch u. Jakob, Forsch. d. Vereins D. Ing. Heft 35 u. 36, 1906; Knoblauch u. Mollier, ebd. Heft 108 u. 109, 1911.

b) **Für konstantes Volumen; c_v.** Mit dem Dampfkalorimeter (Joly).

An der Wage hängen zwei möglichst gleiche Hohlkugeln aus Kupfer ($2r = 7$ cm), von denen die eine mit dem zu messenden Gase unter hohem Druck (bis 30 Atm.) gefüllt wird. Zu vergleichen sind bei Zimmertemperatur in Luft die Gewichte der Gefäße erstens beide leer, dann das eine gefüllt;

chließlich wird noch nach Zutritt des Dampfes gewogen. Da von dem lasinhalt höchstens etwa $^1/_{18}$ des kondensierten Dampfes stammt, so werden ußer sehr genauer Wägung Korrektionen verlangt, besonders wegen der lusdehnung bei der Erwärmung auf 100° und der dadurch bewirkten Verrößerung des Auftriebs in der Dampfatmosphäre.

Joly, Phil. Trans. A 182, 73. 1891; 185, 943 und 961. 1894.

Ein elektr. Verfahren, ähnlich dem S. 202 für feste Körper angegebenen, ur Bestimmung von c_v für komprimierten Wasserstoff in tiefer Temperatur ei Eucken, Berl. Sitz. Ber. 1912, 141.

Explosionsverfahren.

Ein entzündbares Gemisch aus den Mengen m_1 und m_2 zweier Gase, lie sich in diesem Verhältnis verbinden, wird in einer Bombe durch elekrische Zündung explosionsartig (adiabatisch) zur Verbrennung gebracht; Q sei die bekannte Verbindungswärme (51). m_3 bedeute die Menge eines lritten inerten Gases oder den Überschuß eines der beiden verbrennenden Jase. Beobachtet werde die Ausgangs- und die höchste Temperatur t_0 und t. Wenn dann c_v für das Verbrennungsprodukt und c_v' für das übrige Gas die mittlere spez. Wärme zwischen t_0 und t bedeuten, so gilt offenbar

$$(t - t_0)[(m_1 + m_2)c_v + m_3 c_v'] = Q.$$

Aus mehreren Versuchen, bei denen m_3 variiert wird, lassen c_v und c_v' sich einzeln bestimmen.

t wird aus dem Explosionsdruck berechnet, den man mit einem registrierenden Manometer (Bourdonspirale oder Maschinenindikator) aufzeichnet und nötigenfalls aus der Kurve auf den Anfangswert extrapoliert. Bei sehr hohen Temperaturen (über 2000°) bestimmt man den Druck aus der Stauchung eines kleinen Kupferzylinders (Zerquetschungsmanometer).

Mallard u. Le Chatelier, Ann. des mines (8) 4, 274. 1883; Langen, Forschungsarb. d. Vereins D. Ing. Heft 8, 1903; Pier, ZS f. Elektrochem. 1909, 536 (A, N, H, H_2O).

c) **Verhältnis der spez. Wärmen $\varkappa = c_p/c_v$.** Durch adiabatische Volumänderung (Clément u. Desormes 1819).

Bei der adiabatischen (d. h. innerhalb wärmeundurchlässiger Wände gedachten) Ausdehnung eines Gases gelten für die gleichzeitigen Werte von Volumen (v), Druck (p) und absoluter Temperatur ($T = 273 + t$) die Gleichungen

$$pv^\varkappa = \text{Const.} \qquad Tv^{\varkappa-1} = \text{Const.} \qquad 1.$$

Kommen dem Anfangs- bzw. dem Endzustande die Größen v_0, p_0, T_0 bzw. v_1, p_1, T_1 zu, so ist hiernach $p_1/p_0 = (v_0/v_1)^\varkappa$ und $T_1/T_0 = (v_0/v_1)^{\varkappa-1}$. Für relativ kleine Änderungen Δv, Δp, ΔT findet man hieraus leicht (Gl. 1, S. 9) genähert

$$\Delta p/p = -\varkappa \Delta v/v \quad \text{und} \quad \Delta T/T = -(\varkappa - 1)\Delta v/v. \qquad 2.$$

Aus einer Messung zusammengehörender Quotienten v_1/v_0 und p_1/p_0 oder T_1/T_0 läßt sich mithin $\varkappa$ berechnen.

Die Druckänderungen werden mittels Flüssigkeitsmanometer oder besser mittels empfindlicher Metallmanometer (S. 136 unten) bestimmt. Auch

v_1/v_0 ergibt sich aus einer Druckmessung; nämlich aus dem Drucke p_1', der sich nach dem Versuch herstellt, nachdem die geänderte Temperatur sich gegen die Umgebung binnen einigen Minuten wieder ausgeglichen hat. Gemäß dem Boyle-Mariotteschen Gesetz gilt dann $v_1/v_0 = p_0/p_1'$. Sind die Änderungen relativ klein, und wird $p_1' - p_0 = \Delta p'$ bezeichnet, so kommt nahe $\Delta v/v = -\Delta p'/p$ und nach Gl. 2 einfach $\varkappa = \Delta p/\Delta p'$.

Der Temperatursprung wird mit einem Widerstandsbolometerstreifen ($\frac{1}{1000}$ mm) verfolgt.

Die Volumänderung, meist eine Verdünnung, geschieht durch kurz dauerndes Öffnen einer Hahnverbindung des Versuchsgefäßes mit einem Nachbargefäß von anderem Druck oder mit der Atmosphäre.

Maßgebende Resultate verlangen große Volumina (50 bis 100 l), weil einerseits die Volumänderung, um Oszillationen zu vermeiden, nicht zu plötzlich geschehen darf, andrerseits die durch die Ausdehnung geänderte Temperatur sofort sich auszugleichen beginnt.

Vgl. besonders Röntgen, Pogg. Ann. 148, 580. 1873 (Druck); Lummer u. Pringsheim, Wied. Ann. 64, 555. 1898; Moody, Phys. ZS 1912, 383 (Temp.). Die Berechnung der Beobachtungsergebnisse nach der Zustandsgleichung bei Partington, Phys. ZS 1913, 969.

Über akustische Bestimmung vgl. 56 IV 2.

$\varkappa = c_p/c_v$ beträgt höchstens, nämlich bei einatomigen Gasen 5/3, bei den normalen zweiatomigen 1,4; vgl. Tab. 12a, auch 48, S. 193.

51. Weitere kalorimetrische Messungen.

Eingehendere Behandlung siehe u. a. in Nernst, theor. Chemie und in den Lehrbüchern für phys.-chem. Messungen.

Thermochemische Messungen. Zur Bestimmung der Wärmetönung bei chemischen Vorgängen eignet sich oft das Eiskalorimeter, in welchem man die auf 0° vorgekühlten Körper den chemischen Prozeß vollziehen läßt.

Ein einfacherer Apparat ist z. B. der folgende (Nernst; Fig. 74). Innerhalb eines weiteren Glases ruht auf Korkschneiden ein gegen ein Liter fassendes Becherglas. Wärmestrahlung wird durch Versilberung der einander zugewandten Flächen eingeschränkt. Am besten ist das Vakuummantelgefäß (8, 30); der Wasserwert wird durch eine Reaktion von schon bekanntem Zahlenwert in einer gewogenen Wassermenge ermittelt. Durch einen gut schließenden Holzdeckel gehen ein empfindliches Thermometer, ein Rührer und ein dünnwandiges Reagierglas, in welchem die Reaktion vor sich geht. Will man Verdünnungs- oder Lösungswärmen messen, so kommt die konzentriertere Lösung oder der zu lösende Körper, eventuell fein gepulvert, in den Reagierzylinder, dessen Boden nach erfolgtem Temperaturausgleich durchstoßen wird. Man operiert mit kleinen Temperaturänderungen.

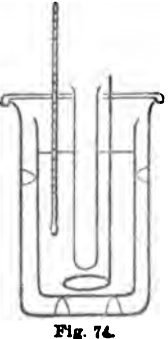


Fig. 74.

Aus den letzteren wird die entwickelte Wärmemenge in folgender Weise berechnet (48 I). Die Flüssigkeitsmenge

m im Becherglas habe die spez. Wärme c, der eingebrachte Körper m' habe c'; die Summe der Wasserwerte von Becherglas, Reagierglas, Rührer und Thermometer sei $= w$ (S. 196), die Temperatur steige von t auf τ, dann beträgt die entwickelte Wärmemenge $(cm + c'm' + w)(\tau - t)$. Vorsichtsmaßregeln und Korrektionen wegen Wärmeaustausches treten ebenso herein wie S. 197.

Absorptionswärmen von Gasen bestimmt man im Prinzip ähnlich wie oben, aber anstatt im Becherglase in einem der Spritzflasche ähnlichen Glaskolben, durch welchen das Gas in die Flüssigkeit tritt. Die absorbierte Gasmenge kann durch Volummessung oder durch Wägung der Flasche vor und nach dem Versuch auf einer empfindlichen Wage oder durch chemische Analyse bestimmt werden.

Schmelzwärme. Eine geschmolzene Menge m des Körpers von der Temperatur t werde in das Eiskalorimeter (50) gebracht. Sein Schmelzpunkt sei $= \tau$ (höher als 0°), seine spez. Wärmen im flüssigen und festen Zustand seien bekannt gleich c und c'. Die geschmolzene Menge Eis sei $= M$. Die Schmelzwärme ist dann

$$\varrho = 80{,}0\, M/m - ct + (c - c')\tau.$$

Liegt der Schmelzpunkt unter 0°, so kann man den Körper fest in das Eiskalorimeter einführen, so daß er in diesem schmilzt, und dann ähnlich rechnen.

Statt 80,0 M kann man setzen 882 v, wenn v die Volumänderung durch das Schmelzen des Eises bedeutet (50).

Verdampfungswärme. 1. Mit dem Eiskalorimeter. Eine Dampfmenge m von der Siedetemperatur t schmelze bei ihrer Kondensation und Abkühlung auf 0° die Eismenge M. Die spez. Wärme der Flüssigkeit sei $= c$. Dann berechnet sich die Dampfwärme $\sigma = 80{,}0\, M/m - ct$. Die Verdichtung des Dampfes geschieht in einem Schlangenrohr mit einem kleinen Kühlgefäß am Ende. — Die Messung ist leicht Fehlerquellen unterworfen.

Ähnlich kann das Wasserkalorimeter dienen (Regnault).

Über einen kleinen Dampfwärmemesser mit Wasserkalorimeter s. Berthelot, Thermochem. Mess., S. 63. — S. auch Louguinine in C. R. u. Ann. chim. phys. seit 1894.

2. Elektrisches Verfahren. Vgl. auch 49. Durch eine abgewogene Flüssigkeitsmenge in einem zunächst verschlossenen Gefäß ist ein elektrischer Heizdraht geführt, etwa eine geeignet gestaltete kleine Glühlampe. Das Gefäß ist von siedendem Dampf der gleichen Flüssigkeit umspült und wird zuerst hierdurch bis zur Siedetemperatur erwärmt. Nun wird das Gefäß geöffnet, dann ein Strom von i A, während die Dampfheizung fortdauert, z sec lang durch den Heizdraht geschickt und nach dem Erkalten durch Wägung die verdampfte Menge m bestimmt. Der Drahtwiderstand betrage r Ω, bzw. seine Endspannung E V. Dann ist

$$\sigma = 0{,}239\, \frac{i^2 r z}{m} \quad \text{bzw.} \quad = 0{,}239\, \frac{E i z}{m}.$$

Für i (81 bis 88) und E (80 II; 100, 101) werden zeitliche Mittelwerte eingesetzt.

Vgl. Marshall und Ramsay, Phil. Mag. (5) 43, 27. 1897; ein ähnliches Verfahren bei Henning, Ann. d. Ph. 21, 849. 1906 u. 29, 441. 1909. Anwendung auf verflüssigte Gase z. B. bei Alt, Ann. d. Ph. 19, 739. 1906.

Ein Verfahren, bei dem hochsiedende Metalle mittels elektr. Heizung im Vakuumrohr verdampft werden, bei Wehnelt u. Musceleanu, Verh. D. Phys. Ges. 1912, 1032.

3. Durch Berechnung aus der Sättigungsdruckkurve. Hat man den Druck p des gesättigten Dampfes einer Flüssigkeit (46a) bei verschiedenen Temperaturen t beobachtet, so werden sich in vielen Fällen die Beobachtungen für kleine Drucke durch die Näherungsformel

$$4{,}57 \overset{10}{\log} p = a \overset{10}{\log}(273 + t) - \frac{b}{273 + t} + c$$

darstellen lassen, wo a, b und c aus den Beobachtungen zu bestimmende Konstanten sind. Die Konstante b, dividiert durch das Molekulargewicht des Dampfes, gibt näherungsweise den Grenzwert, dem die Verdampfungswärme (in g-Kal) von 1 g Flüssigkeit bei sinkender Temperatur zustrebt.

Vgl. H. Hertz, Wied. Ann. 17, 193. 1882; Ges. Abh. I, 215; Greenwood, ZS f. phys. Ch. 76, 484. 1911; v. Wartenberg, ZS f. Elektroch. 1913, 482. Anwendung der Formel auf Wasser bei Nernst, Verh. D. Phys. Ges. 1910, 565. Näheres über Dampfdruckformeln in den Lehrbüchern, z. B. Nernst, theor. Chem. 1913; Planck, Thermodynamik, 4. Aufl. 1913.

Verbrennungswärme. Kalorimetrische Bombe (Berthelot). Die mit Platin oder Email ausgekleidete eiserne Bombe enthält stark verdichteten Sauerstoff. Der eingebrachte Körper wird durch einen galvanisch glühenden Körper entzündet. Die entwickelte Wärmemenge findet sich aus der Temperaturerhöhung des Wasserkalorimeters, welches die Bombe umgibt. Bei der Berechnung ist der Wasserwert (48 I) der Bombe zu dem des Kalorimeters zu addieren.

Gebräuchlich ist die direkte empirische Ermittlung des ganzen Wasserwertes mittels elektrischer Heizung (49 II; vgl. Jaeger u. v. Steinwehr, Ann. d. Ph. 21, 23. 1906) oder einer in der Bombe ausgeführten Reaktion von bekanntem Heizwert; z. B. liefert die Verbrennung von 1 g (Vakuum) Benzoesäure 6330, Rohrzucker 3950 g-Kal (26,47 bzw. 16,54 Kilowattsec; Fischer u. Wrede, Sitz.-Ber. Berl. Ak. 1908, 129).

Heizwert von Leuchtgas: z. B. Kalorimeter von Junkers, in dem die Wärme an durchströmendes Wasser abgegeben wird. ZS f. Instr. 1895, 408.

Bücher: Thomsen, Thermochem. Unters. Leipzig 1882—1886; Berthelot, Thermochem. Messungen, übers. v. Siebert, Leipzig 1893; Hempel, Gasanalyt. Methoden, 4. Aufl. S. 365. 1913; Louguinine, Beschreib. d. Hauptmethoden usw. 1897; Louguinine u. Schukarew, Méth. de calorimétr. 1908.

51a. Mechanisches Wärmeäquivalent.

Übersicht der genaueren Bestimmungsweisen.

Mech. W.-Äqu. $\mathfrak{A}$ heißt die der Wärmeeinheit [Kalorie; 48] gleichwertige mechanische Energiemenge. Die Energieeinheit wird aus dem Heben eines Gewichtes [g-Gewicht $\times$ cm; Dyn $\times$ cm = Erg; Anh. 9]

oder aus der Bewegungsenergie [g $\times$ (cm/sec)^2] oder aus elektrischer Energie [V $\times$ A $\times$ sec = Wattsekunde oder Joule] abgeleitet.

Einheiten. Je nachdem die Krafteinheit aus der Trägheit der Masse (gewöhnlich als CGS-Einheit oder Dyn) abgeleitet oder (als g-Gew. bzw. technisch meist als kg-Gew.) der Erdschwere entnommen wird, entstehen für das mech. Wärmeäquivalent die Einheiten Erg/g-Kal oder aber g-Gew. $\times$ cm/g-Kal bzw. die technische Einheit kg-Gew. $\times$ meter/kg-Kal. Insofern dann als selbstverständlich angenommen zu werden pflegt, daß man die Kalorie auf dieselbe Masse (g oder kg) bezieht wie das gehobene Gewicht, und daß die Wärmekapazität des Wassers gleich Eins gesetzt wird, drückt sich das mech. W.-Äqu. einfach als eine Hubhöhe an der Erdoberfläche aus.

I. Aus der Reibungswärme (Joule 1847).

Ein Gewicht (oder ein Gewichtepaar) P g sinke langsam um die Höhe h cm, übertrage die hierdurch geleistete Arbeit Ph g-Gew. $\times$ cm mittels seines über eine Rolle geführten Aufhängefadens durch Reibung an ein Kalorimeter (48) und entwickele in diesem Q g-Kal. Dann ist

$$\mathfrak{A} = \frac{Ph}{Q} \frac{\text{cm Erdschwere}}{\text{Wärmekap. des Wassers}}.$$

Bremskalorimeter. Die Reibungsarbeit wird durch Rotation erzeugt und aus dem Drehmoment berechnet, welches vermöge der Reibung auf einen mittels Gewichte (oder bekannter Federkraft) so beanspruchten Hebelarm übertragen wird, daß dieser in Ruhe bleibt. r sei die Armlänge, an der eine Kraft (über eine Rolle aufgehängtes Gewicht) Π wirken muß, damit der Arm ruhig bleibt. Dann wird durch Reibung bei einer Umdrehung die Arbeit $\Pi \cdot 2\pi r$ verbraucht, bei n Umdrehungen somit $\Pi \cdot 2\pi r n$. Erzeugen n Drehungen Q Kal, so ist

$$\mathfrak{A} = \Pi \cdot 2\pi r n / Q.$$

Empirisch wird eliminiert die außerhalb des Kalorimeters etwa durch Reibung verbrauchte Arbeit und der Wärmeaustausch gegen die Umgebung (S. 197).

Genaue Messungen von Rowland in verschiedenen Temperaturlagen des Kalorimeters (bei denen das Minimum der spez. Wärme des Wassers entdeckt wurde; vgl. S. 194) Proc. Amer. Acad. 7, 75. 1880. — Miculescu, Ann. chim. phys. (6) 27, 202. 1892. — Demonstrations- und Übungsapparate u. A. von Puluj, Pogg. Ann. 157, 437 u. 649. 1876; Christiansen, ebd. 48, 374. 1893; Grimsehl, Phys. ZS 4, 568. 1903; Rubens, Verh. D. Phys. Ges. 1906, 77; Paschen u. Wolff, Phys. ZS 1911, 113.

Auch die durch Reibung in Kapillaren (Joule) oder durch den Stoß unelastischer Körper (Hirn) erzeugte Wärme läßt sich in theoretisch einfach liegender Weise benutzen (Joule). Eine auf gleichem Prinzip beruhende Methode, Wasser durch eine poröse Porzellanwandung zu pressen, bei Roebuck, Phys. Rev. (2) 2, 79. 1913.

II. Aus dem spez. Wärmeverhältnis c_p/c_v eines idealen Gases (Rob. Mayer 1842).

Vgl. S. 80 u. 209. Eine Volumänderung vollzieht sich hier ohne innere Arbeitsleistung; folglich bedeutet die Differenz $c_p - c_v$ die Wärmemenge, die sich in äußere, auf den Gegendruck p übertragene Arbeit umsetzt, während die Gasmenge Eins um 1° erwärmt wird und sich dabei unter konstantem Drucke vom Anfangsvolumen v zu $v + \Delta v$ ausdehnt. Diese Arbeit berechnet sich folgendermaßen.

Bezeichnet R die „Konstante des betr. Gases“, so gilt $R = vp/T = (v + \Delta v)p/(T + 1)$. Hieraus folgt $p = RT/v$ und $\Delta v = v/T$. Die gesuchte Arbeit wird somit durch $p\Delta v = R$ dargestellt, und es ist

$$\mathfrak{A} = R/(c_p - c_v).$$

Beispiel. 1 g Wasserstoff hat bei 0° C, d. h. bei $T = 273{,}1$ (S. 80) und bei dem Druck 76 cm Hg 0°, d. h. $p = 1033{,}3$ g-Gew./qcm (S. 131) das Volumen (Tab. 12a) $v = 1/0{,}00008985 = 11130$ ccm. Hieraus berechnet sich, v in cm³ und p in g-Gew./cm² gemessen, $R = vp/T = 42110$. — Ferner ergibt sich aus $c_p = 3{,}41$ und $c_p/c_v = 1{,}41$ (Tab. 12a) $c_v = 2{,}4184$, also $c_p - c_v = 0{,}9916$. Somit wird $\mathfrak{A} = 42110/0{,}9916 = 42470$ cm Erdschwere/Kal oder $42470 \cdot 980{,}6 = 4{,}164 \cdot 10^7$ Erg/g-Kal. — Große Genauigkeit der Zahl ist nicht zu erwarten; $c_p/c_v = 1{,}40$ statt 1,41 würde sie um 2 % ändern.

III. Aus der elektrischen Stromwärme (v. Quintus Icilius 1857).

Werden in einem elektrisch durchströmten Leiter die Stromstärke (i) und der Widerstand (R) oder die Endspannung (E) in absoluten CGS-Einheiten gemessen (vgl. besonders Nr. 24, 26, 29 und 30 im Anhang), so stellt i^2Rt oder iEt die innerhalb dieses Leiters in t sec vom Strom verrichtete Arbeit dar. Wird hierdurch innerhalb des Leiters nur Wärme (Q g-Kal.) erzeugt (also nicht etwa chemische oder mechanische Energie), so gilt also

$$\mathfrak{A} = i^2Rt/Q \quad \text{bzw.} \quad = iEt/Q \text{ Erg/g-Kal.}$$

Legt man der elektrischen Messung die praktischen internationalen Einheiten Ampere, Ohm, Volt zugrunde, so geben die Gleichungen $\mathfrak{A}$ in int. Wattsekunden/g-Kal. In die Umrechnung des Resultats auf die CGS-Einheit Erg/g-Kal gehen die absoluten CGS-Werte der internationalen elektr. Einheiten ein. Vgl. 80.

Die in **49** II skizzierte Messung ist einfacher und leichter genau durchzuführen als die Methoden I und II.

Über genaue Messungen vgl. u. a. Dieterici, Wied. Ann. 33, 417. 1888; Griffiths, Phil. Trans. A 184, 361. 1893; Phil. Mag. (5) 40, 431. 1895; Schuster u. Gannon, Phil. Trans. A 186, 415. 1894; Callendar, ebd. 199, 55. 1902 und Barnes, Proc. Roy. Soc. A 82, 390. 1909.

Als zurzeit wahrscheinlichsten Wert leiten Scheel und Luther $\mathfrak{A} = 4{,}188 \cdot 10^7$ Erg/g-Kal_{15} ab. In Hubhöhe entgegen der Schwere unter 45° Breite umgerechnet gibt dies $4{,}188 \cdot 10^7/980{,}6 = 42710$ cm $= 427{,}1$ m. Verh. D. Phys. Ges. 1908, 589; Elt. ZS 1908, 747.

51b. Wärmeleitvermögen.

Wärmeleitvermögen λ (Tab. 11) ist die Wärmemenge (in g-Kal.), welche in der Zeiteinheit durch den Querschnitt Eins (1 cm^2) hindurchfließt, wenn senkrecht zu diesem Querschnitt der Temperaturgradient Eins herrscht, d. h. wenn auf der Strecke Eins (1 cm) die Temperaturänderung = Eins (1° C) ist. Den größten bekannten Wert bei Zimmertemperatur hat Silber, zufällig nahe $\lambda = 1$ g-Kal. $cm^{-1} \cdot Grad^{-1} \cdot sec^{-1}$.

Feste Körper. λ nimmt in der Regel mit wachsender Temp. ein wenig ab. Bei den meisten reinen Metallen stehen die L.-V. λ für Wärme und $\varkappa$ für Elektrizität genähert in demselben Verhältnis (G. Wiedemann); wird λ in g-Kal. cm^{-1} $Grad^{-1}$ sec^{-1} und $\varkappa$ in Ohm^{-1} cm^{-1} (80 I) gemessen, so ist bei Zimmertemperatur ungefähr $\varkappa/\lambda = 6 \cdot 10^5$. — Verunreinigungen können λ stark herabdrücken. — Das L.-V. der Kohle wächst mit der Temperatur. Kristalle haben ein verhältnismäßig hohes L.-V., welches in tiefer Temp. stark ansteigt.

λ durch (Dichte $\times$ spez.W.) geteilt heißt Temperaturleitungskoeffizient.

Zur Messung der Temperaturen an bestimmten Punkten dienen Thermoelemente (48 I).

Vergleichung von Stäben; alte Methode.

Seiner einfachen Hilfsmittel wegen wird das Verfahren (Despretz, Wiedemann, Forbes) als Übungsaufgabe beschrieben.

Die Stäbe sollen gleichen Querschnitt und gleiche Oberfläche (versilbert oder vernickelt) haben. Man erhitzt, etwa mit siedendem Wasser, das eine oder besser beide Enden des einen Stabes, bis die Temperaturverteilung stationär geworden ist. In drei vor Strahlung geschützten äquidistanten Querschnitten I, II und III werde der Temperaturüberschuß u_1, u_2 und u_3 über die Umgebung gemessen; wir bezeichnen $\frac{1}{2}(u_1 + u_3)/u_2 = n$.

Dasselbe Verfahren auf einen anderen Stab angewandt ergebe an drei ebensoweit abstehenden Punkten die Temperaturüberschüsse U_1, U_2 und U_3 und $\frac{1}{2}(U_1 + U_3)/U_2 = N$.

Dann verhalten sich die Leitvermögen λ und Λ

$$\frac{\Lambda}{\lambda} = \left[\frac{\lg(n + \sqrt{n^2 - 1})}{\lg(N + \sqrt{N^2 - 1})}\right]^2.$$

Beweis. Im stationären Zustand empfängt jedes Längenelement dx des Stabes in der Zeiteinheit durch Leitung so viel Wärme, wie es an die äußere Umgebung abgibt. Die letztere Menge ist $\eta u dx$, wenn η das auf die Längeneinheit des Stabes bezogene „äußere Leitungsvermögen" vorstellt. Erstere Menge ist $\lambda \cdot q \frac{d^2u}{dx^2} dx$. η und der Querschnitt q sind für

beide Stäbe gleich. Die Gleichsetzung beider Ausdrücke liefert die Differentialgleichung $\frac{d^2u}{dx^2} = \frac{\eta}{\lambda q} u = \alpha^2 u$, wenn $\frac{\eta}{\lambda q} = \alpha^2$ bezeichnet wird. Das allgemeine Integral der Gleichung ist: $u = C_1 e^{\alpha x} + C_2 e^{-\alpha x}$, wo C_1 und C_2 zwei von der Erwärmung der Endflächen abhängige Integrationskonstanten bedeuten. Nennt man u_1, u_2, u_3 die Temperaturen für drei je um die Länge l auseinanderliegende Querschnitte, so findet man durch Einsetzen von x, $x+l$ und $x+2l$ für x in obige Gleichungen nach Elimination von C_1 und C_2 die Beziehung $e^{\alpha l} + e^{-\alpha l} = (u_1 + u_3)/u_2 = 2n$ (siehe oben). Hieraus folgt

$$e^{\alpha l} = n + \sqrt{n^2 - 1}, \quad \text{also} \quad \alpha^2 l^2 = \frac{\eta}{\lambda q} l^2 = [\lg \operatorname{nat} (n + \sqrt{n^2 - 1})]^2.$$

Dieselbe Gleichung mit Λ und N für den zweiten Stab aufgestellt und in die erstere dividiert liefert den zu beweisenden Ausdruck.

Die Temperaturen bestimmt man mit Thermoelementen aus ganz feinen zusammengelöteten Drähten (Konstantan — Eisen), deren eine Lötstelle in feine Bohrungen der Stäbe eingesenkt oder auch wohl, mittels Gewichtchen an den Drahtenden, auf den Stab aufgedrückt ist, während die anderen Verbindungen in der umgebenden Luft liegen. Vgl. 43 I.

Vgl. noch Wiedemann und Franz, Pogg. Ann. 89, 467. 1853.

Zurückführung des absoluten L.-V. λ auf das äußere L.-V. η. Es folgt aus der letzten Gleichung im obigen Beweise:

$$\lambda = \frac{\eta}{q} \frac{l^2}{[\lg \operatorname{nat}(n + \sqrt{n^2 - 1})]^2}.$$

Eine genäherte Bestimmung von η/q kann nun so ausgeführt werden: Man erwärmt den Stab gleichmäßig, legt ihn ebenso hin wie vorher und beobachtet nahe der Mitte mit dem Thermoelement zu mehreren Zeiten t', t'', ... die zugehörigen Temperaturüberschüsse u', u'' ... Die letzteren sollen von derselben Größenordnung gewählt werden wie die u_1, u_2 .... oben. Nennt man s die Dichtigkeit, c die spez. Wärme des Stabes (Tab. 2 u. 11), so ist

$$\frac{\eta}{q} = cs \frac{\lg \operatorname{nat} u' - \lg \operatorname{nat} u''}{t'' - t'}.$$

Denn im Zeitelement dt wird pro Längeneinheit des Stabes nach außen abgegeben die Wärmemenge $dQ = \eta u\, dt$; hierdurch ändert sich die Temp. um $du = -dQ/(qcs) = -\eta u\, dt/(qcs)$. Folglich ist $du/dt = -\eta u/(qcs)$ und integriert $qcs \log \operatorname{nat} u = C - \eta t$. Also ist:

$$qcs (\lg \operatorname{nat} u' - \lg \operatorname{nat} u'') = \eta (t'' - t').$$

Vergleichung von Platten mittels Schmelzkurven (Voigt).

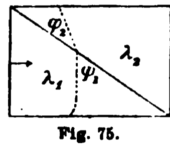


Fig. 75.

Zwei aneinander gekittete dünne Platten gleicher Dicke (Fig. 75) sind mit einer sehr dünnen Schicht eines Körpers von gut charakterisiertem Schmelzpunkte (Elaidinsäure mit etwas Wachs-Terpentin gemischt) überzogen. Durch Anlegen einer von den Kanten, am besten der

kürzeren Kante des besseren Leiters, an einen erwärmten guten Leiter (amalgamierten Kupferklotz) entsteht ein Wärmestrom, dessen Isothermen in der Trennungslinie geknickt sind, und zwar gilt im stationären Zustand (Fig. 75)

$$\lambda_1 : \lambda_2 = \operatorname{tg}\varphi_1 : \operatorname{tg}\varphi_2 .$$

Die Winkel werden aus den beiderseitigen Tangenten an der Schmelzkurve ermittelt.

Über Ausführung sowie Anwendung auf Kristalle vgl. W. Voigt, Wied. Ann. 64, 95. 1898; Legierungen: F. A. Schulze, Ann. d. Ph. 9, 560. 1902.

Absolutes Leitvermögen.

1. Messungen mit Zeitbestimmung.

Man kombiniert Messungen von örtlichen und zeitlichen Temp.-Änderungen derartig, daß zwei Gleichungen entstehen, aus denen das innere und äußere L.-V. einzeln abzuleiten sind.

a) Der zeitliche Temperaturverlauf wird an zwei Punkten eines Stabes oder Ringes gemessen, der sich abkühlt, nachdem ein Querschnitt erwärmt worden war (F. Neumann).

b) Die eine Fläche eines Würfels oder Stabes wird durch plötzliches Bespülen oder Bestrahlen einer dauernden Temperaturänderung ausgesetzt und die Temperatur an Punkten im Innern als Funktion der Zeit gemessen. Das äußere L.-V. hat hier geringen Einfluß (Kirchhoff und Hansemann).

c) Ein Stabende oder beide Enden werden periodischen Erwärmungen ausgesetzt; die entstehenden Wärmewellen werden in zwei Querschnitten beobachtet (Angström; H. Weber).

d) Ein Stab wird zeitweilig an einem Ende erwärmt und demnächst sich selbst überlassen. Der Temp.-Verlauf wird sowohl während der Erwärmung wie während der Abkühlung an mehreren Punkten gemessen (Lorenz).

Zu a: Glage, Ann. d. Ph. 18, 904. 1905. Daselbst auch die frühere Literatur, besonders H. F. Weber. — Zu b: Kirchhoff und Hansemann, Wied. Ann. 9, 1. 1880; Schulze, ebd. 66, 207. 1898; Grüneisen, Ann. d. Ph. 3, 43. 1900; Giebe, Verh. D. Phys. Ges. 1903, 60. — Zu c: Angström, Pogg. Ann. 114, 513. 1861 und 123, 628. 1864; Heinrich Weber, ebd. 146, 257. 1872. — Zu d: Lorenz, Wied. Ann. 13, 422. 1881. — Ferner: Lees, Phil. Trans. A 208, 381. 1908. Eine Zusammenstellung bei Dießelhorst, Enzykl. d. math. Wiss. V, 4. S. 208. 1905.

2. Messung mittels des stationären Zustandes bei elektrischer Heizung (F. K.).

Ein konstanter elektr. Strom durchfließt einen Metallstab, dessen seitliche Oberfläche gegen Wärmeabgabe möglichst geschützt ist, so daß die Stromwärme durch die in Bädern von konstanter Temp. befindlichen Enden austreten muß. Nachdem die Erwärmung stationär geworden ist, mißt man die Unterschiede der Maximaltemperatur in der Stabmitte gegen zwei beiderseitig gleich weit entfernte Punkte und nimmt aus den beiden nahe gleichen Differenzen das Mittel; es heiße U. Außerdem wird die elektr. Spannung (Potentialunterschied) V zwischen den beiden äußeren Punkten gemessen; vgl. **101** bis **103**.

Dann ist, wenn $\varkappa$ das elektr. L.-V. (Beweis s. unten),

$$\lambda/\varkappa = \tfrac{1}{8} V^2/U.$$

$\varkappa$ ermittelt man gleich bei demselben Versuch als $\varkappa = i \cdot 2l/(qV)$, wo i die Stromstärke, $2l$ der Abstand zwischen den Punkten I und III und q der Querschnitt des Stabes ist. i in A, V in V, l und q durch cm gemessen gibt $\varkappa$ in $\Theta^{-1}\,\mathrm{cm}^{-1}$. In dem so berechneten λ ist als Wärme-(Arbeits-)Einheit die Wattsekunde angenommen. Durch Multiplikation mit deren Verhältnis zur g-Kalorie 0,239 (Anh. 30) wird λ in gewöhnlichem Maße erhalten.

Beweis der Formel. Das Element dx des Stabes hat den Widerstand $dx/(\varkappa q)$, erhält also in 1 sec die Stromwärme $i^2 \cdot dx/(\varkappa q)$ Wattsec. Durch Wärmeleitung gibt es ab die Wärmemenge $-\lambda q\,(d^2u/dx^2)\,dx$. Beide Mengen sind im stationären Zustande identisch, also folgt $-\dfrac{d^2u}{dx^2} = \dfrac{i^2}{\lambda \varkappa q^2}$, als erstes Integral $-\dfrac{du}{dx} = \dfrac{i^2}{\lambda \varkappa q^2}x + C$ und als zweites $-u = \dfrac{i^2}{\lambda \varkappa q^2} \cdot \dfrac{x^2}{2} + Cx + C'$. Werden u und x von dem Maximalpunkt als Nullpunkt gezählt, so ist, weil daselbst $du/dx = 0$ ist, nach der ersten Integralgleichung $C = 0$, und nach der zweiten auch $C' = 0$, weil für $x = 0$ auch $u = 0$ sein soll. So entsteht $-u = \dfrac{i^2}{\lambda \varkappa q^2} \cdot \dfrac{x^2}{2}$, also für jeden der beiden äußeren Punkte die (negative) Differenz gegen die Mitte $U = \dfrac{i^2}{\lambda \varkappa q^2} \cdot \dfrac{l^2}{2}$. Der Widerstand zwischen beiden Punkten ist $2l/(\varkappa q)$, also $i = \tfrac{1}{2} V \varkappa q/l$. Dies eingesetzt kommt $U = \tfrac{1}{8} \varkappa V^2/\lambda$.

Über die Ausführung, Berücksichtigung der Veränderlichkeit von λ und $\varkappa$, Elimination des Restes äußerer Wärmeleitung vgl. F. K., Ann. der Ph. 1, 145. 1900 und besonders Jaeger und Dießelhorst, Wiss. Abh. d. P. T. Reichsanst. III, 269. 1900. Vorschläge zur Anwendung der Methode auf kleine Stäbchen bei Dießelhorst, ZS f. Instr. 1902, 115; 1903, 115.

3. Methode der stationären Strömung.

Man läßt Platten, besonders aus schlechten Leitern, bei bekannter Temp. ihrer Oberflächen, stationär quer durchströmen. Kalorimetrische Messung der durchgehenden Wärmemenge gibt absol. L.-V.; Focke, Wied. Ann. 67, 132. 1899. Über die Benutzung der elektr. Heizung, bei der statt Platten auch Zylinder und Kugeln gebraucht werden, s. Lees, Phil. Tr. A. 204, 433. 1905; Nusselt, Mitt. üb. Forsch. d. Ver. D. Ing. Heft 63 u. 64, 1909; Gröber, ebd. Heft 104. 1911; Poensgen, ebd. Heft 130. 1912. Anwendung der Plattenmethode auf gut leitende Nichtmetalle, bes. Kristalle, bei Eucken, Ann. d. Ph. 34, 185. 1911.

Flüssigkeiten. Die Messungen, grundsätzlich ebenso ausführbar wie an festen Körpern, werden durch die Konvektion der Wärme mittels Strömungen erschwert. Über die Methoden, die sich je nach der Anwendung eines veränderlichen oder eines stationären Zustandes unterscheiden, s. besonders H. F. Weber, Wied. Ann. 10, 668 u. 11, 345. 1880; Christiansen, ebd. 14, 23. 1881.

Gase. Bei der Messung der kleinen (bis hinab zu einigen mm Quecksilber vom Drucke unabhängigen, mit wachsender Temperatur zunehmenden) Leitung ist außer der Strömung die Strahlung zu eliminieren. Zu ersterem Zweck dient die Anwendung kleiner Dimensionen und besonders geringer Dichte. Die Strahlung läßt sich nach vollständigem Evakuieren bestimmen (Kundt u. Warburg).

Messung mit stationärem Zustand. Ein in der Achse eines mit dem Gas gefüllten Glas- oder Metallzylinders vom lichten Durchmesser $2r_2$ ausgespannter Draht (Durchmesser $2r_1$) wird elektrisch geheizt, während der Zylinder auf konstanter Temperatur (u_2) erhalten bleibt. Nach Einstellung des stationären Zustandes mißt man Stromstärke und Widerstand des Drahtes und erhält daraus die in der Zeiteinheit durch Leitung und Strahlung dem Draht entzogene Wärme Q sowie die Temperatur (u_1) des Drahtes, für dessen Widerstand der Temperaturkoeffizient vorher zu bestimmen ist. Ist l die Länge des Drahtes, so berechnet sich das Wärmeleitvermögen λ aus

$$Q = \lambda \frac{2\pi l (u_1 - u_2)}{\lg\operatorname{nat} r_2 - \lg\operatorname{nat} r_1} + S,$$

wo der Strahlungsverlust S durch einen besonderen Versuch nach vollständigem Evakuieren bestimmt wird.

Schleiermacher, Wied. Ann. 34, 623. 1888; u. a. auch Schwarze, Ann. d. Ph. 11, 303. 1903; Günther, Diss. Halle 1906. Anwendung in tiefer Temp. bei Eucken, Phys. ZS 1913, 324.

Bei Berechnung der Wärmeleitungskonstante von Gasen ist der mit sinkendem Druck wachsende Temperatursprung zwischen Gas und festen Wänden zu beachten, durch den eine Abnahme der Wärmeleitung durch das Gas mit sinkendem Druck bewirkt wird. Der Einfluß des Temperatursprungs hängt von den Apparatdimensionen und von der Oberflächenbeschaffenheit der festen Wände ab, außerdem von der Natur des Gases.

Vgl. hierüber besonders v. Smoluchowski, Wied. Ann. 64, 101. 1898; Warburg u. Gehrcke, Ann. d. Ph. 2, 102. 1900; Soddy u. Berry, Proc. Roy. Soc. A 83, 254. 1910; Knudsen, Ann. d. Ph. 34, 593. 1911.

Über die Änderung des Wärmeleitvermögens mit der Temperatur und über seine Beziehung zur Molekularwärme und inneren Reibung der Gase vgl. z. B. Eucken, a. a. O.

Ausführliche Literaturangabe und Resultate (für Flüss. u. Gase) in Winkelmanns Handbuch, 2. Aufl. III, 514 ff. 1906; Wüllner, 5. Aufl. II, 304. 1896; Chwolson III, 324 ff.

Wärmestrahlung siehe **72a.**

Elastizität und Schall.

52. Bestimmung des Elastizitätsmoduls durch Dehnung.

Elastizitätsmoduln s. in Tab. 20.

Die Gestaltsänderung eines festen Körpers durch deformierende Kräfte heißt eine elastische, wenn sie nach Aufhören der Kräfte vollkommen verschwindet. — Kleine Deformationen wachsen den Kräften proportional; Hookesches Gesetz. Mit anderen Worten, durch eine elastische Deformation D entstehen in dem Körper molekulare, der Deformation entgegenwirkende, mit D proportionale Kräfte P.

Der Elastizitätsmodul (oder -koeffizient) charakterisiert die elastische Stärke des Materials dadurch, daß er für einen definierten Fall das Verhältnis P/D angibt. — Praktisch unterscheidet man den El.-Modul der Dehnung und den der Torsion. Der erstere, auch El.-Modul schlechthin genannt, bezeichnet die Kraft, welche sich durch eine Abstandsänderung paralleler Schichten entwickelt; über die zugehörigen Querverschiebungen vgl. 55a. Über Torsion vgl. 55.

Ein Zylinder (Draht, Stab) habe die Länge l, den Querschnitt q; eine ausdehnende Kraft P bewirke eine Verlängerung λ, welche nach dem Aufhören der Kraft wieder verschwinde. Dann ist, wenn man den El.-Modul der Ausdehnung durch E bezeichnet, innerhalb der Proportionalitätsgrenze

$$\lambda = \frac{1}{E}\frac{l}{q}P \qquad \text{oder} \qquad E = \frac{l}{\lambda}\frac{P}{q}.$$

E ist also das Verhältnis der Belastung, welche an einem Zylinder von der Länge und dem Querschnitt Eins angebracht wird, zu der dabei entstehenden Verlängerung; oder auch die Belastung, welche die Länge eines Drahtes vom Querschnitt Eins verdoppeln würde, wenn das anfängliche Verhältnis der Verlängerung zur Belastung bis dahin bestehen bliebe.

Die Zahlengröße für einen El.-Modul hängt von den Einheiten ab, in denen Querschnitt und Gewicht gemessen werden.

Gebräuchliche technische Definition, E. Man pflegt die dehnende Kraft in kg-Gewichten, den Querschnitt meist in qmm zu messen (die Längeneinheit hebt sich heraus); Einheit von E ist dann das kg-Gew./mm².

Elastizitätsmodul E im CGS-System. Betrachtet man g, kg usw. nicht als Gewichts-, sondern als Masseneinheiten, so ist die dehnende Kraft $= gP$, wo g die Schwerbeschleunigung bedeutet. Die Krafteinheit des CGS-Systems, das „Dyn", d. h. das Gewicht der Masse eines Gramms an einem Orte, wo die Fallbeschleunigung 1 cm/sec² betrüge, ist also $g$mal kleiner, mithin der El.-Modul $g$mal größer, als wenn das Gramm als Gewichtseinheit genommen wird. Einen in kg-Gew./mm² ausgedrückten El.-Modul E hat man also, um den El.-Modul E Dyn/cm² im CGS-System zu erhalten, erstens mit kg/g = 1000, ferner mit cm²/mm² = 100 und endlich mit $g = 981$ cm/sec², also mit 98100000 zu multiplizieren. Vgl. Anh. 13.

E geteilt durch die Dichtigkeit gibt das Quadrat der Schallgeschwindigkeit im Körper in (cm/sec)². Vgl. 53.

Mit wachsender Temperatur sinkt der El.-M. merklich, je nach dem Material recht ungleich; vgl. Tab. 20.

Kristalle. Die Elastizität von Kristallen („äolotropen" Körpern), d. h. von Körpern, die in allen ihren Teilen gleich beschaffen sind, deren elastische Eigenschaften jedoch, in jedem Punkte in derselben Weise, von der Richtung abhängen, läßt sich nicht durch zwei, sondern nur durch eine größere Anzahl von Elastizitätskonstanten erschöpfend beschreiben, die im allgemeinsten Falle auf 21 steigt. Zurückgeführt werden die Erscheinungen auf je drei voneinander unabhängige, aufeinander senkrechte „Hauptspannungen" und „Hauptdilatationen".

Über Kristallelastizität und ihre Literatur s. W. Voigt, Kristallphysik, Leipzig 1910.

Wir beschränken uns auf homogene, als isotrop angenommene Körper.

Bestimmung des Elastizitätsmoduls. Man befestigt das obere Ende des Drahtes (oder Stabes), belastet das untere wenn nötig zuerst so weit, daß der Draht gestreckt ist, und mißt seine Länge l. Der Querschnitt (vgl. S. 222) betrage q qmm. Man fügt eine Mehrbelastung P kg hinzu und bestimmt die Längenänderung λ, in derselben Einheit wie l ausgedrückt. Dann gilt

$$E = \frac{l}{\lambda}\frac{P}{q}\frac{\text{kg-Gewicht}}{\text{mm}^2}.$$

Die Belastungsgrößen variiert man; vgl. das Beispiel, aber auch S. 224 über Elastizitätsgrenze, elastische Nachwirkung und Abhängigkeit des El.-M. von der Dehnung.

Fig. 76.

Kann das obere Ende als unverschiebbar gegen die Meßvorrichtung am unteren Ende angenommen werden, ist z. B. ein dünner Draht dicht vor einem soliden vertikalen Maßstabe an diesem befestigt (Fig. 76), so mag man die Dehnung als Verschiebung einer Marke am unteren Ende messen. Das Nachgeben

Beweis. λ ergibt sich aus $(l+\lambda)^2 = l^2 + h^2$, wenn λ^2 vernachlässigt wird, $\lambda = \frac{1}{2}h^2/l$. Die Längsspannung S des Drahtes durch P ist $S = P \cdot l/2h$, also $E = (S - S_0)l/(\lambda q) = (Pl/2h - S_0)2l^2/(h^2 q)$. Denselben Ausdruck mit P' und l' zum Eliminieren von S_0 benutzend erhält man Gl. 2.

Elastizitätsgrenze. Zur Bestimmung des El.-M. müssen die Dehnungen innerhalb der El.-Gr. bleiben, das heißt, Draht oder Stab sollen entlastet zur früheren Länge zurückkehren, was zu kontrollieren ist; s. aber auch unten „elastische Nachwirkung". Die Elastizitätsgrenze kann dadurch erweitert werden, daß man vor den Messungen stärker dehnt. — Selbst bei harten Metallen wird man die Hälfte der Belastung, bei welcher das Zerreißen eintritt, nicht überschreiten. Vgl. Tab. 20.

Ist ein Körper nach einer Richtung stark beansprucht (gedehnt, gebogen, gedrillt) gewesen, so daß seine Gestalt sich dauernd geändert hat, so pflegt seine neue Elastizitätsgrenze in der Richtung der vorausgegangenen Beanspruchung erweitert zu sein; man kann ihm, ohne dauernde Änderungen befürchten zu müssen, im neuen Zustande größere Deformationen (Dehnungen, Biegungen, Torsionen) zumuten, als von seinem natürlichen Zustande aus. Dies ist für eine genaue Messung vorteilhaft. Es werde indessen auf zweierlei hingewiesen.

Erstens ist der Molekularzustand des Körpers jetzt in der Weise unsymmetrisch geworden, daß der nach einer Richtung eingetretenen Erweiterung der El.-Grenze eine Verengung nach der entgegengesetzten gegenüber steht; es genügt jetzt unter Umständen eine sehr kleine Rückdeformierung, um die neue Gestalt dauernd zu ändern. (Bei ausschließlichen Dehnungsversuchen tritt dies, der Natur der Sache nach, nicht zutage; wohl aber, wenn Dehnungs- und Druckversuche oder Biegungen bzw. Torsionen entgegengesetzter Richtung aufeinander folgen.)

Zweitens behalte man im Auge, daß in dem dauernd deformierten Körper ein anderer als der ursprüngliche Körper vorliegt; die Erfahrung zeigt, daß der El.-Modul sich gegen den früheren Zustand merklich geändert haben kann. Kommt es also darauf an, einen Körper gerade im ursprünglichen Zustande zu untersuchen, so darf man das Mittel, seine El.-Grenze durch vorgängiges Strecken usw. zu erweitern, nicht anwenden, sondern muß sich auf kleine Beanspruchungen beschränken. Vgl. z. B. Faust u. Tammann, ZS f. phys. Ch. 75, 108. 1910.

Elastische Nachwirkung (55c). Vermöge dieser wachsen die Deformationen, auch innerhalb der El.-Grenze, mehr oder weniger mit der Zeit. Man pflegt die Belastungen tunlichst kurze Zeit wirken zu lassen; die Temperaturerniedrigung, welche die Ausdehnung begleitet, ist klein und verschwindet in dünnen Drähten schnell. Streng genommen hat man zwei El.-Moduln bei kurzer

und bei Dauerbelastung zu unterscheiden, von denen der letztere selbst bei harten Körpern um mehrere Prozent kleiner sein kann.

Abweichungen von der Proportionalität. Die Dehnung wächst in Wirklichkeit mit der Belastung ein wenig beschleunigt. Bei dem gewöhnlichen Verfahren werden also aus größeren Dehnungen etwas kleinere El.-Moduln abgeleitet als aus geringen; die Unterschiede können Prozente betragen. Von einer mit der Dehnung gleichzeitig bewirkten Torsion ist der El.-M. unabhängig. Die Torsion verringert aber die Zugfestigkeit.

Ein Stab habe durch die Belastung p pro Querschnittseinheit bereits eine elastische Dehnung ε pro Längeneinheit erfahren; sein El.-M. in der Nachbarschaft dieses Zustandes heiße E_ε, d. h. es sei $d\varepsilon/dp = 1/E_\varepsilon$. Dann gilt erfahrungsmäßig nahe $E_\varepsilon = E_0 - a\varepsilon$, wo E_0 der El.-M. für kleine Dehnungen und a eine Konstante ist, die vom Material und von dessen Vorbehandlung abhängt. a ist unbedeutend für harte Drähte aus Platin, Silber, Kupfer, Stahl, Messing, Neusilber, groß hingegen z. B. für Gußeisen, Gesteine, Beton. Bei Zug- und Druckbeanspruchung hat a verschiedene Werte.

Aus obiger Formel ergibt sich die Dehnung ε vom natürlichen Zustande an, wenn $\frac{1}{2}a/E_0^2 = A$ bezeichnet wird,

$$\varepsilon = \frac{p}{E_0}(1 + Ap + 2A^2p^2) \quad \text{oder auch nahe} \quad \varepsilon = \frac{p}{E_0}\frac{1}{1 - Ap}.$$

Vgl. die Versuche von J. O. Thompson, Wied. Ann. 44, 555. 1891; ferner Bach, a. a. O. § 4, wo die Formel $\varepsilon = Cp^n$ als Interpolationsformel brauchbar gefunden wird; F. K. u. Grüneisen, Berl. Sitz.-Ber. 1901, 1086; Berliner, Ann. d. Ph. 20, 527. 1906, besonders über Gußeisen; Grüneisen, Verh. D. Phys. Ges. 1906, 469; F. A. Schulze, Ann. d. Ph. 31, 1. 1910.

Weiche Körper von faseriger Struktur, wie Leder oder Seile, folgen anderen Beziehungen zwischen Belastung und Dehnung.

53. Elastizitätsmodul aus Längsschwingungen.

In einem Körper von der Dichtigkeit s und dem in CGS-Einheiten ausgedrückten El.-M. E gilt für die in cm/sec gemessene Schallgeschwindigkeit U, d. i. die Fortpflanzungsgeschwindigkeit einer elastischen Verdichtungs-(Longitudinal-)Welle, die wichtige einfache Beziehung

$$U^2 = \mathsf{E}/s, \quad \text{also} \quad \mathsf{E} = U^2 s \text{ Dyn/cm}^2. \qquad 1.$$

Der in kg-Gew./mm² ausgedrückte El.-M. ist (S. 221) $E = \mathsf{E}/98100000$. Wenn man, wie gebräuchlich, die Fortpfl.-Geschw. in m/sec ausdrückt und so mit U_m bezeichnet, so kommt demnach

$$U_m^2 = 9810\, E/s\, (\text{m/sec})^2, \quad \text{also} \quad E = U_m^2\, s/9810 \text{ kg-Gew./mm}^2. \qquad 2.$$

Aus einer Wellenlänge Λ und der Schwingungszahl N folgt die Fortpflanzungs-Geschw. $= \Lambda N$ in den Λ und N zugrunde gelegten Einheiten.

Schwingt ein an den Enden freier Stab mit einem Knoten oder ein an den Enden geklemmter Draht mit einem Bauch in der Mitte, so ist

seine Länge gleich einer **halben** Wellenlänge. Aus der Schw.-Z. N und der Stablänge l findet sich also $U = 2\,lN$. 3.

Ein in der Mitte gehaltener Stab oder ein an beiden Enden eingeklemmter gespannter Draht von der Länge l cm oder $\frac{1}{100}\,l = l_m$ Meter werde zum Ansprechen seines longitudinalen Grundtones gebracht, indem man den Stab am einen freien Ende, den Draht in der Mitte reibt. N sei die Tonhöhe, d. h. Schwingungszahl/sec (vgl. 57 und Tab. 21). Dann ist nach Gl. 1 bis 3

$$\mathsf{E} = (2Nl)^2 s \,\frac{\text{Dyn}}{\text{cm}^2} \quad \text{oder} \quad E = \frac{(2Nl_m)^2 s}{9810}\,\frac{\text{kg-Gew.}}{\text{mm}^2}.$$

Die Longitudinalschwingungen erzeugt man durch Reiben mit einem, für Metall oder Holz mit Kolophonium eingeriebenen, für Glas angefeuchteten, wollenen Lappen.

Die Tonhöhe wird z. B. durch Vergleichung mit einer bekannten Stimmgabel ermittelt. Das ungenaue Schätzen von Tonintervallen kann man durch eine Längenvergleichung ersetzen, wenn man ein Monochord (57 II 3) benutzt, oder wenn man aus einer als homogen vorausgesetzten Metallstange (Messing, Eisen) zwei Stücke ausschneidet, deren Längen so abgeglichen werden, daß ihre Longitudinaltöne einerseits mit der Stimmgabel, andererseits mit dem unbekannten Ton abzählbare Schwebungen (57 II 2) geben. Es ist oft schwierig, nach dem Gehör die Oktave zu bestimmen, in welcher die sehr hohen Töne liegen; ein Fehler wird jedoch leicht bemerkt, weil er das Resultat mindestens um das vierfache fälscht.

Über die Tonhöhenbestimmung aus Staubfiguren vgl. **56.**

Beispiel. Der Eisendraht von S. 222 gab bei der Länge $l = 136{,}1$ cm den Longitudinalton ais_3, also (Tab. 21) die Schwingungszahl $N = 1843$. Dichtigkeit $s = 7{,}61$; mithin

$$\mathsf{E} = (2 \cdot 1843 \cdot 136{,}1)^2 \cdot 7{,}61 = 1915 \cdot 10^9\,\text{Dyn/cm}^2$$

$$E = \frac{(2 \cdot 1843 \cdot 1{,}361)^2 \cdot 7{,}61}{9810} = 19520\,\frac{\text{kg-Gew.}}{\text{mm}^2}.$$

Mittels rascher Schwingungen bestimmt, kann ein El.-M. ein wenig größer ausfallen als durch Ausdehnung bestimmt, weil es an Zeit fehlt, erstens für den Ausgleich der Kompressionswärme und zweitens für die elastische Nachwirkung; vgl. S. 224 u. **55 b.**

54. Elastizitätsmodul durch Biegung eines Stabes.

Im folgenden werden die Krümmungshalbmesser groß gegen die Dicke, die Durchbiegungen klein gegen die Länge des Stabes und homogenes und isotropes Material vorausgesetzt.

Ein gerader **rechteckiger**, am einen Ende horizontal eingeklemmter Stab von der Länge l, der Dicke (Höhe) a und der Breite b, alles in mm

gemessen, erfährt durch eine Belastung von P kg am freien Ende eine Senkung (Durchbiegung) h (Beweis s. S. 229)

$$h = \frac{4}{E}\frac{l^3}{a^3 b} P \text{ mm.} \qquad 1.$$

Bei kreisförmigem Querschnitt vom Halbmesser r ist statt $a^3 b$ zu setzen $3r^4\pi$ oder $3q^2/\pi$, wenn $q = r^2\pi$ den Querschnitt bedeutet. — Für einen beliebigen Querschnitt ist maßgebend das „Trägheitsmoment K der Querschnittsfigur, bezogen auf die durch den Schwerpunkt gehende Horizontale", wobei man die Figur als eine Platte auffaßt, deren Flächeneinheit die Masseneinheit besitzt; z. B. für das obige Rechteck $K = ab \cdot \frac{1}{12}a^2 = \frac{1}{12}a^3 b$, für den Kreis $K = r^2\pi \cdot \frac{1}{4}r^2 = \frac{1}{4}r^4\pi$ (29 I). Vorausgesetzt, daß diese Horizontale eine Hauptachse des Trägheitsmoments ist, gilt dann

$$h = \frac{1}{3}\frac{1}{E}\frac{l^3}{K} P. \qquad 2.$$

h ist von der Gestalt aus zu rechnen, welche der etwa durch Eigengewicht schon etwas gebogene Stab ohne Belastung hat.

Ein beiderseitig aufgelegter, in der Mitte belasteter Stab erfährt eine 16mal kleinere Durchbiegung als die obige; vgl. S. 229.

I. Geklemmter Stab. Man klemmt einen horizontalen Stab am einen Ende fest ein und beobachtet die Stellung des freien Endes an einem vertikalen Maßstab (Spiegelteilung dicht dahinter; Kathetometer). Eine Belastung des freien Endes durch P kg bewirke die Senkung (den „Pfeil") h mm. Der rechteckige Querschnitt habe die Höhe a und die Breite b; die freie Länge des Stabes sei $= l$, alles in mm. Dann ist nach Gl. 1 der El.-M.

$$E = 4\frac{l^3}{a^3 b}\frac{P}{h}\frac{\text{kg-Gew.}}{\text{mm}^2}.$$

Über andere Querschnitte vgl. oben. Über die Bestimmung kleiner Querschnitte durch Wägen s. S. 222.

Man belaste, auch im folgenden, vor der Messung mit dem größten nachher anzuwendenden Gewicht und prüfe in jedem Falle, ob nach Entlasten die frühere Gestalt entsteht (vgl. 52).

Eine Schwierigkeit bietet die feste Klemmung.

Dünne Drähte. Die Methode ist leicht auf dünne Drähte anwendbar, die man in einen Schraubstock mit glatten Backen klemmt. Über die Berechnung vgl. den Eingang und über die Bestimmung von r S. 222. Kleine Abweichungen vom kreisförmigen Querschnitt werden durch eine zweite Bestimmung eliminiert, bei der man den Draht um 90° gedreht hat.

II. Aufgelegter Stab. Man legt den Stab mit seinen Enden auf zwei feste Unterlagen lose auf. Der Abstand der letzteren voneinander sei gleich l. Eine Belastung P der Stabmitte

bringe daselbst die Senkung h hervor (Spiegelmaßstab; Kathetometer), so ist (Fig. 79)

$$E = \frac{1}{4}\frac{l^3}{a^3 b}\frac{P}{h}.$$

Dünne lange Stäbe biegen sich durch ihr Eigengewicht zu stark.

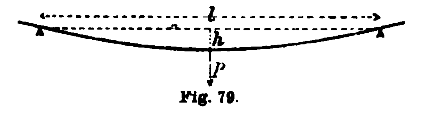


Fig. 79.

Man kann dies mittels eines über eine (reibungsfreie) Rolle geführten Fadens mit Wagschälchen vermeiden, dessen Belastung die Stabmitte nach oben beansprucht.

Spiegelung. Weit genauer wird statt der Senkung der Mitte die Neigung der Enden gemessen (Kirchhoff, Pscheidl). Die Belastung P der Mitte bewirke im Falle II den Neigungswinkel α eines Endquerschnittes, so ist

$$E = \frac{3}{4}\frac{l^2}{a^3 b}\frac{P}{\operatorname{tg}\alpha}.$$

Zur Messung von α verbindet man mit dem Ende einen kleinen vertikalen Spiegel und beobachtet dessen Drehung mit Fernrohr und vertikaler Skale (25). Besser ist die Beobachtung beider Enden und die Mittelnahme. — Statt dessen kann man zwei Spiegel an beiden Enden gegeneinander richten, ein wenig geneigt, so daß das Licht der Skale von dem einen zum anderen Spiegel und von da ins Fernrohr geworfen wird. Fernrohr und Skale stehen jetzt einander gegenüber. A sei der Abstand der Skale von ihrem Spiegel, d der gegenseitige Abstand der Spiegel, beide in Skalenteilen gemessen. n bedeute den beobachteten Ausschlag. Dann kann hinreichend genau gesetzt werden $\operatorname{tg}\alpha = n/(4A + 2d)$. — A. König, Wied. Ann. 28, 108. 1886; über Korrektionen wegen schiefer Spiegelung vgl. Winkelmann u. Schott, ebd. 51, 697. 1894. — Eine andere Spiegelmethode für kurze Stäbchen bei Voigt, Wied. Ann. 31, 474. 1887.

Alle Formeln setzen wie gesagt kleine Krümmungen voraus. Starke Krümmung ist wegen der Verschiebung der Enden auf ihren Lagern auch mit Reibung verbunden.

Dickere Stäbe. Verschwindet a^2 nicht gegen l^2, so kommt zu den nach den obigen Formeln berechneten E der Korrektionsfaktor $1 + 3a^2/l^2$. Vgl. Koch, Wied. Ann. 5, 253. 1878. Siehe ebd. die Anwendung der Fizeauschen Methode (44 II) auf Biegungsmessung. Ein „Elasmometer" ähnlicher Art bei Tutton, Phil. Trans. A 202, 143. 1903.

Über die Theorie dicker Stäbe (de Saint-Venant) s. z. B. Love, Theory of Elast. 2. Aufl. 1906. § 227 ff; Übers. von Timpe, Leipz. 1907, S. 379.

Ableitungen für rechteckigen Querschnitt. Bei der Krümmung werden die oberen Fasern gedehnt, die unteren verkürzt; die mittelste Schicht behält ihre Länge. Es seien, vom Befestigungspunkte an gerechnet,

x die horizontale, y die vertikale Koordinate eines Punktes dieser „neutralen" Schicht, so wird die Krümmung des Stabes an irgendeinem Punkte durch d^2y/dx^2 dargestellt, da die Neigung klein vorausgesetzt wird. Es sei nun s der Abstand einer Faser von der neutralen Schicht, nach oben positiv, nach unten negativ gerechnet, so ist ein Stückchen der Faser im Verhältnis $s \cdot d^2y/dx^2$ zu seiner ursprünglichen Länge ausgedehnt (oder zusammengedrückt).

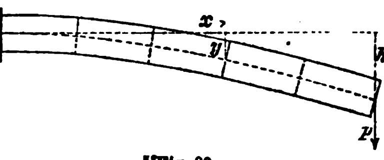


Fig. 80.

Eine Schicht von der Breite b und der Dicke ds sucht sich also mit der Kraft $Esb \cdot ds \cdot d^2y/dx^2$ zusammenzuziehen, also bilden diese Kräfte in den Schichten vom Abstand $+s$ und $-s$ zusammen ein Drehmoment $2Ebs^2 \cdot ds \cdot d^2y/dx^2$. Das in einem ganzen Querschnitt von der Höhe a und der Breite b entwickelte Drehmoment ist also

$$2Eb\frac{d^2y}{dx^2}\int_0^{a/2} s^2 ds = Eb\frac{a^3}{12}\frac{d^2y}{dx^2}.$$

Dieses elastische Drehmoment muß dem von dem angehängten Gewicht an diesem Querschnitt ausgeübten Moment $P(l-x)$ gleich sein, also

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{12}{E}\frac{P}{a^3b}(l-x),$$

woraus $$\frac{dy}{dx} = \frac{12}{E}\frac{P}{a^3b}\left(lx - \frac{x^2}{2}\right) \quad \text{und} \quad y = \frac{12}{E}\frac{P}{a^3b}\left(\frac{lx^2}{2} - \frac{x^3}{6}\right).$$

Am Ende x (merklich $= l$) ist hiernach die Neigung $\operatorname{tg}\varphi$ und die Senkung h

$$\left(\frac{dy}{dx}\right)_l = \operatorname{tg}\varphi = \frac{6}{E}\frac{Pl^2}{a^3b}, \qquad y_l = h = \frac{4}{E}\frac{Pl^3}{a^3b}$$

für den einseitig geklemmten Stab.

Da ferner ein Stab, wenn er an den Enden lose aufliegt, angesehen werden kann, wie wenn er an jedem Ende durch die Kraft $\frac{1}{2}P$ hinaufgezogen würde, in der Mitte aber geklemmt wäre, also die wirksame Länge $\frac{1}{2}l$ betrüge, so wird die Neigung $\operatorname{tg}\varphi$ 8 mal, die Senkung 16 mal kleiner als obiges $\operatorname{tg}\varphi$ und h.

54a. Elastizitätsmodul aus Querschwingungen.

Schwingungszahlen N des Grundtons und der Obertöne zylindrischer Stäbe.

E bedeute den El.-M. in CGS-Einheiten; vgl. S. 221. Alle Dimensionen seien in cm gemessen. l ist die Länge, s die Dichte, m ist ein von der Nummer des Tones abhängiger Zahlenkoeffizient; s. unten.

a) Kreisquerschnitt vom Durchmesser d $\quad N = \frac{1}{4}\frac{d}{l^2}\frac{m^2}{2\pi}\sqrt{\frac{E}{s}}$/sec.

b) Rechteckiger Querschnitt mit der zur Schwingungsrichtung parallelen Seite a $\quad N = \frac{1}{2\sqrt{3}}\frac{a}{l^2}\frac{m^2}{2\pi}\sqrt{\frac{E}{s}}$/sec.

Für einen freien bzw. einen einseitig geklemmten Stab gilt:

	Schwing.-Form	m	Knotenabstände vom Ende
Grundton		4,730	0,2242 l
2ter Ton		7,853	$\frac{1}{2}l$ und 0,1321 l
3ter „		11,00	0,3558 l und 0,0944 l
Grundton		1,875	
2ter Ton		4,694	0,2261 l
3ter „		7,855	0,4999 l und 0,1321 l.

Weiterhin beträgt m für den Ton Nr. k: frei $(k+\frac{1}{2})\pi$, geklemmt $(k-\frac{1}{2})\pi$.

Über Theorie und frühere Literatur (u. a. Strehlke, Lissajous, A. Seebeck) vgl. Rayleigh, Theory of Sound, deutsch von Neesen, § 160 ff. Ferner Aufsätze von Morrow im Phil. Mag. seit 1905.

Nach dem vorigen läßt sich, homogenes und isotropes Material vorausgesetzt, der El.-M. aus den Eigenschwingungszahlen eines Stabes, also, wenn diese innerhalb der musikalischen Skale liegen, aus den Tonhöhen (57; Tab. 21) berechnen. Man erregt die Schwingungen z. B. durch Anschlagen mit einem weichen Hammer oder durch Anstreichen. Beiderseits freie Stäbe werden an zwei Knoten in Fadenschlingen aufgehängt oder auf Kautschukfäden gelegt; an einseitig freien hält man die Stelle des dem Ende nächstliegenden beabsichtigten Knotens mit einer Spitze fest. — Die Knotenlinien können mit Streusand sichtbar gemacht werden.

Sind die Querdimensionen nicht klein gegen die Länge, so bedürfen die Formeln einer Korrektion wegen der Rotationsenergie der Querschnitte. Vgl. Rayleigh, a. a. O. § 186. — Ausführungen der Methode bei Strehlke, Pogg. Ann. 27, 505 u. 28, 512. 1833; Wertheim, ebd. Ergbd. II, 1. 1848; F. A. Schulze (kleine Stäbe), Ann. d. Ph. 13, 583. 1904; Grüneisen a. a. O. (S. 223). — Über langsame Schw. dünner Stäbchen in Verbindung mit einer schweren Scheibe Voigt, Wied. Ann. 48, 674. 1893. — Weiche Stäbe (z. B. Wachs); auf solche überträgt man Transv.-Schw. eines harten Stabes mittels eines Stegs und mißt die Knotenabstände mit Sand. Vgl. Warburg, Pogg. Ann. 136, 285. 1869.

Membrane und Platten. Über Schwing.-Formen und Schwing.-Zahlen vgl. u. a. Chladni, Akustik, Leipz. 1830; Rayleigh a. a. O. § 193 u. 214 ff. Ferner Platten: Kirchhoff, Pogg. Ann. 81, 258. 1850, ausführlich Ges. Abh. S. 237; Elsas, Wied. Ann. 19, 474. 1883; Melde, ebd. 66, 767. 1898; F. A. Schulze, Ann. d. Ph. 24, 785. 1907. — Membrane: Antolik, Verh. Verein f. Natur- u. Heilkunde 14, 1, Pressb. 1903.

55. Torsionsmodul.

Der T.-M. werde, im CGS-System, d. h. in Dyn/cm² (vgl. Anh. 7 u. 13) ausgedrückt, mit Φ bezeichnet; in der technischen Einheit kg-Gew./mm² gemessen, durch F. Es ist (vgl. S. 221) $F = \frac{1}{98100000}\Phi$. Wir rechnen im allgemeinen mit Φ, weil die Beziehungen so am übersichtlichsten werden.

An einem einseitig geklemmten kreiszylindrischen Stabe oder Drahte von l cm Länge und r cm Halbmesser sei das freie Ende vermöge eines Drehmomentes $\mathfrak{D}$ Dyn $\times$ cm verdreht um den in absolutem Maße (25; Anh. 3) gemessenen Winkel α; $\alpha \times 57{,}30$ gibt also Bogengrade. Dann ist

$$\mathfrak{D} = \Phi \frac{\alpha}{l} \frac{\pi}{2} r^4 \quad \text{oder} \quad \Phi = \frac{1}{\alpha} \frac{2}{\pi} \frac{l}{r^4} \mathfrak{D}. \qquad 1.$$

Man setzt voraus, daß $r\alpha/l$ klein bleibt; nur an dünnen langen Drähten darf also die Endverdrehung einen beträchtlichen Wert erreichen.

Beweis s. am Schluß. — Für F gelten dieselben Gleichungen, wenn l und r in mm und $\mathfrak{D}$ in kg-Gew. $\times$ mm gemessen sind.

Mit wachsender Temperatur sinkt der Torsionsmodul in der Regel ein wenig stärker als der El.-M. (vgl. Tab. 20).

I. Bestimmung durch Verdrehungen.

Ein Drehmoment von P kg-Gew. am Hebelarm h mm bewirke am einen Ende eines Kreiszylinders (Drahtes) von l mm Länge und r mm Radius einen Drehungswinkel von γ Bogengraden; dann ist nach obigem

$$F = \frac{57{,}3}{\gamma} \frac{2}{\pi} \frac{l}{r^4} hP \frac{\text{kg-Gew.}}{\text{mm}^2} \quad \text{und} \quad \Phi = 98100000\, F \frac{\text{Dyn}}{\text{cm}^2}.$$

Über die Ausführung s. z. B. Slotte, Act. Fenn. 35, Nr. 8, Helsingf. 1908.

II. Aus langsamen Schwingungen (Coulomb 1784).

An dem Drahte (l, r) hänge eine Masse vom Träg.-Mom. K cm² g. Nach Gl. 1 ist seine Direktionskraft (Anh. 11a) $D = \frac{\mathfrak{D}}{\alpha} = \frac{\pi}{2} \frac{r^4}{l} \Phi$, folglich gilt für die Torsions-Schw.-D. t dieser Masse in sec (vgl. Anh. 12) die Gl.

$$t^2 = \pi^2 \frac{K}{D} = 2\pi \frac{l}{r^4} \frac{K}{\Phi}. \qquad 2.$$

Man belastet (Fig. 81) einen Draht von l cm Länge und r cm Halbmesser (21, 4 u. S. 222) mit einer geeignet gestalteten Masse vom Trägh.-Mom. (29 I) K cm² g und beobachtet (28) die Schw.-D. t sec. Nach Gl. 2 ist dann der T.-M.

$$\Phi = 2\pi \frac{l}{r^4} \frac{K}{t^2} \frac{\text{Dyn}}{\text{cm}^2}$$

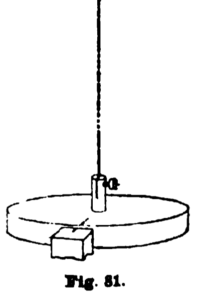


Fig. 81.

und

$$F = \frac{1}{98\,100\,000} \Phi \frac{\text{kg-Gew.}}{\text{mm}^2}. \qquad 3.$$

Ein Zylinder (Kreisscheibe; Fig. 81) vom Radius R und der Masse M hat das auf die Achse bezogene Trägh.-Mom. $\frac{1}{2}R^2 M$.

Man kann auch die Schw.-D. t_0 einer Masse von unbekanntem Trägh.-Mom. und, nach Zufügung eines bekannten Trägh.-Mom. K_1, die gemeinschaftliche Schw.-D. t_1 beobachten und in die Formel statt K/t^2 einsetzen $K_1/(t_1^2 - t_0^2)$. Vgl. 29 II.

Über die Anwendung auf dünne Stäbchen von rechteckigem Querschnitt (vgl. das folgende) s. Voigt, Wied. Ann. 48, 664. 1893.

Andere Querschnitte; St. Venant 1855. (Die Theorie anderer als kreisförmiger Querschnitte verwickelt sich dadurch, daß die Querschnittsgestalt sich durch das Drillen ändert.) Schreiben wir für einen Stab allgemein das Drehmoment $\mathfrak{D} = (\Phi\alpha/l)\cdot N$, so ist der Faktor N:
Ellipse von den Ganzachsen a und b $N = \frac{1}{16}\pi a^3 b^3/(a^2 + b^2)$.
Schmales Rechteck von den Seiten a und b; solange $b < \frac{1}{4}a$, gilt nahe $N = \frac{1}{3}ab^3(1 - 0{,}630\,b/a)$; mithin Grenzwert für dünnes Band $N = \frac{1}{3}ab^3$. Für dickere Rechtecke an Stelle von 0,630 eine von St. Venant in Tafeln berechnete Funktion von b/a.

Man kann N auch aus dem Flächeninhalt q und dem auf die Stabachse bezogenen Trägheitsmoment K der Querschnittsfigur (vgl. auch 54 im Eingang) berechnen, nämlich $N = \varkappa \cdot q^4/K$,
wo der Faktor $\varkappa$ für Ellipse[1]) und Kreis $\varkappa = 1/4\pi^2 = 0{,}0253$ ist. Für Rechtecke vom Seitenverhältnis 1 (Quadrat) 2 3 4
gilt $\varkappa =$ 0,0234 0,0238 0,0249 0,0260.

St. Venant, Mém. sav. étr. XIV, 233. Paris 1856; C. R. 88, 142. 1879; Love-Timpe § 225; Auerbach, Winkelm. Hdb. 2. Aufl. I, 664. 1908.

III. Aus Eigenschwingungen kreiszylindrischer Stäbe.

In einem Kreiszylinder (Dichte $= s$) pflanzt sich eine Torsionsverschiebung fort mit der Geschw. $U = \sqrt{\Phi/s}$ cm/sec. 4.

Man klemme den Stab (Länge l cm), in der Mitte von einem Drahtringe umschlossen, in den Schraubstock und errege mittels eines aufgeschlitzten, mit Kolophonium eingeriebenen Korkringes unter Fingerdruck den Torsionsgrundton von der Wellenlänge $2l$. Seine Schwingungszahl/sec sei $= N$. Dann gilt (vgl. 53)

$$N = \sqrt{\Phi/s}/2l \quad \text{oder} \quad \Phi = 4N^2l^2s \text{ CGS}. \qquad 5.$$

Schneebeli, Pogg. Ann. 140, 608. 1870; Grüneisen, Ann. d. Ph. 25, 827. 1908. Über rechteckige Stäbe F. A. Schulze ebd. 13, 583. 1904.

1) Für eine Ellipse a, b ist $q = \frac{1}{4}\pi ab$ und $K = \frac{1}{64}\pi ab(a^2 + b^2)$.

Erläuterungen. Torsions- oder Gleit- oder Scherungs- oder Schiebungsmodul oder zweiter El.-M. Eine Platte (Fig. 82) von der Flächeneinheit sei in ihrer natürlichen Gestalt rechteckig. Die Grundfläche werde befestigt; an der gegenüberliegenden Ebene wirke eine gleichförmig über diese ganze Fläche verteilte, der festen Fläche parallele Gesamtkraft von k Dyn. Dadurch werden die Plattenschichten aneinander verschoben und die vorher normale Linie wird jetzt mit der Normalen den kleinen „Scherungswinkel“ δ bilden. Dann ist Φ das Verhältnis der Kraft k zu diesem Winkel, also

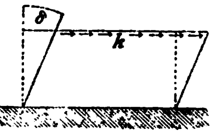


Fig. 82.

$$k = \Phi\delta.$$

Torsions-Drehmoment eines Kreiszylinders (Fig. 83). Man denke sich diesen in dünne konzentrische Röhren zerlegt, von denen eine den inneren und äußeren Halbmesser ϱ und $\varrho + d\varrho$ habe. Auf dem Umfange dieser Röhre sei eine vertikale Gerade gezogen. Drehen wir nun den untersten Querschnitt um den Winkel α, so wird diese Linie in eine Schraubenlinie verwandelt, welche gegen die Vertikale die Neigung $\alpha\varrho/l$ hat. Dies ist also unser Scherungswinkel δ der Schichten gegeneinander. Somit wird die Torsionselastizität den untersten Querschnitt $2\pi\varrho d\varrho$ der Röhre mit einer Kraftsumme $\Phi \cdot 2\pi\varrho d\varrho \cdot \alpha\varrho/l$ in seine frühere Lage zurückzudrehen suchen. Da ϱ der Halbmesser der Röhre, so gibt diese Kraft das Drehmoment $2\pi\Phi\varrho^3 d\varrho \cdot \alpha/l$.

Fig. 83.

Ein solches Moment erfährt aber jede Röhre in ihrem Endquerschnitt, so daß das über die ganze Endfläche des Drahtes integrierte (Tab. 50a) Drehmoment $\mathfrak{D}$, in Übereinstimmung mit Gl. 1, S. 231, beträgt:

$$\mathfrak{D} = 2\pi\Phi\frac{\alpha}{l}\int_0^r \varrho^3 d\varrho = \Phi\frac{\pi r^4}{2}\frac{\alpha}{l}.$$

Die beträchtlichen Abweichungen, denen die hierin ausgedrückte Abhängigkeit vom Durchmesser bei dünneren Drähten unterliegt, beweisen einen Mangel an Homogenität. Vgl. Baumeister, Wied. Ann. 18, 578. 1883.

Über das Verhältnis des Torsions- zum Dehnungsmodul s. unten.

55a. Poissonsche Konstante μ (Querkontraktion).

Die elastische Dehnung durch Zug ist in der darauf senkrechten Richtung von einer Kontraktion begleitet, die jener Dehnung proportional ist. Bedeutet an einem Stabe λ/l die relative Dehnung und δ/d die damit verbundene relative Verkürzung des Durchmessers d, so ist also $\frac{\delta}{d} : \frac{\lambda}{l} = \mu$ für einen bestimmten Stoff eine Konstante (Poisson); erfahrungsgemäß liegt sie zwischen 0,2 und 0,5.

Volumänderung φ durch elastische Dehnung. Das Volumen v eines Stabes ist proportional ld^2, die Änderungen φ, λ und $-\delta$ stehen

also, vorausgesetzt, daß sie klein sind (S. 6), in der Beziehung (vgl. auch 55b)

$$\frac{\varphi}{v} = \frac{\lambda}{l} - 2\frac{\delta}{d} = \frac{\lambda}{l}(1 - 2\mu).$$

Da μ zwischen $\frac{1}{2}$ und 0 liegt, so ist φ/v jedenfalls positiv, aber $< \lambda l$.

Verhältnis der El.-Moduln der Dehnung und der Torsion. Nach der Theorie (Poisson) ist $E:F$ oder $E:\Phi = 2(1+\mu)$, wenn μ das Verhältnis der Querkontraktion zur Längenausdehnung bedeutet. Da nun $0 < \mu < \frac{1}{2}$ ist, so muß $\frac{1}{2}E > F > \frac{1}{3}E$ sein; für den Mittelwert $\mu = \frac{1}{4}$ gilt $F = \frac{2}{5}E$. Vgl. z. B. Clebsch, Theorie der Elast., § 3 u. 92.

I. Direkte Methode.

Man mißt gleichzeitig Dehnung und Querkontraktion. Dies theoretisch einwandfreie Verfahren erfordert wegen der Kleinheit der zu messenden Änderungen meist empfindliche Spiegel- oder Interferenzapparate.

Vgl. u. a. Röntgen, Pogg. Ann. 159, 601. 1876; Bauschinger, Der Civilingenieur 25, 81. 1879; Stromeyer, Proc. R. Soc. 55, 373. 1894; Benton. Ann. d. Ph. 3, 471. 1900; Morrow, Phil. Mag. (6) 6, 417. 1903; Grüneisen, ZS f. Instr. 1908, 89; Ann. d. Ph. 25, 829. 1908.

II. Aus dem Verhältnis der Elastizitätsmoduln der Dehnung E und der Torsion F.

Nach dem oben erwähnten Satze $F = \frac{1}{2}E/(1+\mu)$ ist

$$\mu = \frac{1}{2}(E/F) - 1.$$

Inhomogenität oder Heterotropie bilden, wenigstens bei Metallen, eine schwer zu vermeidende Fehlerquelle.

Siehe auch Voigt, Wied. Ann. 48, 674. 1893; Sommerfeld, Wüllner-Festschrift 162. 1905, gleichzeitige Dehnungs- und Drehungsschwingungen. deren Verhältnis aus Lissajousschen Figuren beurteilt wird. Ein Vergleich der Methoden I u. II an denselben Metallstäben, Grüneisen a. a. O.

III. Aus der Volumänderung bei einseitigem Zug.

Vgl. hierüber 55b I 1.

IV. Aus der Oberflächengestalt eines gebogenen Stabes (Cornu).

Biegt man eine ebene Platte so, wie in der Fig. 84, so treten zugleich transversale Kräfte auf, und zwar in der oberen, gedehnten (Fig. 80) Hälfte als Zug, in der unteren, verkürzten als Druck; beide zusammen bewirken eine sattelförmige Oberflächengestalt. Der Hauptkrümmungshalbmesser der primären Biegung geteilt durch den der Querbiegung gibt direkt die Größe μ.

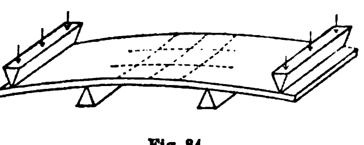


Fig. 84.

Die obere Fläche sei eben poliert. Man bedeckt sie lose mit einer ebenen Glasplatte. Durch die Gestaltsänderung entstehen zwischen den beiden Platten Interferenzstreifen (65 V), die zwei Systemen von Hyperbeln mit gemeinsamen Asymptoten angehören (Fig. 85). Bezeichnet 2α den nach der Querrichtung der Platte offenen Winkel der Asymptoten, welcher bei senkrechter Beobachtung erscheint, so ist

$$\mu = \mathrm{tg}^2 \alpha.$$

Fig. 85.

Cornu, C. R. 69, 333. 1869; über die zur Ausführung dienende Anordnung und die Winkelmessung mit dem Doveschen Reflexionsprisma vgl. Straubel, Wied. Ann. 68, 369. 1899.

55b. Volumelastizitätsmodul. Kompressibilität.

Über Manometer und Druckpumpen s. 86.

Druckwirkung auf feste Körper. Die auf ein Flächenelement wirkende Druckkraft fällt hier, auch im Gleichgewichtszustande, im allgemeinen nicht in die Normale der Fläche; man unterscheidet normale und tangentiale Druckkomponenten. Allseitig gleicher normaler äußerer Druck äußert sich jedoch in homogenem isotropem Material nur in normalen Komponenten; die Gestalt eines Körpers bleibt bei der Zusammendrückung eine ähnliche.

Bei einem nicht homogenen oder einem heterotropen (kristallinischen, oder inneren Spannungen unterworfenen) Körper ist aber die Volumänderung auch unter allseitigem Druck von einer Gestaltsänderung begleitet. Wir schließen solches Material im folgenden aus, bemerken jedoch, daß gerade bei nicht kristallisierten Körpern die Homogenität usw. selten und von vornherein schwer zu verbürgen ist, so daß sie im allgemeinen erst durch die Übereinstimmung der nach verschiedenen Methoden gefundenen Konstanten festgestellt wird. Bisher läßt diese Übereinstimmung noch viel zu wünschen.

Zusammendrückbarkeit oder Kompressibilität ($\varkappa$) eines festen oder flüssigen Körpers heißt seine relative Volumverminderung, wenn der allseitige äußere Druck um Eins zunimmt. $1/\varkappa = M$ ist der Volum-El.-Modul. Verkleinert sich durch eine Druckzunahme p das Volum v um φ, so gilt in den Grenzen der Proportionalität

$$\varphi/v = \varkappa p = p/M. \qquad 1.$$

I. Bestimmung der Volumelastizität fester Körper.

Im Anschluß an die anderen elastischen Vorgänge werde p entweder in kg-Gew./mm²(= 96,8 Atm) oder in der CGS-Einheit = Dyn/cm² gemessen. M drückt sich dann in denselben Einheiten aus; sein Zahlenwert ist, wie früher (S. 221), im CGS-System $981 \cdot 10^5$ mal größer als im anderen.

Nach der Theorie bestehen zwischen den Moduln E der Dehnung, F der Torsion, μ der Querkontraktion (52 bis 55a) und M die Beziehungen

$$\text{I.}\quad \frac{1}{M}=\frac{9}{E}-\frac{3}{F}; \qquad \text{II.}\quad M=\frac{1}{3}\frac{E}{1-2\mu}. \qquad 2.$$

Zwei von den Größen genügen also zur Charakterisierung des Körpers, aber nur dann, wenn Isotropie verbürgt ist. Zur Bestimmung von M verdienen die Methoden den Vorzug, welche nur eine Art der Deformation benötigen, von den folgenden also Nr. 1, 3 u. 4. Siehe aber auch die Piezometermethode unter II.

1. Aus der Volumvergrößerung eines longitudinal gedehnten Stabes oder Rohres (Cagniard Latour 1827).

Die Belastung der Querschnittseinheit betrage p. Ihr entspricht, wenn E den El.-M. der Dehnung bedeutet, die relative Verlängerung $\lambda/l = p/E$. Hiermit ist, nach der Definition von μ, eine relative Volumvermehrung (55a im Eingang) $\varphi/v = (1-2\mu)p/E$ verbunden, also ist $E/(1-2\mu) = pv/\varphi$.

Aus Gl. 2 II folgt andrerseits $E/(1-2\mu) = 3M$; demnach gilt für die Volumvermehrung φ, welche dem auf die Querschnittseinheit wirkenden Zuge p entspricht,

$$\frac{\varphi}{v}=\frac{1}{3}\frac{1}{M}p, \quad \text{woraus} \quad M=\frac{1}{3}\frac{v}{\varphi}p. \qquad 3.$$

Die Volumänderung wurde aus der Steighöhe einer Flüssigkeit ermittelt.

Die Formeln 3 gelten auch für das Innenvolumen gedehnter kreiszylindrischer Röhren; bei der Anwendung auf Messungen entstehen Schwierigkeiten aus der Definition der Rohrenden und dem notwendigen Ausschluß von Biegungen.

Amagat, Ann. chim. phys. (6) 22, 95. 1891.

Die Volumänderung von Stäben und Röhren kann auch aus der gleichzeitigen Messung der Verlängerung und Querkontraktion berechnet werden; s. 55a I.

2. Aus der Verminderung des Innenvolumens eines geschlossenen Rohres oder einer Hohlkugel bei äußerer Druckerhöhung p (Regnault 1847).

Es gilt z. B. für eine Hohlkugel vom inneren und äußeren Halbmesser r_1 und r_2

$$\frac{\varphi}{v}=\frac{3}{2}\frac{r_2^3}{r_2^3-r_1^3}\frac{1-\mu}{E}p. \qquad 4.$$

Wenn E anderweitig bestimmt ist, so berechnet sich hieraus μ, und dann M nach Gl. 2 II. Für ein Rohr, das sich leichter im isotropen Zustande herstellen läßt, gelten entsprechende Beziehungen.

Die Volumänderung wird aus der Steighöhe einer Flüssigkeitsfüllung in einer angesetzten Kapillare beurteilt.

Regnault, Mém. de l'acad. des sciences 21, 429. 1847; Amagat, a. a. O.

3. Aus der Verkürzung eines Stabes durch allseitigen Druck.

Schwierigkeiten der Messung liegen in der Längenbestimmung im Innern eines auf Hunderte von Atm. zu pumpenden Druckzylinders.

Der Stab steht auf dem Boden eines aufrecht gestellten Druckzylinders. Die Berührung des oberen Endes mit einer von außen mikrometrisch verstellbaren Platinspitze wird durch den Schluß eines elektrischen Stromes erkannt. Verkürzt sich die Stablänge l um λ, wenn der Druck um p vermehrt wird, so gilt

$$\frac{\lambda}{l} = \frac{1}{3}\frac{1}{M}p, \quad \text{also} \quad M = \frac{1}{3}\frac{l}{\lambda}p. \qquad 5.$$

Als erhebliche Korrektion tritt die von der Differenz der Spitzeneinstellungen abzuziehende Eigenverlängerung des Druckzylinders durch den Innendruck herein; vgl. Nr. 4.

Amagat a. a. O; Richards, ZS f. phys. Ch. 61, 171. 1907; Bridgman, Proc. Amer. Acad. 44, 255. 1909; 47, 362. 1911; hier wird die bleibende Verrückung eines über den Probestab geschobenen Ringes gemessen, welche dadurch eintritt, daß ein Anschlag des äußeren Druckzylinders den Ring verhindert, der Verkürzung des Stabes bei Druckerhöhung zu folgen.

Hat der Körper Drahtform, so kann man den Druckbehälter in Glaskapillaren endigen lassen, durch welche hindurch die Verkürzung mikroskopisch gemessen wird. Anisotropie und Krümmungen sind als Fehlerquellen zu beachten.

Buchanan, Proc. R. S. 73, 296. 1904.

4. Aus der Verlängerung eines zylindrischen, auch an den Enden geschlossenen Rohres bei Innendruckerhöhung.

Die Rohrlänge sei $= l$, der innere und äußere Halbmesser $= r_1$ und r_2; der Innendruck p bewirke die, ähnlich wie bei der Wärmeausdehnung (44) zu messende Verlängerung λ. Dann gilt für ein relativ langes Rohr nahe

$$\frac{\lambda}{l} = \frac{1}{3}\frac{1}{M}\frac{r_1^2}{r_2^2 - r_1^2}p \quad \text{oder} \quad M = \frac{1}{3}\frac{r_1^2}{r_2^2 - r_1^2}\frac{l}{\lambda}p. \qquad 6.$$

Die Methode eignet sich zu Messungen bei verschiedenen Temperaturen. Die im Vergleich mit der elastischen Dehnung großen Längenänderungen infolge von Temperaturschwankungen der Umgebung werden bei Längenvergleichung zweier paralleler Rohrstücke, von denen nur eines elastisch gedehnt wird, eliminiert.

Mallock, Proc. R. S. 74, 50. 1905. Hierzu die Bemerkungen und Ver-

allgemeinerungen von Chree, ebd. 74, 518. Messungen bei verschiedenen Temperaturen: Grüneisen, Ann. d. Ph. 33, 1239. 1910. — Zur Theorie vgl. Lamé, Leç. s. la théor. de l'élast., Paris 1852, 188; Love-Timpe, § 100.

II. Kompressibilität von Flüssigkeiten (Canton, Oersted).

Die Kompressibilität einer Flüssigkeit läßt sich nur aus der Differenz gegen die Kompr. irgendeiner andern festen oder flüssigen Substanz, z. B. die des Flüssigkeitsbehälters, bestimmen.

1. Messung in einem kalibrierten Piezometer. Ein Gefäß mit kapillarem Ansatz, z. B. Glasbirne mit angeblasener Kapillare (23, 24), vom Volumen v werde mit der Flüssigkeit gefüllt und einem sowohl auf den Flüssigkeitsmeniskus wie auf die Außenwand wirkenden Druck p ausgesetzt. Ist $\varkappa$ die Kompr. der Flüssigkeit, $\varkappa_0$ die des Materials, aus dem das Piezometer hergestellt ist, so erfährt bei der Druckerhöhung p der Hohlraum des Piezometers, dessen Wandung als homogen und isotrop vorausgesetzt wird, eine Volumverminderung $\varkappa_0 vp$, die Flüssigkeit allein eine Volumverminderung $\varkappa vp$. Der ersteren entspricht eine Meniskusverschiebung nach außen, der letzteren eine Verschiebung nach innen. Beobachtet man optisch oder nach der Methode des elektr. Kontakts (I 3 und S. 136) die resultierende Meniskusverschiebung λ, so gilt, wenn q der Kapillarenquerschnitt,

$$\lambda q = (\varkappa - \varkappa_0) vp. \qquad 7.$$

Zu der hieraus gefundenen „scheinbaren Kompr." $\varkappa - \varkappa_0$ ist also die Kompr. des Gefäßmaterials zu addieren, die nach einer der obigen Methoden (I, 1 bis 4) zu bestimmen ist.

Man kann auch die Kompr. des Piezometers empirisch bestimmen oder eliminieren durch Füllung des Piezometers mit einer Flüssigkeit bekannter Kompr. z. B. mit Hg ($\varkappa = 39 \cdot 10^{-7}$ cm²/kg-Gew.) oder Wasser (Tab. 19b), oder indem man den größten Teil des Piezometervolumens mit einer festen Substanz bekannter Kompr. $\varkappa_0$ ausfüllt, z. B. mit Stahl ($\varkappa_0 = 58 \cdot 10^{-8}$ cm²/kg-Gew.). Im letzteren Falle gilt das Volumen der festen Substanz als Piezometervolumen v und die Differenz der Meniskusverschiebungen ohne und mit fester Substanz bei gleicher Druckänderung als Verschiebung λ in Gl. 7. Umgekehrt kann dies Verfahren dazu dienen, die unbekannte Kompr. fester Körper aus der bekannten Kompr. einer Flüssigkeit abzuleiten.

In jedem Falle die Kompr.-Wärme beachten!

Vgl. u. a. Röntgen u. Schneider, Wied. Ann. 29, 165. 1886; 31, 1000. 1887; 34, 531. 1888; besonders Amagat, Ann. chim. phys. 29, 68 u. 505. 1893; ferner Richards, Publ. Carnegie Inst. Nr. 76 u. ZS f. phys. Ch. 61, 77, 171, 183. 1907 u. 71, 152. 1910. Ein abgeändertes Verfahren, bei dem die Volumänderung aus der Verschiebung des den Druck übermittelnden Kolbens beurteilt wird, angewandt bei verschiedenen Temp. und Drucken bis zu 12000 Atm., bei Bridgman, Proc. Amer. Acad. 47, 441. 1912 u. 49, 1. 1913.

2. Messung der Volumänderung durch Wägung. Ein aufrecht stehender Stahlzylinder (Fig. 86) wird vollständig mit der zu untersuchenden Flüssigkeit gefüllt. Im aufgeschraubten Deckel befindet sich ein kleines Reservoir mit Quecksilber, welches durch eine sehr feine Bohrung mit dem Innern des Piezometers in Verbindung steht. Setzt man die Anordnung unter allseitigen Druck, so dringen Hg-Tröpfchen in das Piezometer und fallen, weil spez. schwerer, zu Boden. Aus dem Gewicht des eingedrungenen Hg unter Berücksichtigung seiner eigenen Kompr. ergibt sich die „scheinbare Kompr." der Flüssigkeit, mit der wie oben zu rechnen ist.

Fig. 86.

Vgl. Bridgman, Proc. Amer. Acad. 47, 345. 1911.

Veränderlichkeit des Kompr.-Koeffizienten. Mit wachsendem Druck nimmt die Volumverminderung verzögert zu, d. h. $\varkappa$ nimmt ab. Mit wachsender Temperatur wächst $\varkappa$, und zwar teilweise beträchtlich.

Kompressionswärme; besonders unter I 2, 3, 4 und II zu berücksichtigen. — Bei rascher, „adiabatischer" Kompr. gilt für kleine Druckänderungen Δp, wenn α der kubische Temp.-Ausd.-Koeff., s die Dichte, c_p die spez. Wärme (Tab. 2, 4, 11, 12), T die abs. Temp. ist, $\frac{\Delta T}{T} = \frac{\alpha}{s c_p} \Delta p$.

55c. Elastische Nachwirkung (W. Weber 1841).

Elastische Deformationen vollziehen sich nur zu einem Teile sofort; ein Rest, die „Nachwirkung" folgt langsamer. Bei Platin, Stahl, Quarz (wie es scheint, bei Kristallen allgemein) ist er sehr klein, erreicht aber bei manchen Metallen und Gläsern wohl 5 %, bei organischen Körpern, wie Kokon oder Kautschuk 30 %, ja in niederer Temperatur den größeren Teil der Deformation. — Nachwirkungen können lange Zeiten, selbst Monate dauern.

Nachwirkungen zeigen sich auch an anderen Molekularvorgängen, wie an der Wärmeausdehnung, dem elektrischen Leitungswiderstand, bei der Magnetisierung und insbesondere auch als elektrischer Rückstand.

Von diesen mit der Zeit verschwindenden Abständen von einem neuen elastischen Gleichgewicht sind die dauernden Gestaltsänderungen zu unterscheiden, die einer Überschreitung der Elastizitätsgrenze usw. folgen. (Über solche Erscheinungen an Flußeisen s. z. B. Cassebaum Ann. d. Ph. 34, 106. 1911.) Die Trennung wird oft durch die Übereinanderlagerung beider Erscheinungen erschwert, und auch in der Theorie vermischt man sie häufig; die Trennung ist aber für die Erkenntnis der beiden Vorgänge unerläßlich.

Am leichtesten zu beobachten ist die Nachwirkung nach Deformationen, während sich die natürliche Gestalt eines Körpers, der gedehnt, gebogen, gedrillt gewesen war, mit der Zeit wieder herstellt.

Es sei s die Deformation, welche zur Zeit t nach dem Aufhören der die Gestalt ändernden Kräfte noch besteht. Die Annäherung an die natürliche Gestalt vollzieht sich mit einer Geschwindigkeit $-\mathrm{d}s/\mathrm{d}t$, welche, falls die primäre Deformation kurz gewirkt hatte, dem Gesetz folgt (F. K.)

$$-\frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t} = a\frac{s}{t}, \quad \text{also} \quad s = \frac{c}{t^a}.$$

Nur für die ersten, der Beobachtung nicht zugänglichen Bruchteile von Sekunden gilt die Formel nicht. a, welches die Geschwindigkeit bedingt, mit der die Nachwirkung verschwindet, ist für dieselbe Art von Deformationen an demselben Körper nahe konstant; es wurde, t nach Minuten gerechnet, an verschiedenen Körpern bei verschiedenen Vorgängen, zwischen $\frac{1}{5}$ und 1 gefunden. Die Konstante c, d. h. die zur Zeit 1 nach Aufhören der deformierenden Kräfte noch vorhandene Nachwirkung, ist cet. par. der Größe der vorangegangenen Deformation nahe proportional und wächst mit deren Dauer.

Nach längerer Dauer der primären Deformation gilt der allgemeinere Ausdruck

$$-\frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t} = a\frac{s}{t^n}, \quad \text{also} \quad s = C\cdot e^{-p t^m}, \qquad \text{II}$$

worin $p = a/(1-n)$ und $m = 1-n$ ist. m wächst mit der Dauer der vorangegangenen Gestaltsänderung von sehr kleinen Werten allmählich an, aber erfahrungsgemäß nicht über $\frac{1}{3}$; n liegt zwischen 1 und $\frac{2}{3}$.

Nach denselben Ausdrücken vollzieht sich die Annäherung an einen neuen Endzustand, der einer plötzlich einsetzenden konstanten Kraft oder Deformation entspricht.

F. K., Pogg. Ann. 119, 337. 1862; 128, 1. 1866; 158, 337. 1876.

Genähert lassen sich auch, z. B. an Glas, manche Nachwirkungen, die einer Deformation S von der Dauer T folgen, zur Zeit t nach dem Aufhören, durch $AS\cdot\lg[(T+t)/t]$ ausdrücken (Boltzmann). Falls umgekehrt zur Zeit Null eine konstant bleibende Deformation plötzlich eintritt, so gilt für die elastische Kraft zur Zeit t genähert der Ausdruck $P(1-A\lg t)$. Die Konstante A hat in beiden Ausdrücken für denselben Körper und für die gleiche Art von Deformation denselben Wert.

Boltzmann, Pogg. Ann. Erg. VII, 624. 1876. — Weiteres Material, eorien, umfangreiche Literatur bei Auerbach, Winkelmanns Handbuch, Aufl. I, 796, 1908.

Um die Größe und Hartnäckigkeit der Nachwirkung zu bemmen, lasse man etwa eine Deformation S 1 min lang bestehen d beobachte dann die Nachwirkung s. Aus zwei Beobachtungsaren $t_1\ s_1$ und $t_2\ s_2$ kommt in Formel I $a = \frac{\lg s_1 - \lg s_2}{\lg t_2 - \lg t_1}$ und $= t_1^a s_1$ oder $= t_2^a s_2$. Graphische Darstellungen sind nützlich. S gibt die relative Größe der Nachwirkung zur Zeit Eins. $1/a$ zeichnet die Hartnäckigkeit.

Bei Körpern mit geringer Nachwirkung muß die Deformation elleicht längere Zeit (10 min) bestehen, um eine Nachwirkung n ausreichender Größe zu geben. Dann gilt aber im allgemeinen r Wert $n = 1$ nicht mehr, so daß man die umständlichere Forel II nehmen muß.

Die Beobachtung ist für Torsion mit Ablesung an Spiegel und ale (25) einfach. Der an den Draht gehängte Körper von kleinem Trägitsmoment mit leichtem Spiegel sei durch einen Flügel in Flüssigkeit er einen Luftdämpfer (8, 32) nahe bis zu aperiodischer Schwingung gempft (108). Man drillt am besten oben, mittels eines Torsionskopfes mit radteilung, während der Schwingungskörper gegen eine Hemmung angt. — Ähnlich werden Biegungsnachwirkungen an eingespannten äben leicht beobachtet. — Die Messung von Längsnachwirkungen rlangt, außer an Kautschuk, Kokon u. dgl., große Längen oder sehr emindliche Ablesevorrichtungen; die Wärmeausdehnung eliminiert man am nfachsten nach einem kongruenten ausgeruhten Nachbardraht.

Die Gefahr störender dauernder Gestaltsänderungen wird verringert, enn der Körper vor einer längeren Frist einer größeren Deformation in leichem Sinne unterworfen worden war (vgl. S. 224).

Die Temperatur hat einen beträchtlichen Einfluß. Bei harten Körern steigert sie die anfängliche Größe der Nachwirkung, aber auch die eschwindigkeit ihres Verschwindens. Bei Kautschuk ist die Nachwirkung a niederer Temperatur größer.

55 d. Härte oder Eindringungsfestigkeit.

Nach einem, der Mineralogie entlehnten Verfahren beurteilte man die Härte einer Oberfläche nach ihrer Verletzbarkeit innerhalb einer Staffel kristallisierter Mineralien. Dies ist nicht eindeutig, denn eine Spitze verletzt unter Umständen selbst einen härteren Körper; auch hängt das Ritzvermögen von der Geschwindigkeit der Führung ab. Relativ brauchbar wird das Ritzverfahren, wenn man eine und dieselbe kegelförmige (Diamant-) Spitze mit bestimmter Belastung und Geschwindigkeit führt und die Breite des Risses mißt. Vgl. Martens, Handb. d. Materialienkunde I, 24. 1898.

Definition nach Hertz, 1882; Gesamm. Werke I, 155 u. 183. 1895. Die Härte wird in folgender Form durch einen Druck (Kraft/Flächeneinheit) dargestellt. Sie ist gleich dem Drucke, der im Zentrum einer kugelsegmentförmigen Druckfläche herrschen muß, damit in einem Punkte des Körpers die Spannungen die Elastizitätsgrenze erreichen.

Nach der Theorie ist der Druck im Zentrum das $\frac{3}{2}$fache des mittleren Druckes p_m auf der ganzen Druckfläche. Bedeutet nun p'_m den kleinsten Wert von p_m, bei welchem eine dauernde Veränderung eintritt, so gibt nach Hertz $\frac{3}{2}p'_m$ die gesuchte Härte in abs. Maße.

Spröde Körper erfahren durch Überschreiten der Grenze Zerstörungen. Plastische hingegen, z. B. Metalle, beginnen zu „fließen", d. h. sie erleiden dauernde Eindrücke, ohne den Zusammenhalt zu verlieren.

Größe der Eindrücke. Theorie. Zwei kugelige Oberflächen aus gleichem Material von den El.-Konstanten E und μ (52 u. 55a), von den Radien ϱ_1 und ϱ_2, seien durch die Belastung P zusammengepreßt; hierdurch entstehe ein Druckkreis vom Halbmesser r, also von der Flächengröße $r^2\pi$, so daß $p_m = P/(r^2\pi)$ ist. Bis zur Elastizitätsgrenze gilt dann $r^3 = \frac{3}{4}\frac{1-\mu^2}{E}\frac{P}{1/\varrho_1 + 1/\varrho_2}$, woraus, wenn $\frac{1}{\pi}\left(\frac{4}{3}\frac{E}{1-\mu^2}\right)^{2/3}$ als eine Materialkonstante mit C bezeichnet wird, folgt

$$p_m = C \cdot \left[P\left(\frac{1}{\varrho_1} + \frac{1}{\varrho_2}\right)^2\right]^{1/3}. \qquad 1.$$

Preßt eine Kugel ($\varrho_1 = \varrho$) einen ebenen Körper ($\varrho_2 = \infty$), so kommt, mit derselben Bedeutung von C,

$$p_m = C \cdot \left(\frac{P}{\varrho^2}\right)^{1/3}. \qquad 2.$$

Formel 2 gilt auch für die Kreisdruckfläche, welche beim Zusammenpressen zweier über Kreuz gelegter gleicher Zylinder vom Radius ϱ entsteht.

Stellt nun P' die kleinste Belastung vor, bei der eine dauernde Änderung gerade eintritt, so gibt das nach diesen Gleichungen berechnete $\frac{3}{2}p'_m$ nach Hertz die Härte.

Die Hertzsche Definition läßt sich nicht streng durchführen, weil die El.-Grenze im allgemeinen nicht scharf bestimmbar ist. Auch zeigen sich die theoretischen Formeln nicht streng gültig, insofern beim Zusammenpressen einer Ebene mit verschieden gekrümmten Linsen die so berechnete Härte mit der Linsenkrümmung wächst (Auerbach).

In der Technik gebräuchliche Verfahren.

Diese schließen sich der Hertzschen Definition insofern an, als sie als Kriterium die Deformation in Pressungskreisen benutzen. Sie verfolgen diese jedoch bis weit oberhalb der El.-Grenze, z. B. bis zu 1 cm Durchmesser.

Bedeutet wieder p_m den Quotienten aus der Belastung P und der gesamten (dauernden + elastischen) Druckfläche, so ergeben die Versuche,

daß p_m viel langsamer mit P wächst, als die Formeln 1 bzw. 2 verlangen. Jedoch zeigt sich auch hier p_m als eine Funktion von $P(1/\varrho_1 + 1/\varrho_2)^2$, bzw. von P/ϱ^2 (Stribeck). Man bekommt also stets das gleiche p_m (die gleiche Härtezahl), wenn man P dem Quadrate von ϱ proportional wählt (d. h. bei geometrisch ähnlicher Eindrückung). Es lassen sich also die mit verschiedenen ϱ erhaltenen Beziehungen zwischen p_m und P auf eine einzige „Härtekurve" reduzieren; durch diese ist das Material definiert.

Die Härtekurve läßt sich erfahrungsmäßig für nicht zu kleine Belastungen in einem einfachen Ausdruck darstellen. Es zeigt sich nämlich von etwa $2r = d = 1$ mm aufwärts nahe die Beziehung $P = ad^n$ erfüllt, wo a und n Konstanten des Materials sind; n wurde $= 2$ bis 2,4 gefunden. Setzt man diesen Wert von P in p_m ein, so entsteht $p_m = (4/\pi)\cdot ad^{n-2}$. Für $n = 2$ ist demnach $p_m = (4/\pi)a$ ein von der Belastung unabhängiges Härtemaß; der gewöhnliche, bei hartem Material stets gefundene Fall $n > 2$ bedeutet, daß p_m mit der Pressung wächst.

Diese Prüfungen pflegen folgendermaßen angeordnet zu werden.

A. Mit gegenseitiger Pressung von Stücken des Prüfmaterials:

1. Kugeldruck. Kugel gegen Kugel oder gegen Ebene; Hertz, Auerbach, Stribeck.

2. Zylinderdruck. Zwei Zylinder gleichen Durchmessers; Föppl.

Diese beiden, im Hertzschen Sinne absoluten Verfahren sind wegen der verlangten besonderen Körperformen umständlich. Technisch gebräuchlicher sind deswegen die folgenden:

B. Mittels Pressung eines ebenen Probestückes durch einen sehr harten Körper (Stahl), der selbst nicht dauernd deformiert wird:

3. Brinellsche Kugeldruckprobe. Pressung durch eine Stahlkugel; $2r = 5$ bis 20 mm. In der Praxis benutzt man als Maß der Härte das Verhältnis der Belastung zur sphärischen Oberfläche des Eindrucks. Vgl. jedoch Eug. Meyer und Martens u. Heyn, a. a. O. unten.

4. Kegeldruck (Ludwik). Pressung durch einen Stahlkegel von 90° Öffnungswinkel. Man pflegt den Eindruckhalbmesser r am oberen Rande des entstandenen Randwulstes zu messen und setzt die Härte

$$p_m = P/(r^2\pi).$$

Literatur: Hertz, s. oben. — Ferner zu 1) Auerbach, Wied. Ann. 43, 61. 1891 (Apparat zur Messung); 45, 262. 1892; 53, 1000. 1894; 58, 357. 1896 (Versuch, die mineralogische Skale auszuwerten); Ann. d. Phys. 3, 108. 1900 (Zahlenwerte). Stribeck, ZS Ver. D. Ing. 51, 1445, 1500, 1542. 1907. — Zu 2) Föppl, Wied. Ann. 63, 103. 1897; Mitteil. Mech.-Techn. Labor. München, Heft 28, 34. 1902. — Zu 3) Kürth, Phys. ZS 1907, 417. Auch Martens u. Heyn, ZS Ver. D. Ing. 52, 1719. 1908; hier wird empfohlen, die Eindrucktiefe der Kugel zu messen. — Zu 4) Ludwik, die Kegelprobe, Berlin 1908. — Zum Ganzen besonders: Eug. Meyer, ZS Ver. D. Ing. 52, 645, 740 u. 835 u. Phys. ZS 1908, 66. Kurnakow u. Žemčužny, Fließdruck und Härte plastischer Körper, Jahrb. f. Radioakt. u. El. 1914, 1.

Über Härte und Atomgewicht s. Rydberg, ZS f. phys. Ch. 33, 353. 1900; Benedicks, ebd. 36, 529. 1901. — Über Beziehungen zur Zerreißfestigkeit und Streckgrenze Kürth, ZS Ver. D. Ing. 52, 1560 u. 1608. 1908.

Bei allen diesen Verfahren und Definitionen ist übrigens im Auge zu behalten, daß sie in den Fällen, wo, etwa an rasch gekühlten Körpern, die Oberfläche anders beschaffen, und zwar meist härter ist als das Innere, den Zustand der Oberfläche nicht geben, und den des Inneren nur für größere Pressungen.

Zug-, Bruch- und Torsionsfestigkeit.

Man pflegt die Tragkraft eines longitudinal beanspruchten Prismas oder Zylinders vom Querschnitt q gleich Cq zu setzen. Ferner den Bruchwiderstand eines an den Enden aufgelegten Stabes von der Länge l, gegen eine Belastung seiner Mitte, für ein rechtwinkliges Prisma von der Höhe a und der Breite b gleich $C' \frac{2}{3} a^2 b/l$; für einen Kreiszylinder vom Halbmesser r gleich $C' \pi r^3/l$. Endlich den Zerdrehungswiderstand eines Kreiszylinders (r) gegen ein Drehmoment gleich $C'' \frac{1}{2} \pi r^3$.

C, C' und C'', die Zug-, Bruch- und Torsions-Festigkeitskonstanten des Materials, sind von gleicher Größenordnung.

Die obigen Beziehungen unterliegen starken Abweichungen; z. B. nimmt die Zugfest.-K. im allgemeinen mit wachsendem Querschnitt ab.

Formeln für allgemeinere Fälle hat besonders St. Venant abgeleitet.

Eingehendes z. B. bei Bach, Elastizität und Festigkeit; Martens, Handb. d. Materialienkunde. Vgl. auch Brodmann, Festigkeit von Glasstäben, Gött. Nachr. 1894, 44. — Über Festigkeit, besonders von Hohlzylindern, bis zu Drucken von 30000 Atm. Bridgman, Phil. Mag. (6) 24, 63. 1912.

56. Messung von Wellenlängen; Bestimmung der Schallgeschwindigkeit.

Die Schallgeschwindigkeit[1]) in trockener atmosphärischer Luft von der Temperatur t beträgt $u_t = 331\sqrt{1 + 0{,}00367\,t}$ m/sec. Mittlere Luftfeuchtigkeit wird für Zimmertemperatur genähert berücksichtigt, wenn man 0,004 statt 0,00367 setzt (18); z. B. $u_{18} = 343$. — Vgl. ferner 58.

Zwei gegeneinander laufende gleiche Wellenzüge erzeugen stehende Wellen von einem Knotenabstand gleich der halben Wellenlänge.

Über die photogr. Aufnahme sich ausbreitender Schallwellen (Reflexion, Brechung, Beugung) vgl. Foley-Souder, Phys. Rev. 35, 373. 1912. S. auch 57a I 1.

---

1) Die Einzelwerte für 0° (z. B. Regnault, Bureau des Longitudes, Moll u. van Beek, Violle, Wüllner, Thiesen) liegen zwischen 330 u. 333; s. u. a. Wüllner, 6. Aufl. I, 963. 1907; Violle, Rapports au Congrès 1900, I, 228; Thiesen, Ann. d. Phys. 25, 506. 1908. Der richtige Wert in freier Luft liegt wohl 332 näher als 331. Da hier fast nur Fortpflanzungen in Röhren in Betracht kommen, ist 331 eingesetzt, um die berechneten Werte in nicht zu engen Röhren unkorrigiert (vgl. S. 247) gebrauchen zu können.

I. Staubfiguren (Kundt 1866).

1. Schallgeschwindigkeit in festen Körpern.

Die Schallgeschwindigkeit in einem Stabe (oder einer Röhre) läßt sich auf diejenige in der Luft dadurch zurückführen, daß man die Wellen des longitudinalen Stabtones auf Luft überträgt und in dieser mißt.

Man klemmt den horizontal gelegten Stab an seiner Mitte fest ein (Fig. 87). Das eine Ende E wird longitudinal gerieben (s. unten), das andere ragt in eine mindestens 30 mm weite (vgl. S. 247), am hinteren Ende durch einen dicht schließenden verschiebbaren Stöpsel S verschlossene, gereinigte und getrocknete Glasröhre, die ein wenig Lykopodiumsamen, Korkstaub oder geglühte Kieselsäure (aber sehr wenig) enthält. Die Stöße des freien Endes erzeugen in der Glasröhre stehende Luftschwingungen, durch welche sich der Staub in periodische Figuren ordnet. Durch Verschieben von S findet man die richtige Stellung, bei der nämlich das Aufwirbeln des Staubes möglichst energisch geschieht. Man kann auch die Röhre bei S fest verschließen und anstatt des Stöpsels die ganze Röhre verschieben. — Auf einen Stab von kleinem Querschnitt klebt man, um das Übertragen der Stöße an die Luftsäule zu verstärken, eine leichte Kork- oder Pappscheibe.

Fig. 87.

Ist l der Abstand benachbarter Knotenpunkte voneinander, d. i. die halbe Länge der Luftwelle, L die Länge des Stabes, d. i. die halbe Länge seiner Welle (vgl. 53), so verhalten sich die Schallgeschwindigkeiten U im Stabe und u in der Luft $U:u = L:l$, also gilt (vgl. den Eingang)

$$U = 331\sqrt{1 + 0{,}004\,t}\,\frac{L}{l}\,\frac{\text{m}}{\text{sec}}.$$

Der El.-M. ist dann (53), wenn s die Dichtigkeit des Stabes bedeutet,

$$E = \frac{U^2 s}{9810}\,\frac{\text{kg-Gewicht}}{\text{mm}^2}.$$

Um eine genauere Länge der Staub-Halbwelle zu erhalten, messe man den Abstand eines Paares von Knoten (oder mehrerer Paare; z. B. wenn $2n$ Punkte gemessen werden, Nr. 1 bis $n+1$, 2 bis $n+2 \ldots n$ bis $2n$), die weiter auseinander liegen, und dividiere ihn (oder das Mittel) durch die Anzahl der zwischenliegenden Wellen. Über Rechnung mit kleinsten Quadraten vgl. 3 II.

Beispiel. Ein 900 mm langer Glasstab gab bei der Lufttemperatur 17° die Länge der Staub-Halbwellen $l = 62{,}9$ mm. Die Schallgeschwindigkeit im Glase betrug also $331\sqrt{1 + 0{,}004 \cdot 17} \cdot 900/62{,}9 = 4890$ m/sec; mithin El.-M. des Glases, dessen Dichte $= 2{,}7$ war (15 B, 1 oder 3),

$$E = 4890^2 \cdot 2{,}7/9810 = 6580 \text{ kg-Gewicht/mm}^2.$$

Längere Stäbe kann man, anstatt in der Mitte, auch in $\frac{1}{4}$ vom Ende klemmen und in der Mitte reiben, dann ist die Wellenlänge im Stabe gleich der **ganzen** Stablänge, also das wie oben berechnete U durch 2 zu dividieren.

2. Schallgeschwindigkeit in Gasen.

Man setzt im folgenden den vollkommenen Gaszustand voraus; vgl. S. 80; 83 u. 161. Besonders bei tiefer Temp. und hohem Druck sind die allgemeineren Zustandsgleichungen heranzuziehen.

Berechnung (Laplace 1816). Es bedeute s die Dichtigkeit, p den in CGS-Einheiten (Dyn/cm^2) gemessenen (86 I) Druck eines Gases, ferner sei das Verhältnis seiner spez. Wärmen bei konst. Druck u. konst. Volumen (50 b) (welchem die Erwärmung bei plötzlicher Verdichtung proportional ist) $c_p/c_v = \varkappa$; dann gilt für die in cm/sec gemessene Schallgeschwindigkeit u die Beziehung

$$u^2 = \varkappa p/s. \qquad 1.$$

Nennt man h den in cm Quecksilber (0°; 45° geogr. Breite) gemessenen Gasdruck, so ist (86 I) $p = 13333\,h$. Bedeutet ferner s_0 das spez. Gew. des Gases bei 0° unter 76 cm Quecksilber, so wird (18) für eine Temp. t, wenn α (= 0,00367) der Ausd.-Koeff. der Gase, $s = s_0 \frac{h}{76} \frac{1}{1+\alpha t}$. Werden diese Ausdrücke für p und s in 1. eingesetzt, so hebt sich h heraus (die Schallgeschw. hängt nicht vom Drucke ab) und es kommt

$$u^2 = \varkappa \cdot 13333 \cdot 76\,(1+\alpha t)/s_0 = 1013300\,\varkappa\,(1+\alpha t)/s_0\ (\mathrm{cm/sec})^2,$$ oder, u in m/sec gemessen:

$$u^2 = 101{,}33 \cdot \varkappa \frac{1+\alpha t}{s_0} \left(\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{sec}}\right)^2. \qquad 2.$$

Für zwei Gase gilt demnach das Verhältnis

$$\frac{u^2}{u'^2} = \frac{\varkappa}{\varkappa'} \frac{1+\alpha t}{1+\alpha t'} \frac{s_0'}{s_0}. \qquad 3.$$

Diese Beziehungen dienen für ein Gas von bekanntem $\varkappa$ und s_0 zur Berechnung seiner Schallgeschwindigkeit und zu den Aufgaben unter IV.

Messung mit Staubwellen; 56 I (l = Halbwellenlänge).

1. Man erregt Wellen bekannter Frequenz N (57) und rechnet

$$u = 2lN.$$

2. Man vergleicht das Gas mit der Luft (S. 244), indem man in beiden Mitteln Figuren mit demselben angeriebenen Stabe oder mit derselben, vor der Rohrmündung angestrichenen Stimmgabel oder angeblasenen Pfeife erzeugt. Den entstehenden Wellenlängen sind die Schallgeschwindigkeiten proportional. Wird also dabei beobachtet l' in trockener Luft von der Temp. t' und

l im Gase von der Temp. t, so gilt für das Gas bei 0° die Sch.-Geschw.

$$331 \frac{l}{l'} \sqrt{\frac{1+0{,}00367\,t'}{1+0{,}00367\,t}} \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{sec}}.$$

(Über 331 vgl. Anm. S. 244.)

Beiderseitig geschlossene Röhren. Anreiben erzeugt scharfe Knotenpunkte im eingeschlossenen Gase nur dann, wenn die der Tonhöhe des Rohres entsprechende Halbwellenlänge nahe ein ganzer Bruchteil der Rohrlänge ist. Durch ausprobierte Endbelastungen (beiderseitig angekittete Metallscheibchen) kann man dies bewirken; vgl. Behn u. Geiger, Verh. D. Phys. Ges. 1907, 657. — Über Tonerregung an einem angeschmolzenen Stab und Messungen an Dämpfen von höheren Temperaturen Kundt u. Warburg, Pogg. Ann. 157, 353. 1876; Strecker, Wied. Ann. 13, 20. 1881.

Anreiben eines Stabes. Außer auf das Freihandverfahren (S. 226) sei auf die, durch Laufwerk angetriebene rotierende Reibscheibe (R. König) hingewiesen, deren Umfang, mit zwei Kautschukschläuchen und darüber gespanntem befeuchtetem Seidenstoff belegt, die zu diesem Zweck sehr fest eingespannte Glasröhre einseitig reibt. (Die Endverbreiterung, welche die Stöße überträgt, wird, haltbarer als durch ein aufgekittetes Scheibchen, durch Aufblasen hergestellt.) Vgl. Altberg, Ann. d. Phys. 11, 410. 1903.

Verzögerung in Röhren. Die Sch.-Geschw. wird hier, durch Reibung und Wärmeaustausch, um eine Korrektion verkleinert, die der Rohrweite (d cm) und der Wurzel aus der Schw.-Zahl N/sec umgekehrt proportional ist (Helmholtz, Kirchhoff). Für Luft in gewöhnlicher Temp. folgt empirisch als Korrektionsfaktor etwa $1 - 0{,}45/(d\sqrt{N})$; 3 Promille für $d = 3$ cm u. $N = 2000$.

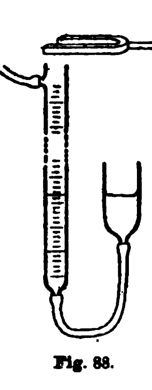
Tropfbare Flüssigkeiten. Es bedeute s die Dichtigkeit, $\varkappa$ die Kompressibilität (55b) in CGS, d. h. die Zahlen in Tab. 19a geteilt durch 1013300 (36), dann ist

$$U^2 = 1/\varkappa s.$$

Auch hier lassen sich Schallgeschw. mittels Kundtscher Staubwellen (Bimssteinsand) bestimmen; vgl. z. B., auch über Lit., Dörsing, Ann. d. Phys. 25, 227. 1908; über den bedeutenden Einfluß der Weite und Wandstärke auch Korteweg, Wied. Ann. 5, 525. 1878.

II. Akustische Bestimmungen von Wellenlängen in Gasen.

1. Stehende Wellen durch Reflexion (Quincke). Die Tonquelle, z. B. die Zinken oder der Resonanzkasten einer Stimmgabel, befindet sich vor dem offenen Ende eines hinten eben geschlossenen weiten (30 mm) Rohres. Durch Reflexion an der Hinterwand bilden sich stehende Wellen. Mittels eines engen (8 mm), verschiebbar eingeführten Rohres, von welchem ein Kautschukschlauch zum einen Ohre führt, tastet man die Wellen

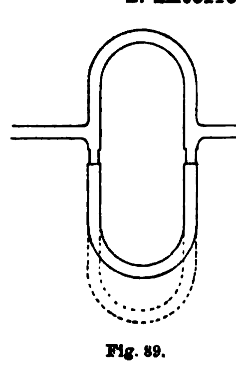

Fig. 88.

ab. Das andere Ohr ist verstopft; Kratzen des Hörrohres wird durch einige umgebundene Fäden (in hoher Temperatur Asbest) vermindert. Die an einer mm-Teilung abgelesene Strecke zwischen aufeinanderfolgenden Stellungen maximaler (oder minimaler) Tonstärke ist je $\frac{1}{2}$ Wellenlänge.

Statt des verschiebbaren Hörrohres vor dem festen Boden kann eine feststehende Höröffnung mit Schlauch und ein verschiebbarer Boden dienen. Eine einfache Anordnung s. Fig. 88, wo das verstellbare Wasserniveau den Boden bildet.

Quincke, Pogg. Ann. 128, 190. 1866; Stevens, Ann. der Phys. 7, 285. 1902. Kalähne, ebd. 11, 225. 1903 (hohe Temp.); 20, 398. 1906. Hier auch die weitere Literatur.

2. **Interferenz-Doppelrohr** (Quincke) (Fig. 89). Der Ton wird in das eine Ende eines verzweigten Kanals geschickt, dessen einer Zweig mittels eines Posaunenauszuges meßbar verlängert werden kann. Vom anderen Ende führt man wie oben einen Schlauch zum Ohre. Die Summe der beiderseitigen Verschiebungen zwischen zwei Stellungen minimaler Tonstärke gibt die Wellenlänge. Denn die beiden Wellenzüge interferieren jedesmal abschwächend, wenn ihre Weglängen sich um ein ungerades Vielfaches der halben Wellenlänge unterscheiden.


Fig. 89.

Quincke, Pogg. Ann. 128, 179. 1866. Eine Abänderung, welche mittels eines T-Stückes die eine der Öffnungen verschieben läßt, s. bei Handke u. Martens, Verh. D. Phys. Ges. 1907, 121.

Über Messungen mit Membranen in Pfeifen s. W. Kohlrausch, Wied. Ann. 8, 584. 1879. — Vgl. ferner 57, 4.

3. **Resonanz.** In einem elastischen Körper, besonders in einer abgegrenzten Gasmasse entstehen durch die Zuführung regelmäßiger Anstöße Eigenschwingungen, deren Intensität ein Maximum ist, wenn die Schwingungszahl mit einem Eigenton des Körpers zusammentrifft.

Der Ton einer Sirene von meßbar veränderlicher Schwingungszahl wird einem geschlossenen Rohr (l etwa $= 100$; $2r = 5$ bis 6 cm) am einen Ende durch eine enge (1 mm weite) Öffnung zugeführt. Die Wellenlänge des (tiefsten) Tones, für welchen das Maximum der durch eine Metallmembran (Neusilber, $^1/_3$ mm

stark) hindurch beobachteten Resonanz eintritt, ist gleich der doppelten Rohrlänge.

Thiesen, Ann. d. Phys. 25, 506. 1908. S. über die Anwendung eines Saitenunterbrechers Fürstenau, ebd. 27, 735. 1908. Vgl. noch 57 II 5.

4. Aus der Tonhöhe einer Pfeife. Eine und dieselbe kleine Pfeife wird mit dem zu untersuchenden und mit einem Gase von bekannter Schallgeschwindigkeit angeblasen. Vorbehaltlich Korrektionen aus der Stärke des Anblasens usw. verhalten sich die Schallgeschwindigkeiten wie die Tonhöhen. Vgl. Wachsmuth, Ann. d. Phys., Boltzmannband, 923. 1904.

III. Messung sehr kleiner Wellenlängen mit Beugungsgittern.

Über die theoretischen Grundlagen des Verfahrens vgl. Optik 65 I. — Über die Erzeugung der schnellen Gasschwingungen vgl. 57 I 8.

Die Wellen, nötigenfalls mittels eines Hohlspiegels parallel gemacht, fallen auf ein Stabgitter (Drähte; Glasstäbe) von einigen mm Gitterperiode. Man sucht mit einem Schalldruckmesser (57 a, 4) die Richtungen der Energiemaxima (nur das mittelste und die beiderseitig nächsten pflegen deutlich zu sein) hinter dem Gitter und rechnet wie in 65 I. Altberg, Ann. d. Phys. 23, 267. 1907; bis etwa $\lambda = 1$ mm abwärts.

Oder man untersucht die gebeugt reflektierten Strahlen mittels Drehung des Gitters vor einem zweiten Hohlspiegel, der sie auf den Schalldruckmesser konzentriert. Dieckmann, Ann. d. Phys. 27, 1066. 1908; bis etwa $\lambda = \frac{1}{2}$ mm (ca. 700000 Schw./sec).

IV. Anwendungen von Schallgeschwindigkeiten.

1. Bestimmung von Gasdichten. Ist $c_p/c_v = \varkappa$ bekannt (vgl. **50 b** u. Tab. 12 a), so folgt aus der Sch.-Geschw. u m/sec das spez. Gew. bei 0° und 760 mm Quecks. (Formel 2, S. 246)

$$s_0 = 101{,}33\,\varkappa\,\frac{1+\alpha t}{u^2}.$$

2. Bestimmung des Verhältnisses $\varkappa = c_p/c_v$. Aus dem bekannten spez. Gew. s_0 (0°, 760 mm) und der Sch.-Geschw. u bei t folgt

$$\varkappa = 0{,}00987\,\frac{s_0 u^2}{1+\alpha t}.$$

Über tiefe Temp. u. hohe Drucke vgl. z. B. Valentiner, Ann. d. Phys. 15, 74. 1904; P. P. Koch, ebd. 26, 551 u. 27, 311. 1908.

3. Messung von Temperaturen. Als Gas werde trockene Luft angenommen. Der Sch.-Geschw. u entspricht die Temperatur

$$t = 0{,}00249\,u^2 - 273.$$

Sind die Wellenlängen eines und desselben Tones (vgl. 57) λ und λ' bei den Temperaturen t und t', so gilt

$$\frac{273 + t}{273 + t'} = \frac{u^2}{u'^2} = \frac{\lambda^2}{\lambda'^2}.$$

Über hohe Temperaturen vgl. Kalähne, Ann. d. Phys. 11, 225. 1903.

Die Formeln unter Nr. 1, 2 u. 3 setzen vollkommenen Gaszustand voraus; vgl. den Eingang.

57. Absolute Schwingungszahl eines Tones.

Über physikalische Akustik s. besonders Rayleigh, Theory of Sound, deutsch von Neesen 1879. Second Ed. 1894/95.

I. Gebräuchliche Tonquellen.

1. Sirene (Cagniard Latour 1820), durch Anblasen, elektromagnetisch oder durch einen Motor (8, 26) angetrieben. Der Grundton ist durch die Periode der Stöße gegeben; begleitende Geräusche und Obertöne hängen von den Umständen ab.

2. Stimmgabel, angeschlagen, angestrichen oder elektromagnetisch angetrieben; fundamental wegen ihrer, auch von der Temperatur wenig beeinflußten, Konstanz ihrer Schwingungszahl[1]) und, richtig behandelt, wegen der Schwäche ihrer, vom Grundton weit abliegenden Obertöne, die außerdem mittels eines auf den Grundton abgestimmten Resonanzkastens relativ noch weiter abgeschwächt werden können. — Zur optischen Darstellung der Schwingungen dienen Spiegel an den Zinken, am besten nicht weit von der Mitte befestigt. Der schwingende Strahl fällt auf einen zweiten, geeignet bewegten Spiegel. — Schreibende Stimmgabel s. S. 251.

Lit. z. B. Hartmann-Kempff, Ann. d. Phys. 13, 124. 1904 (Einfluß der Amplitude); Martens, Verh. D. Phys. Ges. 1907, 111; Kielhauser, die Stimmgabel, Leipz. 1907. — Stimmgabel vor einer Öffnung mit Luftstrom Rayleigh, Phil. Mag. 13, 316. 1907.

3. Transversal schwingende gestreckte Stäbe (vgl. 54a), rechteckig oder zylindrisch, angeschlagen oder angestrichen; im allgemeinen zahlreicher, zu einander unharmonischer Töne fähig. Um den Grundton zu bevorzugen, stütze man in dessen nahe um $^2/_9$ von den Enden entfernten Knotenpunkten. Wichtig besonders als Normale für hohe Töne (R. König). — Über Stimmplatten s. Melde, Wied. Ann. 66, 767. 1898; ebd. 67, 781. 1899.

4. Schwingende Federn (Zungen), meist durch Anblasen oder elektromagnetisch erregt. Für tiefere Töne am freien Ende beschwert. Auch als Tonnormale verwendet (Appunn).

5. Longitudinal schwingende Stäbe, angerieben; s. S. 226 u. 247. Die je nach der Anzahl der Knoten entstehenden Tonhöhen verhalten sich wie 1 : 2 : 3 . . .; harmonische Tonreihe.

1) Normalstimmgabeln werden von der P.-T. Reichsanstalt geprüft.

6. Gespannte Drähte und Saiten. Längs: angerieben s. S. 226. Besonders auch für sehr hohe Töne zuverlässig brauchbar. — Quer: angeschlagen, angestrichen oder elektromagnetisch betrieben (Saitenunterbrecher); s. S. 253 Monochord. — Tonreihe: 1 : 2 : 3 ...

Über optische Untersuchung der Schwingungsform s. z. B. Krigar-Menzel u. Raps, Sitz.-Ber. Berl. Akad. 1891, 613.

7. Gassäulen (Pfeifen), meist über Schneiden angeblasen, auch durch empfindliche Flammen erregbar. Von Korrektionen abgesehen: a) Beiderseitig offen oder geschlossen: Grundton $= u/(2\,l)$ (vgl. S. 246); Tonreihe 1:2:3... b) Einseitig geschlossen: Grundton $= u/(4\,l)$; Tonreihe 1 : 3 : 5... — Relativ kurze („kubische") sowie Zungenpfeifen folgen anderen Beziehungen.

Galtonpfeifen, mit einem Gummiball, zuverlässiger mit einem Gebläse von konstantem Druck über eine kreisförmige Schneide angeblasene kurze, zylindrische Luftmassen, deren Länge nebst der hierdurch bestimmten Maulweite mikrometrisch verändert werden kann. Tabellen geben die zugehörigen Tonhöhen, die bis über 50000 Schw./sec reichen können. Ausführung z. B. von Edelmann, Ann. d. Phys. 2, 469. 1900. — Näheres bei F. A. Schulze, ebd. 24, 785. 1907; Hegener, Beiträge z. Anat. usw. des Ohres 1, 321. 1908.

8. Schwingungen in elektrischen Lichtbögen und Funkenstrecken. In Hertzschen Funkenstrecken bis 200000/sec (vgl. Altberg, Ann. d. Phys. 23, 267. 1907), im Poulsen-Lichtbogen (125) bis zur Ordnung 800000 (Dieckmann, Ann. d. Phys. 27, 1066. 1908). — Über die Grenzwerte der kürzesten Gaswellen vgl. Lebedew, Ann. d. Phys. 35, 171. 1911.

Relative Schwingungen der *reinen* Dur-Tonleiter:

c	d	e	f	g	a	h	c_1
1	9/8	5/4	4/3	3/2	5/3	15/8	2

Einfachste Tonintervalle:

Oktav	Quint	Quart	Große u. kl. Terz		Gr. u. kl.	ganzer u. halber Ton	
2 : 1	3 : 2	4 : 3	5 : 4	6 : 5	9 : 8	10 : 9	16 : 15
$\frac{c_1}{c}$	$\frac{g}{c}\ \frac{h}{e}\ \frac{c_1}{f}$	$\frac{f}{c}\ \frac{g}{d}\ \frac{a}{e}\ \frac{c_1}{g}$	$\frac{e}{c}\ \frac{a}{f}\ \frac{h}{g}$	$\frac{g}{e}\ \frac{c_1}{a}$	$\frac{d}{c}\ \frac{g}{f}\ \frac{h}{a}$	$\frac{e}{d}\ \frac{a}{g}$	$\frac{f}{e}\ \frac{c_1}{h}$

Gleichschwebende Stimmung hat jeden halben Ton $= 2^{1/12} = 1{,}0595$; Tab. 21.

Die obere Hörgrenze ist, individuell verschieden, von der Ordnung 20000 Schw./sec.

II. Bestimmung der Schwingungszahl.

1. **Graphisch.** Tönender fester Körper. Man befestigt diesen neben einer Stimmgabel von bekannter Schwingungszahl und läßt beide mittels angeklebter leichter biegsamer Spitzen (feine Metallfeder, Streifchen aus einer Federspule, geschabtes Celluloid

usw.) Sinuskurven in eine dünne Rußschicht schreiben (Fig. 31, S. 116). Die nebeneinander liegenden Wellen werden abgezählt.

Oder man läßt neben die Kurve des Körpers in bekanntem Takte Marken zeichnen und zählt die zwischen ihnen liegenden Wellen. Die Marken werden z. B. durch eine elektromagnetische Schreibvorrichtung hergestellt, welche durch den Stromschluß (Quecksilbernapf) bei jeder Schwingung eines Sekundenpendels bewegt wird. Oder dieser Stromschluß geht durch die primäre Rolle eines Induktionsapparates, während die Pole der sekundären mit der Walze bzw. mit der Stimmgabel verbunden sind; die Induktionsfunken durch die Schreibspitze zeichnen sich auf der Rußschicht ab. — Für besonders schnelle Schwingungen dient anstatt Ruß eine dünne Fettschicht; die hier geforderte rasche Fortbewegung wird durch einen Glasstreifen leichter erzielt als durch die Walze.

Melde, Wied. Ann. 51, 661. 1894.

Auch lichtempfindliche Schichten werden angewendet. S. auch die in der Physiologie viel gebrauchten Chronographen von Ludwig, Marey u. a.

Über optische Darstellung von Stimmgabelschwingungen usw. vgl. I 2.

Tonwellenzüge in Luft. Man läßt solche auf eine freie rußende Acetylenflamme wirken. Diese zuckt im Takte des Tons und zieht Rußringe auf einen mit bekannter Geschwindigkeit vorbeibewegten Streifen. Marbe, Phys. ZS 7, 543. 1906; 8, 92. 1907.

Über photographische Aufzeichnung von Schwingungen s. auch 57a I 1.

2. **Aus Schwebungen.** Stimmgabeln oder sonstige Tonquellen von nahe gleicher oder in einfachem Zahlenverhältnis stehender Schwingungszahl lassen sich nach der Anzahl der Schwebungen vergleichen, welche sie miteinander erzeugen. Jede Schwebung bedeutet ein Vorauseilen des einen Tones um eine ganze Schwingung. Weiß man nicht, welcher von beiden Tönen der höhere ist, so kann man z. B. den einen von ihnen ganz wenig vertiefen. Werden die Schwebungen dadurch langsamer, so war dieser Ton der höhere und umgekehrt. Ein Stimmgabelton kann durch etwas Wachs oder durch ein Stückchen Kautschukschlauch, welches dem Ende oder der Mitte näher geschoben wird, mehr oder beliebig wenig vertieft werden, der Ton einer Pfeife durch Annähern der Hand an eine Öffnung.

In einer fortlaufenden Reihe benachbarter Tonquellen, die miteinander schweben, ist die Schw.-Z. jedes Tones gleich der Summe der sekundlichen

Schwebungsfrequenzen von ihm bis zu seiner höheren Oktave. Andere Tonhöhen lassen sich mittels Schwebungen einreihen (Scheiblerscher Tonmesser).

3. **Mit dem Monochord.** Eine gespannte weiche Saite von l m Länge, gespannt durch ein Gewicht P, wenn 1 m der Saite das Gewicht p hat, besitzt eine Schwingungszahl N ihres Grundtones (Mersenne 1636)

$$N = \frac{1}{2l}\sqrt{\frac{9{,}81\,P}{p}}.$$

Durch Längen- oder Spannungsänderung kann man also zum Zweck von Vergleichungen eine beliebige, aus der Formel zu berechnende Tonhöhe hervorbringen. — Die eigene Elastizität der Saite macht die Schwingungszahl etwas größer als berechnet. Messing- oder besser noch Silberdraht, auch besponnener Klaviersaitendraht ist geeignet. Vgl. Rayleigh, § 118 ff., besonders 137.

4. **Aus der Wellenlänge in Luft.** Wenn u die Fortpfl.-Geschw. (56), λ die Wellenlänge des Tones in Luft, so ist $N = u/\lambda$. Man mißt λ z. B. durch Übertragen des Tones auf Kundtsche Staubfiguren (56 I) oder auf eine Quinckesche Röhre (56 II). Oder man läßt den Ton von einer ebenen Wand reflektieren und tastet die Interferenzknoten oder Bäuche ab, bei tieferen Tönen z. B. vor einer vertikalen Wand mit einer empfindlichen Flamme (Rayleigh), bei hohen, selbst bei nicht mehr hörbaren Tönen einer Galtonpfeife nahe über einer Tischplatte mittels einer kleinen, auf einen Korkring geklebten und mit Sand bestreuten Glimmerplatte. Vgl. noch 56 II u. III.

S. hierüber F. A. Schulze, Ann. d. Phys. 24, 785. 1907.

5. **Mit Resonatoren.** Man probiert einen Resonator von bekannter Schwingungszahl aus, der auf die gesuchte Tonhöhe anspricht. Resonatoren sind meist abgegrenzte Luftmassen. Nahe einheitlichen Ton gibt der Kugelresonator (Helmholtz); für eine Kugel vom Volumen V mit verhältnismäßig enger Öffnung von der Fläche F ist die Eigentonhöhe prop. mit $u \cdot F^{1/4}\,V^{-1/2}$, wenn u die Schallgeschw. im Gase.

Multiple Res. s. Rayleigh, Phil. Mag. 13, 319. 1907; Reihen, die vermöge verschiedener Einsatzöffnungen von $\frac{1}{4}$ zu $\frac{1}{4}$ Ton fortschreiten, Edelmann, Phys. ZS 7, 510. 1906.

Zylinderresonatoren. Die Tonhöhe berechnet sich am einfachsten für einen beiderseitig geschlossenen Zylinder; die Länge kann durch Ausziehen regulierbar sein. Enge Öffnungen in den Endplatten dienen zum Einlaß des Schalles und zum Hören. Vgl. 56 II 3. — Man beachte das Ansprechen auch auf Obertöne.

Über Luftresonatoren vgl. Helmholtz, Tonempfindungen, Beilage II u. IV.

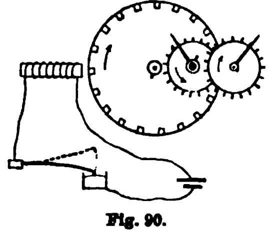
Feste dünne Platten (Glas, kreisförmig) können vermöge der Chladnischen Klangfiguren, aus welchen sich die Schwingungszahl ergibt (Kirchhoff), als Resonatoren gebraucht werden.

Vgl. Rayleigh (Neesen), Theor. of Sound I, § 193 ff.; Anwendungen bis über 30000 Schw./sec bei F. A. Schulze a. a. O.

Resonanz durch Berührung; besonders auch auf sehr hohe Schw.-Z. anwendbar. Eine an den tönenden Körper gekittete kleine Korkschneide berührt das freie Ende eines geklemmten flach liegenden Stabes, dessen Länge man variiert, bis einer von seinen Tönen auf den zu bestimmenden anspricht. Die Knoten werden aus Sandlinien erkannt, die Schw.-Z. nach den Formeln S. 229 berechnet, nachdem der Stab bei irgendeiner Länge nach einem bekannten Ton geeicht ist. Melde, Wied. Ann. 52, 238. 1894; auch 66, 767. 1898.

6. **Mit der Sirene.** Man erhält eine Sirene mit Zählwerk auf der Höhe des zu bestimmenden Tones und zählt die Umdrehungen während einer gemessenen Zeit.

7. **Phonisches Rad** (La Cour, Rayleigh) (Fig. 90). Mit einem Zählwerk ist eine hohle Trommel verbunden, die etwas (reines) Quecksilber enthält. Durch seine Trägheit und Reibung wirkt dieses ausgleichend auf den Gang und erteilt insbesondere, wenn die Trommel während einer Rotation plötzlich stehen bleiben möchte, einen Stoß nach vorwärts.


Fig. 90.

Auf der Peripherie sind in gleichen Abständen Eisenstäbchen eingelassen. Die Trommel rotiert vor einem Elektromagnetpol. Wird dieser in einem bestimmten Takt erregt, so reguliert eine Geschwindigkeit, die man der Trommel durch einen Anstoß gegeben hat, sich von selbst so, daß die Eisenstäbe den Pol im gleichen Takt oder mit einem ganzen Vielfachen dieser Geschwindigkeit passieren.

Das phonische Rad zählt also Oszillationen, die man auf bewegliche elektrische Kontakte übertragen hat, z. B. die von schwingenden Federn, Stimmgabeln usw. Da die Ordnungszahl der Schwingungen so gut wie immer bekannt ist, so wird eine besondere Untersuchung darüber, um wie viele Stäbchen sich bei jeder Schwingung die Trommel fortschiebt, selten gefordert. Andernfalls findet man sie leicht dadurch, daß die Umdrehungszahl durch vorübergehendes Bremsen mit dem Finger auf die nächst niedrige Zahl ermäßigt wird.

La Cour, Das phonische Rad; deutsch von Kareis, Leipzig 1880; s. auch Rayleigh, Phil. Mag. 13, 330. 1907. — Über Umlaufszähler auch 119.

8. **Stroboskopisch.** Man reguliert die Umdrehungsgeschwindigkeit eines durch ein Laufwerk getriebenen Kreises mit Löchern

so, daß die schwingende Stimmgabel, Saite, Feder usw., mit bloßem Auge, mit Fernrohr oder Mikroskop durch die Löcher betrachtet, scheinbar still steht. Hat die Scheibe m Löcher und ist ihre Umdrehungszahl $= k$/sec, so ist die gesuchte Schwingungszahl $N = mk$. Erblickt man mehrere ruhende Bilder, so dividiert man das Resultat durch deren Anzahl.

Täuschungen, die, wie leicht ersichtlich, die Ordnungszahl fälschen können, werden sicherer vermieden, wenn die Rotationsgeschwindigkeit nur so weit reguliert wird, daß noch eine langsame stroboskopische Bewegung des schwingenden Körpers nachbleibt. Zählt man dann während einer Zeit von t sec s stroboskopische Schwingungen, und macht in derselben Zeit die Scheibe S Umdrehungen, so ist $N = (mS \pm s)/t$, und zwar $+$, wenn bei vermehrter Rotationsgeschwindigkeit die stroboskopische Schwingung langsamer wird und umgekehrt.

Die Umdrehungszahl erkennt man mit Hilfe eines Zählwerkes, welches man eine gemessene Zeit hindurch mitlaufen läßt, oder man beobachtet die Umdrehungszeit eines in bekanntem Verhältnis langsamer laufenden Rades des Laufwerks.

57a. Schallintensität in Gasen.

Bezeichnungen und Definitionen für harmonische (Sinus-) Wellen. s Dichtigkeit des ruhenden Gases; $\varkappa = c_p/c_v$ (**50b** u. Tab. 12a). Ferner u Schallgeschw. (**56**); Λ Wellenlänge; $N = u/\Lambda$ Schw.-Zahl; A ganze Schwing.-Weite; $v_0 = \pi A u/\Lambda = \pi N A$ Max.-Geschw. eines Teilchens; alles in cm und sec. Endlich die ganzen relativen max. Schwankungen: der Dichte $\delta = 2 v_0/u = 2\pi NA/u$, und des Druckes $\Delta = \varkappa\delta = 2\pi\varkappa NA/u$.

Intensität J ist die auf 1 ccm bezogene mittlere räumliche Energiedichte (Potential- und Bewegungsenergie). Es gilt für fortschreitende Wellen:

$$J = \tfrac{1}{2} s v_0^2 = \tfrac{1}{2} s (\pi NA)^2 = \tfrac{1}{8} s u^2 \delta^2 = \tfrac{1}{8} s u^2 (\Delta/\varkappa)^2 \text{ Erg cm}^{-3}. \qquad 1.$$

Die Int. stehender Wellen ergibt sich, wenn v_0 usw. für sie die obige Bedeutung behalten, aus ihrer Zusammensetzung aus zwei fortschr. Wellen von $\tfrac{1}{2} v_0$ usw., offenbar $(= 2 \cdot \tfrac{1}{4})$ gleich der Hälfte der Ausdrücke 1.

Die Energiemenge, welche bei fortschreitenden Sinuswellen in 1 sec durch ein zur Bewegungsrichtung senkrechtes qcm wandert, wird in Erg cm^{-2} sec^{-1} aus den Ausdrücken 1 gleich Ju erhalten.

I. Aus der maximalen Dichte- oder Druckänderung.

1. **Optisch** (A. Toepler u. Boltzmann). Man läßt zwei Lichtstrahlen interferieren, von denen der eine durch die tönende, der andere durch ruhende Luft geht. Die schwingenden Interferenz-

streifen werden entweder nach dem stroboskopischen Prinzip (S. 254, Nr. 8) verlangsamt und sichtbar gemacht, oder, indem man sie bis auf ein schmales Querbündel abblendet, auf eine rotierende Trommel photographiert (wodurch auch die Form der Schwingungen aufgezeichnet wird).

Aus der in Streifenabständen gemessenen Verschiebung des Streifensystems gegen die markierte Nullage ergibt sich die Änderung des Brechungsverhältnisses n und hieraus die Änderung der Dichte nach dem Satze, daß $n - 1$ der Dichte proportional ist (**60**).

Vgl. Toepler und Boltzmann (strobosk.), Pogg. Ann. 141, 321. 1870; Einfache Anordnungen, besonders zur Demonstration, bei Mach, Opt.-akust. Versuche, Prag 1873; Raps (photogr.), Wied. Ann. 50, 193. 1893.

Über Messung der Druckänderung in Pfeifen mittels Ventilmanometers vgl. Kundt, Pogg. Ann. 134, 563. 1868; Raps, Wied. Ann. 36, 273. 1889.

Eine Anordnung, bei der die Druckänderungen am Beobachtungsort aus den mikroskopisch gemessenen Ausschlägen einer Telephonmembran berechnet werden, besonders für absolute Hörschärfemessungen brauchbar, bei M. Wien, Pflügers Archiv 97, 1. 1903.

Bei stehenden Gasschwingungen bringt man an eine Stelle stärkster Druck- bzw. Temperaturschwankung ein empfindliches Widerstandsthermometer (Wollaston-Drahtbolometer), welches in Verbindung mit dem Saitengalvanometer (85, 5) eine photographische Registrierung der Schwingungen und die Messung der adiabatischen Temperatur- und Druckschwankung erlaubt. Neuscheler, Ann. d. Phys. 34, 131. 1911.

2. **Mit dem Vibrationsmanometer** (M. Wien). Die sonst in das Ohr gesteckte Öffnung eines auf den zu untersuchenden Ton abgestimmten Kugelresonators (57 II 5) ist erweitert und durch eine ebenfalls auf diesen Ton abgestimmte Membran geschlossen. Die Schwingungen der Membran werden auf einen anliegenden leichten Spiegel (36 IV, Fig. 42) übertragen, der das Bild einer an ihm reflektierten Lichtlinie in ein Band auszieht, dessen Breite der Druckamplitude Δ proportional ist; ihr Quadrat gibt ein relatives Maß der Schallstärke.

M. Wien, Wied. Ann. 36, 834. 1889; ebd. S. 837—843 die Reduktion auf absolutes Maß.

II. Aus der Wirkung von Schallwellen auf Wände.

3. **Rayleighsche Scheibe.** Eine innerhalb Schallwellen befindliche Scheibe sucht sich senkrecht zur Bewegungsrichtung zu stellen. Eine relativ sehr dünne Kreisscheibe vom Halbmesser r (etwa 2 mm), deren Normale gegen die Schallbewegung um ϑ

geneigt ist, erfährt in fortschreitenden Sinuswellen (über s, N, A s. S. 255) genähert das Drehmoment $D = \frac{2}{3}\pi^2 s N^2 A^2 r^3 \sin 2\vartheta$. Man mißt D durch das Torsionsmoment der Aufhängung (feiner Quarzfaden). Nach Gl. 1 ist also $J = \frac{3}{4}\frac{D}{r^3 \sin 2\vartheta}$.

Über einen Korrektionsfaktor wegen der Scheibendicke vgl. König und Zernov a. a. O.

Rayleigh, Phil. Mag. (5) 14, 186. 1882; Grimsehl, Wied. Ann. 34, 1028. 1888; W. König, ebd. 43, 43. 1891; 50, 639. 1893; Lebedew, ebd. 62, 168. 1897. Besonders auch Zernov, Ann. d. Phys. 21, 131. 1906; 26, 79. 1908.

4. **Aus der Druckkraft von Schallwellen.** Stehende Schallwellen von der räuml. Energiedichte J (S. 255) üben auf eine vollkommen reflektierende, zur Schallbewegung senkrechte Wand einen Druck aus $p = J(\varkappa + 1)/2$ (Rayleigh). p wird mit einer empfindlichen Wage oder an einer Coulombschen Drehwage gemessen.

Rayleigh, Phil. Mag. (6) 10, 366. 1905; vgl. Altberg, Ann. d. Phys. 11, 405. 1903; über relative Messung auch 23, 267. 1907; Zernov, ebd. 21, 136. 1908. — Man beachte, daß Rayleigh früher, ohne Rücksicht auf die Kompressionswärme, gefunden hatte $p = J$; Phil. Mag. (6) 3, 338. 1902. Diese Formel liegt der Altbergschen zugrunde.

Nr. 1 und 2 sind nur auf Sinusschwingungen, 3 und 4 auf die Gesamtenergie jeder Schwingungsform anwendbar.

Über mechanische Wirkungen von Schallwellen vgl. auch Dvorak, Pogg. Ann. 157, 42. 1876, Wied. Ann. 3, 328. 1878.

Alle Methoden vereinfachen sich, wenn es nur auf relative Messungen ankommt. Eine hierfür bequeme Methode s. Sieveking und Behm, Ann. d. Phys. 15, 793. 1904. Vgl. auch die Messung der relativen Intensität der Partialtöne eines Klanges mit dem Phonographen, L. Hermann, Pflügers Archiv 53, 1. 1883. — Über den Vorschlag zu einer Methode mit Telephon und elektrischem Detektor (Molybdenit) s. Pierce, Proc. Am. Acad. 43, 377. 1908.

Kapillarität. Reibung. Diffusion.

58. Bestimmung einer Kapillarkonstante (Oberflächenspannung).

Zahlentabellen z. B. bei Pockels, Winkelmann Handb. 2. Aufl. 1908, I, 1165. — S. auch Tab. 18.

Die Kapillarkonstante α einer Flüssigkeit ist das Flüssigkeitsgewicht, welches von der Längeneinheit der Berührungslinie der Oberfläche mit einer vertikalen, vollkommen benetzten Wand getragen wird. — In einer Kugeloberfläche vom Halbmesser ϱ bewirkt die Krümmung einen nach der konkaven Seite gerichteten Kohäsionsdruck $\alpha \cdot 2/\varrho$. Bei anderer Gestalt mögen

an einem Punkte der Oberfläche ϱ_1 und ϱ_2 den kleinsten und größten Krümmungshalbmesser bedeuten; dann beträgt hier der Krümmungsdruck (Laplacesches Gesetz)

$$\alpha(1/\varrho_1 + 1/\varrho_2).$$

Ist die Fläche nach beiden Seiten gekrümmt (Sattelfläche), so ist der Druck nach der Seite des kleineren Hauptkrümmungsradius (ϱ_1) gerichtet und beträgt $\alpha(1/\varrho_1 - 1/\varrho_2)$.

Praktisch drückt man meist die Längen in mm, die Kräfte oder getragenen Gewichte in mg-Gew. aus, d. h. man mißt α in mg-Gew./mm.

In CGS-Einheiten, also in Dyn/cm ausgedrückt, ist die K.-K. $[\alpha]$ eine 9,81 mal größere Zahl; $[\alpha] = 9{,}81\,\alpha$. Denn es kommt bei dem Übergange von mm zu cm der Faktor 10, von mg zu g der Faktor 1/1000, endlich vom Grammgewicht zur Dyne der Faktor $g = 981$.

Kapillare Steighöhe H in einem engen kreiszylindrischen Rohre. Der Radius r sei so klein, daß die Höhenunterschiede im Meniskus vernachlässigt werden können. Die Benetzung sei vollkommen, d. h. der Randwinkel $= 0$. Dann gilt, wenn s das spez. Gew. ist,

$$H = 2\alpha/(rs).$$

(Die Proportionalität mit $1/r$ heißt wohl das Gesetz von Jurin; 1718.)

Beweis. Innerer Umfang $= 2r\pi$, gehobenes Gewicht $= r^2\pi Hs$; also trägt die Längeneinheit des Umfangs das Gewicht $\frac{1}{2}rHs$, welches $= \alpha$ sein muß. — Oder: Da die Unterschiede des hydrostatischen Druckes in der Oberfläche zu vernachlässigen sind, so muß daselbst der Kohäsionsdruck, also die Oberflächenkrümmung konstant sein, d. h. die Oberfläche muß Kugelgestalt haben. Da ferner der Randwinkel $= 0$ sein soll, so bildet die Oberfläche eine Halbhohlkugel vom Radius r. Folglich ist ihr nach oben gerichteter Krümmungsdruck $= \alpha \cdot 2/r$. Dieser muß gleich dem (negativen) hydrostatischen Druck Hs sein.

Eine andere Definition nennt, unter der Bezeichnung a^2, das Produkt rH oder $2\alpha/s$ Kapillarkonstante (Steighöhenkonstante; spez. Kohäsion). Die beiden Definitionen stehen also im Verhältnis $\alpha : a^2 = s : 2$.

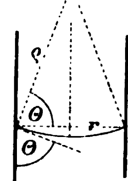


Fig. 91.

Steighöhe in einem engen, unvollkommen benetzten Rohr mit dem Randwinkel Θ. Der vorige Ausdruck ist mit $\cos\Theta$ zu multiplizieren, also $H = 2\alpha \cdot \cos\Theta/(rs)$. Denn der Krümmungshalbmesser der Oberfläche ist (Fig. 91) jetzt $\varrho = r/\cos\Theta$, also gilt $\alpha \cdot 2\cos\Theta/r = Hs$.

Kapillardepression (Quecksilber) tritt ein für $\Theta > 90°$, wodurch $\cos\Theta$, also auch H negativ wird.

Ebene, vollkommen benetzte Vertikalwand. Die Theorie ergibt für die Steighöhe h, gerechnet von einem ebenen Teil der Oberfläche, $h = \sqrt{2\alpha/s}$. — Das längs einer Berührungslinie von der Länge L gehobene Flüssigkeitsvolumen V ist, gemäß der Definition von α, $V = \alpha \cdot L/s$. Für die Randerhebung in einem weiten benetzten Gefäß vom Umfang L gelten nahe dieselben Ausdrücke.

I. Aus der Steighöhe in engen Röhren.

Ein kreiszylindrisches Rohr wird sorgfältig (mit konzentrierter Schwefelsäure, Chromsäure, Alkalilösung, Alkohol, alles sorgfältig frei von Fett) gereinigt, so daß es vollkommen benetzt, d. h. daß der Randwinkel = Null wird, dann sofort mit der zu untersuchenden Flüssigkeit nachgespült und in diese vertikal eingesetzt. Besonders Wasser und viele wäßrige Lösungen sind schwer zu vollkommener Benetzung zu bringen; die Glassorte hat einen Einfluß auf die Schwierigkeit. Vor einer Ablesung der Steighöhe hebt man das Rohr, so daß der Meniskus an einer vorher länger benetzten Stelle liegt, und liest rasch ab. H bedeute die Steighöhe der Flüssigkeit, s ihr spez. Gewicht und r den inneren Halbmesser des Rohres in mm, dann ist nach dem früheren

$$\alpha = \tfrac{1}{2} r H s \text{ mg·Gew./mm.} \qquad 1.$$

Verschwindet r nicht gegen H, so ist $H = H_0 + \frac{1}{3}r$ zu rechnen, H_0 bis zum tiefsten Punkte des Meniskus gemessen.

Weitere, vollkommen benetzte Kreisröhren. Solange $(r/H)^2$ gegen 1 verschwindet, gilt $H = H_0 + \frac{1}{3}r - 0{,}129\, r^2/H_0$ (Volkmann).

Für größere Weiten, bis etwa 8 mm bei Wasser, kann man als Meniskusfläche angenähert ein halbes Rotationsellipsoid von der halben Drehachse $b = 6\alpha r/(6\alpha + r^2 s)$ annehmen und $H = H_0 + \frac{1}{3}b$ setzen (G. Hagen). Das Volumen eines solchen Meniskus ist $= \frac{1}{3}\pi r^2 b$, nahe $= r^2 b$ cmm.

Kapillarkorrektion für manometrische Zwecke (86, 87). Die Druckhöhe einer benetzenden Flüssigkeit wird, selbst unten am Meniskus, zu hoch abgelesen. Um die äquivalente Einstellung einer ebenen Oberfläche zu erhalten, hat man, wie sich aus dem vorigen ergibt, von der Ablesung abzuziehen $\frac{2\alpha}{rs} - \frac{1}{3}b$.

Über die Kap.-Korrektion bei Quecksilber s. 86 I u. Tab. 18a. — Volummessung von Hg-Menisken bei Scheel u. Heuse, Ann. d. Phys. 33, 291; eine Formel dafür bei Lohnstein, ebd. 33, 296. 1910.

Bestimmung des Halbmessers r. Ein Quecksilberfaden von der Länge l mm bei der Temperatur t wiege m mg, dann ist in mm (die Rücksichtnahme auf den Meniskus s. in 24)

$$r = \sqrt{\left(\frac{1}{\pi}\frac{m}{l}\frac{1 + 0{,}000182\,t}{13{,}60}\right)}; \text{ z. B. für } 18^0 \quad r = 0{,}1532\sqrt{\frac{m}{l}}.$$

Maßgebend ist der Halbmesser am oberen Ende der gehobenen Säule, so daß man die Länge des Quecksilberfadens zu messen hat,

während seine Mitte mit dieser Stelle zusammenfällt. Die kreiszylindrische Gestalt läßt sich am abgebrochenen Ende oder auch mit einiger Annäherung nach S. 103 prüfen.

Über Messung in hoher Temp. s. Ramsay u. Shields, ZS f. phys. Ch. 12, 447. 1893.

II. Mit der Wage (Wilhelmy).

Ein dünnes, etwa 25 mm breites, am unteren Ende platiniertes Platinblech hängt aufrecht an der Wage und wird, nachdem der untere Rand benetzt worden ist, äquilibriert. Man nähert ihm die Flüssigkeitsoberfläche, bis sie diesen Rand berührt, wenn die Wage einsteht.

Die jetzt nach unten ziehende Oberflächenspannung wird nun allmählich durch Gewichtstücke kompensiert, bis eben ein Abreißen erfolgt. Aus dem Abreißgewicht P mg und der Länge l mm der Kante folgt

$$\alpha = \frac{P}{2l} \frac{\text{mg}}{\text{mm}}. \qquad 2.$$

Zur raschen Messung eignet sich eine Mohrsche Wage. In der Fig. 15 S. 69 hängt man links das Blech, rechts ein dieses äquilibrierendes Gegengewicht. Betragen die Reitergewichte wie gewöhnlich 5 g, 0,5 g ..., so kann man mit einem 25 mm breiten Blech, bis auf die Kommastellung, α direkt ablesen.

III. Aus der Gestalt einer freien Oberfläche; Luftblasen oder Flüssigkeitstropfen (Laplace, Quincke).

1. Luftblasen. Die Flüssigkeit befinde sich in einem Troge mit vertikaler Planwand. Man erzeugt unter einer eingetauchten horizontalen Platte eine breite Luftblase (20 mm oder mehr) und mißt die Höhe h eines Punktes weitester horizontaler Ausbauchung über dem als eben vorausgesetzten tiefsten Teil der Blase; dann ist

$$\alpha = \tfrac{1}{2} s h^2. \qquad 3.$$

2. Tropfen. Eine Flüssigkeit, welche auf ebener Unterlage einen nicht benetzenden breiten Tropfen bildet, schätzungsweise auch ein geschmolzenes Metall, dessen Tropfen auf einer erwärmten Platte erstarrt sind, läßt sich ebenso untersuchen. h bedeutet die Höhe der Kuppe über der größten horizontalen Ausbauchung.

Man mißt diese Höhen mit einem kleinen Kathetometer.

Über Ausführung und Korrektion auf unendliche Breite der Blasen oder Tropfen vgl. Quincke, Pogg. Ann. 160, 354. 1877; über kleinere Blasen Lohnstein, Wied. Ann. 53, 1062. 1894; Siedentopf, ebd. 61, 235. 1897; Heydweiller, ebd. 65, 311. 1898.

Randwinkel. Kennt man noch die ganze Höhe h' der Blase oder des Tropfens, so wird der Randwinkel Θ zwischen Flüssigkeit und Platte erhalten aus

$$\cos \tfrac{1}{2}\Theta = h'/(h\sqrt{2}).$$

3. Aus der Gestalt eines Meniskus (Eötvös). Man mißt die Neigung der Tangenten an zwei in verschiedener Höhe liegenden Punkten durch Lichtreflexion. Über Theorie und Ausführung s. Eötvös, Wied. Ann. 27, 452. 1886; Géza Zemplén, Ann. d. Phys. 20, 783. 1906.

IV. Aus Oberflächenwellen (L. Matthiessen; Rayleigh).

Oberflächenwellen auf Flüssigkeiten werden teils durch die Schwere, teils durch die Oberflächenspannung fortbewegt. Bedeutet λ die Wellenlänge, N die Schwingungszahl, so ist die Fortpflanzungsgeschwindigkeit u oder $N\lambda$ gegeben (W. Thomson) durch

$$u^2 = N^2\lambda^2 = g\left(\frac{\lambda}{2\pi} + \frac{\alpha}{s}\frac{2\pi}{\lambda}\right). \qquad 4.$$

Bei sehr kurzen Wellen von wenigen mm Länge kann man das erste, der Schwere entsprechende Glied vernachlässigen.

Man bringe zwei leichte Stäbchen, welche an die Enden einer Stimmgabel von bekanntem N (57; Tonhöhe zwischen c und c_1 etwa) angeklebt sind, mit der Oberfläche der Flüssigkeit in Berührung und schlage die Stimmgabel an. Dann bilden sich zwischen den Spitzen stehende Wellen, deren λ (das Doppelte des Abstandes benachbarter Wellenberge) mit einem Zirkel und Maßstab in mm ausgemessen wird. Es ist dann $u^2 = N^2\lambda^2 = \alpha \cdot \frac{2\pi g}{s\lambda}$, also, $g = 9810$ mm/sec^2 gesetzt,

$$\alpha = \frac{1}{2\pi} s \frac{\lambda^3 N^2}{g} = \frac{1}{61600} s \lambda^3 N^2 \frac{\text{mg-Gew.}}{\text{mm}}. \qquad 5.$$

Matthiessen, Wied. Ann. 38, 118. 1889, wo $T = \alpha/s$ gesetzt ist. — Verflüssigte Gase: Grunmach, Ann. d. Phys. u. a. 22, 107. 1907. — Ein Verfahren mit einer Spitze und Blitzbeleuchtung bei Rayleigh, Phil. Mag. 30, 386. 1890. Einen Apparat zur photographischen Aufnahme und zur mikrometrischen Ausmessung der Kapillarwellen s. Grunmach, Verh. D. Phys. G. 1913, 134.

V. Aus dem Maximaldruck bei der Bildung kleiner Tropfen und Blasen (nach Cantor).

Aus einer in die Flüssigkeit tauchenden vertikalen Kapillare mit kreisförmigem, aus einer scharfen Schneide bestehendem Rande vom Halbmesser r werde eine Luftblase in die Flüssigkeit langsam ausgetrieben. Der dabei zum Überwinden der Oberflächenspannung nötige Überdruck im Endquerschnitt der Kapillare hat für eine bestimmte Blasengröße ein Maxi-

mum p, welches bei sehr enger Röhre offenbar für die Halbkugelform erreicht ist, weil bei dieser die Krümmung der Blase den größtmöglichen Betrag erreicht. Und zwar gilt dann $p = \alpha \cdot 2/r$. Vgl. den Eingang.

p wird manometrisch abgelesen, wobei der als Ballast wirkende hydrostatische Druckunterschied zwischen der Kapillaröffnung und der freien Flüssigkeitsoberfläche abgezogen wird.

Für einen sehr kleinen Halbmesser würde nach obigem die Kapillarkonstante merklich $\alpha = \frac{1}{2} rp$ sein. Wegen der Schwere der Flüssigkeit (spez. Gew. $= s$) kommt nach Cantor der mit wachsendem r sich von Eins entfernende Korrektionsfaktor $1 - \frac{2}{3}\frac{sr}{p} - \left(\frac{sr}{p}\right)^2$ hinzu.

Näheres, auch über die Gestalt der Rohrenden, über verwandte Methoden und Anwendung auf gegenseitige Kap.-Konst. von Flüssigkeiten bei Cantor, Wied. Ann. 47, 399. 1892; Feustel, Ann. d. Phys. 16, 61. 1905.

VI. Durch Abtropfen (Tate, Quincke, Traube, Rayleigh, Lohnstein).

Der Tropfen, welchen eine horizontale kreisförmige Fläche vom Halbmesser r mm tragen kann, wiegt (vgl. den Eingang) höchstens $2\pi r \cdot \alpha$ mg; diese Grenze wird aber nur unter besonderen Umständen erreicht. Abfallende Tropfen sind stets kleiner, und zwar in einem Verhältnis, welches vom Halbmesser r der Tropffläche und von der Kap.-Konst. abhängt. Die folgende Tabelle gibt den empirisch und theoretisch abgeleiteten Faktor Φ, welcher an Stelle von 2π in den schematischen Ausdruck $2\pi r\alpha$ einzusetzen ist.

a^2 bedeutet die spez. Kohäsion der Flüssigkeit (S. 258); $a = \sqrt{(2\alpha/s)}$.

$\frac{r}{a} =$	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0	1,1	1,2	1,3
$\Phi =$	4,45	4,24	4,12	4,03	3,97	3,90	3,84	3,80	3,78	3,80	3,83

Um die Tabelle zu benutzen, berechnet man zunächst mit einem genäherten Wert von Φ (z. B. $\Phi = 4$) a und r/a. Zu letzterem sucht man in der Tabelle Φ. Wenn dies von dem zuerst angenommenen erheblich abweicht, so wiederholt man das Verfahren mit dem jetzt gefundenen Φ.

Bei dem Versuch läßt man die Flüssigkeit aus einer vertikal stehenden, unten eben geschliffenen und daselbst sehr gut benetzten Kapillarröhre mit dicker Wandung sehr langsam austropfen und wägt eine gezählte Menge von Tropfen. Beträgt das Gewicht des einzelnen Tropfens m mg und der äußere Halbmesser der Röhre r mm, so ist $\alpha = m/(r\Phi)$.

Um geschmolzene Metalle genähert so zu untersuchen, schmelzt man das untere Ende eines Drahtes in einer kleinen Flamme von möglichst niedriger Temperatur, bis der Tropfen abfällt.

Vgl. Rayleigh, Phil. Mag. (5) 48, 321. 1899; Lohnstein, Ann. d. Phys. 20, 237. 1906; 22, 767, 1907; ZS f. phys. Ch. 64, 686. 1908; F. K., Ann. d. Phys. 20, 798. 1906; 22, 191. 1907. Guye u. Perrot, Arch. sc. phys. (4) 11, 225 u. 345. 1901; (4) 15, 132. 1903; Morgan u. a., J. Amer. Chem. Soc. 33, 1060. 1911; ZS f. phys. Ch. 78, 129 ff. 1911: Tropfflächen zwischen Schneiden. — Literatur bei G. u. P., sowie bei Morgan.

VII. Aus den Schwingungen von Strahlen (Rayleigh).

Das Verfahren hat den Vorzug ständig sich erneuernder Oberflächen. Man beobachtet die Wellenlänge der Anschwellungen und Einschnürungen eines zylindrischen Flüssigkeitsstrahls, der z. B. aus der Öffnung eines Gefäßes ausfließt. Über Theorie und Versuche s. Pedersen, Phil. Trans. A 207, 341. 1908; Bohr, ebd. 209, 281. 1909. Über die Methode schwingender frei fallender Tropfen s. Lenard, Wied. Ann. 30, 209. 1887; Heidelb. Ber. 1910, Nr. 18.

Eine erhebliche Fehlerquelle ist der Einfluß geringfügiger, aus der Umgebung oder der Flüssigkeit stammender Oberflächenänderungen auf die Kap.-K., vor allem bei Wasser und Quecksilber. Durch beständiges Erneuern der Oberfläche sucht man dem zu begegnen; selbst die besseren Angaben schwanken aber bei Wasser und Quecksilber um reichlich 10%.

Die beobachteten Oberflächenspannungen beziehen sich meist auf den Fall, daß die Flüssigkeiten von Luft, teilweise darauf, daß sie von ihrem gesättigten Dampf begrenzt werden.

Besondere Untersuchungen betreffen Grenzflächenspannungen zwischen zwei Flüssigkeiten; vgl. z. B. Pockels a. a. O., S. 1182; ferner Verschaffelt u. Nicaise, Bull. de l'Acad. Belg. 1912, 192; 437; 451.

Temperatureinfluß. Mit steigender Temperatur sinkt α, bei flüssigen Metallen sehr wenig, bei Wasser um etwa $^1/_5$%, bei anderen Körpern bis zu $^1/_2$% auf $+1°$. — Ist v das Molekularvolumen (chem. Mol.-Gew./Dichte), so nennt man $\alpha v^{2/3}$ die molekulare Oberflächenenergie. Der Temp.-Koeff. $d(\alpha v^{2/3})/dt$ ist für viele Flüssigkeiten nahe gleich und konstant $= -0{,}23$ (Eötvös). Die kleineren Werte anderer Flüssigkeiten werden aus einer Assoziation der Moleküle erklärt. Über den Zusammenhang mit der kritischen Temperatur (wo die Oberfl.-Spannung aufhört) vgl. Eötvös, Ramsay u. Shields, van der Waals, Verschaffelt.

Über Beziehungen zwischen Dampfwärme und spez. Kohäsion vgl. Walden, ZS f. phys. Ch. 65, 257. 1908; daselbst auch viele Zahlen.

58a. Reibungskoeffizient einer Flüssigkeit.

Reibungskoeffizient, Zähigkeits- oder Viskositätskonstante (η) heißt die Kraft, welche der Bewegung einer Flüssigkeitsschicht von der Flächeneinheit dadurch entgegenwirkt, daß die Schicht sich mit der stationären Geschwindigkeit 1 im Abstande 1 vor einer ruhenden Schicht parallel vorbei bewegt. Die Längen pflegen in cm gemessen zu werden, die Kraft entweder im CGS-System, also in Dyn (Anh. 7), oder in g-Gewicht. In CGS Einheiten ausgedrückt $[\eta]$ ist der R.-K. demnach $g = 981$ mal größer als das auf g-Gewicht bezogene η. — Man nennt $1/\eta$ wohl Fluidität.

I. Tropfbare Flüssigkeiten.

η nimmt mit steigender Temperatur stark ab, mit steigendem Druck im allgemeinen etwas zu. Bei 18° gilt für Wasser $[\eta] = 0{,}01055\ \mathrm{cm^{-1}\,g\,sec^{-1}}$; auf $+1°$ etwa $-2{,}5$%. Siehe Tab. 19; andere Flüssigkeiten 19a.

1. Methode der Strömung durch Kapillaren.

A. Absolute Bestimmung.

Poiseuillesches Gesetz. Durch ein Kreiskapillarrohr vom Halbmesser r, dem Querschnitt q (24) und der Länge l, an deren Enden die konstante Druckdifferenz p herrscht, fließt in der Zeit τ ein Flüssigkeitsvolumen v

$$v = \frac{1}{\eta}\frac{\pi}{8}\frac{r^4}{l}p\cdot\tau \quad \text{oder} = \frac{1}{\eta}\frac{1}{8\pi}\frac{q^2}{l}p\cdot\tau. \qquad 1.$$

Poiseuille, Mém. de l'Inst. 9, 433. 1846; auch Pogg. Ann. 58, 424. 1843; Hagenbach, Pogg. Ann. 109, 385 u. 402. 1860.

Gl. 1 gilt, wenn die Flüssigkeit an den Rohrwänden ruht. Diese Bedingung ist bei tropfbaren Flüssigkeiten als erwiesen anzusehen. Über Lit. s. z. B. R. Ladenburg, Ann. d. Phys. 27, 157. 1908.

Ein kreiszylindrisches Kapillarrohr ist mit einem Behälter verbunden, der dieselbe Flüssigkeit enthält. Um die Gegenkraft der Oberflächenspannung eines Tropfens zu vermeiden und den durch Bewegungsenergie bedingten Druckverlust (vgl. unten) möglichst zu verringern, erfolgt der Austritt aus dem Rohre am besten in ein weiteres Gefäß. Druckhöhe h ist dann die Höhendifferenz beider freien Oberflächen. Über ihre Bestimmung s. unten. Ist s das spez. Gew. der Flüssigkeit, so beträgt der Druck hs; streng $h(s-\lambda)$, wo λ das spez. Gew. der Luft. Fließt in τ Sekunden das Volumen v aus, so ist nach Gl. 1 in Gewichtsmaß

$$\eta = \frac{1}{8\pi}\frac{q^2 hs\tau}{lv} \quad \text{oder} = \frac{\pi}{8}\frac{r^4 hs\tau}{lv}\ \frac{\text{g-Gew. sec}}{\text{cm}^2}. \qquad 2a.$$

In CGS-Einheiten kommt, 981 mal größer,

$$[\eta] = \frac{981}{8\pi}\frac{q^2 hs\tau}{lv} = 39{,}03\frac{q^2 hs\tau}{lv}\ \text{cm}^{-1}\,\text{g}\,\text{sec}^{-1}. \qquad 2b.$$

Die Ausführung kann in verschiedener Form geschehen. Am einfachsten ist ein vertikales Kapillarrohr mit einem oben angeblasenen, oder, wenn man genauer messen will, durch Stöpsel- oder Schlauchverbindung angesetzten Behälter (Fig. 92). Unten mündet das Rohr in ein Gefäß, welches Flüssigkeit enthält, aus der man durch Aufsaugen den Behälter füllt. Man läßt zwischen zwei Marken ausfließen und beobachtet die Zeit.

Das Volumen zwischen den Marken wird durch Auswägen (23) bestimmt. — Als Druckhöhe gilt die mittlere zeitliche Höhe vom unteren bis zum oberen Niveau der Flüssigkeit während des Versuchs; man markiere am Behälter den Stand der Flüssigkeitsoberfläche bei halber Füllung. Ist die Höhe des Behälters nicht klein gegen die Druckhöhe, so kommt wegen der ungleichen Zeit des Abfließens der oberen und unteren Hälfte eine etwas kleinere als die bis zu jener Marke gemessene Höhe h in Rechnung. Für einen zylindrischen Behälter von der Länge l bzw. eine Kugel vom Halbmesser r ziehe man von h ab $\frac{1}{12}l^2/h$ bzw. $\frac{1}{10}r^2/h$.

Die Anordnung (Fig 92) läßt sich in ein Bad stellen; durch einen gut schließenden Kautschukstopfen tritt in das Vorratsgefäß das Reibungsrohr und ein Rohr für Luftaustritt.

Die Rohrdimensionen wird man nach der Zähigkeit des Stoffes verschieden wählen. Je enger, desto vorsichtiger muß man gegen feste Teilchen in der Flüssigkeit sein. Weitere und besonders zugleich kürzere Röhren können Fehler geben, weil die Formel ungenau wird; vgl. unten.

Beispiel. Volumen $v = 10{,}81$ cm³; Rohrlänge $l = 30{,}14$ cm; 26,43 cm des Rohres faßten 1,092 g Hg von 18°; also Querschnitt

$$q = \frac{1{,}092}{26{,}43 \cdot 13{,}596\,(1 - 0{,}00018 \cdot 18)} = 0{,}003049 \text{ cm}^2.$$

Wasser von 18,7°: Druckhöhe $h = 35{,}26$ cm.
Ausflußzeit $\tau = 253{,}5$ sec.

Fig. 92.

$$\eta = \frac{1}{8\pi}\,\frac{0{,}003049^2 \cdot 35{,}26 \cdot 0{,}9985 \cdot 253{,}5}{30{,}14 \cdot 10{,}81} = 0{,}00001062 \text{ g-Gew. sec/cm}^2;$$

$$[\eta] = 0{,}01042 \text{ cm}^{-1}\text{ g sec}^{-1} \quad \text{oder} \quad \text{Dyn sec/cm}^2.$$

Größere Drucke, wenn z. B. bei zähen Flüssigkeiten die eigene Schwere nicht genügt, erzeugt man mittels einer künstlichen Atmosphäre aus komprimierter Luft.

Fehlerquellen. Die Voraussetzung des P. schen Gesetzes, daß die von den Druckkräften geleistete Arbeit ganz auf das Überwinden der Reibung paralleler Stromfäden in der zylindrischen Kapillare verwendet werde, kann durch die folgenden Umstände verletzt werden, deren Eintreten den nach der Formel berechneten R.-K. zu hoch ausfallen läßt.

Bewegungsenergie. Fließt die Flüssigkeit unten in einem Strahle in die Luft aus, so nimmt das Volumen v, welches in der Zeit τ austritt, die Bewegungsenergie $sv^3/(q^2\tau^2)$ mit, d. h. von der ganzen Arbeit $ghsv$ den Bruchteil $\delta = \dfrac{v^2}{ghq^2\tau^2}$; um denselben Bruchteil also ist die Reibungsarbeit zu groß berechnet worden, d. h. das oben berechnete η wäre mit $1 - \delta$ zu multiplizieren. Damit δ kleiner wird als 1/1000, muß $l > \dfrac{1000}{8\pi}\dfrac{s}{[\eta]}\dfrac{v}{\tau}$ sein; vgl. Gl. 2b. Im obigen Beispiel ist $\delta = 0{,}0051$.

Beweis. Bedeutet U die mittlere Geschwindigkeit, u die einzelne, für den Halbmesser ϱ geltende (an der Wand verschwindende), so gilt (Hagenbach, a. a. O. S. 396) $u = 2\,U(r^2 - \varrho^2)/r^2$. — Durch den Elementarring vom Halbmesser ϱ und von der Dicke dϱ geht in der Zeit τ die Masse $dm = su\tau \cdot 2\pi\varrho\, d\varrho = 4\pi s U\tau(r^2 - \varrho^2)/r^2 \cdot \varrho\, d\varrho$ mit der lebendigen Kraft $\frac{1}{2}dm \cdot u^2 = 8\pi s U^3\tau \cdot r^{-6}(r^2 - \varrho^2)^3\varrho\, d\varrho$. Da nun $\int_0^r (r^2 - \varrho^2)^3\varrho\, d\varrho = \frac{1}{8}r^8$ (Tab. 50a), so wird die gesamte Bewegungsenergie im Querschnitt $= \pi s U^3\tau r^2$. Hierin $\pi r^2 = q$ und $U = v/q\tau$ eingesetzt, entsteht der gesuchte Wert $sv^3/q^2\tau^2$.

Die Korrektion verliert ihre Berechtigung, wenn die Austrittsöffnung der Kapillare in eine größere Flüssigkeitsmenge mündet. Verbreitert sich der Strahl hier ohne Wirbel, so wird, indem die Flüssigkeit von Stellen großer Geschwindigkeit zu Stellen kleiner Geschwindigkeit strömt, ein beträchtlicher Teil der Bewegungsenergie als potentielle Energie wieder gewonnen. Selbst wenn Wirbel auftreten, ist die zu ihrer Erhaltung verbrauchte Arbeit klein und erreicht jedenfalls nicht die eben berechnete Bew.-Energie.

Reibung außerhalb der Röhre. Die Stromfäden am Ein- und Ausgang entsprechen einer vom Durchmesser (d) und von der Form der Rohrenden, sowie von Geschwindigkeit, Reibung und Dichte der Flüssigkeit abhängigen, also nicht allgemein angebbaren Verlängerung der Kapillare. Aus Poiseuilles Versuchen ($d = \frac{1}{110}$ bis $\frac{1}{15}$ cm), bei denen die Rohrenden sich rasch erweiterten, kann geschlossen werden, daß sein Gesetz auf 1 Promille gültig bleibt, wenn $l/d \geqq (2000\, U s d [\eta]^{-1})^{1/2,05} + 4{,}5$. (Hieraus berechnet sich für obiges Beispiel die geforderte Länge $= 20$ cm). — Vgl. Poiseuille, a. a. O.; Grüneisen, Wiss. Abh. P. T. R. IV, 151. 1905.

Eliminierung der Rohrenden (Couette). Man schaltet zwei Kapillaren verschiedener Länge l_1 und l_2, aber von gleicher Endbeschaffenheit und den möglichst gleichen Querschnitten q_1 und q_2 zwischen drei Behälter hintereinander. In der Zeit τ fließe durch jede das Volumen v, während die konstanten Druckdifferenzen p_1 und p_2 sind; dann kommt $\eta = \frac{1}{8\pi} \frac{\tau}{v} \frac{q_1^2 p_1 - q_2^2 p_2}{l_1 - l_2}$. — Couette, Ann. chim. phys. (6) 21, 469. 1890.

Kritische Geschwindigkeit; Reynolds 1883. Für den Strömungszustand in einem Rohr ist charakteristisch die Größe $Usd/[\eta]$. Wenn diese, alle Teile in CGS gemessen, den empirisch gefundenen kritischen Wert von nahe 2000 (Reynolds) überschreitet, so wird die, dem P. Gesetze zugrunde liegende Strömung in parallelen Fäden (Laminarströmung) labil und geht dann aus irgendeinem Anlaß in wirbelnde (turbulente) Strömung über. Man kann dies erkennen, wenn man zu der Flüssigkeit dicht vor ihrem Eintritt in das Rohr etwas Farbstoff aus einem Kapillarröhrchen zufließen läßt; auch äußert der Wechsel sich darin, daß der aus dem Rohr frei austretende, bei Laminarbewegung glatte Strahl trüb wird und sich verlangsamt.

Die Druckdifferenz p zwischen zwei um l auseinanderliegenden Querschnitten eines längeren kreiszylindrischen, d cm weiten Rohres läßt sich nach Reynolds in allgemeiner Form ausdrücken durch

$$p = 32 \frac{Ul[\eta]}{d^2} \mathrm{f}\left(\frac{Usd}{[\eta]}\right).$$

Im Gültigkeitsbereich des P. Gesetzes ist die Funktion $\mathrm{f} = 1$. Wird die mittlere Geschw. U größer als 1,325 mal die kritische (d. h. $Usd/[\eta] > 2650$), so hat nach Reynolds f wieder eine einfache Form, nämlich $\mathrm{f} = \text{const.}(Usd/[\eta])^n$, wo n zwischen 0,72 für glatte und 1,0 für sehr rauhe Wände (mit Sinterabsatz) liegt. Für $n = 1$ wird p proportional U^2 und von η unabhängig.

Vgl. O. Reynolds, Phil. Tr. A 174, 935. 1883; 186, 123. 1895; Couette a. a. O.; Barnes u. Coker, Proc. R. S. 74, 341. 1905; über das Auftreten wirbelnder Strömung in gekrümmten Röhren s. Lechner, Ann. d. Phys. 42, 614. 1913; in offener Rinne s. Hopf, ebd. 32, 777. 1910; dort auch weitere Lit. zur Theorie (Lorentz, Sommerfeld u. a.).

Plastische (sehr zähe) Körper. Hier sind, wie aus obigem hervorgeht, weite Rohre zulässig; sehr enge dagegen bedingen Fehlerquellen. Vgl., auch üb. Lit., z. B. Reiger, Ann. d. Phys. 19, 985. 1906; Glaser, ebd. 22, 694. 1907; auch Ladenburg, ebd. 22, 287. — Die Temp. äußert meist einen ungeheueren Einfluß.

B. Relative Bestimmung.

Man benutzt die Anordnung der Fig. 92 oder eine der nachfolgenden; aber anstatt das Rohr auszumessen, vergleicht man die Ausflußzeit mit derjenigen einer bekannten Flüssigkeit (Wasser; vgl. Tab. 19). Sind τ und τ' die Zeiten, s und s' die spezifischen Gewichte, so verhalten sich die Reibungskoeffizienten

$$\eta : \eta' = s\tau : s'\tau'.$$

Unterscheidet sich s von s' erheblich, so ist der Auftrieb in der Luft (spez. Gew. $= \lambda$) zu berücksichtigen, indem man $\eta : \eta' = (s - \lambda)\tau : (s' - \lambda)\tau'$ setzt.

Über die zur genauen Gültigkeit des Gesetzes geforderten Dimensionen vgl. S. 265. — Korrektionen fallen weg, weil die Geschwindigkeiten in den freien Oberflächen klein sind, und falls die Erweiterungen der Rohrenden schlank verlaufen, so daß keine Wirbel entstehen.

Gewundene Kapillaren gestatten bei geringer Ausdehnung größere Querschnitte; das Poiseuillesche Gesetz gilt indessen nur für sehr kleine Geschwindigkeiten. Vgl., auch über ein Korrektionsverfahren, Grüneisen a. a. O.

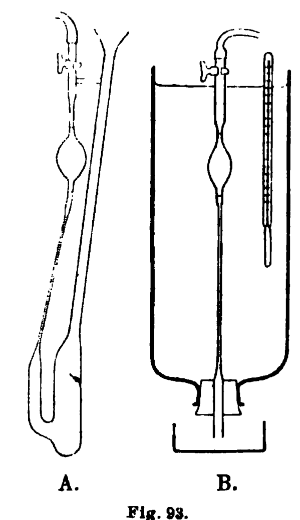


Fig. 93.

Die vorausgesetzte konstante Höhenstellung der oberen Birne zum unteren Anfangsniveau ist am leichtesten bei gegenseitiger Vertikalstellung zu verbürgen. Das konstante Anfangsniveau kann nach einer unten angebrachten Marke oder eingeschmolzenen Spitze (Fig. 93A) beurteilt werden, am genauesten durch Einfüllen je eines mit $s - \lambda$ proportionalen (vgl. oben) Gewichtes. — Am leichtesten herstellbar ist die Anordnung B mit einem unten etwas erweiterten,

durch einen Kautschukstopfen gedichteten Rohr. — A wird in ein Bad mit Thermometer gebracht.

Die Zeitbestimmungen werden genauer, wenn das Rohr um die Marken herum nicht zu eng ist, so daß der Meniskus mehr als 1 sec braucht, um diese gleichförmige Strecke zu durchlaufen, — Je enger das Rohr, um so mehr ist zu beachten, daß nicht feste Teilchen in die Kapillare kommen.

Hähne müssen so weit sein, daß die Luftreibung nicht in Betracht kommt. Die angesaugte Flüssigkeit soll den Hahn nicht berühren. — Erhebliche Fehler können aus Tröpfchen entstehen, die sich bei ungleichmäßiger Benetzung zeitweilig an den Verjüngungsstellen bilden.

Das seitliche Einfüllrohr in Fig. 98 A (durch einen Glassteg mit dem anderen Teil verbunden) soll so gestaltet sein, daß man ein langes Trichterrohr durchschieben kann, mit dem man das Gefäß bis an die Marke füllt. In die Birne wird die Flüssigkeit vor jedem Versuch z. B. mit der Wasserluftpumpe angesaugt.

Über Messungen in hoher Temperatur s. Thorpe u. Rodger, Phil. Trans. A 185 II, 397. 1895; Heydweiller, Wied. Ann. 55, 561. 1895; 59, 193. 1896; Goodwin u. Mailey, Phys. Rev. 26, 28. 1908. — Arndt, ZS f. Elektroch. 1907, 578: geschmolzene Salze.

Die Lit. über technische Zähigkeitsmesser, welche auf dem Prinzip des Kapillarausflusses beruhen, s. bei Meißner, Chem. Revue üb. d. Fett- u. Harzindustrie 1914, Heft 2; ferner Holde, Untersuchung der Mineralöle u. Fette. 3. Aufl. 1909; Ubbelohde, Tabellen zum Englerschen Viskosimeter 1907.

2. Andere Methoden.

Auch hier darf angenommen werden, daß die Flüssigkeit an den festen Wänden haftet.

a) Energieverbrauch einer in der Flüssigkeit langsam bewegten, z. B. schwingenden oder mit konstanter Winkelgeschwindigkeit rotierenden Masse; Scheibe, Kugel oder Zylinder (Coulomb 1802). Das log. Dekrement (27) der Schwingungen ist prop. η. S. u. a. die Arbeiten von O. E. Meyer, Grotrian, W. König, Margules. Auch Couette, a. a. O.; Searle, Proc. Cambr. Phil. Soc. 16, 600. 1912: Apparatur für sehr zähe Flüssigkeiten.

b) Dämpfung eines mit Flüssigkeit gefüllten schwingenden Gefäßes. Vgl. O. E. Meyer, Wied. Ann. 43, 1. 1891; Mützel, ebd. S. 15; Ladenburg, Ann. d. Phys. 27, 157. 1908.

c) Langsam absinkende Kugel (Durchm. $= D$ cm, Vol. $= V$ ccm. Masse $= M$ g, Geschw. $= U$ cm/sec); nur für stark viskose Flüssigkeiten (Reib.-Koeff. $= [\eta]$ CGS, Dichte $= s$). Vorausgesetzt, daß $UsD/[\eta]$ klein gegen 1 ist, bewirkt die Reibung in einer ∞ ausgedehnten Flüssigkeit eine hemmende Kraft gleich $3\pi D[\eta] U$ Dyn (G. Stokes; Kirchhoff). Diese Kraft ist gleich der abwärts gerichteten Schwerkraft in Dyn, d. i.

$= g(M - sV)$; somit $[\eta] = g(M - sV)/3\pi D U$. Cet. par. würde $[\eta]$ prop. $1/U$ sein. Man benutzt z. B. Stahlkugeln von Fahrradachsen.

Literatur, Kritik der Methode, besonders auch über die bei absoluten Bestimmungen sehr hohen Ansprüche an die Gefäßgröße, bei Ladenburg, Ann. d. Phys. 22, 287; 23, 447. 1907.

II. Gase.

Der Reibungskoeffizient eines Gases ist von der Dichte in weiten Grenzen unabhängig (Maxwell 1860). Er wächst mit der Temperatur, nach Sutherland prop. $\frac{T^{\frac{1}{2}}}{1 + c/T}$, wo c eine individuelle Konstante, T die absol. Temp. bedeutet.

Für den Reibungskoeffizienten trockener Luft zwischen 12 und 30° leitet Millikan (Ann. d. Phys. 41, 759. 1913) aus neueren Messungen ab

$$[\eta_t] = 0{,}00018240 - 0{,}0_6493\,(23 - t)\ \mathrm{cm^{-1}\,g\,sec^{-1}}.$$

Andere Gase s. Tab. 12a.

Die Gasreibung läßt sich ebenfalls durch Kapillarausfluß oder nach einer der oben unter I 2 angegebenen Methoden bestimmen. Nur ist allgemein zu beachten, daß bei niedrigen Gasdrucken, d. h. wenn die mittlere freie Weglänge der Gasmoleküle nicht mehr klein ist gegen die Lineardimensionen der Apparatur (Durchmesser der Kapillare, der bewegten Kugel usw.), eine Gleitung des Gases an den festen (oder flüssigen) Wänden sich bemerklich macht (Kundt u. Warburg).

Für den Kapillarausfluß bleibt wegen der Unabhängigkeit der Reibung vom Druck das Poiseuillesche Gesetz gültig (O. E. Meyer), wenn man unter v (Gl. 1 S. 264) das Volumen unter dem Mittelwert der an den Rohrenden herrschenden Drucke versteht. Wegen der Gleitung an den Rohrwänden ist auf der rechten Seite von Gl. 1 der Korrektionsfaktor $1 + 4\frac{\zeta}{r}$ zuzufügen, wo ζ, der Gleitungskoeffizient, dem Gasdruck p (in mm Hg) umgekehrt prop. ist, für Luft z. B. $\zeta = 0{,}00001\,\frac{760}{p}$ cm (Warburg).

Zusammenstellung der Lit. bei O. E. Meyer, Kinetische Theorie der Gase, 2. Aufl. 1899, S. 171 ff.; Brillouin, Leçons sur la viscosité des liquides et des gaz, Bd. II 1907; neuere Lit. bei Rapp, Phys. Rev. (2) 2, 363. 1913. — Experimentelles und Theoretisches über den Gleitungsvorgang in Röhren s. bei Knudsen, Ann. d. Phys. 28, 75. 1909.

Zu den andern Methoden vgl. außer den genannten Werken noch Zemplén, Ann. d. Phys. 19, 783. 1906; 29, 869. 1909 (Dämpfung einer schwingenden Kugel innerhalb einer Hohlkugel); Gilchrist, Phys. Rev. (2) 1, 124. 1913;

Knudsen u. Weber, Ann. d. Ph. 36, 981. 1911, wo die Gleitungskorrektion für die Stokes-Kirchhoffsche Formel (vgl. oben I 2c) bis zu sehr niedrigen Drucken bestimmt wird.

Über die krit. Geschw. bei Gasen s. Ruckes, Ann. d. Phys. 25, 983, 1908; über größere Geschwindigkeiten (Lit.) Fritzsche, Forsch.-Arb. d. Ver. D. Ing. Heft 60, 1908.

58b. Diffusion (Graham; Fick).

Gesetz von Ad. Fick; 1855. Unterschiede der Konzentration einer Lösung gleichen sich nach demselben Gesetz aus, wie Temperaturunterschiede in einem leitenden Körper. Bestehen also in zwei um dx auseinanderliegenden Querschnitten von der Größe q die Konzentrationen ϱ und $\varrho + d\varrho$, so wandert in der Richtung des Gefälles durch jeden Querschnitt in der Zeit dt die Menge dm des gelösten Stoffes $dm = kq \cdot (\partial\varrho/\partial x)\,dt$. Der Diffusionskoeffizient k hat die Dimensionen (Anh. 13a) $[l^2 t^{-1}]$ und wird z. B. in cm²/Stunde ausgedrückt. Sein Wert ist nach Lösungsmittel und gelöstem Stoff sehr verschieden, ändert sich aber auch mit der Konzentration und der Temperatur.

Aus obigem Gesetz (vgl. Fick, Pogg. Ann. 94, 59. 1855) folgt, wenn die Änderung nur nach der x-Achse besteht, die Gleichung

$$\frac{\partial \varrho}{\partial t} = k \frac{\partial^2 \varrho}{\partial x^2} \qquad 1.$$

Die lange dauernden Versuche verlangen gegen die aus Strömungen entspringenden Fehler ein Zimmer oder großes Wasserbad von ausreichender Temperaturkonstanz. Thermostaten sind im allgemeinen bedenklich.

Bei der Messung wird in übereinander geschichteten Konzentrationen deren Änderung entweder während des Vorganges aus einer physikalischen Eigenschaft der Lösung (Lichtbrechung, elektromotorische Kraft) oder nachher durch chemische Analyse ermittelt.

1. Chemische Methode (Graham, Stefan).

In einem Zylinder mit horizontal ebenem (am einfachsten durch Quecksilber hergestelltem) Boden werden zwei abgemessene Mengen der ineinander diffundierenden Flüssigkeiten, z. B. Lösung und Lösungsmittel, übereinander geschichtet, wobei man unter der leichteren, zuvor eingefüllten, die schwere mittels einer Pipette sich ganz langsam ausbreiten läßt. Nach einer gemessenen Versuchsdauer — zwischen mehreren Stunden und mehreren Tagen — wird der Inhalt schichtenweise in gleiche Volumina gesondert und analysiert. Für die auf der Integration der Gleichung 1 beruhende Ableitung des Diff.-Koeff. hat Stefan Tabellen berechnet.

Stefan, Wien. Ber. 79, 184. 1879. Über Anordnung des Versuchs s. z. B. Arrhenius, ZS f. phys. Ch. 10, 51. 1892; Öholm, ebd. 50, 309. 1904. — Für Gase: Loschmidt, Wien. Ber. 61 (2), 367; 62 (2), 468. 1870.

2. Elektrische Methode (H. F. Weber).

Anwendbar auf Salzlösungen mit umkehrbaren Elektroden aus dem Metall des Salzes.

Zwischen zwei horizontalen Elektroden befinden sich die ineinander diffundierenden Schichten; man beobachtet den zeitlichen Verlauf der durch die Konzentrationsdifferenz an den Elektroden bewirkten elektrischen Spannung (99; 104). Die Berechnung gründet sich auf Gl. 1. — Die Schichtung ist entweder mechanisch, wie in Nr. 1, oder besser dadurch bewirkt worden, daß man zwischen nahe benachbarten Elektroden kurze Zeit einen elektrischen Strom übergehen ließ.

H. F. Weber, Wied. Ann. 7, 469 u. 536. 1879; Seitz, ebd. 64, 759. 1898.

3. Optische Methode (Wiener).

Ein Lichtstrahl, der in ein geschichtetes Mittel parallel der Schichtung eintritt, krümmt sich nach der stärker brechenden Seite hin (Fig. 94). Die Größe der Krümmung, d. h. der reziproke Krümmungshalbmesser, ist gleich dem relativen Gefälle $\frac{1}{n}\frac{\mathrm{d}n}{\mathrm{d}x}$ des Brechungsindex n; vgl. z. B. Wiener a. a. O., S. 106e Beim Durchsetzen eines Diffusionsgebietes von der Dicke δ erfährt ein Strahl hierdurch, wie leicht zu sehen ist, eine Richtungsänderung $= (\delta/n)\cdot \mathrm{d}n/\mathrm{d}x$, die bei dem Wiederaustritt aus der Flüssigkeit auf $\delta\cdot \mathrm{d}n/\mathrm{d}x$ steigt. Auf einen Schirm im optischen Abstand a von der Gefäßmitte (d. i. äußerer Abstand $+\frac{1}{2}\delta/n$; vgl. S. 106) auffallend ist der Strahl dann abgelenkt um die Höhe

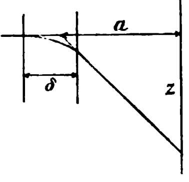


Fig. 94.

$$z = a\delta\cdot \mathrm{d}n/\mathrm{d}x.$$

Diese Höhe z wird am einfachsten so gemessen: Ein um 45° gegen die Horizontale geneigter Spalt empfängt von einer starken Lichtquelle (Bogenlampe) paralleles, durch ein Strahlenfilter (59) homogen gemachtes Licht, welches vom Spalt auf eine Sammellinse und von da auf einen parallelwandigen Diffusionstrog (lichte Dicke $\delta = 2$ bis 3 cm) fällt. Im Abstande a ($1\frac{1}{2}$ bis 2 m) hinter dem Troge befindet sich der Schirm; die obige Linse entwerfe auf diesem ein deutliches Bild AB des Spaltes. Nach dem Übereinanderschichten der beiden Flüssigkeiten verwandelt dieses Bild sich in eine Kurve von der Gestalt der Fig. 95. z ist die obige Höhe, die sich nun durch den Diffusionsvorgang allmählich vermindert.

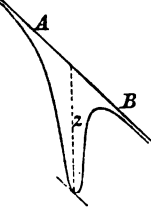


Fig. 95.

Über Messung mittels einer Fadenkreuzlupe vgl. unten Heimbrodt.

t bedeute die seit dem Beginne der Diffusion, d. h. seit dem Bestehen einer unstetigen Berührungsfläche verflossene Zeit und

z die jetzt bestehende maximale Senkung der Kurve. Die Konzentrationsunterschiede seien nicht zu groß, so daß man zwischen der Änderung der Konzentration und des Brechungsverhältnisses Proportionalität annehmen kann. n_1 und n_2 seien die Brechungsindizes der beiden Originalflüssigkeiten, z. B. des Lösungsmittels und der Lösung; δ und a bedeuten wie oben die Schichtdicke und den Schirmabstand.

Wir bezeichnen $(n_2 - n_1)^2 a^2 \delta^2 / 4\pi = C$; dann folgt aus der Integration der Gl. 1 der Diffusionskoeffizient $k = C/(z^2 t)$. Insofern aber der Nullpunkt der Zeitrechnung nicht genau festzustellen ist, beobachtet man zu zwei Zeiten t_1 und t_2 die Höhen z_1 und z_2 und rechnet

$$k = C \frac{1/z_2^2 - 1/z_1^2}{t_2 - t_1} \quad \text{oder} \quad = C \frac{1}{t_2 - t_1} \frac{z_1^2 - z_2^2}{z_1^2 z_2^2}.$$

Eine seitliche Verschiebung der Kurve während der Diffusion zeigt an, daß der Ort des maximalen Konzentrationsgefälles wandert, und bedeutet eine Abhängigkeit des Diffusionskoeffizienten von der Konzentration.

O. Wiener, Wied. Ann. 49, 105. 1893; Heimbrodt, Diss. Leipzig 1903. Theorie bei Boltzmann, Wied. Ann. 53, 959. 1894; Thovert, C. R. 133, 1197. 1901.

Wegen ausführlicher Darstellung, auch der Methoden für Gasdiffusion s. Waitz, Winkelm. Hdb., 2. Aufl. I, 1415. 1908.

Licht und Wärmestrahlung.

Über optische Konstanten s. Tab. 12a u. 22 bis 26. — Eine ausführliche Zusammenstellung mit Quellenangabe in: Recueil de Données numériques, publié par la Société Française de Physique; Optique, par H. Dufet, 3 Bde., Paris 1898—1900. — Wellenlängen der Spektrallinien bei Eder u. Valenta, Atlas typischer Spektren, Wien 1911; auch jährlich in den Reports der Brit. Assoc. — Über Instrumente vgl. auch die Kataloge von Fueß, Schmidt & Haensch, Zeiß usw.; über die Theorie s. Gleichen, Theorie der modernen opt. Instrumente, Stuttgart 1911.

59. Lichtquellen. Spektrum.

Eingehend in Kayser, Handbuch der Spektroskopie, Bd. I—VI, Leipzig 1900—1912.

Weiße starke Lichtquellen sind außer der Sonne der Kalk- oder besser Zirkonbrenner (Linnemann) im Sauerstoffgebläse und die elektrische Bogenlampe. Bogenlicht ist an ultravioletten Strahlen reicher als Sonnenlicht. — Auch Auerlicht eignet sich oft, und als konstante, wenn auch nicht so weiße Quelle die Nernstlampe.

Licht von bestimmter Wellenlänge.

Es ist für viele Messungen gleichgültig, ob man Licht durch Absorption zw. spektrale Zerlegung vor dem Eintritt in die Instrumente reinigt oder ach dem Austritt (vor dem Auge). Letzteres ist oft bequemer.

Farbig absorbierende Mittel („Strahlenfilter") sind die einchsten, freilich unvollkommenen Hilfsmittel. Kräftig rotes Kupferoxydullas wird häufig angewandt. Auch einzelne grüne Gläser des Handels der Gelatineplatten sind brauchbar, besonders wenn man verschiedenrbige Platten geeignet hintereinander stellt. Über Jenaer Farbgläser vgl. sigmondy, ZS f. Instr. 1901, 97; Grebe, ebd. S. 105; über Gelatineplatten tr die einzelnen Hg-Linien vgl. H. Schulz, Verh. D. Phys. G. 1913, 286; ntersuchung von Glas- und Gelatinefiltern bei v. Pirani, ebd. S. 826; Flüssigeiten bei Landolt, Drehungsvermögen, S. 390. 1898: Rot „Kristallviolett BO" + K_2CrO_4; Gelb $NiSO_4$ + $KMnO_4$ + K_2CrO_4; Grün $CuCl_2$ + K_2CrO_4; [ellblau „Doppelgrün SF" + $CuSO_4$; Dunkelblau „Kristallviolett 5 BO" - $CuSO_4$. Das + Zeichen bedeutet Hintereinanderschalten. Näheres a. a. O.

Man prüft und definiert die resultierende Farbe mit dem Spektralpparat; 64. — Über Ultraviolett vgl. f. S.

Glühende Metalldämpfe. Metallsalze, außer Na besonders noch i und Tl (Tab. 22. 23; s. auch S. 275), werden in den Bunsen- oder einen rößeren (Terquem-; Teclu-) Brenner eingeführt als Perlen an der Platinse oder von Platindrahtkörbchen gehalten (Landolt-Brenner); in das Luftder Sauerstoffgebläse auch als gegossene Stäbchen. Das Chlorid oder tromid, wegen Verknisterns vorher erhitzt (die Dämpfe greifen Metalle an), st heller. Das Carbonat ist ausdauernder, leichter anzuschmelzen und für ithium durch Ausschütteln des Pulvers mit Wasser leicht zu reinigen. uch Stäbchen aus Natronglas sind brauchbar. Thallium, rasch verdampfend, n schwacher Gas- oder Alkoholflamme zu gebrauchen. Vgl. auch 64 II. — lebenlicht, z. B. aus der Gasflamme selbst, sucht man durch Absorptionsnittel, z. B. farbige Gläser, für Na-Licht auch durch Lösungen von Kaliumichromat + Uranosulfat zu beseitigen. Vgl. Landolt, a. a. O. S. 362.

Die Metalle K, Sr, Ca, Rb, Cs, Zn, Cd usw. liefern eine Summe von iskreten Farben, die durch das Prisma getrennt werden können. Über ihre Vellenlänge und Farbe vgl. Tab. 23 und Fig. S. 275, unten.

Spektrallampen. 1. Verteilung einer Salzlösung in die dem Brenner ugeführte Luft durch einen Zerstäuber (Gouy; s. Kayser, Handb. d. Spekroskopie I, 149; s. auch Kreusler, Verh. D. Phys. Ges. 1905, 59). 2. Zerspritzen nittels Gasentwicklung in einer auf den Brenner aufgesetzten kleinen elektroytischen Zelle aus Porzellan oder mittels Zusatzes von Zink und Salzsäure Beckmann, ZS f. phys. Ch. 57, 641. 1907; ZS f. angewandte Ch. 1907, 561).

Metalldämpfe im Kohlebogen. Bei der Erzeugung von Metalllampflicht mit dem elektrischen Kohlebogen kann der Bogen so lang genacht werden, daß die Kohlen sich abblenden lassen; die Banden des Kohleampfes, des Cyans und Eisens aber bleiben als Verunreinigungen des Spektrums. Vgl. Kayser I, S. 168.

Flaschenfunken. Die Funken des Induktionsapparates, z. B. zwischen Elektroden aus Zn oder Al, liefern noch das äußerste Ultraviolett, sie werden für Spektralzwecke meistens durch nebengeschaltete Leidener Flaschen verstärkt. Das Spektrum zeigt außer den Linien der Elektrodenmetalle die aus der Atmosphäre stammenden Linien und ist infolgedessen sehr kompliziert. — Einschalten einer Selbstinduktion in den Flaschenkreis (vgl. 125 III 1) macht die Metallinien schärfer und läßt die Luftlinien zurücktreten. — Induktionsfunken zwischen einer Platinspitze und einer Salzlösung geben das Funkenspektrum des Salzes; es pflegt eine größere Linienzahl zu zeigen als das Flammenspektrum. — Bezugsquelle für Funkenkreise z. B. Boas in Berlin, Klingelfuß in Basel.

Die schärfsten Spektrallinien, wie sie für Apparate hoher Auflösungskraft nötig sind, erreicht man durch Lichterzeugung im Vakuum.

Geißlersche Röhren. Die gewöhnliche eingeschnürte Form und, um mehr Licht zu bekommen, eine solche mit Längsdurchsicht s. Fig. 96. Über andere Formen und die gebräuchlichen Füllungen mit Hg, H oder mit Edelgasen (Ar, He, Kr, X, Ne) und deren Gemischen s. z. B. den Katalog von Goetze in Leipzig. — Quecksilber, Zink, Cadmium erwärmt man in der Röhre. — Über Anwendung von Salzen in Vakuumröhren s. Goldstein, Ann. d. Phys. 27, 773. 1908 und Janicki, ebd. 29, 834. 1909.

Fig. 96.

Quecksilberbogenlampen. Das intensivste Quecksilberoder Amalgamlicht gibt die Aronssche Röhre (Wied. Ann. 47, 767. 1892; Ann. d. Phys. 23, 176. 1907), in der ein Vakuumlichtbogen zwischen Quecksilberelektroden durch konstanten Strom erzeugt wird. Anfängliches Zusammenfließenlassen des Quecksilbers leitet den Strom ein. Gegen Zerspringen schützt am besten ein Bad mit heißem Wasser. Anordnung von Lummer Fig. 97; auch die Stromzuführung wird durch Quecksilber vermittelt. — Lampen aus Quarzglas, eine ergiebige Quelle für Ultraviolett (bis 0,22 μ), liefert z. B. Heraeus oder Fueß. — Andere Formen s. z. B. Kayser a. a. O. S. 172 u. 282 ff.; Perot u. Fabry, J. d. phys. 9, 369. 1900, auch ZS f. Instr. 1902, 360; Siedentopf, ebd. 1904, 22.

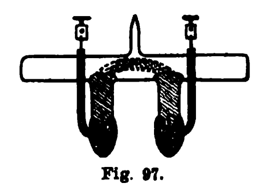


Fig. 97.

Durchlässigkeit für Ultraviolett und Ultrarot.

Von den scheinbar farblos durchsichtigen Mitteln, auch Gläsern, werden manche schon nach den Grenzen des Spektrums hin unvollkommen durchlässig, bald darüber hinaus die meisten, und nur wenige bewahren eine starke Durchlässigkeit weit ins Ultrarot oder Ultraviolett. Literatur über das Verhalten der Gläser im Ultraviolett und Angaben über neue durchlässigere Jenaer Gläser s. Krüß, ZS f. Instr. 1903, 197 u. 229; Zschimmer, ebd. S. 360. — Filter für Ultraviolett z. B. Giesel, Phys. ZS 4, 862. 1903; Kalähne, ebd. 5, 415. 1904; für Ultrarot z. B. Paschen, Ann. d. Ph. 43, 858. 1914.

Im Ultraviolett (vgl. Lenard u. Ramsauer, Heidelberger Ber. 1910. 31. Abh.): vor allem Flußspat (farblos oder höchstens etwas grünlich), bis

gegen $\lambda = 0{,}12\,\mu$ (0,00012 mm) verwendbar; Quarz, der von $\lambda = 0{,}25\,\mu$ abwärts absorbiert, auch wohl Gips bis $0{,}18\,\mu$. Von $\lambda = 0{,}185\,\mu$ an absorbiert auch die Luft, so daß schließlich mit Flußspat im Vakuum oder in Wasserstoff gearbeitet werden muß (Schumann). Bis $0{,}34\,\mu$ ist gewöhnliches Glas, bis $0{,}30\,\mu$ Jenaer Glas durchlässig.

Im Ultrarot: besonders Steinsalz und Sylvin; bis $\lambda = 8\,\mu$ auch Flußspat. Eingehendes über Absorption, besonders im Ultrarot, in Tab. 25.

Spektrale Zerlegung.

Prismatisches Spektrum.

Licht passiert einen Spalt S und dann eine Linse, welche ein objektives Bild B des Spaltes entwirft (Fig. 98). Hinter die Linse kommt ein Prisma; falls die Lichtquelle vom Spalte weiter absteht (Sonne), etwa an den Ort des Bildes, welches die Linse von der Lichtquelle entwirft. Ungefähr im Abstande des Bildes B vom Prisma entsteht dann seitlich, bei einem geradsichtigen Prisma nahe bei B, das Spektrum, aus welchem die gewünschte Farbe durch eine Blende herausgeschnitten werden kann. Gewöhnlich gibt man dem Prisma die Stellung, in welcher das Spektrum am wenigsten abgelenkt ist, doch können auch andere Stellungen, welche eine Farbe mehr zusammendrängen oder ausbreiten, Vorteile bieten. — Rutherfordsche zusammengesetzte Prismen geben eine besonders starke Dispersion. — Mehrere hintereinander gestellte Prismen bedürfen beim Übergang aus einem in einen andern Spektralbezirk im allgemeinen einer Änderung ihrer gegenseitigen Stellung; vgl. z. B. 64 III; daselbst auch über Prismen mit fester Ablenkung.

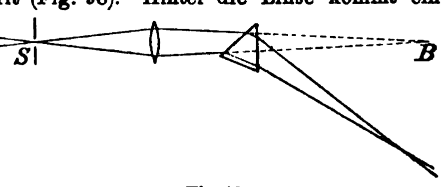
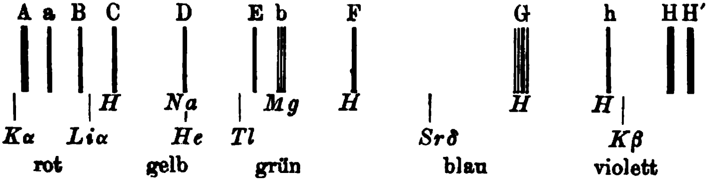


Fig. 98.

Ein reines Spektrum verlangt einen engen Spalt mit scharfen Schneiden und eine gute achromatische Linse, oft auch ein Abblenden falschen Lichtes. Die Reinheit wird am deutlichen Auftreten der Fraunhoferschen oder Metalldampf-Linien erkannt, auch wohl nach dem Bilde von einem Querfaden im Spalt beurteilt, welches im Spektrum als Querlinie auftritt.

Sonnenspektrum. Man wirft mit dem Heliostaten Sonnenlicht horizontal auf den Spalt. Ist dieser hinreichend eng, so treten im sichtbaren prismatischen Spektrum dunkle Fraunhofersche Linien (1814) auf, von



denen obige Figur die wichtigsten enthält: CDbFGh koinzidieren mit Spektrallinien von *Na, Mg, H*; die Hauptlinien von *K, Li, He, Tl, Sr*

sind unten angegeben. Für das Gedächtnis merke man sich, daß A D F G H ungefähr gleichen Abstand voneinander haben. Man benutzt die Fraunhoferschen Linien zur Definition von Wellenlängen. Vgl. Tab. 23.

Um A und a zu sehen, stelle man den Spalt nicht zu eng und halte ein rotes Glas vor. D zeigt sich bei engem Spalte und starker Vergrößerung als eine feine Doppellinie D_1, D_2.

Die Bezeichnung der Linien im Ultraviolett, über H′ hinaus (welches vielfach auch K benannt ist), wird mit lateinischen Buchstaben L, M . . . weitergeführt. — Zum Sichtbarmachen ultravioletten Lichtes dient ein „fluoreszierendes Okular", welches am Ort des Fadenkreuzes eine fluoreszierende Platte aus Gelatine oder Uranglas trägt. Von Glas wird ultraviolettes Licht teilweise erheblich absorbiert (vgl. S. 274), so daß man auf Prismen usw. aus Quarz oder noch besser Flußspat angewiesen ist.

Vgl., auch über das (ultrarote) Wärmespektrum, 64.

Gitterspektrum.

An die Stelle des Prismas kann das Beugungsgitter („Nobertsches Gitter") treten, welches nach beiden Seiten Spektra liefert, in der Regel nach der einen Seite lichtstärker als nach der anderen. Das sichtbare Spektrum 1. Ordnung (Fig. 65 I) ist getrennt von den übrigen, die höheren Spektra greifen ineinander über.

Reflexionsgitter. Dieselben pflegen in Metallflächen eingegraben zu sein. Ebene Reflexionsgitter wirken ebenso wie durchlässige, sobald man das Spiegelbild der Lichtquelle in der Gitterebene als Lichtquelle ansieht.

Rowlandsches Gitter. Die reflektierende Fläche ist schwach sphärisch und entwirft daher das Spektrum ohne Linse, was wegen der Absorption von Bedeutung ist. — Das deutliche Spektrum ist nicht eben. Seine Teile erscheinen nach und nach deutlich längs der Linie SB durch die folgende, meist gebrauchte, Rowlandsche Anordnung mit verschiebbarem Gitter (Fig. 99): S sei der Spalt, SG und SB sind zueinander senkrechte Schienen, BG ein Arm von der Länge des Krümmungshalbmessers der Gitterfläche. Der Teil des Spektrums bei B erscheint deutlich, wenn das Gitter, welches sich während der Bewegung des Armes r parallel verschiebt, sich in G befindet. — Kayser, a. a. O. S. 450. 1900. Andere Anordnungen ebd. S. 478 ff.

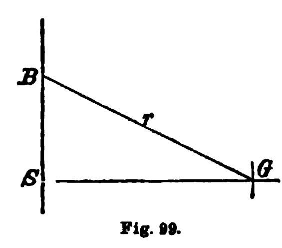


Fig. 99.

Über wohlfeilere Reproduktionen (nach Ives) s. z. B. Katalog von Fueß.

Spektroskopie mittels Interferenzen hoher Ordnung.

Ausführliches bei Gehrcke, Die Anwendung der Interferenzen in der Spektroskopie u. Metrologie, 1906.

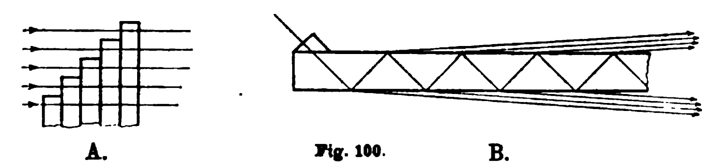
Die stärkste auflösende Kraft liefern die Interferenzen sehr hoher Ordnung an dicken Platten, wobei das Zusammenwirken einer beschränkten Anzahl von Strahlen genügt, um scharfe Maxima zu liefern, wenn die Strahlen

in einem Fernrohr zur Interferenz gebracht werden. Die Interferenzfähigkeit besteht selbst bei Gangunterschieden von Millionen Wellenlängen noch merklich ungeschmälert. Vgl. auch **68 a** und **65 IV**.

Solche Spektroskope (Interferometer) dienen u. a. zum Studium des feineren Baues einzelner Spektrallinien (vgl. von Baeyer, Jahrb. f. Radioakt. u. El. **1909**, **50**; Lunelund, Ann. d. Phys. **34**, **505**. **1911**; Janicki, ebd. **39**, **439**. **1912**). — Die Anordnungen sind:

Luftplattenspektroskop (Fabry u. Perot). Ein Parallelstrahlenbündel wird wiederholt zwischen den beiden durchlässig versilberten Glasflächen hin und her reflektiert, welche eine planparallele Luftschicht begrenzen. Zur Interferenz werden die einseitig austretenden Teilstrahlen gebracht. Ann. chim. phys. (7) **16**, **115**. **1899**; eine neue Form ZS f. Instr. **1912**, **326**.

Stufenspektroskop (A. Michelson, Fig. 100 A). Genau gleich dicke Glasplatten liegen abgestuft aneinander. Zur Interferenz kommen entweder die Strahlen, welche die Stufen durchsetzt haben, oder solche, die an den (versilberten) Oberflächen reflektiert worden sind. Journ. de phys. (3) **8**, **305**. **1899**. — Über die Theorie auch Galitzin, ZS f. Instr. **1907**, **224**.



A. Fig. 100. B.

Glasplattenspektroskop (Lummer u. Gehrcke, Fig. 100 B). Die Strahlen werden in eine vollkommen planparallele Platte so eingeleitet, daß sie bei den wiederholten Reflexionen die Wände beinahe unter dem Winkel der totalen Reflexion treffen. Die fast streifend austretenden Bruchteile der einen Seite werden zur Interferenz gebracht. Ann. d. Phys. 10, 457. 1903; Gehrcke u. von Baeyer, ebd. 20, 269. 1906. Über eine einfache Ausführung Gehrcke, ZS f. Instr. 1908, 28. — Gekreuzte planparallele Platten geben ein Interferenzpunktsystem, Gehrcke, Verh. D. Phys. Ges. 1905, 237.

60. Lichtbrechungsverhältnis eines Prismas. Spektrometer.

Wenn bei dem Eintritt eines Lichtstrahls aus einem Körper („Mittel") in einen anderen α der Eintritts- und β der Brechungswinkel ist (Fig. 101), so stehen die Sinus beider Winkel in einem konstanten Verhältnis zueinander, dem Brechungsverhältnis (-koeffizient, -exponent, -index) n des zweiten gegen das erste Mittel; Snellsches Gesetz, 1621. Also gilt

$$n = \frac{\sin\alpha}{\sin\beta}.$$

Geometrisch ist $\sin\alpha = AA'/AC$ und $\sin\beta = BB'/BC$, oder wenn $AC = BC = 1$ ist, $\sin\alpha = AA'$ u. $\sin\beta = BB'$. Sinus und Logarithmen s. Tab. 53, 54.

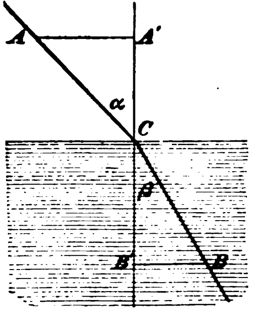


Fig. 101.

n bedeutet zugleich das Verhältnis der Lichtgeschwindigkeit oder, was dasselbe sagt, der Wellenlänge im ersten zu derjenigen im zweiten Körper.

Tritt der Strahl aus Luft in ein Mittel, so heißt n dessen B.-V. schlechthin. Mit $1/n$ ist die Lichtgeschwindigkeit in dem Mittel proportional; hieraus folgt, daß das B.-V. aus einem Mittel vom B.-V. n_1 in ein anderes vom B.-V. n_2 gleich n_2/n_1 ist. — Das B.-V. n aus dem leeren Raum in Luft von 0° und 760 mm (Dichte = 0,001293) beträgt 1,000292; $n - 1$ ist der Dichte proportional, z. B. gilt für die mittlere Dichte 0,0012 $n = 1{,}00027$. Durch Multiplikation hiermit wird ein in Luft beobachtetes B.-V. eines Körpers „auf den leeren Raum reduziert".

Wenn s die Dichtigkeit eines Körpers, so heißt $r = (1/s) \cdot (n^2 - 1)/(n^2 + 2)$ sein spez. Brechungs- oder Refraktionsvermögen; früher auch wohl $(n - 1)/s$, was für ein Gas sich von obigem nicht merklich unterscheidet; auch wohl $(n^2 - 1)/s$. r ist von Temperatur, Druck und Aggregatzustand nahe unabhängig. Also nimmt das Brechungsverhältnis durch Temperaturausdehnung ab. — Wenn A das chemische Molekulargewicht des Körpers, so heißt rA sein molekulares B.-Vermögen.

Zur Bestimmung des B.-V. wird der Körper meist in Prismenform angewandt; ein fester Körper geschliffen, eine Flüssigkeit in ein Prisma mit ebenen Deckplatten eingefüllt. Aus dem Ablenkungswinkel des Lichtes beim Durchtritt durch das Prisma und dem gegenseitigen Winkel der brechenden Flächen (dem „brechenden Winkel") ergibt sich das B.-V.

Andere Methoden zur Bestimmung des B.-V. in **62, 63, 63a.**

Dispersion.

Die Brechbarkeit des Lichtes hängt von seiner Schwingungsdauer (Farbe) ab. Sie wächst mit zunehmender Schwingungszahl (abnehmender Wellenlänge λ), nach den Farben in der Reihenfolge rot, orange, gelb, grün, blau, violett. Das B.-V. muß sich deswegen auf Licht von bestimmter Schwingungszahl beziehen.

Über Quellen einfarbigen (homogenen) Lichtes s. **59.**

Der Unterschied der Brechungsverhältnisse für zwei bestimmte Farben (gewöhnlich für C und F Fraunhofer) wird Dispersionsvermögen genannt. Relative Dispersion heißt gewöhnlich das Verhältnis $(n_F - n_C) : (n_D - 1)$. Vgl. Tab. 22, 23 und 24.

Über mikrometrische Bestimmungen der Dispersion s. Pulfrich, ZS f. Instr. 1893, 267.

Anomale Dispersion. Christiansen; Kundt; 1870. In der Nachbarschaft eines intensiven Absorptionsstreifens (z. B. in Cyanin- oder Fuchsinlösungen) wird der gewöhnliche regelmäßige Gang von n mit λ unterbrochen. Von der roten Seite des Spektrums kommend wächst n mit abnehmender Wellenlänge vor dem Absorptionsgebiet unter Umständen sehr stark und setzt in dem Gebiet der wiederauftretenden Durchlässigkeit mit sehr kleinen Werten wieder ein, die dann aber mit weiter abnehmendem λ rasch wachsen. — Vgl. auch Roschdestwensky, anom. D. des Na-Dampfes, Ann. d. Ph. **39**, 307. 1912; Wood, a. D. des Hg-Dampfes, Ph. Mag. (6) 18, 240; Phys. ZS **1909**, 466.

Dispersionsformeln. Die Lichtbrechung eines Mittels für einen Strahl von der Wellenlänge in Luft λ (65; Tab. 23) hat man u. a. in folgenden Formeln ausgedrückt, wo $A, B, M\ldots$ Konstanten des Mittels sind:

Cauchy $$n = A + B/\lambda^2 + C/\lambda^4 + \cdots;$$

Lommel-Wüllner $$n^2 - 1 = \frac{A + B/\lambda^2}{1 - C/\lambda^2};$$

Sellmeier-Ketteler-Helmholtz $$n^2 = A + \frac{M}{\lambda^2 - P} + \frac{N}{\lambda^2 - Q}.$$

Die beiden letzten Formeln enthalten die anomale Dispersion, insofern Werte von $\lambda = C^{\frac{1}{2}}$ bzw. $P^{\frac{1}{2}}$ oder $Q^{\frac{1}{2}}$ ein Unendlichwerden von n, d. h. einen Absorptionsstreifen im Spektrum bezeichnen; ehe man, mit abnehmendem λ, diese Stellen erreicht, kommen Strecken, wo n zunimmt.

Vgl. noch Maclaurin, Proc. R. S. (A) 81, 367. 1908.

Spektrometer. Allgemeine Regeln.

Das Spektrometer (Formen von Meyerstein 1856, Abbe, v. Lang) besteht aus dem Teilkreise, dem Tischchen für das Prisma, dem Spaltrohre (Kollimator) und dem Fernrohre mit Fadenkreuz; vgl. Fig. 102. Das meistens feststehende Spaltrohr ist nach außen durch einen in seiner Breite verstellbaren Spalt, nach dem Prisma zu durch eine Linse abgeschlossen, deren Brennpunkt in den Spalt fallen muß, um jedes von einem Punkte des Spaltes ausgehende Lichtbündel als Parallelstrahlenbündel nach dem Prisma austreten zu lassen. Der Spalt vertritt so ein unendlich fernes leuchtendes Objekt. Das entweder mit oder über dem Teilkreis drehbare Fernrohr soll den Spalt deutlich erscheinen lassen, muß also auf Parallelstrahlen, „auf unendlich", eingestellt sein. Für manche Methoden ist es nötig, daß auch Drehungen des Prismas gemessen werden können, daß also das Tischchen mit dem drehbaren Teilkreise verbunden und das Fernrohr zugleich festgestellt werden kann.

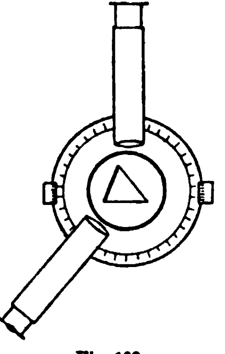


Fig. 102.

1. Kreisablesung. Die Anbringung zweier gegenüberliegender Ablesepunkte an einer Kreisteilung soll nicht nur die Ablesefehler verringern, sondern zugleich die Exzentrizität der Kreisteilung gegen die Drehachse eliminieren. Man beobachte also jedesmal beide Nonien, immer die Nummer des Nonius notierend. Dann nimmt man entweder das Mittel aus den Winkeln, die jeder Nonius angibt, oder bequemer, man rechnet die Gradablesung immer nach Nonius I und nimmt nur in den Bruchteilen (bzw. Minuten und Sekunden) die Mittel.

2. **Einstellung des Fernrohres auf Unendlich.** Man macht zunächst das Fadenkreuz durch Verstellen des ersten Okularglases oder des Fadenkreuzes selbst deutlich sichtbar. Dann richtet man das Rohr auf einen sehr entfernten Gegenstand und bewirkt mit dem Auszuge, daß das Bild dieses Gegenstandes keine Parallaxe gegen das Fadenkreuz zeigt, d. h. daß beide bei einer Seitenbewegung des Auges sich nicht gegeneinander verschieben. Vgl. auch Nr. 4a dieses Abschnittes.

3. **Einstellung des Spaltrohrs (Kollimators) auf Parallelstrahlen.** Man richtet das auf Unendlich eingestellte Fernrohr auf den beleuchteten Spalt und zieht das Spaltrohr so weit heraus, daß das Bild des Spaltes keine Parallaxe gegen das Fadenkreuz zeigt.

4. **Beleuchtetes Fadenkreuz.** Das Licht einer seitlich aufgestellten Flamme fällt auf eine geneigte, zwischen Okular und Fadenkreuz befindliche Planglasplatte (Gaufssches Okular, Fig. 103) oder auf ein kleines Reflexionsprisma, und von da am Fadenkreuz vorüber zum Objektiv. Einem gewöhnlichen Okular kann man ein unter etwa 45° geneigtes Glasplättchen vorkleben, welches seitlich beleuchtet wird.

Fig. 103.

Ist das Fernrohr auf Unendlich eingestellt, so treten Strahlen, die von einem Punkte des beleuchteten Fadenkreuzes kommen, als Parallelstrahlen aus dem Objektiv und geben, von einer ebenen Fläche in das Fernrohr reflektiert, ein Spiegelbild neben dem Fadenkreuz.

Das beleuchtete Fadenkreuz dient zu folgenden Zwecken:

a) **Einstellung des Fernrohrs auf Unendlich.** Man verschiebt den Auszug, bis das Fadenkreuz und sein an einer Ebene gespiegeltes Bild keine Parallaxe zeigen.

b) **Senkrechtstellung einer spiegelnden Ebene gegen das Fernrohr.** Man orientiert so, daß das Fadenkreuz und sein Bild zusammenfallen.

c) **Senkrechtstellung der Sehlinie des Fernrohrs zu seiner Drehachse.** Auf das Tischchen des Instruments stellt man ein beiderseitig spiegelndes, etwa versilbertes (8, 6) Planparallelglas, welches selbst auf einem kleinen Fuß mit Stellschraube steht oder auch direkt mit Klebwachs befestigt wird. Dieses Glas orientiert man so, daß im Fernrohr das Fadenkreuz ebenso hoch liegt wie sein Spiegelbild. Dreht man nun das Fernrohr um 180°, so müssen, wenn die Sehlinie zur Drehachse senkrecht ist,

abermals die Bilder zusammenfallen. Wenn nicht, so korrigiert man die Hälfte der Abweichung durch Neigen des Spiegelglases, die andere Hälfte durch Neigen des Fernrohrs und wiederholt die Probe usw.

Eine nicht ganz parallele Glasplatte schneide und stelle man so, daß die beiden Bilder des Fadenkreuzes nebeneinander liegen. Dann läßt sich das Glas zu den Prüfungen verwenden.

d) Prüfung, ob die Drehachse des Tischchens oder des Kreises senkrecht zur Sehlinie des Fernrohrs steht. Nach der Einstellung des Fadenkreuzbildes dreht man das Spiegelglas um diese Achse um 180°; dann müssen die Bilder wieder zusammenfallen.

e) Hat das Spiegelglas selbst einen kleinen Fuß mit Stellschrauben, so kann man hiermit in leicht ersichtlicher Weise prüfen, bzw. mit den Regulierschrauben des Tischchens bewirken, daß die Oberfläche des Tischchens mit der Sehlinie des Fernrohrs parallel ist.

f) Herstellung des Parallelismus einer Ebene (Prismenfläche) mit der Drehachse. Nach b zu bewirken, nachdem die Orientierung c ausgeführt worden ist.

Ohne Fadenkreuzbeleuchtung verfährt man mit dem als berichtigt angenommenen Fernrohr so: Am Spalt wird durch einen Querfaden diejenige Höhe markiert, welche bei gerader Ansicht im Fadenkreuz erscheint. Nun stellt man die zu orientierende Fläche schräg vor das Spaltrohr (vgl. Fig. 104). Wenn dann das Fernrohr auf das in der Fläche gespiegelte Spaltbild eingestellt wird, so muß, wenn diese mit der Achse des Instrumentes parallel ist, dieselbe Spalthöhe im Fadenkreuz erscheinen.

Sind zwei Flächen desselben Körpers (Prisma) einzustellen, so stellt man letzteren so, daß eine der Flächen auf der Verbindungslinie zweier Fußschrauben des Tischchens senkrecht steht. Diese Fläche wird zuerst berichtigt; alsdann die andere, wobei aber die genannten beiden Schrauben nicht mehr benutzt werden.

g) Prüfung einer Platte auf Planparallelismus. Die Kennzeichen sind: 1. Es muß bei passender Stellung des Fernrohrauszuges das Spiegelbild des Fadenkreuzes deutlich und einfach erscheinen; 2. wenn das Fadenkreuz gegen sein Spiegelbild auf der einen Seite keine Parallaxe zeigt, so muß dies ohne Verstellung des Fernrohrauszuges auch auf der anderen Seite der Fall sein. Dann ist zugleich das Fernrohr auf Unendlich eingestellt.

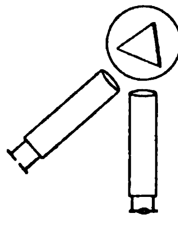
Brechungsverhältnis eines Prismas.

Zu messen ist der brechende Winkel des Prismas und die Ablenkung des Strahls.

I. Messung des brechenden Winkels φ.

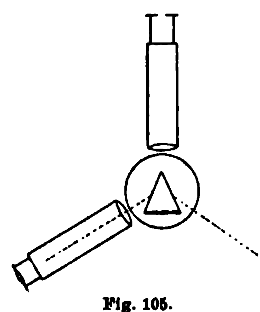
a) Wenn das Fernrohr feststeht und das Prisma mit dem Teilkreise drehbar ist. Das Prisma wird so auf das Tischchen gestellt, daß nach passender Drehung des Kreises die

eine brechende Fläche nahe den früheren Ort der anderen einnimmt. Nach 4 f (v. S.) werden zuerst die beiden Prismenflächen mittels der Stellschrauben des Tischchens der Drehachse parallel gemacht. — Dann werden Fernrohr und Spaltrohr, unter tunlichst spitzem Winkel, gegeneinander festgestellt (Fig. 104), das Spaltrohr beleuchtet und nun der Kreis mit dem Prisma so gedreht, daß das Fernrohr das in einer der beiden Flächen gespiegelte Spaltbild im Fadenkreuz sieht. Die Einstellung des Teilkreises wird jetzt abgelesen. Durch Drehen des Teilkreises mit dem Prisma stellt man ebenso auf die andere Prismenfläche ein und liest wieder ab. Die Differenz beider Ablesungen, selbstverständlich mit Rücksicht auf eine etwaige Überschreitung des Nullpunktes der Teilung, ergibt von 180° abgezogen den brechenden Winkel φ.


Fig. 104.

Mit beleuchtbarem Fadenkreuz braucht man keinen Spalt, sondern dreht mit dem Teilkreise zuerst die eine, dann die andere Prismenfläche so, daß das Kreuz mit seinem Spiegelbilde in der Fläche zusammenfällt.

b) Wenn das Prisma feststeht, das Fernrohr mit dem Nonius oder mit dem Kreise drehbar ist. Man stellt das Prisma so auf (Fig. 105), daß ungefähr die rückwärts verlängerte Halbierungslinie des brechenden Winkels den Spalt trifft. Sodann wird das Fernrohr auf das Spiegelbild des Spaltes in jeder Fläche eingestellt. Der Unterschied der Ablesungen am Kreise in beiden Lagen ist der doppelte brechende Winkel. Der Spalt muß hier nach Nr. 3 sorgfältig auf Unendlich eingestellt sein.


Fig. 105.

Mit dem beleuchteten Fadenkreuz mißt man den brechenden Winkel, indem man das Kreuz in jeder der beiden Flächen mit seinem Spiegelbilde zur Deckung bringt. Der gemessene Drehungswinkel ergänzt φ zu 180°.

II. Messung des Ablenkungswinkels δ.

Hier wird „homogenes" Licht von bestimmter Brechbarkeit (Farbe, Schwingungszahl, Wellenlänge in Luft) vorausgesetzt, z. B. Natriumlicht; vgl. S. 273. Die Richtung des nicht abgelenkten Strahls wird erhalten, indem man das Fernrohr direkt auf den

Spalt einstellt. Durch das Einschieben des Prismas entsteht ein Ablenkungswinkel. Man hat folgende Methoden:

a) Symmetrische oder Minimumstellung (Fraunhofer). Die Größe der Ablenkung eines Strahles hängt von der Richtung ab, in der er das Prisma durchsetzt. Sie ist am kleinsten bei symmetrischem Durchgang (Fig. 106). Um diese „Minimumstellung" zu haben, stellt man Prisma und Fernrohr so, daß der abgelenkte Strahl im Fernrohr erscheint (über die Stellung vgl. Fig. 102), dreht dann langsam das Prisma und folgt der Verschiebung des Bildes mit dem Fernrohr. In der Lage, in welcher der Lichtstrahl die möglichst kleine Ablenkung hat (wo das Bild sich nach derselben Seite bewegt, man mag das Prisma links oder rechts drehen), fixiert man das Prisma, stellt nun das Fadenkreuz auf den Spalt ein und liest den Kreis ab. Diese Einstellung wird von der direkten Einstellung auf den Spalt abgezogen und ergibt den Ablenkungswinkel δ.

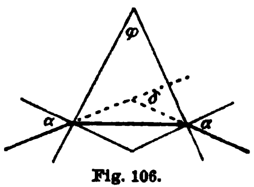


Fig. 106.

Statt auf den Spalt direkt einzustellen, kann man noch besser den Strahl einmal nach links, das anderemal nach rechts durch das Prisma minimal ablenken lassen und von den beiden Einstellungen des Fernrohrs die halbe Differenz nehmen.

Das B.-V. n ist, wenn φ den Prismenwinkel bedeutet,

$$n = \frac{\sin \frac{1}{2}(\delta + \varphi)}{\sin \frac{1}{2} \varphi}.$$

Beweis (Fig. 106). Ein symmetrisch durch das Prisma gehender Strahl bildet mit den beiden Normalen den gleichen Winkel $\frac{1}{2}\varphi$. Nach dem Brechungsgesetz ist $\sin \alpha = n \sin \frac{1}{2}\varphi$. Nun ist offenbar $\alpha = \frac{1}{2}(\delta + \varphi)$, also $\sin \frac{1}{2}(\delta + \varphi) = n \sin \frac{1}{2}\varphi$.

b) Senkrechter Austritt (Meyerstein). Das Verfahren verlangt ein beleuchtbares Fadenkreuz. Man gibt dem Prisma die Stellung, bei welcher die dem Fernrohre zugewandte Fläche zur Sehlinie senkrecht ist, d. h. bei welcher das Fadenkreuz mit seinem Spiegelbild zusammenfällt. Es gilt (Fig. 107)

$$n = \frac{\sin(\delta + \varphi)}{\sin \varphi}.$$

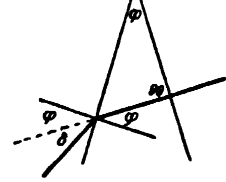


Fig. 107

c) In sich zurückkehrender Strahl (Abbe); vgl. Fig. 107. Das Verfahren bedarf

keines Spaltes, aber eines beleuchtbaren Fadenkreuzes. Das auf Unendlich eingestellte Fernrohr wird zur einen Prismenfläche erstens nach Nr. 4b senkrecht gestellt und abgelesen. Zweitens stellt man vor derselben Fläche so ein, daß die Strahlen vom Fadenkreuz, welche ins Prisma gedrungen, an der zweiten Fläche reflektiert und durch die erste wieder ausgetreten sind, wieder ins Fadenkreuz fallen (man stellt auf das Spiegelbild des Fadenkreuzes in der hinteren Prismenfläche ein). Die Drehungen können entweder mit dem Fernrohr oder mit dem Prisma geschehen. Beide Stellungen mögen den Winkel ε miteinander bilden. Dann ist

$$n = \sin\varepsilon/\sin\varphi.$$

Folgt aus Fig. 107, indem $\varepsilon = \varphi + \delta$ ist. — Das Abbesche Spektrometer läßt die Einstellungen besonders bequem ausführen; es hat außerdem eine Vorrichtung, um die Dispersion (S. 278) selbständig zu bestimmen. Vgl. Abbe, Apparate zur Bestimmung des B.-V. Jena 1874.

d) Streifender Eintritt (F. K.). Die Methode ist instrumentell die einfachste; sie läßt sich mit einem beliebigen drehbaren Teilkreise und danebengestelltem Ablesefernrohr ausführen.

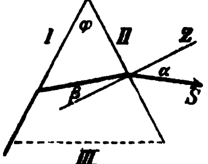


Fig. 108.

Die Prismenfläche I werde von einem breiteren Lichtbündel streifend getroffen, etwa von einer Natronflamme beleuchtet, die man in die Fortsetzung der Fläche gestellt hat. Durch die Prismenfläche II sieht man das Licht dann scharf abgegrenzt; man stellt auf diese Grenze ein. Gesucht wird der Winkel α dieser Sehrichtung S mit der Normalen Z der Fläche II.

Mit beleuchtetem Fadenkreuz mißt man α direkt, indem man, nach Nr. 4b, noch auf die Normale Z einstellt. Ist φ klein, so verläuft der Grenzstrahl S nach der anderen Seite von Z; dann soll α negativ gerechnet werden.

Ohne Fadenkreuzbeleuchtung beobachtet man zweitens durch Fläche I, wobei II streifend beleuchtet wird. Man dreht hierbei das Prisma mit dem Teilkreis vor dem Fernrohr oder das Fernrohr mit dem Kreis um das Prisma, bis wieder auf die Grenze zwischen hell und dunkel eingestellt ist. Dieser Drehungswinkel, um die Fläche III herum gezählt, heiße w, dann ist

$$\alpha = 90^0 - \tfrac{1}{2}(w - \varphi).$$

Es gilt $$n^2 = 1 + \left(\frac{\cos\varphi + \sin\alpha}{\sin\varphi}\right)^2.$$

Denn man hat (Fig. 108) $n = \sin\alpha/\sin\beta$ und von dem streifenden Eintritt an I noch $n = 1/\sin(\varphi - \beta)$. Die Elimination von β aus beiden Gleichungen gibt obigen Ausdruck. — Vgl. F. K., Wied. Ann. 16, 606. 1882.

Die Genauigkeit der Prismenmethoden wächst im allgemeinen mit dem Prismenwinkel.

IIa und d sind für Glasprismen bis zu 70—80° brauchbar; gebräuchlich ist ein Winkel von etwa 60°. II b und c können höchstens bis gegen 40°, für stark brechendes Glas nur bis etwa 35° angewandt werden.

Eine einfache Form des Spektrometers und Bemerkungen zu den Prismenmethoden bei Martens, Verh. D. Phys. Ges. 1901, 10.

Gase (Biot und Arago 1806). Der Prismenwinkel wird sehr groß (160°) gewählt. Die trotzdem kleine Ablenkung mißt man nicht über einem Teilkreise, sondern am Okularmikrometer eines stark vergrößernden Fernrohrs.

1. Absolute Messung. Man hat die Richtung der durchgegangenen Strahlen bei Gasfüllung und bei evakuiertem Prisma oder sonst bei verschiedenen bekannten Dichtigkeiten (Drucken) zu vergleichen. Im letzteren Falle reduziert man auf das Vakuum nach dem Satz, daß die Ablenkung in einem bestimmten Gase der Dichtigkeit proportional ist. 2. Relative Messung. Man vergleicht mit einem Gase (Luft) von bekanntem B.-V. bei gleichem Drucke. — Über ein Gasrefraktometer mit Hin- und Hergang des Strahls durch das Prisma und mikroskopischer Ablesung vgl. Haber, ZS f. Elektroch. 1907, 460. — Weitere Methoden s. **68a**.

Bestimmung kleiner Unterschiede von Brechungsverhältnissen mit streifendem Eintritt im Doppeltrog (Hallwachs). Die beiden Flüssigkeiten, z. B. Lösungsmittel und Lösung, sind in einem rechteckigen Glastrog durch eine Scheidewand getrennt (Fig. 109); durch die schwächer brechende fällt Licht streifend auf die Wand. Man bestimmt den Winkel α der austretenden Lichtgrenze mit der Normalen der Austrittsfläche. Dann ist $n_2 - n_1 = \sin^2\alpha/(n_1 + n_2)$, wo $n_1 + n_2$ nur genähert bekannt zu sein braucht. Umdrehung der Richtung und Mittelnehmen eliminiert etwaige Keilgestalt der Platten. Kleine Unterschiede lassen sich bis in die sechste Dezimale bestimmen.

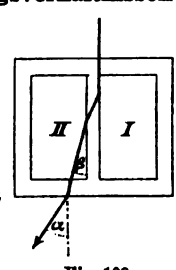


Fig. 109.

Beweis. Planparallele Schichten beeinflussen die schließliche Richtung nicht. Es ist $n_1/n_2 = \cos\beta$; also $\sin\beta = \sqrt{n_2^2 - n_1^2}/n_2 = \sqrt{(n_2 - n_1)(n_2 + n_1)}/n_2$. Dies setze man ein in $n_2 = \sin\alpha/\sin\beta$.

Näheres Hallwachs, Wied. Ann. 50, 577. 1893.

Fernere Methoden zur Bestimmung eines B.-V. s. 62 u. 68.

Doppelbrechende Körper. Vgl. hierüber 68 u. 70.

61. Messung eines Flächenwinkels mit dem Wollastonschen Reflexionsgoniometer.

Um die Flächenwinkel sehr kleiner Körper zu messen, bedarf es einer besonderen Orientiervorrichtung, die an manchen Spektrometern vorhanden ist. Manche Kristallflächen sind aber so unvollkommen, daß ihre Bilder besser mit bloßem Auge als mit dem Fernrohr beobachtet werden.

Die Drehachse soll einer entfernten oberen Horizontalmarke O (Fenstersprosse, Dachfirst) parallel stehen; die zu messende Kristallkante sei der Achse bereits (s. unten) parallel gemacht. Man hält nun das Auge dicht vor den Kristall, dreht an der Achse, bis das in einer Kristallfläche gesehene Bild der genannten Marke O mit einer direkt gesehenen, tiefer gelegenen, ebenfalls horizontalen Marke U (Rand des Fußbodens; Spiegelbild der oberen Marke in einem hinter dem Goniometer befestigten Spiegel) zusammenfällt, und liest die Kreisteilung ab. Dann dreht man den Kreis mit dem Kristall, bis das Spiegelbild von O in der anderen Kristallfläche mit U zusammenfällt, und liest wieder ab. Der Winkel, um den man gedreht hat, ergänzt den gesuchten Winkel der beiden Flächen zu 180°.

Eine etwaige zweite, konzentrische Drehachse ist zur „Repetition" der Winkelmessung bestimmt.

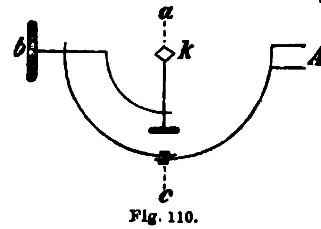


Fig. 110.

Einstellung der Kante parallel der Achse (Fig. 110). Zur systematischen Orientierung dient ein nach drei Richtungen drehbarer Halter (Naumann). A ist die Achse des Kreises, a, b, c sind die Orientierungsachsen, k der mit etwas Wachs befestigte Kristall.

1. Man stelle durch Drehung um c die Vorrichtung so, daß b die Fortsetzung von A bildet, d. h. beim Drehen von A ruhig läuft. Nun wird durch Drehen um a die Kristallfläche I zu A, also auch zu b parallel gestellt. Vgl. darüber unten.

2. Man verdrehe c um etwa 60 bis 90°, so wird sich im allgemeinen die Stellung von Fläche I geändert haben. Durch Drehung um b stellt man I wieder parallel zu A, so daß I jetzt parallel zu A und zu b, also senkrecht auf c steht. Drehen um c ändert also die Lage von Fläche I nicht mehr.

3. Durch Drehung um c stellt man die Fläche II parallel zu A.

Bei jeder folgenden Einstellung einer Achse dürfen die vorher orientierten nicht mehr gedreht werden!

Den Parallelismus einer Fläche mit der Achse A erkennt man mittels zweier in der Ebene des Teilkreises liegender entfernter, zur Drehachse senkrechter Marken (vertikale Fenster-

leiste und ein darunter gezogener Strich auf dem Fußboden; oder Schornstein, Blitzableiter usw. und sein Bild in dem festen Spiegel des Goniometers). Die Fläche ist der Achse parallel, sobald bei passender Drehung um A das Spiegelbild der oberen Marke in der Fläche mit der unteren Marke zusammenfällt.

Feinere Meßapparate von Fueß s. z. B. Liebisch, physik. Kristallogr. S. 379, Leipz. 1891; auch Czapski, ZS f. Instr. 1893, 1 u. 242; Klein, Berl. Sitzber. 1900, 248.

62. Messung des Brechungsverhältnisses einer Planplatte unter dem Mikroskop (Duc de Chaulnes 1767).

Die Verfahren sind wenig genau, aber wegen ihrer vielfachen Anwendbarkeit von Bedeutung.

Die Platte habe die Dicke d und das gesuchte B.-V. n.

Durch die Platte gesehen erscheint ein Objekt um $a = d(n-1)/n$ näher. Denn wenn man in den beiden, in Wirklichkeit sehr spitzen, rechtwinkligen Dreiecken, welche e als kleine Kathete haben (Fig. 111), die Hypotenusen den größeren Katheten d bzw. $d-a$ merklich gleich annimmt, so stellt $e/(d-a)$ bzw. e/d den Sinus des Einfalls- bzw. Brechungswinkels des Strahles vor. Also hat man $n = d/(d-a)$, oder $a = d(n-1)/n$.

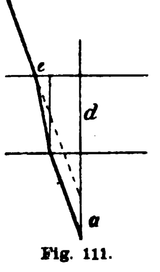


Fig. 111.

1. Ein Mikroskop sei auf ein Objekt scharf eingestellt. Bringt man zwischen das letztere und das Objektiv die Planplatte, so muß man den Abstand um eine Strecke a vergrößern, um wieder deutlich zu sehen. Das B.-V. der Platte ist dann

$$n = d/(d-a).$$

2. Auf der Vorder- und der Hinterseite der Platte befinde sich je ein gut sichtbarer Punkt. Um von dem einen auf den anderen einzustellen, sei eine Verschiebung um die Strecke h notwendig. Dann ist, wie aus obigem leicht folgt, $h = d/n$, mithin

$$n = d/h.$$

d/n, für gewöhnliches Glas also nahe $\frac{2}{3}d$, heißt „optische Dicke" der Platte.

3. Auf der Vorderfläche der Planplatte wird ein gut sichtbarer Punkt mit weißer Farbe angebracht. Man stellt das Mikroskop auf diesen ein. Um sodann das von der Rückseite der Platte zurückgeworfene Spiegelbild des Punktes zu sehen, wird man den

Abstand zwischen Mikroskop und Platte um eine Strecke h verkleinern müssen. Das B.-V. der Platte ist

$$n = 2\,d/h.$$

Bei dem 3. Verfahren beleuchtet man mit auffallendem Licht und verdunkelt den Hintergrund, oder noch besser, man versilbert die Platte auf der Rückseite (8, 6).

Um die Größe der notwendigen Verschiebungsstrecken des Mikroskopes genau zu bestimmen, kann die Schraubenverstellung des Mikroskopes dienen, wenn die Höhe des Schraubenganges (21, I 2 u. 3) bekannt ist und wenn der Schraubenkopf eine Kreisteilung besitzt.

Die genaue Einstellung wird am besten mit einem Fadenkreuz im Okular danach beurteilt, daß dieses keine Parallaxe gegen das Bild zeigt. Am geeignetsten ist ein Objektiv von kurzer Brennweite und nicht zu großem Durchmesser. Dann kann bei dickeren guten Platten die dritte Dezimale des B.-V. noch brauchbar werden.

Über die Bestimmung des B.-V. einer Flüssigkeit aus dem Achsenwinkel eines Kristalles s. 70 am Schluß.

63. Lichtbrechungsverhältnis aus dem Winkel der totalen Reflexion (Wollaston 1802).

Für diese Methoden genügt eine ebene Grenzfläche; sie lassen sich auch auf unvollkommen durchsichtige Körper anwenden.

Der größte Drehungswinkel Φ, mit dem ein Strahl aus einem Mittel in ein stärker brechendes eintreten kann, entspricht streifendem Eintritt, d. h. dem Einfallswinkel 90°. Sind n und N die einzelnen, also N/n das gegenseitige B.-V., so gilt hiernach $\sin 90°/\sin \Phi$ oder $1/\sin \Phi = N/n$. Dieselbe Beziehung gilt, wenn ein in dem Mittel N verlaufender Strahl das schwächer brechende Mittel n trifft, für den Grenzwinkel Φ der totalen Reflexion. Für ein beobachtetes Φ gilt also

$$\frac{n}{N} = \sin \Phi, \qquad 1.$$

woraus, wenn das B.-V. von einem der Mittel bekannt ist, dasjenige des anderen berechnet werden kann.

Eine genaue Bestimmung muß auch hier sich auf Licht von einer bestimmten Farbe beziehen (S. 278).

I. Mit dem Prisma (F. K.).

1. Brechungsverhältnis des Prismas gegen Luft; vgl. auch 60 II, d und Fig. 108 daselbst. Man beleuchtet die eine Fläche I eines Prismas, während das Spektrometerfernrohr auf die Fläche II gerichtet ist, von innen, d. h. durch die Fläche III hindurch, mit diffusem homogenen Licht (59). Die Grenze der

totalen Reflexion an I erscheint als eine scharfe Grenzlinie zwischen hell und weniger hell. Auf diese Linie wird eingestellt. Die Richtung des Fernrohrs entspricht der Richtung S der Fig. 108, und genau so wie dort, auch nach derselben Formel, erhält man das B.-V. des Prismas.

2. Brechungsverhältnis eines anderen Körpers. Man klebt eine ebene Fläche dieses Körpers mit einer stark brechenden Flüssigkeitsschicht (Cassiaöl, Arsenbromür) auf die Prismenfläche I und verfährt nun wie oben. Falsches Licht wird durch Schwärzen der störenden Flächen abgeblendet. Sowohl Prisma wie Flüssigkeit müssen stärker brechen als der Körper.

Ist N das B.-V. des Prismas, φ der Prismenwinkel, α der Winkel der Sehrichtung nach der Grenze der totalen Reflexion mit der Normalen auf der anvisierten Prismenfläche (Fig. 108), so wird das B.-V. des angeklebten Körpers

$$n = \sin\varphi \sqrt{N^2 - \sin^2\alpha} - \cos\varphi \sin\alpha.$$

Denn es ist $N = n/\sin(\varphi - \beta) = \sin\alpha/\sin\beta$, woraus der Ausdruck folgt. Vgl. F. K., Wied. Ann. 16, 607. 1882. — Drehapparate für angedrückte Kristalle von Fueß-Liebisch s. ZS f. Instr. 1884, 185; 1885, 13.

II. Totalreflektometer (F. K.).

Mit einem Zeiger über einer Kreisteilung dreht sich unten ein Fortsatz, an dessen Ende der Körper mit Kork usw. so befestigt wird, daß seine spiegelnde Fläche nahe zentral und der Achse parallel liegt; Fig. 112. Ersteres wird mittels einer Schneide, letzteres an einem der Achse parallelen Spiegel (beides hier nicht gezeichnet) erkannt, in dem das Auge oder ein Flämmchen in gleicher Höhe erscheinen muß wie in der zu orientierenden Fläche. Rückseite und Umgebung des Körpers seien mit Tusche geschwärzt.

Fig. 112.

Das kleine Fernrohr soll auf Unendlich eingestellt und der Kreisebene parallel sein. (Um dies zu prüfen oder zu bewirken, kann man das Instrument in seinem Stativ um 90° umlegen.) Die richtige Stellung des Fernrohrs wird daran erkannt, daß ein damit anvisierter entfernter Punkt in der Kreisebene liegt. — Ohne Umlegen orientiert man (Dorn) mit zwei Papierstreifen von einer Länge gleich dem Abstande der Fernrohrachse von der Teilung, vertikal so an zwei Fenster geklebt, daß die Oberkanten in der Kreisebene liegen: 1. Das Spiegelbild der einen Unterkante in der geeignet schräg gedrehten Fläche muß dem dicht herangehaltenen Auge in der Höhe der anderen Unterkante erscheinen. 2. Im richtig stehenden Fernrohr treten dann diese Spiegelbilder in der

Visierhöhe auf. — Je kleiner oder unvollkommener die spiegelnde Fläche, desto genauer muß zentriert werden.

Nun stülpt man das mit einer stärker als der Körper brechenden Flüssigkeit (Schwefelkohlenstoff 1,63, α-Monobromnaphthalin 1,66, Methylenjodid 1,74) gefüllte Fläschchen von unten über den Körper, umgibt das Fläschchen mit gut durchscheinendem, nötigenfalls mit Petroleum bepinseltem Seidenpapier und beleuchtet auf einer Seite mit der Sodaflamme. Bei passender, durch Probieren zu findender Stellung der spiegelnden Fläche und der Lampe wird dann das auf große Entfernung akkommodierte Auge oder Fernrohr das Gesichtsfeld der Fläche in eine helle und in eine weniger helle Hälfte geteilt sehen, auf deren Grenzlinie man einstellt.

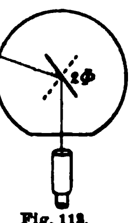


Fig. 113.

Unvollkommen plane Flächen, z. B. natürliche Kristallflächen, beobachtet man am besten ohne vergrößerndes Fernrohr. Geeignet ist das Diopter mit halber Linse, durch welche der Faden deutlich gesehen wird, während die andere Hälfte der Pupille an der Linse vorbei ein nicht vergrößertes Gesichtsfeld hat. — Oder man gebraucht das Fernrohr umgekehrt.

Durch Drehen der Alhidade stellt man auf die Grenzlinie ein und liest den Teilkreis ab. Dann dreht man Fläche und Lampe nach der anderen Seite und stellt wieder ein. Der halbe Winkel zwischen beiden Stellungen (Fig. 113) ist der Grenzwinkel Φ der totalen Reflexion zwischen der Flüssigkeit und dem Körper, also (nach Gl. 1) $n = N \sin \Phi$, wenn N das B.-V. der Flüssigkeit bedeutet.

Das B.-V. des reinen Schwefelkohlenstoffs beträgt für Natriumlicht bei 20° 1,6275 und nimmt auf +1° um 0,00080 ab. Die Temperatur muß also sorgfältig beobachtet werden. Ein Schirm mit einer durch eine starke Glasplatte bedeckten Öffnung vor der Flamme vermindert die Erwärmung und verdunkelt zugleich den Hintergrund.

Kristalle. Doppelbrechende Objekte geben im allgemeinen zwei Brechungsverhältnisse, also zwei Grenzen; an deren innerem sowie äußerem Paar führt man die beschriebene Messung aus. Ein einachsiger Kristall wird am bequemsten in einer zur Hauptachse senkrechten Fläche (siehe 70) untersucht. Der horizontal polarisierte (d. h. im Nicolschen Prisma bei vertikaler Stellung der größeren Diagonale verschwindende) Strahl ist der ordentliche, der andere der außerordentliche.

Ist die Kristallfläche der optischen Achse parallel, so bekommt man beide Hauptbrechungsverhältnisse, wenn die optische Achse der Drehachse parallel liegt. Horizontal polarisiert ist der außerordentliche Strahl.

Eine beliebig gelegene Kristallfläche liefert stets den ordentlichen Strahl; sie enthält aber auch eine zur optischen Achse senkrechte Richtung

(Halbierungslinie des seitlichen Winkels in der Spaltfläche eines Rhomboeders; Grundlinie des Dreiecks in der Quarzpyramidenfläche). Diese Richtung horizontal gestellt liefert die beiden Hauptbrechungsverhältnisse.

Ein optisch zweiachsiger Kristall mit einem Schliff parallel einem Hauptschnitt (70) gibt zwei Hauptbrechungsverhältnisse, wenn eine optische Elastizitätsachse horizontal gestellt ist. Drehung der reflektierenden Fläche in sich um 90° liefert das dritte Haupt-B.-V. und eins der obigen noch einmal.

In dem Hauptschnitt, welcher den Doppelpunkt der Wellenfläche enthält, kommt dieser bei geeigneter Stellung zur Erscheinung.

Flüssigkeiten. a) Brechungsverhältnis N der Flüssigkeit im Fläschchen. Um dieses mit dem Totalreflektometer selbst zu messen, nimmt man eine kleine Planplatte von bekanntem B.-V. n (z. B. Bergkristall mit $n = 1{,}5442$ und $1{,}5533$ für Na) oder eine Luftschicht hinter einer Planplatte. Man hat

$$N = \frac{n}{\sin \Phi} \quad \text{oder bei Luft} \quad N = \frac{1}{\sin \Phi}.$$

b) Ein Flüssigkeitstropfen hinter einer Planplatte kann ebenso untersucht werden wie ein fester Körper.

F. K., Wied. Ann. 4, 1. 1878; über Kristallmessung besonders W. Kohlrausch, ebd. 6, 86. 1879; Einrichtungen zu diesem Zweck auch Klein, Neu. Jahrb. f. Mineral. 1879; Klein, Kristallpolymeter, Berl. Sitzber. 1900, 248. — Über die Anwendbarkeit auf weißes Licht mit Hilfe eines quer gestellten Spektroskops vgl. Pulfrich, Wied. Ann. 30, 487. 1887.

III. Refraktometer von Abbe.

Besonders für Flüssigkeiten bestimmt (Fig. 114). Es genügt ein Tropfen, den man zwischen die Trennungsflächen des Doppelprismas P aus stark brechendem (leicht verletzlichem!) Glase bringt. Man legt hierzu das Instrument um, schiebt das eine Prisma vorsichtig ab, und nach Aufbringen der Flüssigkeit wieder auf. Man mißt hier den, dem Grenzwinkel totaler Reflexion gleichen Grenzwinkel des Eindringens. Strahlen, die der Beleuchtungsspiegel S auf die Flüssigkeit wirft, dringen nämlich in das obere Prisma nur innerhalb dieses Winkels ein, so daß man bei richtiger Neigung des Doppelprismas in dem auf Parallelstrahlen eingestellten Fernrohr das Gesichtsfeld in homogenem Licht scharf abgegrenzt sieht.

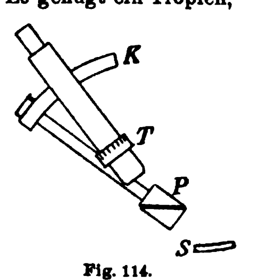


Fig. 114.

Man macht mittels des Okularauszuges das Fadenkreuz deutlich sichtbar. Bei Anwendung von Natriumlicht hat man alsdann das Prima mit dem Zeiger nur so zu drehen, daß die Lichtgrenze auf das Fadenkreuz fällt, dann gibt die Teilung auf dem Kreisbogen K direkt das B.-V. der Flüssigkeit für Natriumlicht an.

Unter Anwendung gewöhnlichen weißen Lichtes erhält man folgendermaßen zugleich die Dispersion der Flüssigkeit. Das Gesichtsfeld ist jetzt im allgemeinen gefärbt. Man stellt den Kompensator, d. h. die Trommelteilung T (mit welcher zwei geradsichtige Prismen sich entgegengesetzt drehen) so, daß die Färbung einer scharfen Grenze Platz macht. Nun bringt man die Grenze auf das Fadenkreuz und liest Alhidade und Trommelteilung ab. Dann sucht man eine zweite Trommelstellung mit scharfer Grenze, stellt wieder ein und liest ab.

Das Mittel der beiden Alhidadenstellungen gibt das B.-V. für Natriumlicht; die Dispersion wird nach einer jedem Instrument beigegebenen Tabelle berechnet.

Als Probe für die Richtigkeit, event. für die Korrektion der Teilungen dienen bekannte Flüssigkeiten (Tab. 24), insbesondere Wasser, oder eine bekannte Glas- oder Bergkristallplatte (S. 291). Die Alhidade muß mit den Prismen sehr fest verbunden sein. Eine Unsicherheit liegt für manche Flüssigkeiten in der Temperatur.

Einen festen Körper klebt man mit einem Tropfen einer stark brechenden Flüssigkeit (Cassiaöl, Arsenbromür) unter das obere der beiden Prismen. Durchsichtige Körper werden mittels des Beleuchtungsspiegels mit Tageslicht oder Lampenlicht durchfallend beleuchtet. Andere erleuchtet man auffallend von der Seite. Einiges Probieren wird die Grenze deutlich sichtbar liefern.

Vgl. Abbe, Apparate z. Best. des Brechungsvermögens, Jena 1874, auch Ges. Abhandl. II. 1906.

IV. Refraktometer von Pulfrich.

Das Instrument (Fig. 115) benutzt nicht totale Reflexion, sondern den umgedrehten Vorgang, nämlich streifenden Eintritt, der aber auf dasselbe hinausführt. Die Flüssigkeit wird auf die Oberfläche eines Glaswürfels gebracht, über welchen zu diesem Zweck ein Glaszylinder gekittet ist. In $^3/_4$ bis 1 m Entfernung, ein wenig höher als die obere Glasfläche, stellt man eine Natriumflamme auf und vereinigt ihre Strahlen mit einer Sammellinse auf dem unteren Rand des Zylinders. Auf die Grenze zwischen hell und dunkel richtet man von unten das vertikal drehbare, auf Unendlich eingestellte Fernrohr, dessen Teilkreis den Grenzwinkel α des Austritts mit der Normalen auf der Austrittsglasfläche gibt.

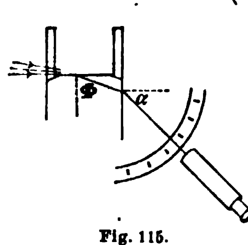


Fig. 115.

Zur Kontrolle des Nullpunkts der Kreisteilung läßt man das mittels eines schräg angeklebten Glasplättchens beleuchtete (60, 4) Fadenkreuz an

der horizontalen Fläche von oben auf sich zurückspiegeln: die Einstellung soll 270° betragen.

Hat das Glas das B.-V. N, so hat die Flüssigkeit

$$n = \sqrt{N^2 - \sin^2 \alpha}.$$

Denn es ist $N/n = 1/\sin \Phi$, andrerseits $N = \sin \alpha / \sin (90 - \Phi) = \sin \alpha / \cos \Phi = \sin \alpha / \sqrt{1 - n^2/N^2}$, also $N^2 - n^2 = \sin^2 \alpha$.

Es muß $n < N$ sein. Würfel mit $N = 1{,}615$ bzw. 1,78 sind gebräuchlich. Eine Tabelle für n wird beigegeben. Die richtige Orientierung der Teilung kann mit Wasser $n_{15^\circ} = 1{,}3334$, $n_{20^\circ} = 1{,}3330$ geprüft werden.

Mit einer Heizvorrichtung kann in höherer Temperatur beobachtet werden. Eine Tabelle korrigiert die gleichzeitige Änderung der Brechung im Glase.

Mittels einer Trennungsfläche aus schwarzem Glase lassen sich mehrere Flüssigkeiten gleichzeitig, also bei derselben Temperatur beobachten.

Pulfrich, ZS f. Instr.: die einfache Form (Wolz in Bonn) 1888, 47; die vollkommenere (Zeiß, Jena) 1895, 389. Auch Pulfrich, das Totalreflektometer usw. Leipz. 1890. Le Blanc, ZS f. phys. Ch. 10, 433. 1892. Eine elektrische Heizvorrichtung bei Mabery u. Shepherd, Proc. Amer. Acad. 38, 283. 1902.

Feste ebene Körper lassen sich, durch Vermittelung eines stärker brechenden Flüssigkeitstropfens auf die Grundfläche geheftet, ebenso untersuchen. Gepulverte feste Körper können untersucht werden, indem man sie auf der Fläche mit einem Flüssigkeitsgemisch (Alkohol, Äther, Aceton, Benzol, Toluol, Bromnaphthalin) übergießt, welches man durch Ausprobieren abändert, bis die dem festen Körper entsprechende Lichtgrenze scharf erscheint (Le Blanc).

Um an Kristallflächen bequem die Richtung zu wechseln, dient eine als Oberfläche eines vertikalen Zylinders oder einer Halbkugel (Abbe) in sich drehbar gemachte Grundfläche. Czapski, ZS f. Instr. 1890, 246; Pulfrich, ebd. 1899, 8; Leiß, ebd. 1902, 331. Über Justierung vgl. Wright, ebd. 1908, 201.

Eintauchrefraktometer (Fig. 116). Ein Trog mit planparalleler Glasgrundplatte anstatt des Massivs und ein in die Flüssigkeit eintauchendes Fernrohr gestattet das einfachere Verfahren mit streifender Beleuchtung von unten zu benutzen. Ist ε der Winkel der Visierrichtung nach der Grenzkurve mit der Vertikalen, so gilt $N = 1/\sin \varepsilon$. Das B.-V. der Grundplatte hebt sich heraus. Pulfrich, ZS f. Instr. 1899, 335.

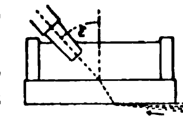


Fig. 116.

V. Mit dem Spektrometer.

a) Durch eine sehr dünne größere planparallele Platte in einem Flüssigkeitstrog mit zwei parallelen ebenen Wänden fällt paralleles homogenes Licht vom Spalt (60), den man mit dem Fernrohr durch die Platte anvisiert. Die Flüssigkeit breche stärker als die Platte; die beiden schrägen

Stellungen der Platte, in denen das Spaltbild plötzlich verschwindet, liegen um 2Φ auseinander. — Das B.-V. der Flüssigkeit selbst wird ebenso mittels einer dünnen Luftschicht in einem Glaskästchen mit planparallelen Wänden gefunden. Für die Rechnung gelten die Formeln aus II.

Bringt man zwischen den Trog und das Fernrohr ein geradsichtiges Prisma und beleuchtet mit Sonnenlicht, so erscheint ein Fraunhofersches Spektrum (S. 275). Durch Drehung der Objektplatte kann man die Grenze der totalen Reflexion auf irgendeine Linie einstellen.

E. Wiedemann, Pogg. Ann. 158, 375. 1876; Terquem und Trannin, ebd. 157, 302. 1876.

b) Das Verfahren II läßt sich mit dem Spektrometer (60) ausführen, wenn man einen Flüssigkeitstrog mit Planwand fest aufstellt, in dem die Objektplatte mit dem Teilkreise drehbar ist.

63a. Interferenzrefraktor (Jamin 1856). Bestimmung kleiner Brechungsverhältnisse, z. B. von Gasen, und kleiner Änderungen des Brechungsverhältnisses.

Zwei gleiche, dicke (z. B. 3 cm), planparallele, am besten rückseitig versilberte Glasplatten stehen sich parallel gegenüber, mit der Verbindungslinie ihrer Mitten einen Winkel von 45—50° bildend (Fig. 117). Ein auf I fallender Lichtstrahl liefert durch Reflexion an der Vorder- und Hinterfläche zwei Strahlen. Durch Reflexion an II liefert jeder Strahl wieder zwei Strahlen, von denen die beiden gezeichneten miteinander austreten und, sobald die Platten etwas verdreht werden, ein System von Interferenzstreifen erzeugen (Brewster). Die übrigen Reflexe, z. B. der des oberen Strahles an der Außenfläche der zweiten Platte, seien durch Schirmchen vom Auge abgeblendet.

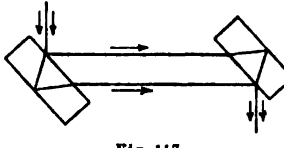


Fig. 117.

In den Weg der beiden Strahlen zwischen den Platten mögen zwei optisch gleiche Körper geschoben sein. Nimmt man nun an dem Wege des einen Strahles Änderungen vor, etwa bezüglich Temperatur, Druck, Konzentration, Füllung mit einem Gase usw., während man die Streifen im Auge behält, so wandern diese. Aus ihrer Verschiebung, der Länge der eingeschalteten Körper und der Wellenlänge des Lichtes läßt sich die der Zustandsänderung entsprechende Änderung des Brechungsexponenten bestimmen (II).

Um den beiden Teilstrahlen einen für die meisten Anwendungen bequemeren, größeren Abstand voneinander zu geben, ist die Anordnung mit zwei Platten, die in derselben Ebene liegen, und mit zwei Hilfsspiegeln zweckmäßig (Mach, Zehnder); Fig. 118.

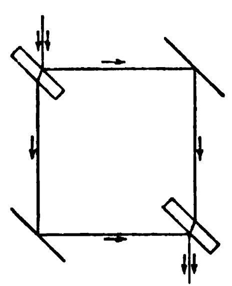


Fig. 118.

Endlich kann der Zweck, Flächen zu bekommen,

die einen Teil des Lichtes reflektieren und einen anderen Teil durchlassen, auch durch ganz dünne Luftschichten zwischen Prismen erreicht werden; dadurch, daß dann die Abblendung von Seitenbildern fortfällt, wird ein größeres Gesichtsfeld erzielt (Mach).

Der Gebrauch unterscheidet sich bei den verschiedenen Anordnungen nicht wesentlich.

Vgl. Zehnder, ZS f. Instr. 1891, 275; Mach, ebd. 1892, 89. Eine zusammenfassende Beschreibung von Lummer in der ZS: Der Mechaniker 1900, S. 25 ff. — Abbildungen und Beschreibungen auch in dem Katalog der Zeißschen Werkstätte in Jena.

Temperaturmessung. Vorausgesetzt wird, daß in einem Mittel die Änderung der Wellenlänge durch die Temperatur bekannt ist. Für ein bestimmtes Gas gilt, bei wechselnder Dichtigkeit s, innerhalb weiter Grenzen, wenn n gegen das Vakuum gemessen ist, merklich $(n-1)/s = \text{const.}$ Innerhalb dieser Grenzen besteht hiernach zwischen der Wellenlänge Λ im Vakuum und λ im Gase von der abs. Temperatur T, wenn bei 0° C und gleichem Druck das B.-V. $= n_0$ ist, die Beziehung $\Lambda = \lambda[1 + (n_0 - 1)273/T] = \text{const.}$ Auf einer Strecke, die im Vakuum S Wellenlängen enthält, liegt dann bei T eine um $\sigma = S(n_0 - 1)273/T$ größere Anzahl. Messungen von σ ergeben also T. — Vorausgesetzt wird die Gültigkeit der Gasgesetze.

Am einfachsten gehen die beiden Strahlenbündel durch zwei parallele gleich lange Röhren mit demselben Gas. Die eine auf die zu messende Temperatur erhitzte bleibt auf Atmosphärendruck. In der anderen auf bekannter Temperatur erhaltenen vermindert man den Druck so weit, daß keine Verschiebung der Streifen eintritt. Die absoluten Temperaturen der Röhren verhalten sich dann wie die beiderseitigen Drucke. D. Berthelot, Ann. chim. phys. (7) 26, 58. 1902.

I. Aufstellung des Apparates.

Die beiden Platten sind gegenseitig sehr fest aufgestellt, entweder gemeinsam auf schwerem Stativ montiert (z. B. die Ausführung der Zeißschen Werkstätte), oder, um größeren Raum zu bieten, getrennt auf besonderen Pfeilern.

Wird eine Natriumflamme, am besten in schwarzem Zylinder mit Fenster, etwa 50 cm vor der ersten Platte aufgestellt, so erblickt man, ungefähr auf unendlich akkommodierend, durch die zweite Platte die Streifen sofort oder nach kleinen Drehungen der Platte um eine Vertikal- und eine Horizontalachse. Man dreht, bis die Streifen scharf, parallel und gerade erscheinen; auf ihre Richtung kommt es häufig nicht an. Meist wird man jedoch die vertikale oder horizontale (vgl. S. 296 u. 297) Richtung vorziehen.

Zum Beobachten dient am besten ein festes Fernrohr mit einer spaltförmigen Blende vor dem Objektiv, die Spaltrichtung senkrecht zu den Streifen. Bruchteile der Streifenbreiten können mit einem Okularmikrometer gemessen werden (es kann dazu auch ein Kompensator dienen, siehe

am Schluß). — Zu viele Streifen im Gesichtsfeld veranlassen leicht Irrtümer beim Zählen; eventuell blende man einige ab.

Nach Einführung der Versuchsröhren usw. zwischen die Platten und eventuell Abblenden der beiden äußeren Bilder werden Streifenrichtung, Streifenabstand und Fernrohr endgültig eingestellt.

Ist Beobachtung mit weißem Licht nötig (III), so bewirkt man zunächst mit Natriumlicht horizontale (s. oben) Streifen von beträchtlichem Abstand. Mit weißem Licht (durch Schließen des Luftzuges am Brenner) wird man dann durch sehr langsames Drehen der zweiten Platte um ihre Vertikalachse farbige Streifen in das Gesichtsfeld bringen. Der in ihrer Mitte liegende farblose Streifen wird mitten ins Gesichtsfeld gebracht, worauf man das Fernrohr auf größte Deutlichkeit einstellt.

Unter Umständen wird eine Anordnung mit parallelem weißen Licht (Sonne) vorzuziehen sein (Quincke, Pogg. Ann. 132, 50. 1867). Die unvermeidlichen Temperaturschwankungen bewirken aber leicht ein störendes Wandern der Streifen.

Ein Wassertrog vor der Lichtquelle und Abkürzung der Beleuchtungszeit ist auch bei schwachen Lichtquellen anzuraten.

II. Messung bei stetiger Zustandsänderung.

Läßt sich die Änderung eines Körpers so kontinuierlich und überall gleichmäßig vornehmen, daß man dabei den Gang der Streifen verfolgen kann, wie z. B. bei Druckänderung in einer Flüssigkeit, der Verdünnung eines Gases u. dgl.: so zählt man einfach, um wieviele Streifenbreiten und Bruchteile derselben sich das mit homogenem Licht (Na) erzeugte Streifensystem im Fernrohre verschiebt. Ist dann

L die Länge der durchstrahlten Schicht,
λ die Wellenlänge des Lichtes nach Tab. 23,
s die Anzahl der durchgewanderten Streifenbreiten,
n_1 und n_0 das B.-V. nach und vor der Änderung, so gilt

$$n_1 - n_0 = s\lambda/L.$$

Denn wenn $\lambda_0 = \lambda/n_0$ und $\lambda_1 = \lambda/n_1$ die Wellenlängen in dem ursprünglichen und dem abgeänderten Mittel sind, so ist offenbar

$$s = L/\lambda_1 - L/\lambda_0 = (n_1 - n_0)\,L/\lambda.$$

III. Messung bei unstetiger Zustandsänderung.

Die Verschiebung der Streifen kann nicht immer zählend verfolgt werden (z. B. beim Auflösen eines Salzes bzw. Ersetzen einer Lösung durch eine andere). Dann schlägt man folgenden Weg ein.

Man nimmt weißes Licht. Die (horizontalen) farbigen Streifen liefern durch ihr verschiedenes Aussehen das Mittel, den im

Natriumlicht nicht unterscheidbaren Streifen eine Numerierung von einer dem farblosen Streifen (I) benachbarten schwarzen Franse an zu geben. Die durch die Zustandsänderung eingetretene Verschiebung dieses Nullpunktes wird gefunden, indem man bei einfarbigem Licht die zweite Platte um ihre Vertikalachse, die Streifenverschiebung abzählend, so weit dreht, bis wieder im weißen Licht der Nullpunktsstreifen einsteht. Dies gibt, bis auf eine Korrektion, die Anzahl der infolge der Änderung des Körpers gewanderten einfarbigen Streifen, woraus die Änderung des B.-V. wie unter II bestimmt wird.

Nur horizontale Streifen können im weißen Licht erscheinen. Der Gangunterschied φ zweier interferierender Strahlen im Refraktor ist nämlich (Verdet-Exner a. a. O. am Schluß) $\varphi = 2nd(\cos b - \cos b')$, wo d und n Dicke und B.-V. der Platten, b und b' die Brechungswinkel der Strahlen in der ersten und zweiten Platte sind. Damit $\varphi = 0$ wird, muß $b = b'$ sein, was nur bei vertikaler gegenseitiger Neigung der Platten eintritt.

Die erwähnte Korrektion besteht in der Abänderung der im vorigen beobachteten Streifenzahl um eine ganze Zahl; sie entspringt aus der Dispersion.

Die Messung findet, wie wir sahen, mittels Kompensation zweier sich entgegenwirkender Gangunterschiede statt, welche nicht für alle Farben gleichzeitig möglich ist, da die beiden entgegenwirkenden „Apparate" (Refraktor und eingeschalteter Körper) die Phasenunterschiede für verschiedene Farben nicht in demselben Verhältnis einführen. Einen farblosen Streif bekommt man für denjenigen aus dem Gegeneinanderwirken der beiden Apparate resultierenden Gangunterschied, der für alle Farben dieselbe Größe behält.

Führt z. B. der eine Apparat die Gangunterschiede für Rot und Blau im Verhältnis 7 : 9,8 ein, der andere im Verhältnis 7 : 10, so wird bei Einführung von 7,5 bzw. 10,5 Wellenlängen mit dem ersten und — 7 bzw. — 10 mit dem zweiten Apparat der resultierende Gangunterschied für Rot und Blau = + 0,5 sein. Für die übrigen Farben tritt dann im allgemeinen nahe derselbe Gangunterschied 0,5 auf, so daß wir einen diesem entsprechenden schwarzen Streif bekommen.

Jener der Achromasie entsprechende Gangunterschied ändert sich mit dem Wachsen des kompensierten Gangunterschiedes. Die farblose Linie wandert also gleichsam auf dem mit Na-Licht erhaltenen kompensierten Streifensystem und durchläuft dabei verschiedene Helligkeiten von Schwarz zu Weiß, die der Helligkeit ihres Ortes im monochromatischen System entsprechen. Fällt sie auf einen dunklen Streifen, so ist das farbige Streifensystem um eine schwarze Linie symmetrisch gruppiert, und wenn sie auf die Mitte eines hellen Streifens fällt, um eine weiße Linie. Der Nullpunkt unserer Streifennumerierung wandert also langsam auf dem System fort.

Vgl. Sirks, Pogg. Ann. 140, 621; 141, 393. 1870. Die Beobachtung dieser Wanderung liefert auch die Dispersionsänderung; s. Hallwachs, Wied. Ann. 47, 396. 1892.

Um die Korrektion zu ermitteln, wird bei einem Hilfsversuch der zu untersuchende Körper in genügend kleinen Intervallen abgeändert, bis die achromatische Linie schwarz erscheint. Dann ändert man weiter ab, bis die farblose Linie das nächste Mal wieder schwarz erscheint. Daraus ergibt sich die Größe der Zustandsänderung, bzw. der entsprechenden Streifenverschiebung, für welche sich die farblose Linie um eine Streifenbreite in zu beobachtender Richtung verschiebt. Man kann dann, sobald bei einem Versuch die ganze Streifenverschiebung ermittelt ist, immer sagen, welche Nummer einer der dunklen Nachbarstreifen der achromatischen Linie ursprünglich hatte, d. h. wie weit er vom einmal gewählten Nullpunkt absteht.

Bei einer Lösung ist die einer bestimmten Konzentrationsänderung entsprechende Wanderung der farblosen Linie von der vorausgehenden Konzentration ziemlich unabhängig.

Je nachdem sich der Nullpunkt im Sinne der Streifenwanderung oder entgegengesetzt verschiebt, ist die Nummeränderung des zur Einstellung gewählten dunklen Nachbarstreifens der achromatischen Linie von der gesamten Streifenverschiebung abzuziehen oder zu ihr zu addieren.

Da die Bruchteile direkt mikrometrisch gemessen werden, so dienen die Beobachtungen mit den Streifen im weißen Licht nur zur Ermittlung der ganzen Anzahl Verschiebungen; die Korrektion beträgt also eine ganze Anzahl Wellenlängen.

Vgl. Siertsema, De Jaminsche Interferentialrefractor, Proefschrift, Groningen 1890; Hallwachs a. a. O.

Über die allg. Theorie des Int.-Refraktors siehe noch: Verdet-Exner, Wellentheorie d. Lichtes I, 94. 1881; Ketteler, Farbenzerstreuung d. Gase S. 29. 1865; Zehnder, Wied. Ann. 34, 91. 1888; über die Anordnung eines I.-R. auch für Dispersion: Borgesius, Wied. Ann. 54, 221. 1895.

Jaminscher Plattenkompensator. Kompensator heißt eine Vorrichtung, durch die ein Gangunterschied zweier Strahlen geändert, z. B. aufgehoben werden kann. Der Jaminsche K. besteht aus zwei gleich dicken, schwach gegenseitig geneigten Glasplatten, die nebeneinander auf einer gemeinschaftlichen, ihrer Schnittlinie parallelen Drehachse mit Kreisteilung sitzen und also gestatten, in zwei Strahlengänge verschiedene meßbar veränderliche Glasdicken einzuschalten.

Aragos Keilkompensator. Zwei längs einander gleitende gleiche Glaskeile gestatten, eine meßbar veränderliche Glasdicke herzustellen. Durch diese geht der eine der beiden Strahlen, durch eine der Summe beider Keile in deren mittlerer Stellung gleich dicke Glasplatte der andere. Durch Verschieben der Keile wird der Gangunterschied geändert.

Beide Kompensatoren können selbständig anstelle des Int.-Refr. zur Einschaltung, also auch zur Bestimmung von Gangunterschieden dienen, z. B. zur Bestimmung des Temp.-Einflusses auf das B.-V. einer Flüssigkeit (Jamin; Wallot, Ann. d. Phys. 11, 355. 1903) oder des B.-V. von Gasen (Ketteler, Mascart, Lorenz). Sie lassen sich aber auch in Verbindung mit dem Int.-Refr. oft vorteilhaft statt der Drehung der zweiten Platte benutzen (s. Quincke a. a. O. S. 204). — Für weißes Licht dient bei der empirischen Graduierung das oben über die Wanderung der farblosen Linie Gesagte.

Über Vergleichung des B.-V. zweier Gase vor zwei Spalten mittels Interferenzfransen s. Rayleigh, Proc. R. S. 59, 198; ZS f. phys. Ch. 19, 364. 1896; Ramsay und Travers, Proc. R. S. 62, 225. 1897. Interferometer zur Erkennung der Zusammensetzung von Gasen (Grubengase) bei Haber u. Löwe, ZS f. angew. Chem. 23, 1393. 1910. Löwe, ZS f. Instr. 1910, 321.

Über andere Methoden für Gase s. S. 285.

63b. Untersuchung optischer Inhomogenität nach der Schlierenmethode (Toepler).

Man bringt vor eine breite Flamme oder in das konvergierende Strahlenbündel des durch eine Linse gegangenen Sonnenlichtes eine kleine, geradlinig begrenzte Öffnung L (Fig. 119), entwirft von ihr mittels einer guten Linse A in nicht zu kleiner Entfernung (über 1 m) ein scharfes reelles Bild und bringt dicht hinter diesem das Objektiv B eines auf den Ort MN, wo die Schlieren gesucht werden, akkommodierten Fernrohrs an. Und zwar soll dieser Ort nicht weit von der Linse A entfernt sein.

Nun werde mit einer Schneide S, die einer der Begrenzungskanten der zuerst genannten Öffnung parallel ist, durch allmähliches Vorschieben der Ort des reellen Bildes vor dem Fernrohr verdeckt. In der geeigneten Stellung treten alsdann Ungleichheiten der Raumerfüllung, welche eine wenn auch nur kleine Änderung der Lichtbrechung bedingen, als erhellte oder verdunkelte Teile („Schlieren") des Gesichtsfeldes hervor. Um nichts zu übersehen, benutzt man nacheinander verschieden gerichtete Kanten jener Öffnung.

Die Empfindlichkeit wächst mit dem Abstande. Für manche Zwecke sieht man die Schlieren auch mit dem bloßen, an den Ort des reellen Bildes gehaltenen Auge.

Das Wesen der Erscheinung besteht in folgendem (Fig. 119). *mn* sei das durch Objektiv *B* im Fernrohr entworfene Bild der Fläche *MN*, die sich in der Nähe der von *L* aus erleuchteten Linse *A* befindet; in *MN* werden die Schlieren gesucht. Die Stelle *P* bildet sich in *p* ab. Durch Vorschieben

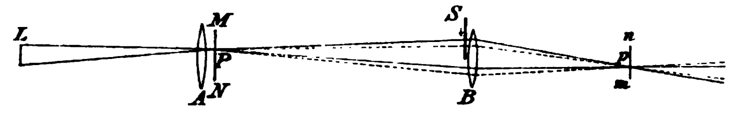


Fig. 119.

des Schirmes *S* wird *p* allmählich dunkler und verschwindet, wenn das ganze von *L* auf *p* fallende Lichtbündel abgeblendet ist. Befindet sich nun in *P* eine prismatisch begrenzte Stelle anderer Lichtbrechung als die Umgebung, so wird das Lichtbündel verschoben (sein Konvergenzpunkt *p* bleibt dabei an seinem Orte), und je nachdem der Schirm von der einen oder der anderen Seite vorgeschoben wird, verschwindet das Bild *p* später oder früher als die Umgebung: es tritt in der Nähe der Grenze bei *p* eine Erhellung oder Verdunkelung gegen die Umgebung auf. Prismatische Wirkung aber wird ein abgegrenzter Raum anderer Brechbarkeit der Natur der Sache nach haben müssen.

A n o r d n u n g n a c h A b b e a m S p e k t r o m e t e r. Der Spalt wird durch eine kleine kreisrunde Öffnung ersetzt, das Okular des Fernrohrs durch eine schwarze Kreisscheibe von solcher Größe, daß sie, an den Ort des vom Objektiv entworfenen reellen Bildes der Öffnung gebracht, dieses gerade eben verdeckt, was mit einer vorgehaltenen Lupe zu prüfen ist. Man entfernt nun die Lupe, bringt das zu prüfende Objekt zwischen die beiden Objektive und beobachtet es mit dem vor die Kreisscheibe gehaltenen, bloßen oder so bewaffneten Auge, daß man das Objekt deutlich sieht. Die Schlieren werden dann vermöge der durch sie über den Rand der Scheibe abgelenkten Strahlen als Erhellungen usw. sichtbar.

Auch in den mit dem Interferenzrefraktor (63a) erzeugten Streifen werden Schlieren eines durchstrahlten Mittels sichtbar.

Näheres, auch über die Anwendungen, bei Toepler, Pogg. Ann. 131, 33 u. 180. 1867; Über die Anordnung von Abbe s. Czapski, ZS f. Instr. 1885, 117. — Über Aufnahmen von Luftschlieren um Geschosse Mach, Wien. Sitz.-Ber. 92, 625. 1885; 95, 764. 1887; 98, 1310. 1889; 105, 605. 1896. — Darstellung von Funkenschallwellen u. a. bei M. Toepler, Ann. d. Phys. 27, 1043. 1908. — Eine zusammenfassende Darstellung von Lummer in der ZS: Der Mechaniker 1900, S. 61.

64. Spektralanalyse (Bunsen und Kirchhoff 1860).

Eine Lichtsorte wird definiert durch die in ihr enthaltenen einzelnen Wellenlängen und durch deren Intensitätsverhältnis.

Die Analyse wird ausgeführt mittels der Zerlegung des Lichtes in sein Spektrum: 1. durch Brechung im Prisma; 2. durch Beugung am Gitter,

bei dem Durchgange oder bei der Reflexion; 3. durch Interferenzen hoher Ordnung. Vgl. S. 275 u. 276.

Aus der Zusammensetzung des Lichtes kann auf seinen Ursprung geschlossen werden. Glühende feste und flüssige Körper geben ein zusammenhängendes, Gase und Dämpfe ein unterbrochenes Emissionsspektrum, worin die Farben teils als mehr oder weniger scharfe „Linien" auftreten, teils als breitere, häufig einseitig scharf begrenzte „Banden", die sich auch bei starker Vergrößerung nicht immer in Linien auflösen. Linien werden vorzugsweise den Atomschwingungen, Banden den Molekülschwingungen zugeschrieben. Über die Gesetzmäßigkeiten der Verteilung (Serien) s. die Lehrbücher.

Das Spektrum hängt von den im Dampf vertretenen Elementen und ihrer chemischen Verbindung, auch von Temperatur und Dichte ab. In der Bunsenflamme hat ein Metalldampf meist einen von seiner Verbindung im verdampfenden Salz wenig beeinflußten Zustand und das Spektrum charakterisiert wesentlich das Metall.

Auch die Absorption des Lichtes in einem Körper läßt häufig auf dessen chemische Beschaffenheit schließen. — Gase oder Dämpfe absorbieren dieselben einzelnen Farben, welche sie bei der gleichen Temperatur selbstleuchtend ausstrahlen. Die Fraunhoferschen Linien entstehen durch solche Absorptionen in der Sonnenatmosphäre (Kirchhoff).

Der Spektralapparat (Spektroskop) definiert eine Farbe geometrisch, meist durch eine Skale, auf welcher ihre Bestandteile erscheinen.

Geradsichtige Spektroskope haben vor einem Spalt ein oder mehrere geradsichtige Prismensysteme aus Kronglas in Verbindung mit Flintglas oder mit einem stark zerstreuenden Flüssigkeitsprisma (Zimtäther; Wernicke) und eine Linse oder ein Okularsystem, um den Spalt deutlich erscheinen zu lassen. Die Skale sitzt im Okular. — Ein geradsichtiges Prisma von Koenigsberger besteht aus einem Hohlprisma mit drei Kammern, deren mittlere mit Anisol, deren beide äußeren mit Glycerin gefüllt sind; zu beziehen von F. Hellige & Co. in Freiburg i. B.

Über ein Spektroskop veränderlicher Dispersion mittels zweier gegeneinander drehbarer Systeme vgl. Krüß, ZS f. Instr. 1906, 139. — Über einen Quarzspektrographen Reichenheim, ebd. 1908, 340; Einstellen von Quarzspektrographen, P. P. Koch, ebd. 1909, 361. — Über ein Gitterspektroskop mit nach Wellenlängen geteilter Mikrometerschraube s. Löwe, Verh. D. Phys. Ges. 1908, 671; Phys. ZS 9, 752 1908. ZS f. Instr. 1908, 261. — Lichtstarker Spektrograph, Zenneck, Phys. ZS 1911, 1199. — Ultrarotspektrometer, Leiß, ebd. 1911, 1252.

S R F

Fig. 120.

Der gebräuchliche Spektralapparat (Fig. 120). Er trägt, wie das Spektrometer, Fernrohr F und Spaltrohr (Kollimator) S; außerdem ein Rohr R mit einer Mikrometerskale. Das Bild dieser Skale wird in der dem Fernrohre zugewandten Prismenfläche gespiegelt.

I. Einstellung des Spektralapparates.

Die Reihenfolge der Operationen ist innezuhalten.

Der Spalt soll einem fernen Objekt entsprechen und deutlich erscheinen. Wenn die richtige Auszugstellung des Spaltrohrs gegeben ist, so hat man nur das Fernrohr auf Deutlichkeit des Spaltbildes auszuziehen; sonst stelle man es erst auf ein fernes Objekt ein, richte es dann auf den Spalt und verschiebe diesen so, daß er deutlich erscheint. — Die Flamme soll das Objektiv des Spaltrohres ganz erleuchten.

Das Prisma soll die Minimumstellung erhalten. Man beleuchtet den Spalt mit der Sodaflamme, stellt das Prisma in nahezu richtiger Stellung vor die Spaltlinse, orientiert sich mit bloßem Auge ungefähr über die Richtung des austretenden Strahles und sucht mit dem Fernrohr das Bild des Spaltes. Nun dreht man das Prisma (indem man wenn nötig mit dem Fernrohr folgt), bis das Spaltbild im Fernrohr umkehrt, und stellt in dieser Lage das Prisma fest.

Das reflektierte Bild der Skale soll deutlich erscheinen. Die Skale wird durch eine nicht zu nahe (20 cm) aufgestellte schmale, kleine Flamme erleuchtet. Nachdem durch Drehen des Skalenrohres das Skalenbild im Fernrohr gefunden ist, zieht man das Skalenrohr heraus, bis das deutliche Skalenbild sich bei dem Bewegen des Auges vor dem Okulare nicht gegen das Spaltbild verschiebt.

Ein bestimmter Skalenteil, bei den den Zeichnungen von Bunsen und Kirchhoff angepaßten Skalen der Teil 50, soll mit der Natriumlinie zusammenfallen. Man dreht das Skalenrohr, bis diese Stellung erreicht ist, und stellt es fest.

II. Auswerten der Skale.

Die Skale pflegt in gleiche Teile geteilt zu sein. Das Auswerten bezieht sich, je nach dem Zwecke, auf die Fragen: entweder, welchen Lichtwellenlängen die Teilstriche entsprechen; hierfür ist, wegen der nahe gleichförmigen Verteilung, das Beugungsspektrum (65 I) besonders geeignet. Für chemische Analyse fragt man, wo die chemischen Spektrallinien auf der Skale erscheinen.

Das empirische Auswerten ist für beide Fälle grundsätzlich gleich. Wir behandeln in erster Linie die chemische Aufgabe, wie sie am gebräuchlichen Prismenspektralapparat vorzuliegen pflegt.

Um zu wissen, welchen Punkten der Skale die den einzelnen chemischen Elementen angehörenden Linien entsprechen, kann man die Spektra der Stoffe einzeln beobachten und die Skalenteile der Linien (nebst Angabe ihrer ungefähren Helligkeit, Breite, Farbe und ihrer Schärfe) notieren. Bequemer ist die Anwendung der nach Bunsen-Kirchhoffs Skale veröffentlichten Abbildungen oder der auf dieselbe Skale bezogenen Tab. 22, auf welche man den Apparat folgendermaßen reduziert.

Man beobachtet auf der Skale einige bekannte Linien an den Enden und in der Mitte des Spektrums (Sonne a, D, F, G, H; oder Kα, Liα, Na, He, Srδ, Kβ; S. 275), trägt auf karriertes Papier die beobachteten Skalenteile als Abszissen, die entsprechenden der B.-K.schen Skale als Ordinaten auf und verbindet die entstandenen Punkte durch eine Kurve. Selten wird diese erheblich von einer Geraden abweichen. Aus der Zeichnung findet sich dann zu einem beliebigen beobachteten Skalenteil der entsprechende der B.-K.schen Skale als Ordinate. — Wenn die Skale des Apparates der B.-K.schen nahe kommt, was oft der Fall ist, so stellt man Na auf den Strich 50 ein und macht ebenfalls einen Satz von vergleichenden Beobachtungen. Dann zeichnet man eine Kurve für die Korrektionen, indem man die Unterschiede gegen die B.-K.sche Skale als Ordinaten zu der Skale selbst als Abszisse graphisch aufträgt.

Mit Hilfe von Tab. 23 läßt sich dann auch eine Kurve zeichnen, welche die Skalenteile auf Wellenlängen reduziert.

Zur Herstellung der Skale kann auch die Photographie eines Viellinienspektrums dienen; Goldstein, Verh. D. Phys. Ges. 1911, 419. — Für die Darstellung und Interpolation von Wellenlängen und anderer im prismatischen Spektrum beobachteter Erscheinungen leistet das Hartmannsche Dispersionsnetz (6) gute Dienste.

Die Dämpfe erzeugt man mit einer Salzperle am Platindraht im Bunsenbrenner; die Öse des Drahtes soll geschlossen sein. Das Anschmelzen von Perlen ist meist leichter, wenn man das Erhitzen des Drahtes von hinten vorschreiten läßt. — Perlen aus seltenen Substanzen kann man durch elektrisches Glühen anschmelzen.

Man reinigt den Draht am wirksamsten durch wiederholtes Eintauchen in Salzsäure und reines Wasser und Ausglühen in der Spitze der Bunsenflamme oder vor dem Lötrohr oder in der Gebläseflamme.

Vgl. auch Spektrallampen, 59, S. 273.

Präparate. Reines Lithiumpräparat erhält man aus Li_2CO_3, welches man wegen seiner geringen Löslichkeit mit Wasser ausschütteln kann.

KNO_3 ist sehr rein im Handel. Li_2SO_4 und K_2SO_4, rein käuflich oder durch Umkristallisieren unschwer zu reinigen, geben andauerndere Flammen als die Chloride oder Nitrate. Strontium- oder Bariumsalze reinigt meist das Glühen selbst. — NaCl und KCl werden, um das Zerknistern zu vermeiden, vor dem Spektralgebrauch erhitzt. Angenehmer als das leicht verknisternde oder rasch verdampfende Kochsalz ist geglühte Soda.

III. Chemische Analyse.

Die Körper werden aus dem Zusammenfallen ihrer Spektrallinien mit den Linien bekannter Stoffe erkannt (vgl. II). Dabei notiert man nicht nur die Lage, sondern auch die ungefähre Stärke, Breite und Schärfe der beobachteten Linien. Z. B. fallen Srβ und Liα nahe zusammen; Srβ aber ist verwaschen, Liα ganz scharf. Graphisch kann man die Streifen übersichtlich darstellen, indem man überall die Lichtstärke an irgendeinem Punkt der Skale als Ordinate über diesem Punkte auffaßt und so die Kurven für die Spektra zeichnet.

Bezüglich der Unterscheidung der alkalischen Erden beachte man vorzugsweise die (lichtschwachen) charakteristischen blauen Linien von Strontium und Calcium.

Immer wird die Perle in den Saum der Flamme gebracht, der glühende feste Teil so tief, daß er kein störendes kontinuierliches Spektrum gibt. Es ist anzuraten, daß man einmal mit engem Spalte beobachte, um dicht nebeneinander liegende Linien zu unterscheiden, und dann mit weiterem Spalte zur Auffindung lichtschwacher Linien; desgleichen einmal mit kleiner Gasflamme für die leicht flüchtigen Stoffe (K, Li), das andere Mal mit großer Flamme für schwer flüchtige (Sr, Ba, Ca). Die Spektra der letzteren treten oft erst nach längerer Zeit deutlich hervor. — Das Schwächerwerden eines Spektrums bei längerer Dauer des Versuchs hat häufig seinen Grund darin, daß flüchtigere Verbindungen durch das Glühen in die schwerer flüchtigen Oxyde verwandelt werden. Dann läßt sich die Lichtstärke momentan steigern durch Anfeuchten der Perle am Platindraht mit reiner Salzsäure. Verbindungen wie etwa die Sulfate der alkalischen Erden, die, an sich kaum flüchtig, durch Salzsäure nicht verwandelt werden, glüht man vor dem Befeuchten mit Salzsäure in dem unteren reduzierenden Teil der Flamme.

Über Salzperlen, Reinigen der Drähte, reine Salze vgl. II, am Ende.

Falsches Licht blendet man ab: durch einen schwarzen Schirm hinter der Gasflamme, durch eine Kapsel über dem Prisma, welche den Weg nach den drei Rohren frei läßt, endlich durch eine auf das Fernrohr gehängte Blende aus dunklem Papier, die zugleich das Schließen des anderen Auges erspart. Die Skale selbst wird nicht stärker beleuchtet, als zum Erkennen notwendig ist! Im Interesse sehr lichtschwacher Linien mag man die Skale vorübergehend abblenden.

Die Bunsensche Gasflamme selbst gibt eine Anzahl schwacher, besonders grüner und blauer Banden. Um Irrtümer zu vermeiden, mag man sie vorher beobachten und die stärksten notieren. Den unteren Teil der Flamme, wo sie besonders stark auftreten, benutze man überhaupt nicht zur Beobachtung. Die Natriumlinie sieht man in den meisten Präparaten. Auch die Luft enthält meist so viel Natrium, daß die Reaktion schon in der freien Flamme hervortritt; durch Wattefilter vor dem Brenner läßt sich dies vermindern.

Vgl. z. B. Beckmann, ZS f. phys. Ch. 40. 465. 1902.

Über Spektrallampen, Geißlersche Röhren, Induktionsfunken s. S. 273 u. 274.

Ultraviolettes Spektrum. Über die Durchlässigkeit der Mittel vgl. S. 274. Siehe auch Reflexionsgitter. Man untersucht mit dem fluoreszierenden Okular (S. 276) oder durch Projektion auf einen fluoreszierenden Schirm oder durch Photographie; auch mit der Thermosäule (s. Pflüger, Ann. d. Phys. 13, 890. 1904). Vgl. auch Kreusler, lichtelektr. Photometer, ebd. 6, 398. 1901.

Ultrarotes Spektrum. Die Beobachtung geschieht 1. durch Wärmewirkung, vgl. 72a; 2. durch Photographie mittels Leuchtfarbe (Draper, Lommel). Eine mit Balmainscher Leuchtfarbe bestrichene und zu schwachem Leuchten gebrachte ebene Platte wird der Strahlung ausgesetzt; langwellige Strahlen, bis zu F etwa, löschen das Leuchten mehr oder weniger aus. Man legt die exponierte Platte nachher gut schließend auf eine lichtempfindliche Platte.

Vgl. Lommel, Wied. Ann. 40, 681 u. 687. 1890.

Absorptionsspektra; Kolorimetrie. Körperfarben im durchgefallenen oder auffallenden Licht beruhen auf auswählender Absorption. Man beschreibt die Färbung dadurch, daß man die absorbierten Farben auf eine Spektralskale bezieht. Quantitative Definitionen verlangen Photometrieren (72 VI). — Die Absorption an farbigen Oberflächen beobachtet man am bequemsten in einem objektiven Spektrum (S. 275).

Über Spektra von Fluoreszenzlicht vgl. z. B. Stark u. Steubing, Phys. ZS 9, 661. 1908.

Vergleichung zweier Spektra. Mit einem Reflexions-

prisma, welches den halben Spalt bedeckt, kann man zwei Spektra übereinander entwerfen. Die eine Lichtquelle wird in der Richtung des Spaltrohres aufgestellt, so daß ihr Licht die unbedeckte Hälfte durchsetzt, die andere stellt man schräg so, daß ihr Licht vom Prisma in den Spalt reflektiert wird. Dies läßt sich z. B. in der Farbentechnik zur Vergleichung von Farbstoffen benutzen.

Statt dessen kann man die Spektra auch abwechselnd erzeugen und die gegenseitige Lage von Linien mit einem Fadenmikrometer im Okular bestimmen. Sonnen- und Eisenspektrum, letzteres gewöhnlich als Funkenspektrum (S. 274), sind als Normale geeignet.

Genau untersucht von Kayser u. Runge, Abh. d. Berl. Akad. 1890; besonders von Rowland, Astronomy and Astrophysics 12, 231. 1893; Mem. Amer. Acad. XII, 101. 1896.

Mehrere Prismen (Kirchhoff, Angström, Rutherford). Man dreht die Prismen, mit dem ersten anfangend, jedes in die Stellung der Minimalablenkung (S. 283) und achtet darauf, daß kein Licht vorbeigeht. Um das Spektrum, von dem nur ein Teil gleichzeitig im Fernrohr erscheint, ganz zu beobachten, ist erstens das Fernrohr zu drehen. Bei starker Dispersion muß aber auch die Stellung der Prismen zum Spaltrohr und zueinander der Brechbarkeit des Spektralteiles angepaßt werden.

Autokollimation. Darunter versteht man einen Mechanismus, der die Prismengruppe als Ganzes für einen Strahl von beliebiger Brechbarkeit der Minimalablenkung anzupassen gestattet. Die Anordnung der Fig. 121 (Littrow; Browning; Krüß), in welcher der Strahl vom Spaltrohr S die Prismen hin und zurück durchläuft und so ihre Dispersion doppelt ausnutzt, gestattet zugleich, das Fernrohr (F) fest stehen zu lassen. Das erste sowohl wie das letzte Prisma hat nur 30° und je eine der brechenden Flächen wird vom Mittelstrahl senkrecht getroffen. Das Spaltrohr

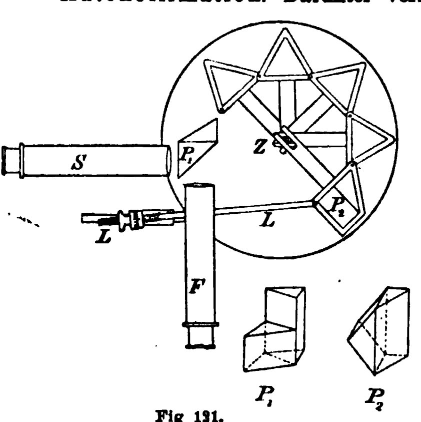


Fig 121.

S blickt in die untere Hälfte, das Fernrohr F in die obere Hälfte der Prismen. Das total reflektierende Prisma P_1 bedeckt die untere Hälfte des ersten 30°-Prismas. Das unten durch die Prismen gegangene Licht wird an den

geneigten Flächen des an das letzte Prisma angekitteten Prismas P_2 total reflektiert und passiert die Prismen rückwärts zum Fernrohr Dieses steht fest; der durch Gelenke zusammengehaltene Prismenkreis wird mittels der Stange L und der Führung seiner Radien um den Zapfen Z auf die Krümmung gebracht, die der jeweiligen Brechbarkeit des Lichtes angemessen ist. Zu Messungen kann der Faden im Fernrohr in Verbindung mit der Trommelteilung dienen.

Andere Anordnungen siehe Kayser, Handb. d. Spektr. I, 500 ff. 1900.

Prismen mit „fester Ablenkung". Ein Strahl, welcher, mit Hilfe einer inneren Reflexion (Fig. 122), so durch ein Prisma geht, daß er beim Ein- und Austritt gleiche, aber entgegengesetzt gerichtete Winkel mit den brechenden Flächen bildet, erfährt, von seiner Brechbarkeit unabhängig, als Gesamtablenkung nur die bei der Reflexion im Prisma erlittene.

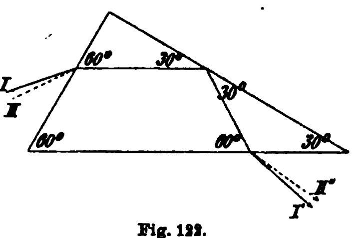


Fig. 122.

Beispiel: Jedes rechtw. Prisma von 60° und 30° Seitenwinkel (Abbe) lenkt, wie aus der Figur ohne weiteres folgt, jeden im Prisma der Hypotenuse parallel verlaufenden Strahl, sowohl den Strahl I, wie einen brechbareren II, um 60° ab. I möge nun die durch das Kollimatorrohr gegebene feste Richtung eintretenden Lichts bezeichnen, I' die um 60° gegen I gedrehte Visierrichtung eines fest aufgestellten Fernrohrs; im Fadenkreuz erscheint Licht vom B.-V. n_I und daneben die Nachbarteile des Spektrums. Drehung des Prismas um den Winkel ϑ bringt Licht vom B.-V. n_{II} ins Fadenkreuz. Die Dispersion ist dieselbe wie bei einem 60°-Prisma in Minimumstellung.

Vgl. Löwe, ZS f. Instr. 1907, 271; auch über ein Quarzprisma für ultraviolettes Licht. — Ferner u. a. Wadsworth, Phil. Mag. (5) 38, 338. 1894; Twyman ebd. (6) 13, 481. 1907. — Prismen mit 90° Ablenkung von Pellin u. Broca, J. de phys. (3) 8, 314. 1899; ZS f. Instr. 1900, 123.

Stufen- und Plattenspektroskope s. S. 277 und 65 IV.

Beugungsgitter. Ein durchsichtiges Gitter (65) stellt man zwischen Spaltrohr und Fernrohr. — Auch Reflexionsgitter lassen sich auf dem Tisch des Spektrometers gebrauchen. Ein Hohlgitter verlangt nur einen geänderten Auszug des Spalt- oder Fernrohrs. — Ein von der Hohlfläche selbst entworfenes objektives Spektrum (S. 276) wird mit der Lupe beobachtet oder photographiert.

Photographie des Spektrums. Über empfindliche Platten für die verschiedenen Farben vgl. Miethe, Dreifarbenphotographie, 2. Aufl., Halle 1908. — Über Photographieren mit dem Rowlandschen Gitter s. Kayser, Spektralanalyse in Winkelmanns Handbuch und im Handbuch der Spektroskopie I, S. 603. — Ein Steinheilsches Spektroskop zum Photographieren s. bei H. Lehmann, ZS f. Instr. 1902, 261.

Aufnahmen im äußersten Ultraviolett verlangen luftfreie Spektralapparate und Platten ohne Gelatine; Schumann, Wien. Ber. 102, 415 u. 625. 1893; Beibl. 1894, 187. — Über Aufnahmen im Ultrarot vgl. auch S. 305.

65. Wellenlänge eines Lichtstrahles.

λ sei die Wellenlänge eines (homogenen) Lichtes, welches z Schwingungen/sec hat, in einem Mittel von der Fortpflanzungsgeschwindigkeit u, dann gilt $u = \lambda z$ oder $\lambda = u/z$. Die Wellenlänge derselben Lichtschwingung in verschiedenen Mitteln steht hiernach mit der Fortpfl.-Geschw. im direkten, also mit dem Brechungsindex des Mittels im umgekehrten Verhältnis.

Wellenlänge schlechthin nennt man diejenige im Weltraum (Äther) oder nahe auch in Luft. Da die Fortpfl.-Geschw. hier 300000 km/sec $= 300 \cdot 10^9$ mm/sec beträgt, so gilt für eine in mm gemessene Wellenlänge $\lambda = 300 \cdot 10^9/z$ oder $z = 300 \cdot 10^9/\lambda$, wonach Schw.-Zahl und Wellenlänge auseinander berechnet werden können.

Dem Auge sichtbare Wellenlängen liegen zwischen 0,00075 und 0,00040 mm, ihre, fast eine „Oktave" umfassenden Schwingungszahlen/sec somit zwischen $400 \cdot 10^{12}$ und $750 \cdot 10^{12}$. (Für das Gedächtnis eignen sich also die Zahlen 40 und 75.)

Lichtwellen werden häufig im Mikron „μ" $= 10^{-3}$ mm, oder in „$\mu\mu$", richtiger „mμ" $= 10^{-6}$ mm oder auch wohl in „Ångström-Einheiten" $= 10^{-7}$ mm angegeben.

Wellenlängen in Luft von 20° und 760 mm s. in Tab. 23.

Umrechnung einer Wellenlänge aus einem Gase in das Vakuum.

Für ein bestimmtes Gas ist merklich $(n - 1)/s =$ const., wenn s die Dichtigkeit bedeutet. (Die Temp. an sich beeinflußt also n oder λ nicht.) Gilt somit n_0 für 0° und 760 mm (Tab. 12a), n für $t°$ und p mm, so findet man n aus

$$\frac{n-1}{n_0-1} = \frac{p}{760}\frac{1}{1+0{,}00367\,t}.$$

Wenn nun λ für $t°$ und p mm gilt, so berechnet man $\lambda_{\text{Vak}} = n\lambda$.

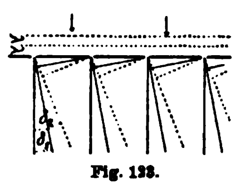
Eine in gewöhnlicher Luft gemessene Wellenlänge wird durch Multiplikation mit nahe 1,00027 auf das Vakuum reduziert; vgl. auch Tab. 23.

I. Beugungsgitter (Fraunhofer).

Durch die Öffnungen eines engen Gitters geht Licht erstens geradlinig hindurch, zweitens entstehen auf beiden Seiten von der Mittelrichtung Helligkeitsmaxima „erster, zweiter usw. Ordnung", die bei einer sehr großen Anzahl äquidistanter gleicher Gitteröffnungen für homogenes Licht scharf begrenzt sind. Fällt das Licht senkrecht auf ein solches Gitter, so bilden die Richtungen dieser Maxima mit der Mittelrichtung Winkel $\delta_1, \delta_2, \delta_3 \ldots$, welche, wenn l den Abstand benachbarter Öffnungen und λ die Wellenlänge bedeutet, durch die Beziehungen gegeben sind

$$\sin\delta_1 = \frac{\lambda}{l}, \quad \sin\delta_2 = \frac{2\lambda}{l}, \quad \sin\delta_3 = \frac{3\lambda}{l} \text{ usw.}$$

Denn in jeder von diesen Richtungen unterscheiden sich die Weglängen von den einzelnen Gitteröffnungen an voneinander um 1, 2 ... ganze Vielfache einer Wellenlänge; vgl. die schematische Fig. 123 zu δ_1 und δ_2. Die Lichtschwingungen, welche von den verschiedenen Öffnungen ausgehend einen entfernten Schirm (oder ein auf Parallelstrahlen eingestelltes Fernrohr) treffen, sind also in gleichem Schwingungszustande und summieren sich. Jede andere Richtung enthält gebeugte Wellen in unregelmäßigen Abständen von den Öffnungen und deswegen in den verschiedensten Schwingungszuständen, die sich, wenn die Anzahl der Öffnungen hinreichend groß ist, bei der Vereinigung gegenseitig vernichten. — Zusammengesetztes Licht erzeugt also nach beiden Seiten des Gitters reine Spektra.


Fig. 123.

Die Gitterplatte kommt auf den Tisch des Spektrometers (60), die Platte senkrecht zum Spaltrohr, die geteilte Fläche dem Fernrohr zugewandt, die Teilstriche der Drehachse parallel. Letzteres wird daran erkannt, daß die Spaltbilder oder Spektra bei dem Anvisieren mit dem nach beiden Seiten gedrehten Fernrohr in konstanter Höhe erscheinen, was mittels einer Marke auf dem Spalt leicht kontrolliert wird. Fernrohr und Spaltrohr sind zuvor auf Unendlich eingestellt (60, 2).

Homogenes Licht. Außer dem mittleren hellen Bild des Spaltes erscheint ein erstes, zweites usw. abgelenktes Bild auf jeder Seite. Bedeuten $\delta_1 \delta_2 \delta_3 \ldots$ die Ablenkungswinkel der Bilder gegen das mittelste Bild, so ist die Wellenlänge der Lichtsorte

$$\lambda = l \sin \delta_1 = \tfrac{1}{2} l \sin \delta_2 = \tfrac{1}{3} l \sin \delta_3 \text{ usw.} \qquad 1.$$

Die genau senkrechte Stellung der Gitterplatte ist dadurch charakterisiert, daß zusammengehörige Seitenbilder bei dieser Stellung ein Minimum des Abstandes haben. — Genauer visiert man den Spalt mit dem Fernrohr an, fixiert dieses, bedeckt den Kollimator mit dunklem Papier und stellt das Gitter mittels Spiegelung senkrecht. Vgl. beleuchtetes Fadenkreuz 60, 4.

Beugungsspektrum. Nicht homogenes Licht wird durch das Gitter in Spektra zerlegt, in denen nach obigen Formeln das Licht von größerer Wellenlänge (rot) am stärksten abgelenkt erscheint. Bei Sonnenlicht, in welchem zur Definition und Einstellung der Farbe die Fraunhoferschen Linien geeignet sind, ist das erste Spektrum und der größte Teil des zweiten rein; von da an greifen die Spektra übereinander. Im Beugungs- oder „Normalspektrum“

ist das Licht nach den Wellenlängen λ verteilt, also anders als im Dispersionsspektrum (S. 275), in welchem der brechbarere Teil relativ breiter erscheint. N ist Schwingungszahl/sec.

	A	a	B	C	D	E	b	F	G	h	H
$\lambda=$	760	718	687	656	589	527	517	486	431	410	396 $\mu\mu$
$N=$	395	418	437	457	509	569	580	617	696	732	$758 \cdot 10^{12}$

Über sehr hohe Ansprüche an Beugungsgitter vgl. 114 IX. — Über Beugungsgitter mit bestimmbarer Furchenform und anomaler Intensitätsverteilung s. Wood, Phys. ZS 1912, 261.

II. Zurückführung einer Wellenlänge auf andere mittels Koinzidenz. Gitterspektra verschiedener Ordnung.

Sind in den Spektren m ter bzw. n ter Ordnung die Wellenlängen λ_m bzw. λ_n gleich abgelenkt, so ist nach den Gleichungen 1. $m\lambda_m = n\lambda_n$, also

$$\lambda_m : \lambda_n = n : m .$$

Die Ordnungszahlen m und n sind ganze Zahlen. Ihr Verhältnis läßt sich ev. aus der genäherten Kenntnis von λ_m und λ_n ableiten.

So kann man durch verschiedene Kombinationen die Wellenlängen, auch im Ultraviolett und Ultrarot (S. 305), auf wenige genau gemessene (Tab. 23) zurückführen. Kleine Unterschiede in den Ablenkungen werden mikrometrisch subjektiv oder in photographischen Aufnahmen gemessen.

Langley, Wied. Ann. 22, 598. 1884.

Sehr hohe Ordnungszahlen werden im allgemeinen nicht durch Abzählen, sondern durch die Hinzunahme einer dritten Lichtsorte von nahe bekannter Wellenlänge ermittelt.

III. Durch Talbotsche Streifen im Spektrum.

Die Pupille wird vor einem Spektralapparat von der Seite des Violett her zur Hälfte mit einem dünnen durchsichtigen, etwa 0,2 mm dicken Blättchen von bekannter Lichtbrechung bedeckt. Dadurch entstehen Streifen, deren größte Dunkelheit an den Orten liegt, wo der Gangunterschied der durch die Luft und das Blättchen gegangenen Wellen ein ungerades Vielfaches von $\frac{1}{2}\lambda$ beträgt.

Das Brechungsverh. der Platte für einen Strahl von der Wellenlänge λ in Luft sei $= n$, ihre Dicke $= d$. Dann ist die

Wellenlänge in der Platte $= \lambda/n$ und der obige Gangunterschied $= (n - 1)d/\lambda$. Für eine kleinere Wellenlänge λ' gelte n', also der Gangunterschied $(n' - 1)d/\lambda'$. Die Anzahl p der Streifenbreiten zwischen den beiden Farben ist gleich der Differenz der beiderseitigen Gangunterschiede, mithin gilt

$$\frac{p}{d} = \frac{n' - 1}{\lambda'} - \frac{n - 1}{\lambda}.$$

Kennt man nun außer d, n und n' die eine der Wellenlängen (Fraunhofersche Linie), so folgt die andere hieraus; vgl. Tab. 23.

S. auch Macé de Lépinay, Ann. chim. phys. (6) 10, 68. 1887.

Umgekehrt läßt sich, wenn λ, n, λ' und n' bekannt sind (Tab. 23 u. 24), die Dicke d ermitteln. — Über die Messung von Wellenlängen im Ultrarot oder Ultraviolett siehe Esselbach, Pogg. Ann. 98, 513. 1856, nach Helmholtz.

IV. Interferometer von A. Michelson (1890).

Haidingersche Interferenzringe geneigten Lichtes zwischen parallelen Ebenen. Gegeben seien zwei parallele Ebenen P und P_1. Auf P falle homogenes Licht, werde zum Teil reflektiert und zum Teil durchgelassen. Letzterer Teil werde an P_1 reflektiert und interferiere nach seinem Wiederdurchgang durch P mit dem an P direkt reflektierten Teile. Die Durchlässigkeit sei (ev. durch Versilbern usw.) so reguliert, daß beide Teile schließlich eine nahe gleiche Intensität haben, so daß entgegengesetzte zusammentreffende Schwingungszustände sich aufheben. Je nach dem Gangunterschiede tritt dann Verdunkelung oder Erhellung ein; der Gangunterschied aber ist durch die Neigung des Strahles gegen die Schicht bestimmt. Ein auf Unendlich akkommodiertes Auge oder Fernrohr, bei dem also parallele Strahlen zur Interferenz kommen, beobachtet dann Kreisfransen (Kurven „gleicher Neigung"), die um die senkrechte Durchsichtsrichtung zentriert verlaufen.

Nähert man die Flächen einander langsam, so wandert das Kreissystem nach seinem Mittelpunkt, wo die Ringe verschwinden und wo jedesmal ein früherer Interferenzzustand sich wiederholt, wenn der Gangunterschied um eine, der Plattenabstand also um eine halbe Wellenlänge geändert worden ist. Man ermittele die Anzahl dieser Perioden, bis die Flächen in Berührung sind; die Hälfte der Zahl drückt den ursprünglichen Abstand in Wellenlängen aus.

Vgl. Mascart, Ann. chim. phys. 23, 116. 1871; Lummer, Wied. Ann. 23, 49. 1884. S. auch 66 V.

Erkannt wird die Berührung daran, daß die Interferenz weißen Lichtes, welche bei kleinem Abstande sichtbar wird, den farblosen Zustand zeigt, der eben der Berührung entspricht (der z. B., wenn P und P_1 Hinter- und Vorderflächen von Glasplatten sind, dunkel, bei reflektierenden Silberschichten hell ist).

Wir gehen hier nicht darauf ein, daß in Wirklichkeit dieser Zustand

selbst nicht mehr scharf zu beobachten ist und daß deswegen die Anordnung bei Michelson vermöge einer schwachen Neigung ein wenig verändert ist. Hierdurch treten nämlich in kleinem Abstande der Flächen wandernde Fizeau-Newtonsche Streifen auf, deren farblose Mittelfranse zur Beobachtung benutzt wird.

Bei Michelson ist die in Wellenlängen auszumessende Länge der senkrechte Abstand e der beiden ebenen Oberflächen P_1 und P_2 (Fig. 124), die durch die versilberten Vorderflächen zweier Glasplatten gebildet werden, welche an einem Bronzebarren justierbar befestigt und parallel gemacht worden sind. Zu der letzten feinen Justierung dient der schwache regulierbare Druck der Federn auf die Stützen der Platten. — Diese nebeneinander liegenden Ebenen lassen sich nicht direkt aufeinander beziehen; sie werden deswegen einzeln auf eine konstant liegende Vergleichsebene P bezogen, die aber nicht wirklich, sondern als das Bild einer wirklichen (spiegelnden) Ebene P_0 in dem unter 45° geneigten Spiegel G vorhanden ist; s. Fig. 125.

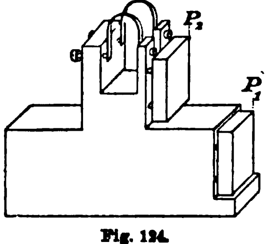


Fig. 124.

Stellen wir uns G zunächst als einen unendlich dünnen, teilweise reflektierenden und teilweise durchlassenden Spiegel vor, so ist das Schema der Anordnung im Grundriß durch die Figur gegeben. Ein von der Lichtquelle L kommender Strahl S zerlegt sich an G. Der durchgehende Teil s wird an P_0 in sich zurückgeworfen und hat nach seiner Reflexion an G dieselben Eigenschaften, wie wenn er von dem Spiegelbilde P der Fläche P_0 in G zurückgeworfen wäre.

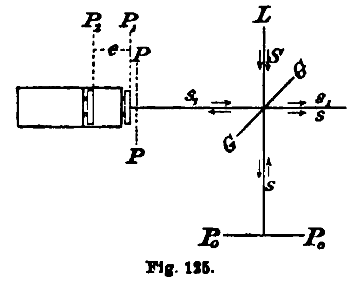


Fig. 125.

Der an G reflektierte Teil s_1 von S treffe auf P_1; er wird daselbst reflektiert und interferiert nach seinem Durchtritt durch G mit s. Der Gangunterschied von s und s_1 entspricht dem Doppelten des Abstandes zwischen den Ebenen P und P_1.

Werden nun andere Strahlenrichtungen hinzugenommen, so entsprechen die Interferenzen zwischen s und s_1 genau dem oben unterstellten Falle, und die Kreisfransen werden, wenn der Barren jetzt allmählich vorgeschoben wird, ihre Wanderung ausführen und schließlich zeigen, daß P_1 genau in P hineinfällt.

Nachdem dies erreicht ist, beobachtet man an P_2, schiebt das Ganze vor und zählt die Perioden, bis P_2 in P fällt. Die halbe Anzahl mißt den Abstand $P_1 P_2$ in Wellenlängen.

An die Stelle des oben angenommenen unmeßbar dünnen Spiegels G tritt wirklich eine vorn schwach versilberte Glasplatte γ (Fig. 126). Die Symmetrie des Strahlenganges von s und s_1 wird

wiederhergestellt durch Einschalten einer unversilberten gleichen Platte γ_1 in s_1. Benutzt werden die gezeichneten Strahlen, von denen ein jeder die Glasdicke dreimal durchsetzt hat. Andere Reflexionen usw. werden abgeblendet. γ_1 erleichtert durch seine Drehbarkeit zugleich das Herstellen der Ausgangskoinzidenz von P_1 mit P (vgl. S. 312).

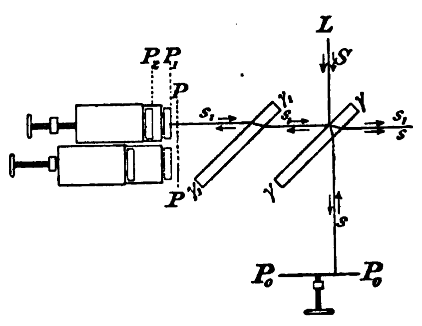


Fig. 126.

Zu scharfer Interferenz sind die rote, grüne oder blaue Cd-Linie sogar bei Gangunterschieden von ca. 500000 Wellenlängen (über 1 dm) noch fähig. Auszählen einer solchen Größe ist freilich nicht mehr möglich. Direkt gezählt wurden deswegen von Michelson nur die 1200 bis 1600 Wellen eines Etalons von 2^{-8} dm = 0,390 625 mm. Auf diesen wurden acht ebenso angeordnete Stücke von 2^{-7}, 2^{-6} ... bis 1 dm ohne Zählen zurückgeführt. Kombinierte Beobachtungen mit den drei Cd-Farben lassen nämlich die von vornherein nahe bekannten ganzen Anzahlen der Wellen sicher ableiten; die Bruchteile werden durch Beobachtung ermittelt. Das ganze Dezimeter wird schließlich komparatorisch auf das Originalmeter zurückgeführt.

Michelson, Trav. et Mém. du Bureau intern. XI 1895; vgl. über den Apparat z. B. auch Janicki, Ann. d. Phys. 19, 38. 1906.

Michelson fand in Luft von 15° und 760 mm $\lambda_r = 0{,}6438472$, $\lambda_{gr} = 0{,}5085824$, $\lambda_{bl} = 0{,}4799911 \cdot 10^{-3}$ mm.

Benoît, Fabry u. Perot finden in trockner Luft $\lambda_r = 0{,}6438470 \cdot 10^{-3}$ mm und korrigieren M.s Zahl wegen Luftfeuchte auf merklich denselben Wert. C. R. 144, 1082. 1907; ZS f. Instr. 1908, 307. — Vgl. auch ihre Anwendung einer dünnen keilförmigen Luftplatte, um das Verhältnis zweier Etalons auf eine ganze Zahl abzugleichen. C. R. 138, 676. 1904.

Interferometer von Fabry und Perot. Zur Interferenz kommen Strahlen, die in einer planparallelen Luftschicht zwischen durchlässig versilberten Oberflächen zweier Glasplatten mehrfach reflektiert worden sind (S. 311); durch das Zusammenwirken der vielfachen Reflexionen treten hier die Haidingerschen Ringe als scharfe Linien auf. Man führt gleichzeitig Licht von einer bekannten und der zu bestimmenden Wellenlänge ein und beobachtet die Koinzidenzen von Linien bekannter (durch die Hinzunahme einer weiteren nahe gegebenen Wellenlänge ermittelter) Ordnungszahlen.

Hieraus ergibt sich (nach II) das Verhältnis beider Wellenlängen, und zwar, da die Ordnungszahlen sehr hoch sind, mit großer Genauigkeit.

Die Koinzidenz wurde entweder durch Dickenänderung der Luftschicht mittels einer exakten Parallelverstellung von einer der Platten bewirkt oder in einer Schicht von konstanter Dicke an den Haidingerschen Streifen gleicher Neigung beobachtet.

Fabry u. Perot, u. a. Ann. chim. phys. (7) 22, 564. 1901; 25, 98. 1902; ein Verzeichnis weiterer Veröffentlichungen bei Janicki, a. a. O.— Daselbst auch die Lit. (besonders Michelson, F. u. P., Lummer u. Gehrcke) über die für die Interferenzfähigkeit wichtige Zusammensetzung von Spektrallinien der Metalle („Trabanten"). — Über Änderungen des Verfahrens auch Rayleigh, Phil. Mag. (6) 11, 685. 1906; 15, 548. 1908.

Über ein Verfahren mittels Haidingerscher Ringe und Talbotscher Streifen siehe Macé de Lépinay u. Buisson, Ann. ch. phys. (8) 2, 78. 1904; ZS f. Instr. 1905, 87, auch 1903, 378.

V. Newtonsche Ringe (1676).

Wird Licht an zwei hintereinander liegenden Flächen reflektiert, so verstärken oder schwächen sich die beiden Wellenzüge je nach ihrem Gangunterschiede; nach einer Zunahme des Gangunterschiedes um λ, also des Abstandes der Flächen um $\frac{1}{2}\lambda$, wiederholt sich je derselbe Zustand. Hieraus leitet sich die folgende Regel ab.

Eine auf einer Planplatte liegende Kugelfläche von großem Krümmungsradius r (66) werde mit homogenem Licht beleuchtet. Zwei nach ihrer Ordnungszahl um k unterschiedene Ringe mögen bei senkrechter Ansicht die Halbmesser a_1 und a_2 zeigen. Dann hat das Licht in dem Mittel zwischen den reflektierenden Flächen die Wellenlänge

$$\lambda = (a_2^2 - a_1^2)/(kr).$$

Beweis. Zu einem Ringe vom Halbmesser a gehört (Fig. 127) eine Höhe unter dem Kugelmittelpunkt $= \sqrt{r^2 - a^2}$ oder, wenn a/r sehr klein ist (Formel 3, S. 9) $= r - \frac{1}{2}a^2/r$. Der Höhenunterschied beträgt demnach in unserem Falle $\frac{1}{2}(a_2^2 - a_1^2)/r$; dies ist gleich $\frac{1}{2}k\lambda$.

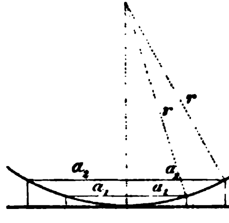


Fig. 127.

Die Formel läßt sich auch benutzen, 1. um einen unbekannten Halbmesser r mit Natriumlicht ($\lambda = 0{,}000\,589\,3$ mm) zu ermitteln; 2. um die Wellenlänge λ in einem beliebigen, zwischen die Gläser gebrachten Mittel zu bestimmen und daraus (λ_0 = Wellenlänge in Luft) sein B.-V. $n = \lambda_0/\lambda$ abzuleiten; n muß sich, damit Reflexionen entstehen, vom B.-V. der Gläser unterscheiden.

VI. Biprisma von Fresnel, 1826 (Fig. 128). S bezeichnet einen der stumpfen Kante des Prismas parallelen, lichtgebenden Spalt, F die Ebene, in

welcher die Streifenbreite l der Interferenzfransen beobachtet wird, z. B. den Ort einer durchsichtigen Mikrometerteilung vor einer Lupe. n sei das B.-V. des Doppelprismas, d/n also seine „optische Dicke". Seine gleichen, sehr spitzen Winkel seien in absol. Maße (Anh. 3) gemessen $= \varepsilon$. Die Streifenbreite ist dann

$$l = \frac{1}{2} \frac{\lambda}{n-1} \frac{a+b+d/n}{a} \frac{1}{\varepsilon},$$

also

$$\lambda = 2(n-1)\varepsilon \frac{a}{a+b+d/n} l.$$

Fig. 128.

Vgl. z. B. Feußner, Winkelm. Hdb. (2) VI, 924. 1906. Daselbst auch Fresnels und Michelsons Spiegelmethoden. — Über die Verfeinerung der Methode mittels nicht so spitzwinkliger (leichter korrekt zu schleifender) Prismen, die in eine nur wenig anders brechende Flüssigkeit tauchen, s. Winkelmann, ZS f. Instr. 1902, 275.

VII. Durch Projektion auf die Skale eines Spektralapparates, die nach Wellenlängen ausgewertet ist (64 II; Tab. 28), lassen sich unbekannte Wellenlängen in leicht ersichtlicher Weise so genau bestimmen, wie es die Ablesung am Instrument gestattet. Das Zeißsche Gitterspektroskop (s. Löwe, a. a. O. S. 301) läßt an der Einstellung seiner „Sinus"-Mikrometerschraube (vgl. Pulfrich, ZS f. Instr. 1907, 340) die Wellenlängen unmittelbar ablesen.

66. Messung eines Krümmungshalbmessers.

I. Mit dem Sphärometer.

Das Sphärometer (**21**, 7) wird zuerst auf einer als eben bekannten (vgl. V) Fläche und dann auf der zu messenden Fläche eingestellt; die Stellungen der mittelsten Spitze bei beiden Versuchen unterscheiden sich voneinander um eine Höhe h. Nennt man l die Seite des gleichseitigen Dreiecks der drei festen Spitzen, so ist der Krümmungshalbmesser

$$r = \tfrac{1}{6} l^2/h + \tfrac{1}{2} h.$$

Denn wenn H die Höhe in dem von den Seiten l gebildeten Dreiecke, so folgt aus dem von r als Hypotenuse, $(r-h)$ und $\frac{2}{3} H$ als Katheten gebildeten rechtwinkligen Dreiecke $r^2 = (r-h)^2 + (\frac{2}{3} H)^2$ oder $2rh = \frac{4}{9} H^2 + h^2$. Da ferner $H^2 = \frac{3}{4} l^2$, so kommt obiger Ausdruck.

Man mißt l am einfachsten durch Abdrücken der Sphärometerspitzen auf Papier. Unterscheiden die drei Seiten sich ein wenig, so darf man den Mittelwert einsetzen.

Neuere Sphärometer haben anstatt der Meßschraube einen Maßstab, an welchem die Verschiebungen der Spitze abgelesen

werden; außerdem anstatt der drei Basisspitzen einen Kreis mit scharfer Kante vom Radius R. Dann ist $r = \frac{1}{2}(R^2/h + h)$.

Bamberg, ZS f. Instr. 1887, 297; Abbe, ebd. 1892, 307.

Im Handel sind für optische Zwecke bequeme Sphärometer mit Zeigerübertragung, die, auf die Fläche aufgedrückt, r oder häufiger wohl $1/r$ ablesen lassen. Auf ihre Richtigkeit müssen sie geprüft werden. An einer beiderseitig gleich gekrümmten Linse (Brillenglas) aus gewöhnlichem Glase vom B.-V. 1,5 stellt $1/r$ die Stärke (reziproke Brennweite) in Dioptrien dar; vgl. 67 im Eingang.

II. Durch Spiegelung.

Eine spiegelnde Kugelfläche entwirft von einem leuchtenden Punkte ein Bild, entweder ein virtuelles aufrechtes (hinten), oder ein reelles verkehrtes (vorn), letzteres aber nur in dem Falle, daß der Punkt außerhalb der Brennweite eines konkaven Spiegels liegt. Die Brennweite ist $f = \frac{1}{2}r$. Bedeutet A den Abstand des leuchtenden Punktes vom Spiegel, so ist die Bildweite a gegeben durch die Beziehung $1/A + 1/a = 1/f$, also $= 2/r$; den Abstand eines virtuellen Bildes oder die Brennweite eines Konkavspiegels hat man hier negativ zu rechnen. Die Bildgröße λ verhält sich zur Gegenstandsgröße L $\lambda : L = a : A$. — Vgl. auch 67.

1. **Mit Fernrohr und Maßstab** (R. Kohlrausch 1840). Die Methode ist anwendbar auf spiegelnde, nicht zu schwach gekrümmte Flächen auch von geringer Größe, z. B. auf die Hornhaut des Auges. Zwei schmale Lichter vom gegenseitigen Abstande L seien in größerer Entfernung A vor dem Mittelpunkt der aufrecht stehenden Fläche angebracht und mitten zwischen ihnen das Objektiv eines Fernrohrs, welches auf die Fläche eingestellt wird. Dicht vor der Fläche, parallel mit der Verbindungslinie der Lichter wird ein kleiner, am besten auf Glas geteilter Maßstab befestigt. Die Lichter geben zwei in der Fläche reflektierte Bilder, deren Abstand l auf dem kleinen Maßstabe mit dem Fernrohr beobachtet wird. Dann gilt

bei einer konkaven bei einer konvexen Fläche

$$r = \frac{2Al}{L + 2l}, \qquad r = \frac{2Al}{L - 2l}.$$

R. Kohlrausch, Okens Isis 1840, S. 886.

Beweis für eine konkave Fläche (Fig. 129). L stellt hier die Gegenstandsgröße dar, die Bildgröße sei λ. Das objektive Bild liege um a vor der Kugelfläche, dann gilt $\lambda : L = a : A$. Aus $1/A + 1/a = 2/r$ (s. oben) ergibt sich nun $a = rA/(2A - r)$; setzt man dies ein, so kommt $\lambda = Lr/(2A - r)$. Das gemessene

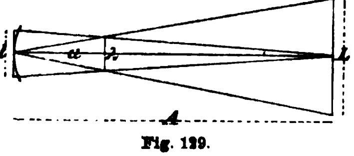


Fig. 129.

l ist aber die Projektion von λ auf den Maßstab, also $l = \lambda A/(A-a)$ oder, wenn a und λ durch die obigen Werte ersetzt werden, $l = \frac{1}{4} Lr/(A-r)$, woraus $r = 2Al/(L+2l)$. — Bei einer Konvexfläche liegen Krümmungsmittelpunkt und Bild hinten; im Beweise ändern sich nur einige Vorzeichen.

Je schwächer die Krümmung ist, desto weiter muß das Fernrohr abstehen, weil sonst die Flammenbilder nicht gleichzeitig mit dem Maßstab genügend deutlich erscheinen. Nützlich wirkt diesbezüglich eine **Blende** vor dem Objektiv.

Gibt man dem Fernrohrobjektiv eine Entfernung A', während diejenige der Lichter $= A$ bleibt, so ist in den Endformeln anstatt $2l$ im Nenner zu setzen $l \cdot (A + A')/A'$.

Vor einer **konkaven** Fläche kann man den Maßstab auch, anstatt dicht vor den Spiegel, an den Ort der Bilder bringen, d. h. dahin, wo er keine Parallaxe gegen die Bilder zeigt. Dann mißt man also λ selbst und hat, wenn das Objektiv zwischen den Lichtern liegt (vgl. den obigen Beweis), zu rechnen $r = 2A\lambda/(L \pm \lambda)$.

2. Mit dem Helmholtzschen Ophthalmometer (22a). Dieses mißt ebenfalls λ selbst, und man hat $r = 2A\lambda/(L \pm \lambda)$.

3. Mit dem Theodoliten (30a); auch auf schwächer gekrümmte Flächen anwendbar. A' und A mögen bedeuten die Entfernungen der Drehachse sowie des Mittelpunktes der beiden Lichter von der Fläche. φ sei der Gesichtswinkel zwischen den beiden Bildern. Dann gilt für konkav $\operatorname{tg} \frac{1}{2}\varphi = \frac{1}{2}\lambda/(A'-a)$. Drückt man hierin λ und a durch L, A und r aus (vgl. vor. S.), so findet man $r = \dfrac{4AA'}{L \operatorname{ctg} \frac{1}{2}\varphi + 2(A+A')}$. Für konvex -2 statt $+2$.

Als Lichter sind Benzinflämmchen zweckmäßig. Auch die Ränder eines Fensters kann man gebrauchen.

An Linsen entstehen auch Bilder von der Hinterfläche. Bei Bikonkav- oder Bikonvexlinsen sieht man an der aufrechten oder verkehrten Lage der Bilder, welche die richtigen sind. Durch Schwärzen der Hinterfläche fallen die falschen Bilder fort.

III. Aus der Brennweite.

Mit geringen Abänderungen läßt sich nach 67, 1, 3 oder 5 die Brennweite eines Konkav-, nach 67, 11 die eines Konvexspiegels ermitteln, deren Doppeltes den Krümmungshalbmesser ergibt.

IV. Schwach gekrümmte Flächen.

Ein Fernrohr wird so eingestellt, daß ein Gegenstand (etwa eine Teilung), der sich im Abstande A vor dem Objektiv befindet, deutlich erscheint. Mit dem so eingestellten Fernrohr werde in

dem zu untersuchenden Spiegel ein Objekt deutlich gesehen, wenn sein Abstand vom Spiegel $= a$, derjenige des Objektivs vom Spiegel $= e$ (etwa $= \frac{1}{2} A$) ist. Dann findet man den Krümmungshalbmesser

$$r = 2a \frac{A - e}{A - e - a}.$$

Positives r bedeutet Hohlspiegel, negatives r Konvexspiegel.

Zur Erkennung des Deutlichsehens dient die Abwesenheit der Parallaxe des Bildes gegen das Fadenkreuz des Fernrohrs.

Vgl. auch die Methode 65 V mit Newtonschen Ringen.

V. Prüfung von Planflächen.

a) Mit dem beleuchteten Fadenkreuz eines Fernrohrs; vgl. S. 281.

b) Man ziehe ein Fernrohr so aus, daß das Bild eines sehr entfernten Gegenstandes keine Parallaxe gegen das Fadenkreuz zeigt; man halte die Fläche nahe vor das Objektiv und betrachte in ihr das Spiegelbild eines ebenso entfernten Gegenstandes. Dieses darf dann ebenfalls keine Parallaxe zeigen. Ein im Akkommodieren auf große Entfernung geübtes Auge kann auch unbewaffnet in ähnlicher Weise ziemlich scharf prüfen.

c) Einen kleinen Planspiegel prüft man am einfachsten, indem man mit ihm ein Spiegelbild der Sonne auf eine ferne Wand wirft. Das Bild muß rund sein und den scheinbaren Durchmesser der Sonne zeigen. Die Prüfung ist sehr empfindlich. Gibt eine Platte zwei solche Kreisbilder, so sind die Oberflächen wohl eben, aber nicht parallel. Solche Platten sind als Deckgläser oder vorn versilberte Spiegel ohne weiteres verwendbar; hinten spiegelnde richte man für Skalenablesungen so, daß ihre Prismenkante senkrecht auf den Teilstrichen steht.

Prüfung durch Lichtinterferenz. d) Eine anderweitig als plan bekannte Fläche wird mit der zu prüfenden in Berührung gebracht. Die dann durch Beleuchtung mit Natriumlicht auftretenden Streifen müssen geradlinig und parallel verlaufen.

e) Prüfung einer planparallelen Platte in sich. Das empfindlichste Kennzeichen des Parallelismus liefern die durch Reflexion homogenen Lichtes an der Vorder- und Hinterfläche auftretenden Interferenzkurven (Newtonsche Streifen und Haidingersche Ringe; S. 314 u. 311).

An sehr gut planparallelen Platten treten auch bei großer Dicke, bei Akkommodation auf große Entfernung, vermöge der verschiedenen Neigung der die Platte durchsetzenden Strahlen, Ringe auf (Haidinger), die den Fußpunkt des vom Auge auf die Platte gefällten Lotes zum Mittelpunkt haben. Fehler der Platte machen sich durch Abweichung der Kurven von der Kreisform bemerklich oder auch dadurch, daß bei Parallelverschiebung der Platte im Zentrum des Systems ein Wechsel von hell und dunkel eintritt, so oft die Plattendicke sich um $\frac{1}{4}$ Wellenlänge des Lichtes in der Platte (d. h. um $\frac{1}{4}\lambda/n$) ändert. Vgl. 65 IV.

Siehe über die Theorie dieser Kurven und ihre Verwendung zum Prüfen Lummer, Wied. Ann. 23, 49. 1884; auch in Müller-Pouillet, Physik, 10. Aufl. II 1, 751. 1907; W. Feußner in Winkelm. Hdb. (2) VI, 984. 1906; Festschrift d. Wetterau. Ges., S. 58. 1908. Über einen Abbeschen Prüfungsapparat Czapski, ZS f. Instr. 1885, 149. Ferner über Messungen bis auf 10^{-6} mm Schönrock, ebd. 1905, 148; 1906, 188; 1907, 191; 1908, 180; 1909, 188.

67. Brennweite.

Brennpunkt F einer Linse (oder allgemein eines brechenden oder reflektierenden Systems von Flächen, durch welches „homozentrisches", d. h. von einem Punkte ausgegangenes Licht wieder in einen Punkt vereinigt wird) ist der Punkt, in welchem Strahlen, die zur Achse des Systems parallel einfallen, sich nach dem Durchgang (oder der Reflexion) schneiden.

Der Abstand eines Brennpunktes von der Linse, streng genommen von der zugehörigen Hauptebene der Linse (s. S. 322), ist ihre Brennweite. Diese ist, wenn, wie wir annehmen, die Strahlen in dasselbe Mittel austreten, aus dem sie eingefallen sind, auf beiden Seiten gleich groß. — Bei Zerstreuungslinsen gibt man der Br.-W. das negative Vorzeichen. — Nummer einer Brille nennt man ihre Br.-W., in der Regel in Pariser Zoll ausgedrückt. — Eine Linse hat zwei Brennpunkte, aber nur eine Brennweite.

Die Stärke einer Linse wird durch die reziproke Br.-W. bestimmt; von einer Linse oder einer Linsenkombination, welche die Br.-W. f Meter besitzt, sagt man, sie habe eine Stärke von $1/f$ Dioptrien. Die Stärke eines Systems von hintereinander gesetzten Linsen ist gleich der Summe (Vorzeichen!) der einzelnen Stärken, wenn die Dicke des Systems klein ist gegen die Brennweiten. — Zwei dicht hintereinander gesetzte Linsen von den Br.-W. f_1 und f_2 haben somit zusammen die Br.-W. $f_1 f_2/(f_1 + f_2)$.

Aus den beiden Krümmungshalbmessern r und r' und dem Brechungsverhältnis n einer Linse erhält man ihre Br.-W. f oder ihre Stärke $1/f$

$$f = \frac{1}{n-1} \frac{r r'}{r + r'}; \qquad \frac{1}{f} = (n-1)\left(\frac{1}{r} + \frac{1}{r'}\right).$$

Gewöhnliches Glas hat nahe $n = 1{,}5$, dann ist also nahe $\frac{1}{f} = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{r} + \frac{1}{r'}\right)$, d. h. die reziproke Br.-W. ist gleich dem Mittel aus den reziproken Krümmungsradien; sind beide $= r$, so wird $f = r$.

Ist eine Linsenfläche konkav, so wird ihr Krümmungshalbmesser mit negativem Vorzeichen eingesetzt.

Von einem leuchtenden Gegenstande AA' entwirft die Linse ein Bild BB': die Sammellinse, wenn er außerhalb der

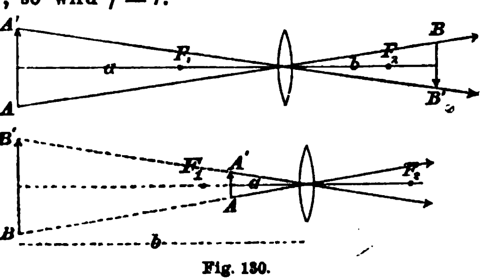


Fig. 130.

Brennweite liegt (obere Fig. 180), ein reelles verkehrtes, wenn innerhalb (untere Fig. 180), ein virtuelles aufrechtes und vergrößertes. — Eine Zerstreuungslinse gibt nur virtuelle aufrechte, verkleinerte Bilder.

Gegenstandsweite a und Bildweite b sind miteinander und mit der Brennweite f durch die Beziehung verbunden:

$$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{1}{f}; \quad \text{also} \quad b=\frac{af}{a-f}. \qquad 1.$$

Die Bildgröße BB' verhält sich zur Gegenstandsgröße AA' stets wie die Bildweite zur Gegenstandsweite [1]):

$$BB' : AA' = b : a. \qquad 2.$$

Die Abstände mit Größen virtueller Bilder sowie Brennweiten von Zerstreuungslinsen setzt man mit negativen Vorzeichen ein.

(Andere übersichtliche Beziehungen entstehen, wenn man jeden der beiden Abstände von dem zugehörigen Brennpunkte aus rechnet; er möge dann für den Gegenstand p, für dessen Bild q heißen, so daß $a=p+f$, $b=q+f$ ist. Diese Werte in Gl. 1 u. 2 eingesetzt erhält man leicht $pq=f^2$ und $BB' : AA' = q : f$ oder $f : p$.)

Unberücksichtigt bleiben im folgenden die sog. Aberrationen der Linsen. Die „chromatische Abweichung" entsteht durch die Abhängigkeit der Brennweite vom Brechungsverhältnis. Sie äußert sich bei weißem Licht in dem Auftreten einer Reihe von Brennpunkten für die verschiedenen Farben bzw. in farbigen Säumen um die Bilder. Die „sphärische Abweichung" wird dadurch bedingt, daß an Linsen, deren Durchmesser nicht sehr klein gegen die Brennweite ist, die äußeren Zonen eine merklich kleinere Brennweite haben als die inneren. Auch bildet sich, sobald Strahlen nicht sehr flach gegen die Achse verlaufen, im allgemeinen ein Gegenstand verzerrt, ein ebener Gegenstand gewölbt ab.

Gerade diese Eigenschaften kommen bei der Untersuchung von Linsen zu feineren Zwecken in Betracht, besonders bei Objektiven für Fernrohre, Mikroskope und für Photographie. — Angaben über den Gegenstand und seine umfangreiche Literatur (besonders von Abbe) in den physikalischen und optischen Lehrbüchern. — Neue Meßmethoden für große und kleine Objektive mit Benutzung photographischer Aufnahmen vor und hinter dem Brennpunkt sowie außerhalb der Achse, Untersuchung der einzelnen Zonen usw. bei J. Hartmann, ZS f. Instr. 1904, 1, 33 u. 97.

Zentrierung. Es ist wichtig, daß die Linsenachse (Verbindungslinie der Krümmungsmittelpunkte) in die Richtung vom Objekt nach dem Bilde gebracht wird, weil andernfalls der Bildabstand zu klein ausfällt. Die Achsenrichtung findet man z. B. dadurch,

---

1) Das stark vergrößerte virtuelle Bild, welches ein dem Br.-P. einer Sammellinse nahe liegendes Objekt (Teilung eines Thermometers, einer Wage) auch dem entfernten Auge groß erscheinen läßt, kann oft nützlich verwertet werden.

daß man eine kleine Flamme aus geeignetem Abstande in der Linse spiegeln läßt: damit die Flamme in der Achse liegt, müssen ihre beiden, in der Vorder- und Rückfläche gesehenen Spiegelbilder bei jeder Augenstellung in der durch Auge, Flamme und Linsenmittelpunkt gehenden Ebene liegen.

Brennweite einer Sammellinse.

1. Mit der Sonne. Man erzeugt mit der Linse ein Sonnenbild auf einem Stückchen Glas und stellt letzteres so, daß das Bild scharf begrenzt ist; der Abstand gibt die Br.-W.

2. Mit dem Fernrohr. Ein von einem Stativ gehaltenes Fernrohr wird auf Deutlichsehen eines sehr entfernten Gegenstandes eingestellt; hat es ein Fadenkreuz, so verfährt man hierbei nach **60, 2.** Man visiert darauf mit dem Fernrohr durch die vor sein Objektiv gebrachte Linse nach einem ebenen Objekt (z. B. Kartenblatt mit Schrift) und stellt dieses so ein, daß es deutlich erscheint (keine Parallaxe gegen das Fadenkreuz zeigt). Dann befindet es sich in der Brennebene der Linse.

Mit fernsichtigen Augen kann man die Bestimmung genähert ohne Fernrohr ausführen. Man zwingt sich, auf große Entfernungen zu akkommodieren dadurch, daß man mit dem einen Auge an der Linse vorüber nach einem fernen Gegenstande sieht, und blickt mit dem anderen durch die Linse nach einem verschiebbaren Gegenstande (Bleistiftspitze). Erscheint der Gegenstand deutlich, so ist sein Abstand von der Linse die Br.-W.

3. Aus Gegenstands- und Bildweite. Im Abstande a von der Linse stellt man ein Licht auf, oder besser einen Blechschirm mit einem Loch und einem Drahtkreuz darin vor einer Flamme, auf der anderen Seite der Linse einen weißen Schirm in einem solchen Abstand b, daß ein deutliches Bild des Lichtes oder des Kreuzes entsteht (obere Fig. 130, S. 319). Über Zentrierung des Lichtes siehe oben. Wenn f die Br.-W., so ist

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b} \quad \text{oder} \quad f = \frac{ab}{a+b}.$$

Der Bildabstand einer entfernten Flamme oder Fensterstange gibt, unter Vernachlässigung von $1/a$, für eine stärkere Linse nahe die Br.-W.

Sind die Abstände des Objekts und des Bildes gleich, so gibt ihre Hälfte die Br.-W. Eine dünne Linse kann man z. B. dicht vor einen Spiegel bringen und einen Schirm mit erleuchteter kleiner Öffnung so stellen, daß dicht neben dieser ihr reflektiertes Bild auf dem Schirm deutlich erscheint.

Subjektive Beobachtung. In der Linsenachse wird eine Nadelspitze befestigt; auf den Ort ihres Bildes stellt man eine zweite Spitze ein, die Koinzidenz aus der Parallaxe beurteilend.

4. Durch Verschiebung (Bessel). Befindet sich ein Gegenstand in einem konstanten, die vierfache Br.-W. übersteigenden Abstande l von einem Schirm, so gibt es zwei Zwischenstellungen, in denen die Linse ein deutliches Bild entwirft (Fig. 131). Die Verschiebung zwischen beiden Stellungen, die sich genauer messen läßt als Abstände von der Linse, betrage die Länge e. Dann ist die Br.-W. der Linse

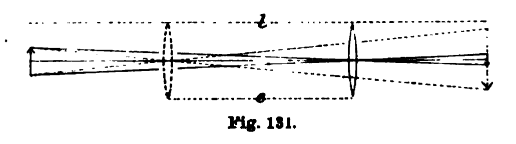


Fig. 131.

$$f = \frac{1}{4}(l - e^2/l).$$

Als Gegenstand kann ein Fadenkreuz dienen und anstatt des Schirmes ein eben solches mit Lupe, wobei das Zusammenfallen von Objekt und Bild aus der Parallaxe beurteilt wird.

Beweis. Die Abstände des Objektes und des Bildes von der Linse sind bei diesen Versuchen offenbar $\frac{1}{2}(l+e)$ und $\frac{1}{2}(l-e)$. Hieraus folgt $1/f = 2/(l+e) + 2/(l-e) = 4l/(l^2 - e^2)$.

5. Aus der Gleichheit von Objekt und Bild. Sind Bild und Gegenstand gleich groß, so ist ihr gegenseitiger Abstand gleich der vierfachen Br.-W.

Hauptpunkte. Kann man nicht, wie bis hierher angenommen wurde, die Dicke einer Linse oder eines Systems gegen die Brennweite und die Bildweiten vernachlässigen, so sind alle Abstände von zwei Ebenen aus zu rechnen, die man die Hauptebenen nennt. Ihre Schnittpunkte H_1 und H_2 mit der Achse heißen die Hauptpunkte. Wir setzen voraus, daß das Eintritts- und das Austritts-Mittel dasselbe ist; dann liegen die Hauptpunkte stets zu den beiden Brennpunkten F_1 und F_2 symmetrisch. In der Fig. 132 gehört H_1 zu F_1, H_2 zu F_2. Der Abstand H_1F_1 oder H_2F_2 stellt die Brennweite f vor. Die Konstruktion von Hauptpunkten s. unten.

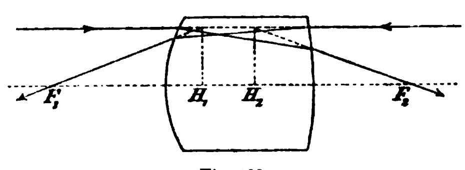


Fig. 132.

In Glaslinsen (genau für $n = 1{,}5$) von nicht zu großer Dicke ist H_1H_2 gleich $\frac{1}{3}$ der Dicke. Bei beiderseitig gleicher Krümmung teilen also die Hauptpunkte die Linsendicke d in drei gleiche Teile. — Eine plankonvexe oder plankonkave Linse hat ihren einen Hauptpunkt in der gekrümmten Fläche, der andere liegt von da um $\frac{1}{3}d$ nach innen.

Es gelten u. a. die Sätze:

1. Ein parallel der Achse (z. B. links) einfallender Strahl geht nachher durch F_2 so, wie wenn er geradlinig vom Schnittpunkte des einfallenden Strahles mit der H.-Ebene H_2 käme. Die Hauptpunkte lassen sich hiernach konstruieren; vgl. Fig. 132.

2. Ein von links in der Richtung nach dem H.-P. H_1 einfallender Strahl geht nach dem Durchtritt durch die Linse parallel zu sich selbst weiter, wie wenn er geradlinig vom Punkte H_2 käme, und umgekehrt.

In diesem Sinne nennt man die Hauptpunkte auch Knotenpunkte (Listing). Solche Punkte K_1 K_2 von der Eigenschaft, daß ein in der Richtung nach K_1 einfallender Strahl in der durch K_2 gezogenen parallelen Richtung austritt, hat jedes System; sie sind mit den Hauptpunkten identisch, wenn Eintritts- und Austrittsmittel gleich sind. In jedem Falle sind die Abstände $H_1 K_1$ und $H_2 K_2$ gleich.

Linsensysteme. Auch hier bestehen immer zwei Brenn- und zwei Hauptpunkte, die nun aber beliebig innerhalb oder außerhalb verteilt sein können, freilich stets mit der Maßgabe, daß sie symmetrisch zueinander liegen, so daß eine einzige Brennweite $H_1 F_1 = H_2 F_2$ resultiert.

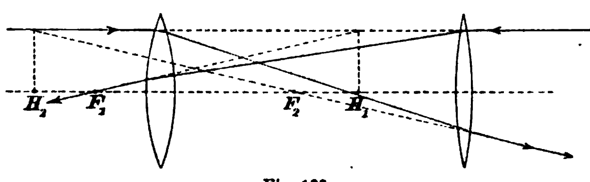


Fig. 133.

Das Beispiel der Fig. 133 stellt eine dem Campanischen Okular ähnliche Verbindung zweier verschiedener Sammellinsen vor. — Die Fig. 134 gibt die Verbindung einer Sammellinse mit einer gleich starken Zerstreuungslinse in kleinerem gegenseitigen Abstande als die Br.-W. Hier liegen alle vier Kardinalpunkte außerhalb; Variieren des Linsenabstandes gestattet, ihre Orte und die Br.-W. zu ändern. Diese Anordnung ist die Grundlage für das

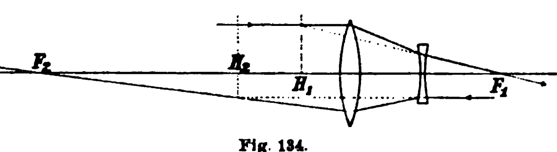


Fig. 134.

Teleobjektiv (Taylor 1878), dessen Eigentümlichkeit und praktische Bedeutung darin besteht, daß, vermöge des Hinausrückens von H_1 nach links, trotz großer Br.-W. der Br.-P. F_1 dem System nahe liegt, was u. a. Fernrohre und photogr. Kammern kürzer zu bauen gestattet. Vgl. Rudolph, Gebr.-Anw. f. Teleobj. Jena 1896; auch z. B. Wien u. Zenneck, Phys. ZS 1907, 30, über Spektralaufnahmen mit T.-O.

Die folgenden Methoden geben die richtigen Brennweiten von Linsen oder Systemen, ohne daß man die Lage der Hauptpunkte zu kennen braucht.

6. Aus der Größe stark vergrößerter oder verkleinerter Bilder. a) Man stelle um ein weniges außerhalb des Brennpunktes einen hell beleuchteten Maßstab auf, am besten von Glas mit durchfallendem Licht, und gegenüber einen weißen Schirm in einem solchen Abstande A von der Linse, daß auf ihm das stark vergrößerte Bild der Teilung deutlich erscheint. Ist l die Länge eines Skalenteiles, L die Länge seines Bildes, so gilt

$$f = A \frac{l}{L + l}.$$

b) Oder man stellt umgekehrt in größerer Entfernung von der Linse einen scharf begrenzten Gegenstand auf und mißt sein stark verkleinertes Bild. Hierzu dient ein Glasmikrometer mit Lupe, welches so gestellt wird, daß Mikrometerteilung und Bild deutlich (ohne Parallaxe) gesehen werden. In obiger Formel bedeuten jetzt l und L die Längen von Bild und Gegenstand, A des letzteren Abstand von der Linse.

Beweis. Die Abstände A und a des Bildes und des Gegenstandes von den zugehörigen Hauptebenen der Linse hängen durch die Formel $1/A + 1/a = 1/f$ zusammen. Die Größen beider verhalten sich $L : l = A : a$. Durch Einsetzen von $1/a = L/(Al)$ in die erste Gleichung entsteht obiger Ausdruck. Da A gegen die Dicke der Linse groß ist, so kann man anstatt des Abstandes von der Hauptebene merklich den gemessenen Abstand von der Linse setzen.

7. Verfahren von Meyerstein.

a) Linsen größerer Brennweite. Man fixiere auf einer Holzschiene zwei in mm geteilte kleine Glasskalen, die Teilungen einander zugewandt, in einer gegenseitigen Entfernung e, die merklich größer ist als die vierfache Brennweite. Man verschiebe die Linse zwischen den Skalen, bis das (verkleinerte) Bild der ersten gegen die zweite keine Parallaxe zeigt, und bestimme mit einer Lupe das Größenverhältnis Bild : Objekt $= v$; zugleich messe man den Abstand l_1 eines mit der Linse fest verbundenen Punktes — z. B. am Rande der Fassung — von dem Objekte. Nach Umkehrung der Linse wiederhole man die Operationen (aus den beiden v, die sich nur durch Versuchsfehler unterscheiden, wird das Mittel genommen). Der Abstand des mit der Linse fest verbundenen Punktes vom Objekt sei nun l_2, so ist

$$f = \frac{l_1 + l_2 - e}{1/v - v}.$$

Beweis. Vom Mittelpunkt beider Hauptpunkte (S. 322) hat das Objekt den Abstand $A = \frac{1}{2}(l_1 + l_2)$, das Bild also $B = e - \frac{1}{2}(l_1 + l_2)$. Sind a und b die Abstände des Objekts und des Bildes von den Hauptpunkten selbst, so ist offenbar $a - b = A - B = l_1 + l_2 - e$. Nun gilt $v = b/a$, also

$1/v - v = a/b - b/a$, wofür man schreiben kann $(a-b)(1/a + 1/b)$ oder $(l_1 + l_2 - e)/f$.

b) Bei Fernrohr- und Mikroskop-Okularen sowie bei Mikroskop-Objektiven ist das Bild zu klein, um wie oben gemessen zu werden; zudem liegt es oft im Innern des Systems.

Man benutzt daher mit Vorteil ein horizontal gelagertes Mikroskop von langer Sehweite mit Okularmikrometer und als Objekt, in etwa $1/2$ m Entfernung, rechteckige Klötze geeigneter Größe oder farbige Papierscheiben auf weißem Hintergrund. v folgt sofort aus der Breite des Objektes, der Größe des Bildes und dem Werte eines Skalenteiles. l_1 und l_2 lassen sich leicht direkt abmessen. Um auch e zu erhalten, bringe man nach Entfernung der Linse eine Nadelspitze in die deutliche Sehweite des Mikroskopes und messe ihre Entfernung vom Objekt.

Vgl. Meyerstein, Wied. Ann. 1, 315. 1877.

8. Verfahren von Abbe.

Man bestimme für eine Lage des Objektes die Vergrößerung v (Bildgröße/Objektgröße), verschiebe das Objekt um eine gemessene Strecke Δ und finde nun die Vergrößerung v'. Dann ist

$$f = \frac{\Delta}{1/v' - 1/v}.$$

Denn aus $v = b/a$ und $1/f = 1/a + 1/b$ folgt $a = f(1 + 1/v)$. Ebenso $a + \Delta = f(1 + 1/v')$. Also ist $\Delta = f(1/v' - 1/v)$.

Die Hilfsmittel sind die gleichen wie unter 7. Die Methode besitzt den Vorteil, daß die Bestimmung des Bildortes wegfällt.

Über Abbes Fokometer vgl. Czapski, ZS f. Instr. 1892, 185; Müller-Pfaundler, 10. Aufl., Bd. II 1 (Lummer) S. 564.

9. **Lagenbestimmung des Brennpunkts eines starken Linsensystems.** Die Aufgabe liegt besonders an Okularen oder Mikroskopobjektiven vor. Wir wollen den Abstand der Brennebene von dem Rande der Fassung messen (vgl. 68 III 2). Man klebt auf das Ende der Fassung eine Glasplatte mit einer Zeichnung, Teilung oder dgl., die Zeichnung nach innen, und legt das Ganze zwischen einerseits einen gut sichtbaren Gegenstand (Fensterrahmen, Flamme), dessen Abstand gegen die Brennweite als unendlich groß angesehen werden darf, und andrerseits ein horizontales, meßbar verschiebbares Mikroskop von mäßiger Vergrößerung, die Glasplatte dem letzteren zugekehrt. Die Verschiebung des Mikroskops zwischen dem Deutlichsehen der Zeichnung auf der Glasplatte und des durch das System entworfenen Bildchens des Objekts, etwa nach dem Ausbleiben der Parallaxe gegen ein Fadenkreuz des Mikroskops beurteilt, gibt direkt die gesuchte Größe (Dorn).

Zerstreuungslinsen.

10. Diese geben kein objektives Bild. Man verbindet sie mit einer stärkeren Sammellinse von bekannter Br.-W. F' und mißt nun die gemeinschaftliche Br.-W. F beider zusammen nach einer

der vorhin angegebenen Methoden. Dann findet sich die negative Br.-W. f der Konkavlinse allein aus

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{F} - \frac{1}{F'}; \quad f = \frac{FF'}{F' - F}.$$

11. Man mißt die Größe des Zerstreuungsbildes, welches die Linse von der Sonne auf einem Schirm in gegebenem Abstande A entwirft. Bedeutet d den Durchmesser der Linsenöffnung, D den Durchmesser des Zerstreuungsbildes, so ist

$$f = \frac{Ad}{d - D + 0{,}0094\,A};$$

0,0094 ist die doppelte Tangente des scheinbaren Halbmessers der Sonne. Bei schärferen, nicht zu kleinen Linsen kann man 0,0094A vernachlässigen und hat die einfache Regel: derjenige Abstand des Schirmes, bei welchem das Zerstreuungsbild den doppelten Durchmesser der Linse hat, gibt die Br.-W.

12. **Sehr große Brennweiten.** (Vgl. 66 IV.) a) Ein Fernrohr sei auf einen vom Objektiv um A abstehenden Gegenstand deutlich (ohne Fadenkreuzparallaxe) eingestellt. Man bringt die Linse dicht vor das Objektiv und sucht den jetzigen Abstand A' deutlichen Sehens. Dann ist $f = AA'/(A - A')$. Negatives f bezeichnet eine Zerstreuungslinse.

b) Ein Fernrohr von der bekannten Objektivbrennweite F sei auf ∞ eingestellt, z. B. auf den, ebenfalls auf ∞ eingestellten Kollimatorspalt eines Spektrometers (60, 2 oder 4a sowie 3). Nachdem die Linse dem Objektiv dicht vorgesetzt worden ist, müsse zum Wiedereinstellen auf ∞ das Okular um l eingeschoben werden. Dann ist

$$f = F(F - l)/l.$$

Denn man hat $F - l = Ff/(F + f)$; vgl. S. 319.

13. **Astigmatische Linsen.** Diese haben zwei Hauptbrennweiten für die beiden aufeinander senkrechten Hauptkrümmungen. Man erkennt jedes „Bild" eines leuchtenden Punktes daran, daß die Abbildung sich zu einer Geraden zusammenzieht, deren Richtung zugleich die eine Hauptkrümmungsrichtung gibt. — Schief gehalten wirkt eine sphärische Linse wie eine astigmatische, deren eine Br.-W. kürzer ist als die der Linse.

68. Vergrößerungszahl usw. eines optischen Instrumentes.

I. Lupe.

V.-Z. nennt man hier das Verhältnis der Winkel, unter denen derselbe Gegenstand unter der Lupe und bei unbewaffnetem Auge in der kleinsten deutlichen Sehweite erscheint.

Die V.-Z. m wird aus der Brennweite und der kleinsten deutlichen Sehweite A des unbewaffneten Auges berechnet:

$$m = 1 + A/f.$$

Man pflegt als einen Mittelwert $A = 25$ cm einzusetzen.

Beweis. Wird ein kleiner Gegenstand von der Länge l in einem Abstande a unter die Lupe gelegt, so daß sein (virtuelles) Bild im Abstande A erscheint, so ist $1/a = 1/A + 1/f$. Das Bild habe die Länge L, so ist die Vergrößerung $L/l = A/a = 1 + A/f$. Vgl. S. 320.

II. Fernrohr.

Vergrößerung heißt das Verhältnis des Winkels, unter welchem ein ferner Gegenstand im Fernrohre erscheint, zu dem Winkel, unter welchem er mit bloßem Auge gesehen wird.

1. Allgemein anwendbar ist folgendes Verfahren. Das Fernrohr wird in einem gegen die eigene Länge großen Abstande vor einem Maßstabe (Papierskale, Ziegeldach, Tapetenmuster) aufgestellt, auf welchem zwei Punkte hinreichend markiert sind, um mit bloßem Auge gesehen zu werden. Das eine Auge sieht durch das Fernrohr, das andere neben diesem vorbei, so daß die mit beiden Augen gesehenen Bilder sich decken. Wenn die direkt gesehene Länge zwischen den Marken N Teile beträgt und n Teile des im Fernrohr gesehenen Maßstabes deckt, so ist die V.-Z.

$$m = N/n.$$

Man zieht dabei das Fernrohr so aus, daß die beiden Bilder sich bei einer Bewegung der Augen tunlichst wenig gegeneinander verschieben. — Kurzsichtige Augen müssen natürlich mit der Brille bewaffnet sein.

2. Innerhalb kürzerer Abstände verfährt man so (v. Waltenhofen): Man stellt das Fernrohr auf große Entfernung ein, befestigt dann vor seinem Objektiv eine ganz schwache dünne Konvexlinse (Brillenglas von etwa 2 m Brennweite) und stellt das so vorgerichtete Fernrohr vor einem Maßstabe derart auf, daß dessen Teile deutlich erscheinen. Man beobachtet wie unter Nr. 1 mit beiden

Augen. Decken n im Fernrohr gesehene Teile N mit bloßem Auge gesehene Teile und ist der Abstand des Maßstabes vom Objektiv $= a$, vom Auge $= A$, so beträgt die Vergrößerung

$$(N/n)\cdot(a/A).$$

3. Nur für Fernrohre mit konvexem Okular. Nach Einstellung auf Unendlich ersetzt man das Objektiv durch eine rechteckige Blende. Durch die übrigen Linsen wird dann ein objektives Bild der Blende entworfen, dessen Größe auf einem Glasmaßstäbchen mit der Lupe gemessen wird und in die wirkliche Größe dividiert die Vergrößerung gibt. — Die Objektivöffnung selbst kann als Blende dienen, wenn ihre Randstrahlen nicht durch Diaphragmen abgehalten werden, was häufig der Fall ist. Die eckige Gestalt sichert vor Täuschungen.

Beweis für das Keplersche Fernrohr. Bei der Einstellung auf Unendlich ist der Abstand des Objektivs vom Okular gleich der Summe der Brennweiten $F+f$. Die Blende gibt demnach ein Bild im Abstande $b = (F+f)f/F$ vor dem Okular (S. 320, Gl. 1). Also ist $L/l = (F+f)/b = F/f$. F/f aber gibt bekanntlich die Vergrößerung.

4. Genaueres Verfahren (Gauſs). Ein auf ∞ eingestelltes Fernrohr ergibt bei umgekehrtem Strahlengange eine Verkleinerung gleich der Vergrößerung bei normalem Gange. Man mißt mit einem Theodolit die Winkelgröße eines sehr entfernten Objektes: erstens direkt, zweitens durch das verkehrt gestellte Fernrohr hindurch. Der Quotient der beiden Winkel ergibt die astronomische Vergrößerung.

In beschränktem Raume verfährt man so. Dem Okular gegenüber bringe man in wenigstens 1 m Entfernung einen horizontalen Stab mit zwei (besser mehreren) zur Mitte symmetrischen Marken an; deren gegenseitiger Abstand sei $= a$. In dem vor das Objektiv gesetzten Theodolit mögen diese Marken unter dem Winkel ω erscheinen. Der zugehörige Eintrittswinkel φ ergibt sich daraus, daß die Strahlen von den Marken durch die Okularblende des Fernrohrs (genauer den Okularkreis) gehen müssen. Ist A der Abstand des Stabes von der letzteren, so hat man $\operatorname{tg}\frac{1}{2}\varphi = \frac{1}{2}a/A$ und die Fernrohrvergrößerung $= \varphi/\omega$. — Statt eines Theodoliten kann ein Spektrometerfernrohr dienen; genauer noch ein mikrometrisch bewegliches Ablesefernrohr mit aufgeklebtem Spiegel, auf den man ein Hilfsfernrohr mit Skale richtet.

5. Aus den Brennweiten und Abständen der Gläser läßt sich die Vergrößerung berechnen. Z. B. ist sie für das Keplersche und das Galileische Fernrohr gleich dem Verhältnis der Objektiv-

zur Okularbrennweite. Bei der Br.-W.-Bestimmung zusammengesetzter Okulare werden meistens die Methoden 67, 7 b oder 8 zur Anwendung kommen müssen.

Größe des Gesichtsfeldes; Gesichtswinkel. Wenn zwei am Rande des Gesichtsfeldes einander gegenüber erscheinende Punkte (z. B. Teilstriche eines Maßstabes) die Abstände a vom Fernrohrobjektiv und l voneinander haben, so beträgt das Gesichtsfeld in Bogengraden $57{,}3\, l/a$. Verfügt man nur über eine kleine Entfernung, so setzt man, wie bei 2., dem auf ∞ eingestellten Fernrohr eine schwache Sammellinse vor und rückt den Maßstab in die jetzige deutliche Sehweite. a ist dann der Abstand des Maßstabes von der Linse.

III. Mikroskop.

Vergrößerung heißt hier das Verhältnis des Winkels, unter dem ein kleiner Gegenstand im Mikroskop gesehen wird, zu dem Winkel, unter dem er in der Sehweite 25 cm erscheint.

1. Unter das Mikroskop wird ein Objekt von bekannter Länge (Mikrometerteilung) gebracht; 25 cm unter der Okularhöhe legt man einen mm-Maßstab neben das Mikroskop. Während das eine Auge durch das Mikroskop nach dem Objekt sieht, blickt das andere nach dem Maßstab, und nun muß, wie bei II 1, die Projektion des im Mikroskop gesehenen Bildes auf den Maßstab gemessen werden. Bedeckt das Bild N Teile, während der Gegenstand wirklich die Länge von n Teilen hat, so gibt N/n die Vergrößerung.

Bequemer bringt man dicht über dem Okular einen kleinen unter 45° geneigten Spiegel an, dessen Belegung in der Mitte weggenommen ist, und stellt 25 cm entfernt seitlich von ihm den Maßstab vertikal auf, so daß mit demselben Auge durch das Spiegelglas hindurch das Bild des Objektes im Mikroskop und im Spiegel reflektiert der Maßstab gesehen wird.

Anstatt mit dem Maßstabe zu vergleichen, kann man das Bild auf eine Fläche in 25 cm Abstand vom Auge abzeichnen (projizieren) und nachher ausmessen.

2. Bei sehr starker Vergrößerung, wenn das Verfahren 1 versagt, kann man die Formel benutzen: Vergrößerung $= S \cdot T/(f_1 f_2)$. S ist die deutliche Sehweite (25 cm), f_1 und f_2 sind die Brennweiten (67, 6 bis 8) des Objektivs und Okulars. T ist die reduzierte Tubuslänge, d. h. der Abstand des unteren Brennpunktes des Okulars vom oberen des Objektivs. Sie wird aus dem gegenseitigen Abstande der Okular- und Objektivfassung

im Rohr, unter Rücksichtnahme auf die Abstände der beiden Brennebenen von den Enden der Fassungen erhalten; vgl. **67**, 9.

3. Über Längenmessung mit dem Mikroskop vgl. **21**, 4.

4. Öffnungswinkel und numerische Apertur eines Mikroskopobjektives.

Der Öffnungswinkel ($2u$) ist der Winkel zwischen den äußersten Strahlen, welche von einem deutlich gesehenen Achsenpunkt aus durch das Mikroskop treten können. Die Begrenzung des Strahlenkegels erfolgt in der Regel an der Unterfläche des Objektivs.

Es bezeichne n das Br.-V. des Mediums, aus welchem die Strahlen in das Objektiv treten, dann heißt $a = n \sin u$ die numerische Apertur des Objektivs. Bei Trockensystemen ist $n = 1$, also $a = \sin u < 1$. Bei Immersionssystemen gilt n für die Flüssigkeit (Wasser, Zedernholzöl, Monobromnaphthalin), und hier kann $a > 1$ werden.

Nach Lister kann man die numerische Apertur eines Trockensystems bestimmen, indem man vor dem horizontal gelegten Mikroskop im Dunkeln eine Kerze bis zur Erhellung des halben Gesichtsfeldes verschiebt und dann symmetrisch zur ersten Kerze eine zweite so aufstellt, daß auch die andere Hälfte gerade erhellt wird. Sind die Kerzen um e voneinander entfernt und ist ihre Ebene um A von dem (mit einer Nadelspitze aufzusuchenden) Punkte entfernt, der im Mikroskop deutlich erscheint, so hat man

$$\operatorname{tg} u = e/2A.$$

Apertometer von Abbe. Dieses mißt auch Aperturen über 1. Einem flachen Halbzylinder aus Glas (9 cm Durchmesser, 1,2 cm Höhe) ist in der Richtung des Durchmessers ein Reflexionsprisma von 45° angeschliffen, während der Mittelpunkt durch eine kleine Öffnung in einem aufgekitteten versilberten Deckgläschen markiert ist. Die obere Fläche trägt zwei Teilungen, dem Öffnungswinkel und der Apertur entsprechend; als Indizes dienen zwei rechtwinklig gebogene geschwärzte Messingplättchen.

Das Apertometer wird auf den Tisch des Mikroskopes gesetzt und dieses (ev. nach Einfügung der Immersionsflüssigkeit) zunächst auf Deutlichsehen der kleinen Öffnung eingestellt. Blickt man nach Herausnahme des Okulars in das Rohr, so sieht man bei schwächeren Objektiven das vom Objektiv entworfene Bildchen der beiden Indizes, deren Spitzen man auf den Rand des Gesichtsfeldes einstellt, worauf man an der Teilung abliest.

Bei stärkeren Objektiven wird das Bildchen für Beobachtung mit dem unbewaffneten Auge zu klein. Man benutzt dann ein Hilfsmikroskop, das man bei den Instrumenten von Zeiß durch Einschrauben eines besonderen schwachen Objektives in das

untere Ende des Tubusauszugs und Einsetzen eines Okulares herstellt. Bei andern Instrumenten wird man ein geeignetes Objektiv mit einem Kork im Tubusauszug anbringen können.

Vgl. Czapski, Grundz. d. Theorie d. opt. Instr., 2. Aufl., 456. 1904.

Von der numerischen Apertur a hängt die sog. auflösende Kraft des Mikroskopes ab, d. h. die Größe der kleinsten unterscheidbaren Objekte. Eine Teilung von der Strichweite s wird bei zentraler Beleuchtung noch aufgelöst, falls $s \geq \lambda/a$; bei günstiger schiefer Beleuchtung, falls $s \geq \frac{1}{2}\lambda/a$, wo λ die Wellenlänge des Lichtes in Luft ist (Abbe).

Über Sichtbarmachen „ultramikroskopischer" Gegenstände durch intensive seitliche Beleuchtung vgl. Siedentopf u. Zsigmondy, Ann. d. Phys. 10, 1. 1903; Siedentopf, ZS f. wiss. Mikrosk. 29, 1 und Ann. d. Ph. 39, 1175. 1912.

69. Polarisationswinkel eines durchsichtigen Körpers.

Polarisiert (Malus 1808) heißt das Licht, wenn es nicht wie das natürliche ungeordnet (d. h. seine Schwingungsebene merklich unendlich rasch wechselnd) allseitig gleich weit schwingt. Wir nehmen nach der Theorie von Fresnel an, daß die Schwingungen senkrecht zur „Polarisationsebene" erfolgen. Führt das Licht nur in einer Ebene Schwingungen aus, so heißt es vollständig, linear oder geradlinig polarisiert[1]). Den einfachsten Zustand unvollständiger Polarisation gibt das elliptisch polarisierte Licht, bei dem die Ätherteilchen Ellipsen beschreiben; im Spezialfall der Kreisbahn heißt das Licht zirkular polarisiert. Vgl. 71a I.

Durch schräge Reflexion an durchsichtigen Körpern (vgl. 71a II und ebendort auch Metallreflexion) wird das natürliche Licht in teilweise polarisiertes verwandelt, indem vorwiegend, und bei einem bestimmten Einfallswinkel („Pol.-Winkel") ausschließlich, die senkrecht zur Einfallsebene schwingende Komponente reflektiert wird. Das zurückgeworfene Licht ist also in der Einfallsebene („Pol.-Ebene") polarisiert, und zwar an einem durchsichtigen Körper vollständig bei demjenigen Einfallswinkel, für welchen der reflektierte und der gebrochene Strahl aufeinander senkrecht stehen (Brewster 1815). Hieraus folgt, wenn ω diesen „Polarisationswinkel" und n das Br.-V. des spiegelnden Mittels (streng genommen für eine bestimmte Farbe) bedeutet,

$$n = \operatorname{tg} \omega.$$

Ist n bekannt, so kann ω hiernach berechnet werden; für Glas vom Br.-V. 1,53 ist $\omega = 56{,}8^0$. Umgekehrt ergibt sich n, wenn ω gemessen ist; große Genauigkeit ist dabei aber nicht zu erwarten. — Das eindringende Licht ist senkrecht zur Einf.-Ebene polarisiert, aber niemals vollständig.

---

[1]) Nach der Maxwellschen elektromagnetischen Lichttheorie liegen bei einem linear polarisierten Lichtstrahl in der Polarisationsebene die magnetischen, senkrecht zu ihr die elektrischen Schwingungen. Wir folgen den Anschauungen und dem Sprachgebrauch der Fresnelschen Elastizitätstheorie des Lichtäthers.

Man beleuchte die spiegelnde Fläche mit einer in der Einfallsebene hinreichend ausgedehnten Lichtquelle (etwa durchscheinendem Papier vor einer Flamme, oder mittels eines gestreckten elektrischen Glühfadens; einen horizontalen Spiegel auch wohl mit der Natriumflamme eines Bunsenbrenners oder einer langen Gasflamme eines Spitzbrenners) und beobachte das reflektierte Licht durch einen Nicol, dessen Polarisationsrichtung (größere Diagonale) senkrecht zur Einfallsebene des Lichtes liegt. Bei richtiger Stellung erscheint im Gesichtsfeld ein verwaschener dunkler Streifen; die der Mitte des letzteren entsprechende Visierrichtung bildet mit der Spiegelnormalen den Polarisationswinkel.

An einem festen Körper wird ω gemessen, indem man ihn an der Drehachse eines Goniometers (**60**, **61**) oder des Totalreflektometers (**63** II) befestigt, die spiegelnde Fläche mit der Achse zusammenfallend. Durch einen feststehenden Nicol, dessen Polarisationsebene der Drehachse parallel ist, visiert man die Fläche mit dem Fernrohr an oder auch mit bloßem Auge, dessen Sehrichtung durch eine Marke M hinter dem (durchsichtigen) Körper fixiert ist, und dreht die Fläche so, daß der dunkle Fleck in die Visierrichtung kommt. Nachdem die Teilung abgelesen ist, stellt man die Lichtquelle symmetrisch zur Sehrichtung auf die andere Seite, dreht die Fläche ebendahin und zwar so weit, bis der dunkle Fleck abermals in der Visierrichtung liegt. Die Drehung zwischen den beiden Stellungen des Spiegels beträgt 2ω. Die Anordnung mit einem Vertikal-Goniometer s. Fig. 135; bei der zweiten Einstellung kommt die Flamme rechts zu stehen.

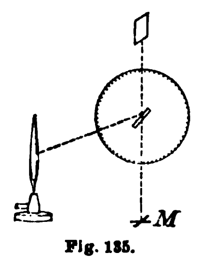


Fig. 135.

Flüssigkeitsoberflächen werden mittels eines Nicols mit vertikalem Teilkreis untersucht. ω ist der Neigungswinkel der Richtung, in welcher die verdunkelte Stelle erscheint, gegen die Vertikale. Die Messung erfolgt ähnlich wie vorher, indem man die Flüssigkeit und die Lichtquelle einmal links, das andere Mal rechts stellt und so 2ω bestimmt.

70. Polarisationsapparat. Untersuchung doppelbrechender Körper. Kristalle.

Polarisationsapparat.

So heißt eine Verbindung von zwei das Licht polarisierenden Vorrichtungen. Die dem Auge zugewandte Polarisationsvorrichtung heißt Analysator, die andere Polarisator. Polarisatoren sind Nicolsche Prismen

(das vollkommenste Polarisationsprisma ist das Glan-Thompsonsche mit geraden Endflächen, bei welchem die optische Achse des Kalkspats senkrecht zur Längskante des Prismas steht); oder unbelegte Glasplatten oder Sätze aus solchen, auch wohl schwarze Glasplatten, an denen man das Licht unter dem Polarisationswinkel (von etwa 57°) spiegeln läßt; oder Sätze von aufeinander gelegten Glasplatten, durch welche das Licht unter dem genannten Einfallswinkel hindurchgeht; oder Turmalinplatten, die vorzugsweise eine Schwingungskomponente absorbieren. Die beiden letztgenannten Mittel polarisieren unvollständig. — Doppelbrechende Prismen (Kalkspat, Quarz) zerlegen Licht in zwei senkrecht zueinander schiwngende Strahlen; die gleichzeitige Farbenzerstreuung kann durch ein angekittetes Glasprisma, oder auch Kristallprisma von anders orientierter Achsenrichtung (Sénarmont, Rochon), aufgehoben sein.

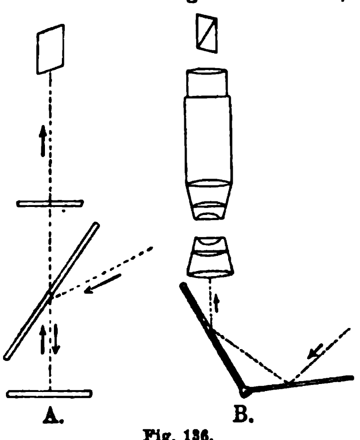


Fig. 136.

Der zur Untersuchung im parallelen polarisierten Lichte dienende Nörrenbergsche Pol.-Apparat (Fig. 136 A) benutzt als Polarisator eine durchsichtige Glasplatte, die um 57° gegen die Horizontale geneigt ist. Schräg einfallendes Tageslicht oder auch Natriumlicht wird polarisiert nach unten auf einen horizontalen Spiegel reflektiert, der es nach oben zurückwirft und nach einem allerdings mit einer Schwächung verbundenen Durchgange durch die schräge Glasplatte dem meist über einem Teilkreise drehbaren Analysator zuführt, in der Figur einem Nicolschen Prisma. Auf die horizontale durchlochte Scheibe kommt der Kristall usw.

Für die meisten Zwecke bedarf man Lichtes von möglichst verschiedenen Richtungen im Kristall (eines „großen Gesichtsfeldes"). Dazu dient das Pol.-Instrument zur Beobachtung im konvergenten Lichte, auch Nörrenbergsches „Pol.-Mikroskop" genannt (Fig. 136 B). Bei diesem sind zwischen dem Kristall und den Polarisatoren Konvexlinsen eingeschaltet. Der unterste, metallbelegte Spiegel dient nur zur Beleuchtung und wird dem Orte der Lichtquelle entsprechend gestellt. Der andere, ein Satz unbelegter Glasplatten, muß die vorgeschriebene Neigung haben; statt dessen kann auch unten ein Nicol vorhanden sein. — Zur Beobachtung kleiner Körper im polarisierten Lichte unter dem gewöhnlichen Mikroskop bringt man zwischen Beleuchtungsspiegel und Körper ein Nicolsches Prisma und legt ein zweites auf das Okular des Mikroskops.

Vgl. hierzu Klein, Berl. Sitzber. 1893, 221. — Über Polarisationsinstrumente überhaupt z. B. Groth oder Liebisch, Kristallographie, sowie Leiss, Optische Instrumente.

Die Polarisationsebene des Polarisators und die zu ihr senkrechte

Ebene sollen Hauptebenen des Apparats heißen. Meistens gebraucht man diesen mit „gekreuzten Polarisationsvorrichtungen“, also mit dunklem Gesichtsfeld, falls kein Kristall eingeschaltet ist.

I. Untersuchung doppelbrechender Körper; Allgemeines.

Ein Körper bricht das Licht einfach, wenn er amorph oder regulär kristallisiert ist; doppelt, wenn er einem nicht regulären Kristallsysteme angehört oder aus anderen Ursachen, wie durch Druck, Zug, rasche Kühlung, elektr. Kraftlinien, nach verschiedenen Richtungen ungleich beschaffen, „anisotrop“ ist. In diesem Falle hängt die Fortpfl.-Geschw. transversaler Wellen von der Schwingungs-Richtung ab, und zwar gehören zu jeder Fortpfl.-Richtung zwei senkrecht aufeinander stehende Schwingungsrichtungen *I* und *II* (Fig. 137) von kleinster und größter Fortpfl.-Geschwindigkeit. Eine einfache Lichtschwingung *S* in einem Kristall usw. wird sich daher in die beiden, diesen Schw.-Richtungen angehörenden Komponenten zerspalten, die sich dann mit verschiedener Geschwindigkeit fortpflanzen.

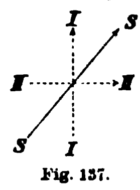


Fig. 137.

Es gibt in jedem Körper — von drehenden (71) abgesehen — mindestens eine Richtung, in der eine Lichtwelle unzerlegt fortgepflanzt wird; sie heißt optische Achse. Im amorphen Körper oder in einem Kristall des regulären Systems ist in diesem Sinne jede Richtung eine optische Achse. Die anderen Körper haben entweder eine oder zwei optische Achsen.

Aus der optischen Anisotropie entstehen folgende Erscheinungsgruppen.

1. **Die Interferenzen polarisierten Lichtes.** Ihre Ursache besteht darin, daß die beiden Komponenten (die sich im Kristall in verschiedener Richtung ungleich rasch fortgepflanzt haben) bei dem Wiederaustritt in Luft einen anderen gegenseitigen Schwingungszustand haben als zuvor, und daß deswegen bei der Interferenz der Komponenten im allgemeinen der resultierenden Welle ein anderer Polarisationszustand zukommt als der eingetretenen. Da nun zwei linear polarisierte Strahlen, wenn sie aus einem einzigen linear polarisierten Lichtstrahle durch Doppelbrechung entstanden sind und durch ein Nicolsches Prisma auf die gleiche Polarisationsebene zurückgeführt werden, bei ihrer Vereinigung miteinander interferieren, so kann das Gesichtsfeld im Nörrenberg durch das Einbringen eines doppelbrechenden Körpers in mannigfaltiger Weise geändert werden. Über charakteristische Fälle vgl. **71a** I.

2. **Die Doppelbrechung.** Im kristallinischen Mittel hängt die Lichtgeschwindigkeit und folglich die Lichtbrechung von der Schwingungsrichtung ab. Die beiden Komponenten, in die ein Strahl sich zerlegt, werden daher ungleich gebrochen; aus einem einzigen Strahl entstehen für gewöhnlich zwei senkrecht zueinander polarisierte Strahlen von verschiedener Richtung.

Bestimmung von Br.-Exponenten. Wie in **60** lassen sich Br.-Verhältnisse aus den Ablenkungen in einem Prisma ableiten, welches aber,

damit die Resultate etwas Bestimmtes aussagen, in seiner Lage zu der Kristallform bzw. zu den optischen Achsen definiert sein muß. Ein einachsiger Kristall besitzt ein größtes und ein kleinstes „Hauptbr.-V.“, die man am einfachsten beide mittels eines Prismas bestimmt, dessen brechende Kante parallel der opt. Achse ist. — Ein zweiachsiger Kristall besitzt ein größtes, mittleres und kleinstes Hauptbr.-V., die man z. B. mittels dreier Prismen bestimmen kann, deren brechende Kanten bez. parallel der Achse der kleinsten, mittleren und größten Elastizität sind. Näheres z. B. bei Groth, Kristallographie, und über die Bestimmung der gebrochenen Strahlen in den größeren Lehrbüchern.

Über die bequemere Methode der Totalreflexion vgl. 68 II u. IV. Über Schleifen und Polieren von Kristallplatten s. 8, 17.

Ob ein durchsichtiger Körper einfach oder doppelt bricht, erkennt man am empfindlichsten mit gekreuzten Polarisatoren. Einfach brechende Körper lassen das Gesichtsfeld dunkel, mit Ausnahme der, meistens flüssigen, Körper, welche das Licht drehen, ohne Doppelbrechung gewöhnlicher Art zu besitzen (71). Ein doppelbrechender Körper erhellt bzw. färbt im allgemeinen das Gesichtsfeld.

Kristallinische Beschaffenheit durch innere Spannungen und aus diesem Grunde ungleichmäßige Erhellungen des Gesichtsfeldes zeigen viele Körper, sogar die bestgekühlten Gläser; über die Benutzung zum Prüfen von Gläsern vgl. z. B. Brodhun u. Schönrock, ZS f. Instr. 1907, 192.

Wird Glas elastisch gedehnt, so schreitet ein zur Dehnungsrichtung parallel polarisierter Strahl am schnellsten fort.

Aufsuchen der Schwingungsrichtungen des Lichtes in einer Platte aus einer doppelbrechenden Substanz. Man bringt die Platte zwischen die gekreuzten Polarisatoren. Wenn die Mitte beim Drehen der Platte in ihrer Ebene immer dunkel bleibt, so zeigt dies an, daß die Platte senkrecht zur optischen Achse geschnitten ist. Sonst finden sich stets zwei um 90° verschiedene Lagen der Platte, bei denen das Gesichtsfeld bez. die Mitte des Feldes dunkel bleibt. In diesen Stellungen fallen die Schwingungsrichtungen der beiden die Platte durchsetzenden Wellenzüge in die Hauptebenen des Apparates. Vgl. 71 a I.

Komplementärfarben. In jeder anderen Stellung ist das Gesichtsfeld mehr oder weniger erhellt, bzw. es treten in hinreichend dünnen Platten (Gipsblättchen) mit weißem Licht Farben auf, die von der Dicke abhängen und dadurch entstehen, daß die verschiedenen Farben wegen ihrer ungleichen Wellenlängen und Fortpflanzungsgeschwindigkeiten vermöge der Interferenz ungleich stark geschwächt werden. Am intensivsten ist die Färbung in der gegen die Dunkelstellung um 45° gedrehten Lage der Platte.

Stellt man nun durch Drehen einer der Polarisationsvorrichtungen um 90° auf helles Gesichtsfeld ein, so wird die ganze Erscheinung, also auch die Farbe, an jeder Stelle genau komplementär. — Ein doppelbrechendes Prisma (S. 333) als Analysator zeigt die komplementären Erscheinungen gleichzeitig nebeneinander.

Elektrische Doppelbrechung (Kerr). Im el. Felde (zwischen Kondensatorplatten, Kerrsche Zelle) haben die ‖ und ⊥ zu den Kraftlinien pol. Strahlen eine vom Mittel abhängige Ungleichheit ihrer Geschwindigkeiten. Ist der ‖ pol. Strahl der raschere, so heißt das Mittel elektrooptisch positiv. Besonders stark (positiv) zeigt sich Schwefelkohlenstoff. Die Wirkung wächst mit dem Quadrate der Feldstärke. Lit. s. bei Voigt, Magneto- und Elektrooptik, Leipzig 1908.

II. Einachsige Kristalle.

Zu diesen gehören die Kristalle des hexagonalen und des quadratischen Systems. Die Richtung der optischen Achse fällt mit der kristallographischen Hauptachse zusammen. Eine Ebene, welche die optische Achsenrichtung enthält, heißt ein Hauptschnitt. — Beispiele: Kalkspat, Natronsalpeter, Turmalin, Eis, Quarz. Über letzteren vgl. aber 71.

Von den beiden Schwingungen, in welche das einen einachsigen Kristall durchsetzende Licht zerfällt, folgt die eine dem gewöhnlichen Brechungsgesetz (ordentlicher Strahl); sie findet stets zur optischen Achse, also zu dem durch den ord. Strahl gelegten Hauptschnitt senkrecht statt (ist „nach dem Hauptschnitt polarisiert"). Eine der oben festgestellten Schwingungsebenen enthält also die optische Achse des Kristalls. Die andere Schwingung fällt in einen Hauptschnitt.

Ringfiguren. Eine zur optischen Achse senkrecht geschnittene Platte werde zwischen die gekreuzten Polarisationsvorrichtungen gebracht. Die Mitte bleibt stets dunkel. In einem Apparat mit größerem Gesichtsfelde — Nörrenbergschen Polarisations-Mikroskop — erstreckt sich diese Dunkelheit von der Mitte in die beiden Hauptebenen des Apparates (dunkles Kreuz) (Fig. 138); die vier Quadranten sind von Ringen durchsetzt, welche im einfarbigen Lichte (Natriumlicht; oder rotes Glas vor das Auge halten!) von hell zu dunkel übergehen, im weißen Lichte gefärbt erscheinen. Lichtdrehende Körper (Quarz) verdunkeln bei weißem Lichte die Mitte nie, bei homogenem nur ausnahmsweise.

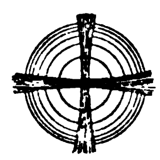


Fig. 138.

Erläuterung. Alle Strahlen, welche auf die Platte in derselben Richtung treffen, werden in einem Punkte des Gesichtsfeldes vereinigt; jedem solchen Punkte ist eine bestimmte Auffallsrichtung der Strahlen zugeordnet. Die Strahlen, welche in Richtungen parallel den Hauptebenen des Apparats auf die Platte fallen, durchsetzen den Kristall unzerlegt entweder als ordentliche oder als außerordentliche Wellen und werden von dem Analysator ausgelöscht; daher das dunkle Kreuz parallel den Hauptebenen des Apparats. Alle anderen Strahlen zerfallen in je zwei Schwin-

gungskomponenten, welche den Kristall mit einem Gangunterschied verlassen, der für die benutzte Platte und Farbe nur eine Funktion des Einfallswinkels ist; deshalb die Ringe im Interferenzbild. Nun interferieren zwei Komponenten, welche durch Doppelbrechung aus einem linear polarisierten Strahl entstehen, mit derselben Phasendifferenz, die sie durch den Kristall erhalten, sobald sie auf eine Schwingungsebene zurückgeführt werden, welche derjenigen des ersten Strahles parallel ist; bei gekreuzten Nicol interferieren dagegen die beiden Komponenten mit einer Phase, die entgegengesetzt derjenigen ist, mit welcher sie aus dem Kristall austreten (bei gekreuzten Nicol wird gewissermaßen ein Gangunterschied von einer halben Schwingung hinzugefügt). Dem innersten dunklen Ringe entspricht daher ein Gangunterschied der beiden Komponenten von 1 ganzen Wellenlänge, dem zweiten Ringe ein solcher von 2 Wellenlängen usf. Auf dem ganzen Umfange jedes dunklen Kreises ist vollkommene Dunkelheit vorhanden, weil bei der Zurückführung der beiden Komponenten auf die Schwingungsebene des Analysators sich stets zwei Amplituden ergeben, welche einander gleich sind und entgegengesetzte Phase haben, sich also vollkommen vernichten. Von der Mitte in radialer Richtung nimmt die Helligkeit bis zu einem Maximum zu, dann wieder bis zu Dunkelheit ab usf.; den Lichtmaxima entsprechen Gangunterschiede von einem ungeraden Vielfachen der halben Wellenlänge. Bei jedem hellen Ringe ist indessen die Helligkeit in 45° Abstand von den Armen des dunklen Kreuzes ein Maximum und nimmt von hier aus, nach den Armen des Kreuzes zu, allmählich ab, da die beiden vom Analysator hindurchgelassenen, einander verstärkenden Amplituden am größten sind für Punkte in 45° Abstand von den Armen des Kreuzes.

Je enger bei gleich dicken Platten die Ringe beisammen liegen, desto größer ist die „Doppelbrechung", d. i. der Unterschied der Lichtgeschwindigkeiten des ordentlichen und des außerordentlichen Strahles.

Durch Drehung des Analysators um 90° entsteht an jedem Punkte der komplementäre Zustand; das Kreuz wird hell, rote Ringe werden grün, blaue gelb usw.

Unterscheidung positiver und negativer Kristalle.

Ein Kristall, welcher den außerordentlichen Strahl stärker bricht (langsamer fortpflanzt) als den ordentlichen, heißt positiv und umgekehrt.

Man erkennt das Vorzeichen mit einer Viertelwellen-Glimmerplatte, d. h. einer so dicken Platte, daß die aus einem senkrecht eintretenden Strahl entstehenden beiden Schwingungen einen Gangunterschied von nur $\frac{1}{4}$ Wellenlänge erfahren (71a I). Bei gekreuzten Nicol schiebt man die Glimmerplatte zwischen die Kristallplatte und den Analysator so ein, daß die in der Regel durch einen Pfeil bezeichnete Ebene der optischen Achsen der

Glimmerplatte um 45° gegen die Hauptebenen des Apparates gedreht ist. Dann zeigen sich die Ringe im einen Quadrantenpaar hinaus-, im anderen hineingerückt; Schema beistehend (Fig. 139). An Stelle des schwarzen Kreuzes erscheinen innen zwei schwarze Flecke. Liegen diese in der optischen Achsenebene der Glimmerplatte (wie in der schematischen Figur), so ist der Kristall negativ (Kalkspat) und umgekehrt. Bei einem negativen Kristall sind die Ringe in den Quadranten erweitert, durch die der Pfeil geht.

Fig. 139.

Das Glimmerplättchen läßt sich leicht in passender Dicke (etwa 0,03 mm) abspalten. Man erkennt seine Brauchbarkeit und die Richtung seiner optischen Achsenebene dadurch, daß man es einmal auf einen bekannten Kristall (Kalkspat, negativ) anwendet. Die Achsenebene des Glimmers läßt sich auch aus seiner Lemniskatenfigur (S. 339) bestimmen.

Erklärung. Die Kristallplatte sei negativ, also von den den Kristall schräg durchsetzenden Strahlen pflanzen sich die außerordentlichen, d. s. die in dem durch den Strahl gelegten Hauptschnitt schwingenden, rascher fort als die ordentlichen, senkrecht zum Hauptschnitt schwingenden Strahlen. Ohne Glimmerplatte entsprach dem innersten dunklen Ringe ein Gangunterschied des ordentlichen und des außerordentlichen Strahles von 1 ganzen Wellenlänge λ. Innerhalb dieses Ringes liegen auf einem Kreise (er werde K genannt) die Punkte, für welche dieser Gangunterschied nur $\frac{1}{4}\lambda$ beträgt, also die ordentliche Komponente gegen die außerordentliche um $\frac{1}{4}\lambda$ verzögert ist.

Nun liegt beim Glimmer seine so äußerst vollkommene Spaltbarkeit fast genau senkrecht zur Achse der größten Elastizität, und es fällt die zu ihr senkrechte Achse der kleinsten Elastizität in die Ebene der optischen Achsen, während senkrecht zu dieser die Achse der mittleren Elastizität steht. Demgemäß pflanzt sich ein parallel dem Pfeil schwingender Strahl im Glimmer langsamer fort als ein senkrecht zur optischen Achsenebene schwingender Strahl. Betrachten wir jetzt die beiden Punkte auf dem Kreise K, durch die in der Figur der Pfeil geht, so verlassen die ihnen zugehörigen Komponenten den Kristall in Richtungen parallel der Achsenebene der Glimmerplatte; der durch die Komponenten gelegte Hauptschnitt im Kristall ist der Achsenebene im Glimmer parallel. Die im Kristall ordentliche Komponente schwingt daher im Glimmer senkrecht zur Achsenebene und wird deswegen um sehr nahe $\frac{1}{4}\lambda$ gegen die zugehörige außerordentliche Komponente beschleunigt. Die beiden Komponenten besitzen also beim Verlassen der Glimmerplatte den schließlichen Gangunterschied Null, die zwei betrachteten Punkte auf dem Kreise K müssen mithin dunkel erscheinen. Auf diese Weise kommen die innersten beiden schwarzen Flecke in der Achsenebene zustande.

Daß ein positiver Kristall sich umgekehrt verhalten muß, folgt von selbst. — Zugleich übersieht man leicht, daß die Durchmesser der Ringe in zwei Quadranten um etwa $\frac{1}{4}$ Ringabstand vergrößert, in den anderen beiden Quadranten um ebensoviel verkleinert sein müssen.

III. Zweiachsige Kristalle. Optischer Achsenwinkel.

Ein Kristall aus dem rhombischen oder einem schiefachsigen (dem monosymmetrischen und asymmetrischen) System hat **zwei** optische Achsen. Der Kristall besitzt, entsprechend der Elastizität des Äthers nach den drei aufeinander senkrechten optischen Elastizitätsachsen [1]) (die im rhombischen System mit den kristallographischen Symmetrieachsen zusammenfallen), drei Hauptbrechungsverhältnisse, die nach ihrer Größe absteigend geordnet n_1, n_2, n_3 heißen mögen. Die beiden optischen Achsen liegen in der durch die Achsen der größten und der kleinsten Elastizität gehenden Ebene; derjenige von ihren Winkeln, der von der Achse der größten Elastizität halbiert wird [2]), heiße **innerer** optischer Achsenwinkel α_0. Er ist gegeben durch die Beziehung

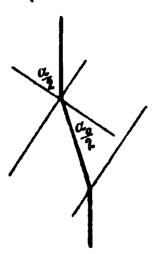


Fig. 140.

$$\sin^2 \tfrac{1}{2}\alpha_0 = \frac{n_3^2(n_1^2 - n_2^2)}{n_2^2(n_1^2 - n_3^2)} \quad \text{oder} \quad = \frac{(n_1/n_2)^2 - 1}{(n_1/n_3)^2 - 1}.$$

Wenn $\alpha_0 > 90°$, so heißt der Kristall positiv, und umgekehrt.

Der **äußere** Achsenwinkel α, d. h. der Winkel der Strahlen (in der Luft), die sich in einer senkrecht zur Achse der größten Elastizität geschnittenen Kristallplatte in den Richtungen der beiden optischen Achsen fortgepflanzt haben, ist gegeben durch $\sin \frac{1}{2}\alpha = n_2 \cdot \sin \frac{1}{2}\alpha_0$; s. Fig. 140.

Beispiele: Kalisalpeter, Aragonit, Topas, Glimmer, Gips, Baryt, Kupfervitriol, Blutlaugensalz. Einige Hauptbr.-V. in Tab. 24. — Viele Achsenwinkel in Landolt-Börnstein-Roth, Tab. 214.

Ringfiguren. Eine zur Mittellinie der beiden optischen Achsen senkrechte Platte zeigt im gekreuzten Pol.-App., wenn das Gesichtsfeld hinreichend groß ist, eine Figur, im homogenen Licht (gefärbte Gläser vorhalten!) aus hellen und dunklen, im weißen Licht aus gefärbten Lemniskaten; diese werden, wenn die opt. Achsenebene mit einer der Hauptebenen des Apparats zusammenfällt, von einem dunklen Kreuz

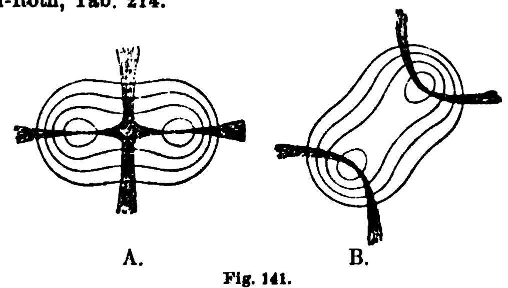


Fig. 141.

[1]) In der Sprache der elektromagnetischen Lichttheorie: nach den drei Hauptrichtungen der Dielektrizitätskonstante.

[2]) Meistens nennt man Achsenwinkel den **spitzen** Winkel beider Achsen.

(Fig. 141 A), und sonst bei Drehung der Platte in ihrer Ebene von dunklen hyperbolischen Ästen durchsetzt, die bei 45° Neigung zwischen opt. Achsenebene und Hauptebenen des App. (Fig. 141 B) zu den Lemniskaten symmetrisch liegen. Die beiden Punkte (in den Ästen), um welche sich die Lemniskaten zusammenziehen, bezeichnen die optischen Achsen des Kristalles, d. h. sie sind die Vereinigungsstellen derjenigen Strahlen, welche die Platte parallel den beiden optischen Achsen durchsetzt haben.

Messung eines optischen Achsenwinkels.

Eine kleine Meßvorrichtung (Fig. 142), an deren Drehungsachse die Kristallplatte mit Wachs oder mit einem Kork befestigt wird, setzt man auf den unteren Teil des Nörrenberg-schen Pol.-Mikroskops. — Auch kann man die Platte am Totalreflektometer (68 II) befestigen und zwischen zwei feststehenden Polarisatoren drehen. — Besondere Achsenwinkelapparate s. bei Leiss, Optische Instrumente.

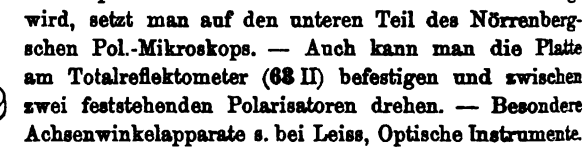


Fig. 142.

Meist bestimmt man den Achsenwinkel mittels einer planparallelen Platte, welche senkrecht zur Halbierenden des spitzen Achsenwinkels α_1 geschliffen ist. Man markiert an der Kristallplatte die zur Verbindungslinie der optischen Achsenbilder senkrechte Richtung und befestigt die Platte dann so an der Drehachse, daß diese Richtung in der Drehachse liegt; die Platte wird also um die zur optischen Achsenebene Senkrechte gedreht.

Zur Messung empfiehlt sich Fig. 141 B, welche entsteht, wenn die gekreuzten Hauptebenen des Pol.-App. um 45° gegen die Drehachse geneigt werden. Nun stellt man eins von den optischen Achsenbildern (Scheitelpunkt der Hyperbel) in die Visierrichtung des Apparates (Fadenkreuz des Okulars) ein und dann das andere. Der Winkel α_2 zwischen beiden Einstellungen ist der scheinbare oder äußere Achsenwinkel, d. h. der Winkel der Strahlen, deren Wellen den Kristall in den Richtungen der optischen Achsen durchlaufen haben, nach ihrem Austritt in die Luft.

Den wirklichen Achsenwinkel α_1 im Kristall erhält man (vgl. Fig. 140, S. 339) aus dem scheinbaren α_2 und dem mittleren Hauptbrechungsverhältnis n_2 mittels der Beziehung

$$\sin \tfrac{1}{2} \alpha_1 = (\sin \tfrac{1}{2} \alpha_2)/n_2 .$$

Bei großem Achsenwinkel erscheint nur eine Achse zur Zeit im Gesichtsfeld. Wenn der Winkel $\frac{1}{2}\alpha_1$ den Grenzwinkel β der totalen Reflexion im Kristall ($\sin \beta = 1/n_2$) erreicht oder übersteigt, so werden die Achsen in Luft unsichtbar. Dann kann man aber den Kristall innerhalb einer Flüs-

sigkeit messen, deren Grenzflächen ungefähr senkrecht zur Achse des Pol.-App. stehen. Das Verfahren ist im übrigen das nämliche wie vorhin. Der hier beobachtete scheinbare Achsenwinkel sei α', so findet man α_1, wenn N das Brechungsverhältnis der Flüssigkeit ist, aus der Gleichung

$$\sin \tfrac{1}{2}\alpha_1 = \frac{N}{n_2} \sin \tfrac{1}{2}\alpha' .$$

Da der Achsenwinkel von der Farbe abhängt, so verlangt die genaue Messung eine bestimmte Lichtsorte, z. B. das Licht der Natriumflamme. — Der Unterschied der Achsenwinkel in verschiedenen Farben heißt Achsendispersion für diese Farben.

Brechungsverhältnis N einer Flüssigkeit. Eins der einfachsten Mittel, dieses zu bestimmen, ist die Messung des scheinbaren Achsenwinkels in Luft α_2 und in der Flüssigkeit α' mittels einer und derselben Kristallplatte (z. B. Baryt). Es gilt dann die Gleichung

$$N = \sin \tfrac{1}{2}\alpha_2 / \sin \tfrac{1}{2}\alpha' .$$

71. Optisches Drehvermögen; Saccharimetrie (Arago 1811 Quarz; Biot 1815 Zucker).

Ein Körper, welcher das dunkle Gesichtsfeld eines Pol.-Apparates erhellt, ist entweder doppelbrechend (70) oder „zirkularpolarisierend“, „optisch aktiv“; das will sagen, er dreht die Polarisationsebene durchgehenden Lichtes. Er heißt „rechts drehend“, wenn die Schwingungsebene des Lichtes sich im umgekehrten Sinne des Korkziehers verschiebt, d. h. wenn sie dem empfangenden Auge in der Richtung des Uhrzeigers gedreht erscheint.

Als Drehung (α) bezeichnet man bei festen Körpern (Kristallen) den Drehungswinkel in Kreisgraden für 1 mm Kristalldicke. — Bei Flüssigkeiten, z. B. auch Lösungen aktiver Körper in einem inaktiven Lösungsmittel, gibt man zumeist die spezifische Drehung $[\alpha]$ an. Dreht eine Lösung vom spez. Gew. s, dem Prozentgehalt p (Anzahl der Gramm aktiver Substanz in 100 g Lösung) und dem Volumgehalt q (Anzahl der Gramm akt. Subst. in 100 ccm Lösung; s. 9) in der Länge l Dezimeter um den Winkel α Grad, so hat man für die spez. Drehung der aufgelösten aktiven Substanz

$$[\alpha] = 100\,\alpha/(lq) = 100\,\alpha/(lps) .$$

Für einen reinen flüssigen aktiven Körper ist $p = 100$. Als Normaltemperatur wird gewöhnlich 20° gewählt. Für eine bestimmte Temperatur t ist $[\alpha]_t = 100\,\alpha_t/(l_t p s_t)$. — Molekulares Drehvermögen nennt man $[\alpha] \times$ Molekulargewicht : 100.

Die spez. Drehung pflegt sich mit der Konzentration der Lösung ein wenig zu ändern, was man in zugefügten Korrektionsgliedern darstellt. Auch kann sich $[\alpha]$ stark mit dem Lösungsmittel ändern.

Die Drehung hängt stark von der Farbe ab; brechbareres Licht wird meist stärker gedreht; andernfalls spricht man von „anomaler Rotationsdispersion“. — Einfarbige Lichtquellen in 59. Bei genauem Arbeiten ist der optische Schwerpunkt des benutzten einfarbigen Lichtes zu berücksich-

tigen, zumal bei Beleuchtung durch eine Natriumflamme (Landolt, Optischse Drehungsvermögen 1898, 364).

Zuckerlösungen. Die spez. Drehung des in Wasser gelösten Rohrzuckers ist bei $t = 20°$ für Natriumgelb $[\alpha]_{20} = 66{,}49$, d. h. der Drehwinkel beträgt in Grad

$$\alpha = 0{,}6649\, l q\,, \text{ woraus } q = 1{,}504\, \alpha / l\,. \qquad 1.$$

Soll bei der Ermittelung der Konzentration q der höchste Grad der Genauigkeit erreicht werden, so ist die Abhängigkeit der spez. Dr. $[\alpha]$ von q zu berücksichtigen gemäß Gleichung

$$[\alpha]_{20} = 66{,}44 + 0{,}008\,70\, q - 0{,}000\,235\, q^2 \qquad 2.$$

(gültig für $q < 65$). Mit dem nach Gl. 1 gefundenen, genäherten Wert für q berechnet man nach Gl. 2 den genauen Wert von $[\alpha]$, setzt diesen in die Gl. 1 ein und findet nunmehr den genauen Wert von q. Oder die Berechnung erfolgt nach der Gleichung

$$q = 1{,}505\, \frac{\alpha}{l} - 0{,}000\,296 \left(\frac{\alpha}{l}\right)^2 + 0{,}000\,0120 \left(\frac{\alpha}{l}\right)^3.$$

Zur Ermittelung des Prozentgehalts P, d. h. der Anzahl Gramm Zucker in 100 g einer zuckerhaltigen Substanz, löst man, wie jetzt in der Saccharimetrie üblich, 26,000 g der Substanz (in Luft mit Messinggewichten gewogen) in Wasser auf, verdünnt bei 20° auf 100 ccm und polarisiert diese Lösung im 2-dm-Rohr bei 20°; der beobachtete Drehungswinkel sei α. Dann ist, da man für die 26,000 g auf den luftleeren Raum reduziert 26,016 g nehmen kann,

$$[\alpha] = \frac{100\,\alpha}{l \cdot 0{,}26016\, P}\,; \quad P = \frac{100\,\alpha}{2 \cdot 0{,}26016 \cdot 66{,}49} = 2{,}890\,\alpha\,.$$

Hier genügt es fast immer, $[\alpha]$ als konstant anzunehmen. Die Berücksichtigung der Veränderlichkeit der spez. Dr. $[\alpha]$ mit der Wassermenge würde sonst ähnlich wie vorher mit Hilfe der Gl. 2 erfolgen, indem für die polarisierte Lösung $q_{20} = 0{,}26016\, P$ ist. Benutzt man statt des 2-dm-Rohrs ein solches, dessen Länge bei 20° 1,927 dm beträgt, so wird einfach $P = 3\,\alpha$.

Von der Temperatur hängt die Drehung in Rohrzuckerlösungen merklich ab. Für die in der Saccharimetrie gebräuchliche, deutsche Normalzuckerlösung ($p = 23{,}70$) ist in einem Glasrohr mit dem Ausdehnungskoeffizienten 0,000008 für $t = 9$ bis 31° und die folgenden Wellenlängen λ des Lichtes in Luft (Schönrock, ZS Verein Zucker-Ind., Techn. Teil 53, 650. 1903):

$$\lambda = 0{,}4359\,\mu \qquad \alpha_{20} = \alpha_t + \alpha_t\, 0{,}000\,419\,(t - 20)$$

$$\lambda = 0{,}5461\,\mu \qquad \alpha_{20} = \alpha_t + \alpha_t\, 0{,}000\,457\,(t - 20)$$

$$\lambda = 0{,}5893\,\mu \qquad \alpha^D_{20} = \alpha^D_t + \alpha^D_t\, 0{,}000\,461\,(t - 20).$$

Während sich der Temperaturkoeffizient des Drehwinkels α nicht mit t ändert, ist derjenige der spez. Dr. $[\alpha]$, $\delta_t = \frac{1}{[\alpha]_t} \frac{d[\alpha]_t}{dt}$, eine Funktion von t. So ergibt sich z. B. für Natriumlicht

$$\delta^D_{10} = -0{,}000\,242 \quad \delta^D_{20} = -0{,}000\,184 \quad \delta^D_{30} = -0{,}000\,121\,,$$

d. h. in der Nähe von $t = 20^0$ gilt

$$[\alpha]_t^D = [\alpha]_{20}^D [1 - 0{,}000184\,(t - 20)].$$

Traubenzucker. Man ermittelt im diabetischen Harn die Konzentration q, d. h. die Anzahl Gramm Traubenzucker in 100 ccm Harn, indem man diesen im 2-dm-Rohr bei 20° polarisiert. Der beobachtete Drehwinkel sei α, dann ist

$$q = \frac{100\,\alpha}{l\,[\alpha]} = \frac{100\,\alpha}{2 \cdot 52{,}8} = 0{,}947\,\alpha.$$

Benutzt man statt des 2-dm-Rohrs ein solches von

1,894 dm, so wird $q = \alpha$,

oder von 0,947 dm, so wird $q = 2\alpha$.

Quarz. Es gibt, an sekundären kleinen Kristallflächen unterscheidbar, rechts und links drehende Quarze. Optisch homogene Quarze können in ihren optischen Konstanten merkliche Unterschiede aufweisen. Der Achsenfehler von Quarzplatten, d. i. der Winkel zwischen optischer Achse und Plattennormale, sollte 20 Minuten nicht überschreiten; Genaueres über die Untersuchung von Quarzplatten auf ihre Güte bei Brodhun u. Schönrock, ZS f. Instr. 1902, 353. Für spektral gereinigtes Natriumlicht und auch für die Mitte der beiden D-Linien ist $(\alpha)_{20} = 21{,}728^0$, ein Wert, der für optisch homogene Quarze verschiedener Sorte um $\pm\, 0{,}009^0$ schwanken kann. In der Nähe von $t = 20^0$ ist

$$\alpha_t^D = \alpha_{20}^D + \alpha_{20}^D\, 0{,}000143\,(t - 20)$$

und somit, da der Ausdehnungskoeffizient des Quarzes parallel zur Achse gleich 0,000007 ist,

$$(\alpha)_t^D = (\alpha)_{20}^D + (\alpha)_{20}^D\, 0{,}000136\,(t - 20).$$

Für $0{,}436\,\mu < \lambda < 0{,}656\,\mu$ und $0 < t < 100$ gilt (Gumlich)

$$\alpha_t = \alpha_0\,(1 + 0{,}000131\,t + 0{,}000000195\,t^2).$$

Bei flüssigen Kristallen kann $(\alpha)^D$ bis zu 11000° betragen; vgl. z. B. Vorländer u. Huth, ZS f. phys. Ch. 75, 644. 1911.

Dispersion. Das Verhältnis der Drehung zu derjenigen des Natriumlichtes beträgt, bei Quarz und Zucker fast genau gleich:

mittleres	Rot	Gelb (Na)	Grün	Blau	Violett
Drehung =	$^7/_9$	1	$^4/_3$	$^5/_3$	$^9/_4$.

Hiernach kann man mit Hilfe der für Natriumgelb gegebenen Zahlen die bei Benutzung von weißem Licht im Polarimeter auftretenden Färbungen übersehen. Genauere Angaben für Quarz s. Tab. 24.

Das Drehvermögen (α) bzw. $[\alpha]$ kann als Funktion der Wellenlänge λ durch den Ausdruck $a/\lambda^2 + b/\lambda^4 + \cdots$ dargestellt werden.

Die eingehendste Behandlung der drehenden Körper, der Methoden und Apparate bei Landolt, Optisches Drehungsvermögen 1898; Zahlenmaterial ferner in Landolt-Börnstein-Roth Tab.

I. Polarimeter mit Kreisteilung und drehbarem Nicol.

1. Biot-Mitscherlich. Das Instrument (Fig. 143) besteht aus der Beleuchtungslinse B, dem festen Polarisator P und dem auf dem Teilkreise K drehbaren Analysator A. Das Auge ist auf das Polarisator-Diaphragma zu akkommodieren; jetzt werden die Apparate zumeist mit einem vor A befindlichen, kleinen Fernrohr geliefert, das man scharf auf das Polarisator-Diaphragma einstellt. Der homogenes Licht aussendenden Lichtquelle gibt man eine solche Lage, daß durch B das scharfe Bild der Lichtquelle auf dem Analysator-Diaphragma entworfen wird. Natriumlicht ist zu reinigen; meistens genügt es, dieses vor dem Auftreffen auf B durch eine 1,5 cm dicke Schicht einer 6%-Kaliumdichromatlösung in Wasser gehen zu lassen.

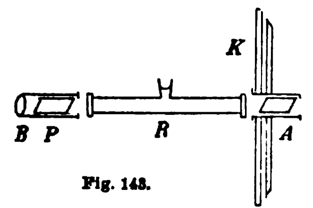


Fig. 143.

Man dreht den Analysator so, daß die Mitte des Gesichtsfeldes dunkel erscheint. Darauf wird die mit der Flüssigkeit gefüllte Röhre R bzw. das etwa eine Quarzplatte enthaltende Rohr eingelegt, wodurch das Gesichtsfeld erhellt wird. Die Anzahl Grade, um welche man den Analysator drehen muß, damit wieder die Mitte dunkel wird, ist der Drehungswinkel α; Drehung im Sinne des Uhrzeigers bedeutet Rechtsdrehung. Die Einstellungen ohne (Nullpunkt) bzw. mit drehender Substanz ordnet man symmetrisch an; α wird zweimal bestimmt, indem man von den beiden um 180° entfernten Nullpunkten des Apparats ausgeht, und daraus das Mittel genommen. Um die Exzentrizität des Teilkreises zu eliminieren, hat man stets beide Nonien abzulesen.

Die Deckplatten der Röhren darf man nicht zu fest anschrauben, weil die sonst entstehende Doppelbrechung des Glases die Gleichmäßigkeit des Gesichtsfeldes stört und leicht eine merkliche Drehung hervorrufen kann. — Die Lösung soll klar, ev. filtriert, sowie gleichmäßig gemischt und temperiert sein.

Sollte man unsicher sein, ob der Drehwinkel größer oder kleiner als 180° ist, so beobachte man mit rotem Lichte (Kupferglas) und mit Natriumlicht. Die beiden Drehungen verhalten sich durchschnittlich etwa gelb : rot = 5 : 4.

Einen Zweifelfall, ob ein Körper links oder rechts dreht, kann man mit weißem Lichte entscheiden, nämlich danach, daß

bei Drehung des Analysators in dem richtigen Sinne des Drehwinkels der empfindliche Farbenwechsel von blau nach rot stattfinden muß.

Verschärfung des einfachen Polarimeters.

Man beachte, daß nach Einschaltung der drehenden Flüssigkeit zunächst das Fernrohr von neuem auf das Gesichtsfeld am Polarisator-Diaphragma scharf einzustellen ist.

2. Doppelquarz von Soleil. Der Biquarz besteht aus zwei nebeneinander gekitteten, 3,75 mm dicken, links und rechts drehenden Quarzplatten und wird dicht am Polarisator, dem Analysator zugewandt, senkrecht zur Sehlinie eingesetzt. Auf die Trennungslinie des Doppelquarzes ist das Fernrohr einzustellen. Der Analysator wird bei weißem Licht auf Gleichfarbigkeit der Gesichtsfeldhälften, auf die violette sog. „empfindliche Farbe" gedreht; dann stehen die Polarisationsebenen von Analysator und Polarisator einander parallel. Bei geringer Drehung des Analysators aus seiner Nullstellung färbt sich die eine Hälfte deutlich rot, die andere blau. Nach dem Einbringen einer drehenden Substanz erscheinen die Hälften ungleich gefärbt. Den Drehwinkel α der Substanz findet man aus dem Winkel, um den man den Analysator nachdrehen muß, um die Gleichheit des Gesichtsfeldes, die Übergangsfarbe wieder herzustellen. Auf diese Weise wird der Drehwinkel für mittlere gelbe Strahlen erhalten. Da die Wellenlänge nicht der Genauigkeit des gefundenen Drehwinkels entsprechend sicher angegeben werden kann, so ist der Apparat nicht mehr im Gebrauch.

Man kann das Instrument auch mit homogenem Licht gewisser Wellenlängen beleuchten und den Analysator auf gleiche Helligkeit der Hälften einstellen. Für Natriumlicht z. B. beträgt die Drehung durch den Doppelquarz $\pm 81,5^\circ$, so daß der Winkel, den die Polarisationsrichtungen der Hälften miteinander bilden, sich auf $17,0^\circ$ beläuft. Da dieser Winkel aber verhältnismäßig groß ist, so ergibt sich nur eine geringe Empfindlichkeit der Analysator-Einstellungen. — Einen Quarz von anderer, geeigneterer Dicke zu wählen, ist auch nicht zu empfehlen, weil durch das Einfügen von Quarz das Gesichtsfeld immer merklich aufgehellt wird (d. h. linear polarisiertes Licht ist nach dem Durchgang durch Quarz nicht mehr vollständig polarisiert). Mit solchen Vorrichtungen aus Quarz läßt sich daher nicht die Empfindlichkeit erreichen, die mit Halbschatten-Polarisatoren aus Kalkspat zu erzielen ist. Vgl. ZS f. Instr. 1901, 90.

3. Polaristrobometer von Wild. Bei der verbesserten Form dieses Instruments (ZS f. Instr. 1899, 348) ist der Soleilsche Doppelquarz von 2. durch die Savartsche Doppelplatte ersetzt, bestehend aus zwei Kalkspatplatten von je etwa 2 mm Dicke, die unter 45° gegen die Achse geschnitten und so aufeinander gekittet sind, daß sich ihre Hauptschnitte rechtwinklig kreuzen. Durch das auf Unendlich gestellte Fernrohr (mit einem in der Fokalebene des Objektivs befindlichen X-förmigen Fadenkreuz) beobachtet man

bei homogenem Licht dunkle Interferenzstreifen, auf deren Verschwinden in der Mitte des Gesichtsfeldes der Analysator eingestellt wird. Bildet der Hauptschnitt des um etwa 55° drehbaren Polarisators mit denjenigen der Doppelplatte einen Winkel von 45°, so tritt das Verschwinden der Streifung mit gleicher Empfindlichkeit in vier je um 90° verschiedenen Stellungen ein, nämlich so oft der Hauptschnitt des Analysators einem der beiden Hauptschnitte der Doppelplatte parallel steht. Dreht man jetzt den Polarisator aus der vorigen Stellung heraus (der unter 45° bleibende Winkel zwischen Hauptschnitt des Polarisators und dem einen Hauptschnitt der Doppelplatte wird Schattenwinkel genannt), so ergeben sich bei der Drehung des Analysators zwei helle und zwei dunkle Quadranten. In dem dunklen Quadrantenpaare ist dann auf Kosten des anderen die Empfindlichkeit der Analysator-Einstellungen gesteigert; man benutzt daher das empfindlichere (dunklere) Paar zu den Einstellungen auf das Verschwinden der Streifen und wählt der Lichtstärke der Lampe entsprechend den Schattenwinkel möglichst gering, weil mit seiner Verkleinerung die Empfindlichkeit wächst. Der Apparat findet nur noch eine beschränkte Verwendung und ist für absolute Messungen nur mit Vorsicht zu gebrauchen.

Halbschattenapparate. Die Polarisator-Vorrichtung ergibt zwei Hälften, in denen beiden sich polarisiertes Licht, aber von verschiedenen Schwingungs-Richtungen s_1 und s_2 (Fig. 144) befindet. Das Licht der einen Hälfte ist meist etwas stärker als das der anderen. Auf die Trennungslinie der beiden Hälften wird das Fernrohr scharf eingestellt. Als Nullpunkt des Analysators dient eine Stellung, in welcher die beiden Hälften gleich hell erscheinen, d. h. in welcher die Schwingungsebene A des Analysators nahezu gleiche Winkel mit den Schwingungsebenen in den beiden Hälften bildet. Der spitze Winkel zwischen s_1 und s_2 heißt „Halbschatten“. Er ist gleich dem Drehungswinkel des Analysators, wenn man diesen auf die größte Dunkelheit erst der einen und dann der anderen Gesichtsfeldhälfte einstellt.

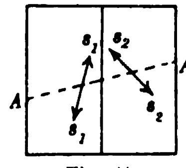


Fig. 144.

Einer geringen Drehung des Analysators aus seiner Nullstellung heraus entspricht ein um so größerer relativer Helligkeitsunterschied der beiden Gesichtsfeldhälften, je kleiner der Halbschatten ist, und wenn die Richtung A den stumpfen Winkel zwischen s_1 und s_2 nahezu halbiert. Die Empfindlichkeit ist also desto größer, d. h. der Einstellungsfehler desto kleiner, je kleiner der Halbschatten gemacht wird. Doch ist der Kleinheit des Halbschattens durch die abnehmende Lichtstärke des Gesichtsfeldes eine Grenze gesetzt. Man probiert den für die Intensität der Licht-

quelle und für die Durchsichtigkeit des Körpers, dessen Drehung gemessen werden soll, günstigsten Halbschatten aus, indem man ihn nur gerade so groß wählt, daß das Auge ohne bedeutende Anstrengung die Einstellungen auszuführen vermag. — Der Nullpunkt ist erst nach dieser Regulierung zu bestimmen.

Gemessen wird dann der Winkel, um welchen nach Einschalten des drehenden Körpers der Analysator gedreht werden muß, um die gleiche Helligkeit der beiden Hälften wieder herzustellen.

Es gibt auch Instrumente mit mehr als zweiteiligem Gesichtsfelde, bei denen der Kontrast der Helligkeiten die Genauigkeit vergrößert.

4. Laurent. Das vom Beobachter aus vor dem Polarisator befindliche Diaphragma wird zur Hälfte von einer planparallelen, wenige Zehntel mm dicken und parallel zur Achse geschliffenen Quarzplatte bedeckt. Ihre Dicke ist entsprechend der Wellenlänge des homogenen Lichtes zu nehmen, mit dem man den Apparat beleuchten will. Die Dicke muß nämlich so gewählt werden, daß die beiden parallel und senkrecht zur Achse schwingenden Komponenten bei ihrem Durchtritt einen Gangunterschied gleich einem ungeraden Vielfachen der halben Wellenlänge erleiden. Zumeist ist die Platte für Natriumlicht passend geschliffen. Ein polarisierter Strahl zerfällt beim Eintritt in die Platte in zwei Schwingungskomponenten (Fig. 145 A), die sich wegen des Unterschiedes um eine halbe Schwingung beim Austritt (Fig. 145 B) wieder zu einer Welle zusammensetzen, deren Schwingungsebene gegen die des eintretenden Strahles um den Halbschatten-Winkel geneigt ist, so daß also die aus der belegten Hälfte heraustretenden Strahlen eine andere Schwingungsrichtung haben wie die Strahlen der unbelegten Hälfte. Durch Drehen des Polarisators kann der Halbschatten geändert werden. Der Umstand, daß eine Laurentsche Platte nicht vollkommen linear, sondern in Wirklichkeit merklich elliptisch polarisiertes Licht entläßt, kann bei der Bestimmung von Drehungswinkeln für das benutzte Licht zu systematischen Fehlern Veranlassung geben, welche viel größer als die zufälligen Beobachtungsfehler sind (ZS f. Instr. 1892, 333). Für absolute Messungen darf daher der Apparat nicht verwendet werden; die mit ihm bestimmten Drehungswinkel können höchstens auf 0,2 Prozent als richtig verbürgt werden. — Das gleiche gilt für Apparate mit dem Lummerschen Halbschattenprisma (Landolt, Optisches Drehungsvermögen 1898, 327).

A. B.
Fig. 145.

5. Jellet, Cornu. Die aus zusammengekitteten Kalkspatstücken bestehenden, einfachen Halbschatten-Polarisatoren von Jellet und von Cornu haben einerseits den Vorzug, daß man beliebige homogene und heterogene Lichtquellen anwenden kann, besitzen aber andererseits den Nachteil, daß der Halbschatten des Polarisators unveränderlich ist.

6. Lippich. Bei der Lippichschen Polarisator-Vorrichtung durchläuft das Licht zuerst ein größeres Glansches Polarisationsprisma mit geraden Endflächen, dann ein zweites ähnliches kleineres, welches nur das halbe Gesichtsfeld einnimmt und deshalb als „Halbprisma" bezeichnet wird. Ersteres ist mit Hilfe eines Hebelarms um seine Längsachse drehbar, so daß der Winkel zwischen den beiden Polarisationsebenen, d. i. der Halbschatten verändert werden kann. Damit die Trennungslinie der Gesichtsfeldhälften bei Einstellung auf gleiche Helligkeit der Felder vollkommen verschwindet, erfordert das Halbprisma eine besondere Konstruktion und Justierung. Anwendbar ist jede beliebige Lichtquelle. Da ferner das Licht jeder Gesichtsfeldhälfte für alle Wellenlängen linear und nach derselben Richtung polarisiert bleibt, so ist der Lippichsche Polarisator als die vollkommenste von allen Halbschatten-Vorrichtungen zu bezeichnen. Unter diesen besitzt er auch die größte Empfindlichkeit und liefert richtige Resultate, sobald für einen korrekten Strahlengang durch den Apparat gesorgt ist. Dazu gehört vor allem, der Lichtquelle eine solche Lage zu geben, daß durch die Beleuchtungslinse ein scharfes Bild der Lichtquelle auf dem Analysator-Diaphragma entworfen wird; alsdann bleibt trotz aller Veränderungen und Ungleichmäßigkeiten der Verteilung der Leuchtkraft in der Lichtquelle die Helligkeitsverteilung in jeder Gesichtsfeldhälfte immer gleichförmig, und es können durch die Lichtquelle keine Nullpunktsschwankungen des Apparats verursacht werden.

Wegen der elektromagnetischen Drehung der Polarisationsebene des Lichtes ist bei sehr genauen Drehungsbestimmungen von langen Flüssigkeitssäulen der Erdmagnetismus zu berücksichtigen.

Dem Lippichschen Polarisationsapparat hat Landolt (Ber. D. ch. Ges. 1895, 3102) eine für viele Zwecke besonders geeignete Form gegeben, die nicht nur Röhren, sondern auch beliebig gestaltete Beobachtungsgefäße einzuschalten gestattet.

II. Bestimmung der Rotationsdispersion.

1. Brochsches Verfahren. Beleuchtet man das Polarimeter Biot-Mitscherlich mit Sonnenlicht, so kann man das durchgegangene Licht mit einem Spektralapparat zerlegen. Die gekreuzte Stellung der Nicol zeigt sich darin, daß das ganze Spektrum dunkel ist. Das Einschalten einer drehenden Substanz erhellt das

Spektrum. Dreht man den Analysator nach, so tritt im Spektrum ein dunkles Band auf, welches vom roten nach dem violetten Ende wandert und dessen Mitte der vollkommen ausgelöschten, den sichtbaren Fraunhoferschen Linien zu entnehmenden Wellenlänge (S. 275; Tab. 23) entspricht. Durch die Stellung des Analysators wird also der Drehwinkel dieser Wellenlänge gemessen.

2. Lippichsche Methode. Mit dieser werden die genauesten Resultate erzielt. Intensives weißes Licht wird durch einen lichtstarken Monochromator (Spaltrohr, Prisma, Spaltrohr) zerlegt; das den Spalt verlassende einfarbige Licht von gewünschtem Wellenlängenbezirk gelangt darauf in ein Lippichsches Polarimeter, mit welchem die Drehungsbestimmung in gewöhnlicher Weise ausgeführt wird. Dem das einfarbige Licht aussendenden Spalt gibt man eine solche Lage, daß durch die Beleuchtungslinse des Polarimeters ein Bild des Spalts auf dem Fernrohr-Objektiv des Polarimeters entworfen wird, was nach Entfernung des Okulars leicht zu kontrollieren ist. Um die Strahlen mehr zu zentrieren, bringt man noch außen am Monochromator unmittelbar vor dem Spalt eine Linse (von passend gewählter Brennweite) an, welche ein Bild des Spaltrohr-Objektivs auf der Beleuchtungslinse des Polarimeters entwirft; dadurch wird auch die Justierung der beiden Apparate zueinander sehr erleichtert. Die Trennungslinie im Gesichtsfelde des Polarimeters wird bei Einstellung auf gleiche Helligkeit vollkommen verschwinden, sobald man den leuchtenden Spalt senkrecht zur Trennungslinie anordnet und ihn genügend lang macht, was immer möglich ist (Brodhun u. Schönrock, ZS f. Instr. 1904, 70; auch das über das Halbprisma Gesagte beachten!). Da aus dem leuchtenden Spalt nicht nur Licht der eingestellten Wellenlänge tritt, sondern auch in merklichen Spuren diffuses und unregelmäßig reflektiertes Licht anderer Wellenlängen, die wegen der Rotationsdispersion das dunkle Gesichtsfeld stark aufhellen können, so entfernt man dieses schädliche falsche Licht, indem man zwischen Spaltrohr und weißer Lichtquelle ein passendes Jenaer Farbglas (ZS f. Instr. 1901, 97) einfügt und zwar möglichst von der Farbe der eingestellten Wellenlänge.

3. Im Ultraroten werden bei spektraler Zerlegung die Beobachtungen mit Thermoelementen (auch dem Radiomikrometer) bzw. dem Bolometer als Intensitätsmesser ausgeführt; z. B. Dongier, C. R. 125, 228. 1897; U. Meyer, Ann. d. Phys. 30, 607. 1909. Bei Messungen im Ultravioletten erzielt man die

genauesten Resultate mit photographischen Methoden; z. B. Nutting, Phys. Rev. 17, 1. 1903; Landau, Phys. ZS 1908, 417; Lowry, Proc. R. S. A. 81, 472. 1908.

III. Saccharimeter mit Quarzkeilkompensation.

Die in der Zuckertechnik viel gebrauchten Saccharimeter dienen speziell zur Bestimmung des Zuckergehaltes von Lösungen und werden mit weißem Licht beleuchtet, das durch eine 1,5 cm dicke Schicht einer 6%-Kaliumdichromatlösung in Wasser gegangen ist. Die wegen der oft dunkel gefärbten Lösungen unumgänglich notwendige Beleuchtung mit weißem Licht ermöglichte Soleil durch die Konstruktion seiner Quarzkeilkompensation. Die von einem aktiven Körper hervorgerufene Drehung der Polarisationsebene läßt sich nämlich durch eine entgegengesetzt drehende, gleichfalls zwischen Polarisator und Analysator eingeschaltete Quarzplatte kompensieren, im allgemeinen nur für einfarbiges, bei einer Zuckerlösung jedoch für beliebiges Licht, weil Quarz und Zucker sehr nahe die gleiche Rotationsdispersion besitzen (S. 343). Bei den Saccharimetern bleibt also der Analysator fest in seiner Nullstellung, und die Zuckerdrehung wird durch Einschalten der erforderlichen Quarzdicke aufgehoben.

In der Fig. 146 ist die alte Soleilsche Keilkompensation dargestellt, bestehend aus einer rechtsdrehenden Quarzplatte und zwei linksdrehenden Quarzkeilen, von denen der längere mittels eines Triebes in der Längsrichtung AB verschiebbar ist, so daß also die beiden Keile zusammen einen Linksquarz von veränderlicher Dicke vorstellen. Die optischen Achsen der Quarze liegen natürlich der Pfeilrichtung parallel, in der auch die Lichtstrahlen hindurchgehen. Die Verschiebung des Keils wird an einer Nickelinskale gemessen. In einer mittleren Stellung ist die Gesamtdicke des Linksquarzes gleich derjenigen des Rechtsquarzes, so daß die Quarze zusammen keine Wirkung haben. Diese Stellung soll der Ablesung Null an der Skale entsprechen. Wird nun die Zuckerlösung eingeschaltet, so ist der Keil zu verschieben, und die zur Kompensation notwendige Verschiebung direkt proportional dem Drehungswinkel der Lösung. Mit der gezeichneten Keilkompensation können sowohl größere positive als auch kleinere negative Drehungen gemessen werden. Sie wird immer dicht am Analysator angebracht.

Fig. 146.

Gemäß den Beschlüssen der internationalen Kommission für einheitliche Methoden der Zuckeruntersuchung ist die Benutzung von Farbenapparaten bei saccharimetrischen Bestimmungen im Handelsverkehr verboten; es dürfen nur Halbschatten-Saccharimeter verwendet werden. Diese sind zumeist mit dem zweiteiligen Lippichschen Halbschatten-Polarisator ausgerüstet. Demnach durchläuft das weiße Licht in den Saccharimetern der Reihe nach die folgenden optischen Teile: Bichromatgefäß, Beleuchtungslinse, Polarisator, Lippichsches Halbprisma, Flüssigkeitsröhre, Quarzkeilkompensation, Analysator und Fernrohr. Der in Saccharimetern unveränder-

liche Halbschatten ist meist auf nahe 8° vom Verfertiger des Instruments festgelegt. Die lineare Skale ist in gleiche Teile geteilt und von 0 bis 100 beziffert; bei einer Skalenlänge von etwa 30 mm zwischen dem Null- und Hundertpunkt lassen sich mittels des Nonius die Zehntel ablesen und noch $^2/_{100}$ gut schätzen. Weiteres über Saccharimeter bei Schönrock, ZS Verein Zucker-Ind., Techn. Teil 54, 521. 1904.

1. Instrumente mit Ventzkescher Skale. In allen Ländern mit Ausnahme von Frankreich sind die Saccharimeter mit der deutschen Ventzke-Skale (mit 26 g Normalgewicht) in allgemeinem Gebrauch.

Definition des Hundertpunktes der Ventzkeschen Skale. Der Hundertpunkt der Saccharimeter wird erhalten, indem man die Normalzuckerlösung, welche bei 20° in 100 wahren ccm 26,000 g reinen Zucker in Luft mit Messinggewichten gewogen enthält, bei 20° im 2-dm-Rohr im Saccharimeter polarisiert, dessen Quarzkeilkompensation gleichfalls die Temperatur 20° haben muß.

Die Prüfung des Hundertpunktes erfolgt in der Regel mit einer Normalquarzplatte (von etwa 100° Ventzke oder nahe 1,60 mm Dicke), die zuvor auf ihre Güte und Drehung (Zuckerwert) untersucht worden ist. Auch andere Stellen der Saccharimeter-Skale werden mit solchen Quarzplatten von entsprechenden Zuckerwerten geeicht; ergeben sich hierbei trotz richtigen Hundertpunktes unter gehöriger Berücksichtigung der Nullpunkts-Einstellungen merkliche Fehler, so sind diese zumeist der optischen Unreinheit der Quarzkeilkompensation zuzuschreiben. Es ist nicht leicht, sich optisch homogenen Quarz zu beschaffen.

Ermittelung des Prozentgehalts P, d. h. der Anzahl Gramm Zucker in 100 g einer zuckerhaltigen Substanz. Man löst 26,000 g der Substanz (in Luft mit Messinggewichten gewogen) in Wasser auf, verdünnt bei 20° auf 100 ccm und polarisiert diese Lösung im 2-dm-Rohr bei 20° im Saccharimeter, dessen Quarzkeilkompensation die Temperatur 20° hat. Dann gibt die Skale direkt die Gewichtsprozente P an Zucker an. Bei jeder Drehungsmessung wird der Nullpunkt von neuem beobachtet und in Rechnung gesetzt.

Reduzierung der Messungen auf die Normaltemperatur 20°. Die Drehungswerte von Quarzplatten im Saccharimeter sind von der Temperatur unabhängig, falls Quarzplatte und Keilkompensation gleiche Temperatur besitzen. Der einem Punkte der Skale entsprechende Drehungswert w nimmt mit wachsender Temperatur zu gemäß der Gleichung

$$w = w_{20} + w_{20}\, 0{,}00015\, (t - 20)\,.$$

Dreht eine angenähert normale Zuckerlösung im Glasrohr bei 20° in einem Saccharimeter von 20° um s_{20} Grad Ventzke und bei $t°$ in demselben Saccharimeter von $t°$ um s_t, so ist

$$s_{20} = s_t + s_t \, 0{,}00061 \, (t - 20)\,,$$

wobei also s nahezu gleich 100 ist.

Umrechnung der Ventzke-Grade in Kreisgrade. Eine Quarzplatte von 100° Ventzke dreht spektral gereinigtes Natriumlicht um 34,66 Kreisgrade bei 20°. Demnach ist

1° Ventzke = 0,3466 Kreisgraden (Strahl *D*) bei 20°.

2. **Instrumente mit Soleilscher Skale.** Bei dieser französischen Skale treten an die Stelle des deutschen Normalgewichtes von 26 g und wahrer ccm das französische Normalgewicht von 16,29 g und französische ccm (nämlich 100 französische ccm sind gleich dem Volumen von 100 g Wasser von 4° in Luft mit Messinggewichten gewogen, also gleich 100,106 wahren ccm). Hier wird definiert: den Normalgehalt besitzt diejenige Zuckerlösung, deren Drehung für Natriumlicht bei 20° im 2-dm-Rohr 21,67 Kreisgrade beträgt. Nach den letzten Untersuchungen enthält nun diese Normalzuckerlösung bei 20° in 100 französischen ccm 16,29 g Zucker, in Luft mit Messinggewichten gewogen, und mit ihr wird der Hundertpunkt der Saccharimeter festgelegt. Untersucht man daher bei 20° im 2-dm-Rohr eine Lösung von 16,29 g zuckerhaltiger Substanz (in Luft mit Messinggewichten gewogen und bei 20° zu 100 französischen ccm gelöst), so gibt wieder die Skale direkt die Gewichtsprozente *P* an Zucker an. Es ist

1° Soleil = 0,2167 Kreisgraden (Strahl *D*) bei 20°.

IV. Bestimmung des Zuckergehaltes bei Gegenwart noch anderer drehenden Substanzen; Inversions-Methode.

Mit dem Namen **Inversion** bezeichnet man die Umwandlung des rechtsdrehenden Rohrzuckers $C_{12}H_{22}O_{11}$ unter Aufnahme eines Moleküls H_2O in ein linksdrehendes Gemenge von Dextrose $C_6H_{12}O_6$ und Lävulose $C_6H_{12}O_6$. Das entstandene Produkt (1 Mol. Dextrose + 1 Mol. Lävulose) heißt **Invertzucker**. Seine spezifische Drehung hängt in bedeutend stärkerem Maße von der Temperatur und Konzentration ab als die spez. Dr. des Rohrzuckers. Für Invertzucker in Wasser ist

$$[\alpha]_{20}^{D} = -19{,}66 - 0{,}0361\,q \quad (q = 9 \text{ bis } 35)$$

$$[\alpha]_{t}^{D} = [\alpha]_{20}^{D} + 0{,}3041\,(t - 20) + 0{,}00165\,(t - 20)^2 \quad (t = 3 \text{ bis } 30°,\ p = 9 \text{ bis } 30).$$

Die polarimetrische Elimination anderer drehenden Substanzen als Rohrzucker beruht nun darauf, daß man diesen durch Erwärmen mit Salzsäure invertiert Dabei verändern die anderen Substanzen, wie z. B. Dextrose und Invertzucker, ihre Drehung nicht. Bei Gegenwart von Raffinose ist dagegen zu berücksichtigen, daß deren Rechtsdrehung bei der Inversion ebenfalls erheblich zurückgeht, so daß in diesem Falle eine besondere Rech-

nungsformel in Anwendung kommt; vgl. hierüber die Lit. Erwähnt sei noch, daß in der Zuckertechnik der Gehalt an Invertzucker (im Rohzucker) direkt auf chemischem Wege gewichtsanalytisch mit Hilfe der Fehlingschen Kupferlösung ermittelt wird und nur bei Gegenwart größerer Mengen (über zwei Prozent) Invertzuckers auch auf die optische Inversions-Methode zurückgegriffen werden kann.

Ableitung der Formel zur Berechnung des Prozentgehalts P, d. h. der Anzahl g Rohrzucker oder Saccharose in 100 g einer zuckerhaltigen Substanz. Der mit der Inversions-Methode erreichbaren Genauigkeit entsprechend darf für die spez. Dr. $[\alpha]_{20}^{D}$ des Invertzuckers ein konstanter Wert angenommen werden, wenn man in der Nähe von $q = 20$ bleibt. Für Natriumlicht beträgt der Drehwinkel einer reinen Rohrzuckerlösung in Kreisgraden

$$\alpha_{\epsilon} = 0{,}6649\, lq.$$

Diese dreht nach völliger Inversion um

$$\alpha_{\epsilon}' = [-0{,}327 + 0{,}005\,(t - 20)]\,\alpha_{\epsilon}$$

für Temperaturen in der Nähe von $t = 20$. Stellt man jetzt mit dem zu untersuchenden Rohzucker eine Lösung her, deren Konzentration an Rohzucker wieder gleich q ist, so enthält diese Lösung in 100 ccm $qP/100$ g Rohrzucker. Ihr Drehwinkel beträgt daher, wenn noch die zu eliminierende Drehung durch die Nicht-Saccharose gleich β gesetzt wird,

$$\alpha = 0{,}6649\, lq P/100 + \beta$$

und nach der Inversion, bei derselben Temperatur t wie oben,

$$\alpha' = [-0{,}327 + 0{,}005\,(t - 20)]\; 0{,}6649\, lq P/100 + \beta.$$

Hieraus berechnet sich in einfacher Weise

$$\alpha - \alpha' = (\alpha_{\epsilon} - \alpha_{\epsilon}')\, P/100 \quad \text{und} \quad P = 100\,(\alpha - \alpha')/(\alpha_{\epsilon} - \alpha_{\epsilon}').$$

Da sich α_{ϵ} und α_{ϵ}' berechnen lassen, α und α' beobachtet werden, so ist nunmehr P berechenbar.

Inversions-Methode. Die Drehungsmessungen werden in der Zuckerpraxis mittels des Saccharimeters ausgeführt. Man arbeitet also wieder mit 26 g Normalgewicht und dem 2-dm-Rohr und beobachtet Ventzke-Grade (^{0}V). Dann wird natürlich

$$\alpha_{\epsilon} = 100^{0}\,V \quad \text{und} \quad \alpha_{\epsilon}' = [-32{,}7 + 0{,}5\,(t - 20)]^{0}\,V, \text{ somit}$$
$$\alpha_{\epsilon} - \alpha_{\epsilon}' = 132{,}7 - 0{,}5\,(t - 20).$$

Der zu untersuchende Rohzucker wird zunächst in gewöhnlicher Weise (III 1, Ermittelung des Prozentgehalts) polarisiert und ergebe $a^{0}\,V$. Darauf stellt man von dem Rohzucker eine neue Lösung her und invertiert diese nach der folgenden genau einzuhaltenden Vorschrift.

Man wägt das halbe Normalgewicht, 13,000 g des Rohzuckers in Luft mit Messinggewichten ab, löst in einem Hundertkölbchen

mit 75 ccm Wasser auf, fügt 5 ccm Salzsäure von 1,19 spez. Gew. hinzu, schwenkt um und setzt das Kölbchen in ein bereits auf 67 bis 70° erwärmtes Wasserbad. Auf dieser Temperatur von 67 bis 70° wird der Kolbeninhalt noch 5 Minuten unter häufigem Umschütteln gehalten. Da das Anwärmen 2,5 bis 5 Minuten in Anspruch nimmt, so wird die Ausführung der Inversion im ganzen 7,5 bis 10 Minuten lang dauern; auf jeden Fall soll sie in 10 Minuten beendet sein. Darauf wird die invertierte Lösung durch Einstellen des Kölbchens in kaltes Wasser schnell auf 20° abgekühlt, mit Wasser bis zur Marke (100 ccm) aufgefüllt und gut durchmischt.

Die so behandelte Lösung ergebe nun, im 2-dm-Rohr untersucht, bei t^0 die Drehung $a'\,{}^0V$. Auf 26 g Normalgewicht bezogen beträgt also die Drehung nach der Inversion $2a'$. Demgemäß wird einfach

$$P = \frac{a - 2a'}{1{,}327 - 0{,}005\,(t - 20)}.$$

Dabei ist naturgemäß für t diejenige Temperatur einzusetzen, bei welcher a' beobachtet wurde. Sobald es sich um Bestimmungen des Rohrzuckers bei Gegenwart größerer Invertzucker-Mengen handelt, ist es mit Rücksicht auf den Einfluß der Temperatur auf die Drehung des Invertzuckers notwendig, daß die Polarisationen vor (a) und nach (a') der Inversion bei der gleichen Temperatur t ausgeführt werden; andernfalls würde ja die zu eliminierende Drehung β vor und nach der Inversion nicht gleich groß sein.

Als Beispiel werde die Untersuchung eines Invertzucker-Sirups angeführt. Die Polarisation vor der Inversion ergibt $a = 15{,}1^0\ V$ bei $t = 18{,}8^0$ und nach der Inversion $a' = -18{,}6^0\ V$ bei $t = 18{,}8^0$. Dann findet man $P = 31{,}7$, d. h. der Sirup enthält 31,7 Prozent Rohrzucker.

71a. Erzeugung und Untersuchung elliptischen Lichtes; Babinets Kompensator; Metallreflexion.

I. Schwingungsformen des Lichtes nach dem Durchtritt durch eine Kristallplatte.

Die Erscheinungen werden am einfachsten bei linear polarisiertem, d. h. nur in einer Ebene schwingendem (69), einfarbigen Licht.

Solches Licht gehe durch eine doppelbrechende Kristallplatte in einer anderen Richtung als der einer optischen Achse. Die eintretende Schwingung zerfällt im Kristall nach zwei zueinander senkrechten, durch die

Natur des Kristalles und die Lage des Strahles gegen die optischen Elastizitätsachsen des Kristalles bestimmten Richtungen in Komponenten, die sich mit ungleichen Geschwindigkeiten (Wellenlängen) fortpflanzen. Die durch die Fortpflanzungsrichtung gehenden Ebenen, welche diese Komponenten enthalten, sollen die Haupt-Schwingungsebenen heißen. Bei dem Wiederaustritt in das unkristallinische Mittel setzen die dann vorhandenen beiden Komponenten sich wieder in eine einzige Schwingung zusammen. Vgl. auch **70** I.

1. Fällt die Schw.-Richtung des eintretenden Lichtes in eine der Hauptebenen, so wird das Licht nicht geändert, weil die eine der Komponenten fehlt.

2. Ebenso ist das Licht nach seinem Durchtritt ungeändert, wenn der Gangunterschied der beiden Schwingungen im Kristall λ, 2λ, 3λ usw. beträgt, weil in diesem Falle die Komponenten bei dem Austritt dieselben gegenseitigen Beziehungen haben wie bei dem Eintritt.

3. Der Gangunterschied betrage $\frac{1}{2}\lambda$, $\frac{3}{2}\lambda$ usw.; dann bleibt das austretende Licht geradlinig polarisiert, schwingt aber im allgemeinen in einer anderen Ebene als beim Eintritt. Bildet die Schw.-Richtung vor dem Eintritt mit einer Haupt-Schw.-Ebene den Winkel ω (Einfallsazimut), so bildet die des austretenden Lichtes mit derselben Hauptebene den gleichen Winkel ω nach der entgegengesetzten Seite; vgl. die Fig. 147, die den Bewegungszustand des durch seine Gleichgewichtslage hindurchgehenden Ätherteilchens bei dem Eintritt und dem Austritt des Strahles andeutet, gesehen in der Richtung des Strahls; die punktierten Linien bedeuten die Komponenten im Kristall, die ausgezogenen die Schwingungen in der Luft. — Spezieller Fall: $\omega = 45^{\circ}$; das austretende Licht hat eine um 90° gedrehte Schw.-Richtung.

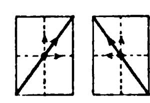


Fig. 147.

4. Die Schwingung des eintretenden Lichtes sei gegen die Haupt-Schw.-Ebenen um 45° geneigt. Der Gangunterschied im Kristall betrage $\frac{1}{4}\lambda$, $\frac{3}{4}\lambda$, $\frac{5}{4}\lambda$ usw. Dann ist das austretende Licht zirkular polarisiert, d. h. die Bahnen der Ätherteilchen sind Kreise (Fig. 148). Denn wenn z. B. die horizontal gezeichnete Komponente gegen die andere um $\frac{1}{4}\lambda$ zurückgeblieben ist, so passiert das Ätherteilchen bei dem Austritt der Welle bezüglich der Vertikalbewegung die Gleichgewichtslage mit der größten Geschwindigkeit zu einer Zeit, in der es horizontal ohne Geschwindigkeit in der Elongation ist. Es hat eine auf einer Kreisperipherie tangentiale Geschwindigkeit. $\frac{1}{4}\lambda$, $\frac{5}{4}\lambda$ usw. gibt die Kreisbewegung entgegengesetzt gerichtet, wie $\frac{3}{4}\lambda$, $\frac{7}{4}\lambda$ usw. Ebenso wird die Schw.-Richtung umgekehrt, wenn die Schw.-Ebene des eintretenden Lichtes um 90° geändert wird.

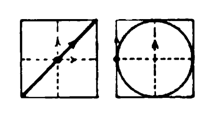


Fig. 148.

Anstatt $\frac{1}{4}\lambda$, $\frac{1}{2}\lambda$ usw. kann natürlich, wenn s eine ganze Zahl ist, überall gesetzt werden $s\lambda + \frac{1}{4}\lambda$, $s\lambda + \frac{1}{2}\lambda$ usw.

5. In allen anderen Fällen tritt elliptisch polarisiertes Licht aus. Falls das Azimut der eintretenden Schwingung gegen die Hauptebenen

$= 45^\circ$ war (vgl. Nr. 4), so ist das Achsenverhältnis der Schwingungsellipse für den Gangunterschied $k \cdot \lambda$

$$a/b = \mathrm{tg}(k \cdot 180^\circ).$$

Die Ellipsen sind um so gestreckter bez. um so runder, je näher der Gangunterschied 0, $\frac{1}{2}\lambda$, λ, $\frac{3}{2}\lambda$ usw. bez. $\frac{1}{4}\lambda$, $\frac{3}{4}\lambda$, $\frac{5}{4}\lambda$ usw. beträgt. Vgl. auch die Fig. 150 S. 359. — Bei den Gangunterschieden $\frac{1}{4}\lambda$, $\frac{3}{4}\lambda$ usw. fallen die Achsen der Ellipse in die Hauptebenen.

II. Änderung des Lichtes durch Reflexion, insbesondere an Metallen.

Im vorigen wurde das Licht nur durch Phasenverschiebung der Schw.-Komponenten geändert. Bei der Reflexion tritt nun weiter die ungleiche Schwächung in Wirksamkeit, welcher die beiden parallel und senkrecht zur Einfallsebene schwingenden „Hauptkomponenten" hier im allgemeinen unterliegen.

Reflexion an durchsichtigen Körpern.

Sehen wir von einzelnen sehr stark brechenden Körpern wie Diamant, von der Reflexion in Kristallen sowie von der Totalreflexion ab, so besteht die Änderung des Lichtes hier nur in ungleicher Schwächung der beiden Komponenten. Bedeuten α und β den Einfalls- und den Brechungswinkel, so beträgt (Fresnel 1823) der reflektierte Bruchteil der Intensität für Lichtschwingungen: zur Einfalls-Ebene

senkrecht (d. h. in der E.-E. polarisiert) $\sin^2(\alpha - \beta)/\sin^2(\alpha + \beta)$,

parallel (d. h. senkrecht zur E.-E. polarisiert) $\mathrm{tg}^2(\alpha - \beta)/\mathrm{tg}^2(\alpha + \beta)$.

Der zweite Ausdruck wird Null, wenn $\alpha + \beta = 90^\circ$, d. h. für den „Polarisationswinkel"; vgl. S. 331.

Eine merkliche gegenseitige Phasenverschiebung findet hier nicht statt. Linear polarisiert eingefallenes Licht bleibt daher auch reflektiert (oder gebrochen) stets linear polarisiert; war es schräg zur Einf.-Ebene polarisiert, so erleidet es im allgemeinen eine Drehung seiner Pol.-Ebene, es schwingt nachher in einem anderen Azimut.

Über kleine Abweichungen an Glasplatten vgl. u. a. Zehnder, Ann. d. Phys. 26, 1009. 1908.

Reflexion an Metallen.

Bei der Reflexion an stark absorbierenden Körpern, wie Metallen, erleiden die Hauptkomponenten sowohl eine ungleiche Schwächung wie eine gegenseitige Phasenänderung. Linear polarisiert einfallendes Licht ist also nach der Reflexion im allgemeinen elliptisch polarisiert.

Die beiden Änderungen hängen von der Natur des Metalles, von der Wellenlänge des Lichtes und, jede in ihrer Art, vom Einfallswinkel ab. Die Phasenverschiebung wächst, vom Betrage Null bei senkrechter, bis zu $\frac{1}{2}\lambda$ bei streifender Reflexion.

Die Eigenschaften eines bestimmten Metalles, aus denen die einzelnen Erscheinungen sich ableiten lassen, pflegen zusammengefaßt zu werden in die beiden Begriffe seines Haupteinfallswinkels und Hauptazimuts.

Haupteinfallswinkel Φ eines Spiegels heißt derjenige Winkel, den der einfallende Strahl mit dem Lot bilden muß, damit die beiden Hauptkomponenten durch die Reflexion eine gegenseitige Verschiebung um $\frac{1}{4}\lambda$ erleiden.

Hauptazimut A. Unter dem eben definierten Haupteinfallswinkel falle auf den Spiegel Licht, dessen Pol.-Ebene gegen die E.-Ebene um 45° geneigt ist. Die bei der Reflexion entstandene Phasendifferenz werde aufgehoben (vgl. IV), so daß lineares Licht entsteht. Den Winkel A, den die Pol.-Ebene nunmehr mit der Einfalls- oder Reflexionsebene bildet, nennt man das Hauptazimut der spiegelnden Substanz.

Aus Φ und A berechnet sich für einen beliebigen E.-W. φ die bei der Reflexion entstehende relative Phasenverschiebung Δ und das Azimut a der wiederhergestellten linearen Polarisation, wenn man $\operatorname{arc\,tg} \frac{\sin\varphi \operatorname{tg}\varphi}{\sin\Phi \operatorname{tg}\Phi} = \vartheta$ setzt, mit genügender Annäherung aus den beiden Formeln:

$$\operatorname{tg} \Delta = \sin 2A \operatorname{tg} 2\vartheta \qquad \cos 2a = \cos 2A \sin 2\vartheta .$$

Quincke, Pogg. Ann. 128, 551. 1866.

Optische Konstanten des Metalles. Nimmt die Lichtamplitude bei dem Durchlaufen einer der Wellenlänge λ_0 in Luft gleichen Strecke im Verhältnis $e^{-2\pi k}$ ab, so möge k der Absorptionskoeffizient heißen. Setzt man

$$\sin 2\alpha = \sin 2\Phi \sin 2A \qquad \text{und} \qquad \sin\beta = \sin\Phi \sin 2A ,$$

so ergibt die Theorie, wenn n das Br.-V. bezeichnet,

$$n^2 + k^2 = \operatorname{tg}^2\Phi \cos 2\alpha \quad \text{und} \quad n^2 - k^2 = \operatorname{tg}^2\Phi \cos 2\beta .$$

Genähert ist $\quad n = \operatorname{tg}\Phi \cos 2A \quad$ und $\quad k = \operatorname{tg}\Phi \sin^2\Phi \sin 2A .$

Das Reflexionsvermögen $\mathfrak{r}$ (Bruchteil der reflektierten Lichtintensität bei senkrechtem Einfall) ist hierdurch bestimmt (vgl. auch S. 381) als

$$\mathfrak{r} = \frac{n^2 + k^2 + 1 - 2n}{n^2 + k^2 + 1 + 2n} .$$

Da bei vielen Metallen $2n$ gegen $n^2 + k^2$ klein ist, so nähert $\mathfrak{r}$ sich hier dem Werte Eins.

Gefunden wurde von Drude z. B. für Natriumlicht

	Φ	A	k	n	$\mathfrak{r}$
Silber	75,7°	43,6°	3,67	0,18	0,95
Gold	72,3	41,6	2,82	0,37	0,85
Quecksilber	79,6	35,7	4,96	1,73	0,78

Vgl. Drude, Optik 3. Aufl. S. 347. 1912; O. Wiener, Abh. Sächs. Ges. d. W. 30, 495. 1908; v. Wartenberg, Verh. D. Phys. Ges. 1910, 105.

Über Reflexionsvermögen von Metallen vgl. auch Tab. 25a u. 72 VI. Zwischen k und der dort definierten Größe h besteht die Beziehung $h : k = 4\pi : \lambda_0$.

III. Babinetscher Kompensator.

Der Babinetsche Kompensator gibt die Möglichkeit, in den Weg eines Lichtstrahles eine Kristallplatte von beliebiger wirksamer Dicke einzuschalten. Dies benutzt man einerseits, um in der unter I beschriebenen Weise

in einen Lichtstrahl Phasendifferenzen einzuführen, andererseits auch, um vorhandene Phasendifferenzen zu beseitigen oder abzuändern; mit anderen Worten, man kann z. B. linear pol. Licht in zirkulares oder elliptisches Licht verwandeln oder andererseits elliptisches in lineares oder in zirkulares.

Im Kompensator liegen hintereinander zwei kongruente, sehr spitzwinklige Keile eines schwach doppelbrechenden Kristalls (so gut wie immer Quarz), einander entgegengesetzt gerichtet, der längere mittels einer Mikrometerschraube mit Meßtrommel verschiebbar (Fig. 149). Die optischen Achsen liegen beide quer zur Durchsichtsrichtung, die eine der Schneide parallel, die andere senkrecht dazu.

Fig. 149.

Man visiert mit der Lupe durch einen Nicol („Analysator") nach der Mitte des feststehenden Keils, die durch einen Faden (oder eine Blende) markiert sei. Liegen an dieser Stelle gleich dicke Schichten der beiden Keile hintereinander, so tritt hier der durchgegangene Strahl ungeändert aus. Wenn man jetzt den beweglichen Keil verschiebt, so wird dadurch die gegenseitige Phase der beiden Schw.-Komponenten, welche mit den optischen Achsen der Quarze zusammenfallen, um einen dieser Verschiebung proportionalen Betrag geändert.

Der Analysator ist über einer Teilung drehbar; zunächst möge seine Polarisationsebene (größere Diagonale des Rhombus) z. B. um 45° gegen die Hauptschnitte der Quarze geneigt sein.

Wert ε eines Trommelteils. Um den Trommelteil in Gangunterschied auszuwerten, läßt man durch einen Nicol, dessen Pol.-Ebene unter 45° gegen die Hauptschnitte geneigt ist, Natriumlicht einfallen und beobachtet es nach seinem Durchgang mit dem Analysator. Wir wollen annehmen, daß die beiden Nicol gekreuzt sind. Irgendwo wird im Gesichtsfeld ein dunkler Streifen erscheinen, den man mit der Trommel auf den Faden einstellt. Diese Trommeleinstellung (p_0) heiße „Nullpunkt" (vgl. aber unten).

Nun drehe man die Trommel, bis der nächste dunkle Streifen auf dem Faden liegt. Die jetzige Einstellung (die ganzen Umdrehungen natürlich mitgezählt) sei $= p_1$. Dann entspricht also der Trommelunterschied $p_1 - p_0$ gerade einer Wellenlänge; für Natriumlicht bedeutet folglich die Konstante

$$\varepsilon = 1/(p_1 - p_0) \qquad 1.$$

die durch 1 Trommelteil bewirkte Änderung des Gangunterschiedes in Wellenlängen. Wenn demnach die Trommel auf den Teilstrich p gestellt wird, so bewirkt der Kompensator eine relative Verschiebung der beiden Komponenten um $\varepsilon(p - p_0)$ Wellenlängen.

Für Licht von einer beliebigen Wellenlänge λ berechnet man den Wert von s durch Multiplikation des für λ_{Na} gefundenen (Gl. 1) mit λ/λ_{Na}, worin streng genommen die λ für das Innere der Keile gelten, aber bei der geringen Dispersion des Quarzes nahe durch die λ in Luft (Tab. 23) ersetzt werden dürfen. — Der „Nullpunkt" p_0 hängt im allgemeinen von λ ab.

Bestimmung des absoluten Nullpunktes des Kompensators. An den dunklen Stellen beträgt der Gangunterschied ein ganzes Vielfaches der Wellenlänge; ob $0, \lambda, 2\lambda \ldots$, kann man dem bisher angewandten homogenen Licht nicht ansehen, für welches diese Frage auch fast immer gleichgültig ist.

Um aber denjenigen Streifen zu finden, in welchem der Gangunterschied 0 ist, d. h. wo die Quarze gleich dick sind, braucht man nur weißes Licht anzuwenden. Dann findet man nur einen wirklich dunklen Streifen, der eben den Nullpunkt bezeichnet. Die übrigen Stellen sind, weil nirgends alle Wellenlängen ausgelöscht werden, gefärbt.

IV. Erzeugung beliebig elliptischen Lichtes aus linear polarisiertem mit dem Babinetschen Kompensator.

Wir lassen, wie eben, in den Kompensator homogenes, lin. pol. Licht von 45° Schw.-Azimut gegen die Hauptebenen des Apparates einfallen, etwa Natriumlicht, das einen um 45° geneigten Nicol passiert hat. In dieses Licht führen nun die Quarzkeile, je nach dem Orte, wo das Licht sie durchsetzt, verschiedene Phasendifferenzen ein, infolge deren in dem austretenden Licht nebeneinander alle möglichen Schw.-Formen vertreten sind. Man erkennt diese mit dem Analysator.

Die nachfolgende Fig. 150 deutet die Schwingungszustände des durchgegangenen Lichtes in dem Bezirk zwischen zwei dunklen Streifen für den Fall an, daß das eintretende Licht von links oben nach rechts unten schwingt (d. h., nach Fresnel, daß die kurze Diagonale des polarisierenden Nicol so gerichtet ist); die Bezeichnung der Helligkeit gilt für den Fall, daß der analysierende Nicol gegen den Polarisator gekreuzt ist. In den dunklen Streifen ist das Licht ungeändert (vgl. I, 2); mitten dazwischen

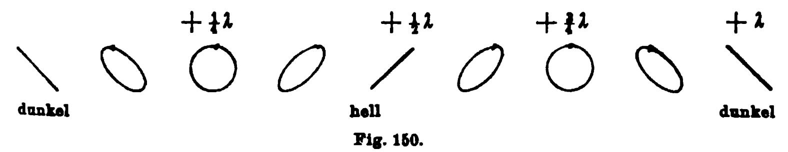


Fig. 150.

ist, durch Voraneilen um $\frac{1}{2}\lambda$, linear polarisiertes Licht von einer um 90° gedrehten Schwingungsrichtung entstanden und maximale Erhellung eingetreten (vgl. I, 3).

In je $\frac{1}{4}$ Abstand von den dunklen Streifen haben wir Voraneilen um

$\frac{1}{4}$ bez. $\frac{3}{4}\lambda$, also zirkular polarisiertes Licht, welches mittelhell erscheint. (Wie man sieht, entspricht die Figur dem Falle, daß von links nach rechts gerechnet die horizontale Schwingungskomponente gegen die vertikale verzögert ist.) An den anderen Stellen schwingt das Licht elliptisch. — In der einen Hälfte läuft die Schwingung links, in der anderen rechts herum.

Dreht man nun, bei feststehenden Quarzplatten, den Analysator um seine Achse, so wechselt an den Stellen linearer Polarisation nach je 90° Drehung größte Helligkeit mit Dunkelheit. Die Helligkeit der zirkular polarisierten Stellen bleibt selbstverständlich konstant.

Achsenverhältnis der Ellipsen. Die Elliptizität eines Lichtes ist durch das Verhältnis a/b der beiden Hauptachsen der Ellipse charakterisiert. Aus den Quarzkeilen austretendes Licht, welches sich im Fadenkreuz befindet, während die Trommel auf dem Teilstrich p steht, hat, vorausgesetzt, daß es linear mit dem Azimut 45° eingetreten war, das Achsenverhältnis (vgl. I Nr. 5)

$$a/b = \mathrm{tg}\,[\varepsilon \cdot 180^0 (p - p_0)].$$

V. Untersuchung der Schwingungsform eines Lichtes.

Man behalte im Auge, daß vollkommene Dunkelheit an einer Stelle im Kompensator anzeigt, daß erstens daselbst linear pol. Licht austritt und daß zweitens die Pol.-Ebene dieses Lichtes auf der des analysierenden Nicol senkrecht steht.

Wir setzen homogenes Licht voraus, für welches nach S. 358 ε und der Nullpunkt p_0 bestimmt wurden; und zwar soll dieses Licht eine der behandelten elementaren Schwingungsformen haben, also nicht etwa natürliches Licht mit polarisiertem gemischt sein, sondern Licht von einer bestimmten Schwingungsellipse, wie es aus geradlinig polarisiertem etwa nach dessen Durchgang durch einen Kristall, z. B. Glimmer oder Gips, oder durch Reflexion an einem Metallspiegel usw. entstanden ist. S. hierüber I u. II.

1. Lage und Achsenverhältnis der Schwingungsellipse.

Man stelle die Trommel der Quarzkeile genau auf den Punkt $\frac{1}{4}\lambda$ (Fig. 150) ein, d. h. nach S. 358 auf den Teilstrich $p_0 + 1/(4\varepsilon) = p_0 + \frac{1}{4}(p_1 - p_0)$. Nun richte man den Kompensator auf das zu untersuchende Licht. Der ganze Kompensator (Quarzkeile samt Analysator) sei um seine Sehachse drehbar. Bei dieser Drehung wandert der dunkle Streifen im allgemeinen: man drehe, bis er auf den Beobachtungsfaden fällt; den Analysator drehe man zugleich so, daß der Streifen immer möglichst kräftig bleibt. Wird der Faden bei keiner Stellung des Kompensators von einem dunklen Streifen erreicht, so drehe man den Analysator um 90°; dann wird es der Fall sein.

a) Lage der Hauptachsen der Ellipse. Sie fallen in der beschriebenen Stellung mit den beiden Hauptschnitten des Kompensators zusammen.

b) Achsenverhältnis der Ellipse. In der Lage, bei welcher der Streifen möglichst dunkel ist, bilde die Polarisationsebene des Analysators mit einem Hauptschnitt des Kompensators den Winkel γ, dann ist

$$\frac{\text{Achse parallel jenem Hauptschnitt}}{\text{Achse senkrecht zu jenem Hauptschnitt}} = \operatorname{tg}\gamma.$$

Spezielle Fälle. 1. Ändert sich nichts, wenn man den Kompensator (inkl. Analysator!) dreht, so bedeutet dies eintretendes zirk. pol. Licht. Wird in diesem Falle der Analysator allein gedreht, so wechselt ein auf dem Faden liegender dunkler Streifen mit zwei beiderseitig in gleichem Abstande auftretenden.

2. Beobachtet man andrerseits bei der Drehung des ganzen Kompensators anstatt der Wanderung der Streifen ein abwechselndes Auftreten von Streifen links und rechts symmetrisch vom Faden, so zeigt dies linear polarisiertes Licht an.

2. Gleichzeitige Bestimmung einer relativen Verschiebung und Schwächung, welche zwei zueinander senkrechte Komponenten eines Lichtstrahles (etwa durch Metallreflexion oder in einem dichroitischen Kristall) erleiden.

Wir wählen zur Untersuchung die beiden gleichen rechtw. Komponenten linear polarisierten Lichtes. Dieses schwinge ursprünglich unter 45° gegen die Hauptebenen des Kompensators — kenntlich daran, daß der Analysator im Azimut 45° einen ganz schwarzen Streifen gibt, der auf den Faden fällt, wenn die Trommel auf p_0 steht (S. 358).

Nachdem dann das Licht die Änderung erlitten hat, stellt man durch gleichzeitige Verdrehung der Trommel und des Analysators so ein, daß der dunkle Streifen wieder auf dem Faden und möglichst schwarz erscheint. 1. Die Trommel stehe jetzt auf p; dann ist die erlittene Phasenverschiebung $= \varepsilon(p - p_0)$.

2. Das Schwächungsverhältnis ist $= \operatorname{tg}\gamma$, wenn γ der jetzige Winkel des Analysators mit der Einfallsebene ist.

3. Bestimmung des Haupteinfallswinkels und Hauptazimuts eines Metallspiegels (vgl. II).

Man kann zum Beispiel so verfahren. Vor den Kollimator eines Spektrometers (60) werde ein Nicol vom Azimut 45° gegen die Instrumentalachse gestellt; der Spiegel wird auf dem drehbaren Tischchen zur Drehachse parallel befestigt und der Kompensator, mit seiner einen Hauptebene der Drehungsebene des Spektrometers parallel, so aufgestellt, daß er gespiegeltes Licht sieht.

Man stellt die Trommel auf $\frac{1}{4}\lambda$, d. h. auf den Teilstrich $p_0 + 1/(4\varepsilon)$ (vgl. S. 358) ein und dreht nun Spiegel und Kollimatorrohr, bis die dunkle Franse auf dem Faden liegt, sowie gleichzeitig den Analysator, bis die Franse möglichst schwarz ist. Der jetzige Einfalls- (oder Reflexions-) Winkel am Spiegel ist der Haupteinfallswinkel, und das jetzige Azimut der Polarisationsebene des Analysators gegen die Reflexionsebene gibt das Hauptazimut.

Über die Ausführung derartiger Messungen mit vollkommeneren Hilfsmitteln vgl. z. B. Quincke, Pogg. Ann. 127, 203. 1866; Drude, Wied. Ann. 34, 490. 1888.

Soleil-Babinetscher Kompensator. Dieser besteht aus zwei Quarzkeilen und einer Quarzplanplatte und gibt die Möglichkeit, Gangunterschiede in einem größeren Gesichtsfeld zu kompensieren. Vgl. Drude, Optik 3. Aufl. S. 244. 1912. Über die Theorie s. z. B. Dorn, im Anhang zu Neumann, Vorlesungen über Optik; C. Schmidt, Wied. Ann. 45, 377. 1892, sowie die größeren Lehrbücher der Physik oder Optik. — Über Halbschatten-Kompensatoren vgl. Brace, ZS f. Instr. 1906, 94; Tool, ebd. 1911, 129; Zehnder, ebd. 1909, 296; Szivessy, ebd. 1914, 131.

Eine Methode von Voigt zu Untersuchungen im Ultraviolett, welche durch eine photographische Aufnahme Phasenverzögerung und Amplitudenverhältnis liefert, s. Minor, Ann. d. Phys. 10, 581. 1903.

72. Photometrie.

Eine vollständige Behandlung des Stoffes bei Liebenthal, prakt. Photometrie, Brschw. 1907.

Über elektrische Lampen s. 123. — Wärmestrahlung und Glühen fester Körper in 72a.

I. Einheiten.

Als Einheit der Stärke einer Lichtquelle (Lichtstärke) dient in Deutschland allgemein die Hefnerkerze (HK; v. Hefner-Alteneck 1884), dargestellt durch die auf 40 mm Höhe regulierte Flamme von primärem Isoamylacetat ($C_7H_{14}O_2$), an rundem, 8 mm dickem Docht, aus einem 0,15 mm

starken Neusilberrohre gebrannt. — Kohlensäure sowie Wasserdampf in der Luft vermindern die Leuchtkraft. In der P. T. Reichsanstalt wird Luft von 760 mm Druck, vom Kohlensäuregehalt 0,7 liter/cbm und mit 6,6 g/cbm Wasserdampf als normal angenommen. Dem Barometerstande *b* und dem Wassergehalte *f* g/cbm (vgl. 47) entspricht dann die Lichtstärke 1,049 + 0,0001 (*b* — 760) — 0,0074 *f* HK.

Als normal gilt das Leuchten der Hefnerlampe in horizontaler Richtung; streng würde also 1 HK durch eine Lichtquelle dargestellt werden, die nach allen Richtungen ebenso leuchtet wie die Hefnerlampe nach der horizontalen. — Beglaubigte Hefnerlampen sind im Handel.

Über die Wärmestrahlung der Hefnerlampe s. S. 377, Anm.

Fremde oder ältere Einheiten werden z. B. durch die Carcellampe (nahe 10,8 HK) oder durch Kerzen von bestimmter Flammenhöhe oder bestimmtem Gewichtsverbrauch gegeben (1 Englische Normal-Wallratkerze, 45 mm hoch, auch Einheit der Verein. Staaten, = 1,14 HK; 1 Deutsche Normal-Paraffinkerze, 50 mm hoch, = 1,20 HK; in England jetzt vielfach die „10 Kerzen-Pentanluftgaslampe", nahe = 11 HK). — Im Jahre 1908 haben sich die Staatslaboratorien von England, Frankreich und den Verein. Staaten auf eine neue gemeinsame Einheit geeinigt, die den Wert 10/9 HK hat.

Als konstante Gebrauchsmaße empfehlen sich elektrische, am besten bügelförmige Glühlampen, mit sehr konstanter Stromstärke oder Spannung gebrannt und in derselben zu ihrer Ebene senkrechten Ausstrahlrichtung, wie bei dem Gebrauch, auf die Hefnerkerze zurückgeführt. Mit einer gegen die Norm der Lampen um 10 bis 20 % verkleinerten Spannung — was zugleich eine der Hefnerkerze ähnelnde Färbung bewirkt — nicht länger als nötig gebrannt, gewährt die Glühlampe oft eine jahrelange Konstanz.

Während einiger Zeit konstant leuchtet auch eine mit Druckregulator oder mit dem Hahn auf konstanter Höhe erhaltene Gasflamme, oder eine etwa 20 min zuvor angezündete Benzin- oder Petroleumlampe.

Weitere Bezeichnungen von Einheiten. Eine allseitig gleich leuchtende Lichtquelle Eins („Hefnerkerze"; vgl. oben) sendet in die Einheit des räumlichen Winkels:

den Lichtstrom Eins („Lumen");

in der Zeiteinheit die Lichtmenge Eins („Lumensekunde", „Lumenstunde");

sie bewirkt ferner auf einer im Abstande Eins (1 m) senkrecht zu diesem gelegenen Fläche

die Beleuchtung Eins („Meterkerze"; „Lux").

Eine allseitig gleiche Lichtquelle von der Stärke J sendet also in den Raum den Gesamtlichtstrom $4\pi J$, in der Zeit t die Gesamtlichtmenge $4\pi Jt$ aus. Die Beleuchtung einer im Abstande r m senkrecht liegenden Fläche beträgt J/r^2 Lux.

Leuchtet, wie gewöhnlich, eine Quelle nicht allseitig gleich, so nennt man den von ihr ausgehenden Gesamtlichtstrom geteilt durch 4π ihre mittlere räumliche Lichtstärke. Zu deren Bestimmung zerlegt man z. B. eine um die Lampe gedachte Kugelfläche in Zonen gleichen Flächen-

raumes und diese durch Meridiane in gleiche Teile. Man photometriert in den Mitten dieser Teile und nimmt das Mittel. — Über Theorie, rechnerisches, graphisches und Beobachtungsverfahren s. Liebenthal, S. 268 ff.

Im Lichtstrome von der Stärke s fließt in der Zeit t durch einen Querschnitt die Lichtmenge st. — Ein Flächenelement $d\omega$, vom Stromelement ds senkrecht getroffen, erfährt dadurch die „Beleuchtung" $ds/d\omega$; „Beleuchtung" und „Stromdichte" sind also identisch. Bildet die Flächennormale mit der Stromrichtung den Winkel α, so kommt der Faktor $\cos\alpha$ dazu.

Flächenhelle einer selbst oder auch indirekt leuchtenden Fläche nennt man die nach der Normalen gemessene Lichtstärke ihrer Flächeneinheit. Die Einheit ist Kerze/cm².

Als Grundlage der photometrischen Beobachtung dient das Einstellen auf gleiche Helligkeit zweier Objekte, meistens zweier benachbarten Flächen. Das Urteil über eingetretene Gleichheit kann durch Bewegung geschärft werden, z. B. dadurch, daß man das Objekt in einem schwach bewegten Spiegel betrachtet.

Mit jedem senkrechten Übergange zwischen Luft und gewöhnlichem Glas ist ein Lichtverlust von nahe 4% verbunden; vgl. VI A.

II. Abstands-Photometrie.

Zur Messung dient der Satz: die Beleuchtung durch eine Lichtquelle nimmt mit wachsender Entfernung r quadratisch ab. Geben also zwei Lichtquellen I und II in den Abständen r_1 und r_2 gleiche Beleuchtung, so verhalten sich ihre Lichtstärken

$$J_1 : J_2 = r_1^2 : r_2^2 .$$

Die Helligkeit einer bestrahlten Fläche ist außerdem (Lambert) dem Sinus ihres Winkels gegen die Strahlen und einer Konstante proportional, welche man die Albedo der Fläche für die Lichtsorte nennt.

Zwei sehr ungleiche Lichtstärken direkt zu vergleichen, bietet, wenn man nicht über sehr große Entfernungen verfügt, stets Schwierigkeit. Man vergleicht dann beide mit einem konstanten Zwischenlicht, dessen Stärke am besten etwa als das geometrische Mittel gewählt wird: z. B. Petroleumrundbrenner, 20 min vorher angezündet; Benzin- oder Gasflamme von konstanter Flammenhöhe; elektrische Glühlampe.

1. **Schatten-Photometer** (Lambert, Rumford). Vor einem weißen Schirm kommt ein dunkler, nicht zu schmaler Stab zu stehen. Die Lichtquellen werden so gestellt, daß die beiden Schatten des Stabes dicht nebeneinander liegen, und ihre Entfernungen so geregelt, daß die beiden Schatten gleich dunkel erscheinen, wobei darauf zu achten ist, daß beide Lichtbündel den Schirm in den Schattengebieten unter gleichem Winkel treffen. Die Abstände werden von jedem Lichte zu dem Schatten des anderen gemessen.

2. **Vergleichung zurückgeworfenen Lichtes mit durchfallendem** (Bunsen). Auf einem kleinen Schirm aus durchscheinendem Papier ist mittels eines Fett- oder Stearinfleckes oder auch durch teilweises Bekleben mit einem zweiten dünnen Papier ein Ring von anderer Lichtdurchlässigkeit angebracht.

Einseitig von dem Schirm in unverändertem Abstande befinde sich eine konstante Vergleichs-Lichtquelle L (Fig. 151). Die beiden zu vergleichenden Lichtquellen L_1 und L_2 werden folgeweise auf der anderen Seite des Schirmes in solchen Abständen r_1 und r_2 aufgestellt, daß die verschiedenen Schirmteile gleich hell erscheinen. Die Einstellung auf das Verschwinden des Fettfleckes hängt jedoch stark von dem Winkel ab, unter welchem man auf den Schirm sieht; dieser Winkel ist also während der Messung konstant zu erhalten.

Fig. 151.

3. **Photometerwürfel** (Lummer und Brodhun). Auch hier wird durchfallendes mit zurückgeworfenem Licht verglichen, aber ohne die aus transparentem Material entspringenden Nachteile. Die Hypotenusenflächen zweier rechtwinkliger Prismen berühren sich mit ihren mittleren Teilen unter Druck vollständig, so daß hier keine Reflexion sondern vollständige Durchlässigkeit vorhanden ist. Außen ist das eine Prisma angeschliffen, so daß die Fläche des anderen totale Reflexion gibt. Rechts und links von dem beiderseits gleichen weißen Schirm T werden die zu vergleichenden Lichtquellen aufgestellt. S_1 und S_2 sind gleiche Spiegel (Fig. 152, Grundriß). In die Fläche A durch eine Lupe hineinsehend erblickt man die Schirmseite T_1 durch die Mitte hindurch, T_2 dagegen total reflektiert an den Rändern. Beim Photometrieren stellt der Beobachter durch die verschiebbare Lupe scharf auf die Hypotenusenfläche ein. Die Abstände r_1 und r_2 der Lichtquellen L_1 bzw. L_2 von T_1 bzw. T_2 werden so reguliert, daß Mitte und Rand gleich hell erscheinen, dann gilt wieder

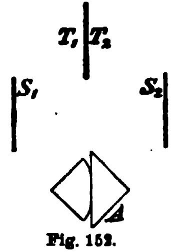


Fig. 152.

$$J_1 : J_2 = r_1^2 : r_2^2.$$

Um Unsymmetrien zu eliminieren, vertauscht man die Lichtquellen bezüglich der Seiten T_1 und T_2 durch Umlegen des ganzen

Photometers um die in der Schirmebene liegende und durch die Schirmmitte gehende horizontale Achse.

Kontrast-Photometer. Die Einstellung wird noch verschärft, wenn die zu gleicher Helligkeit verschmelzenden Felder sich gleichzeitig gegen eine anders erhellte Umgebung abheben. Man hat z. B. vier Felder, von denen je zwei auf gleiche, aber paarweise verschiedene Helligkeit eingestellt werden. Die Abschwächung des Lichtes geschieht durch Glasplatten (Fig. 153 A), welche geeigneten Teilen der Eintrittsflächen vorgesetzt werden und etwa 8 % des Lichtes wegnehmen. Eine Gestalt des Photometerwürfels mit Kontrast ist z. B. die folgende:

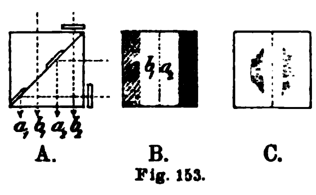


Fig. 153.

Die Teile über a_1 und a_2 der hinteren Hypotenusenfläche (Fig. 153 A) sind mit dem Sandstrahlgebläse fortgenommen. An diesen Stellen findet in dem vorderen Prisma totale Reflexion des von rechts kommenden Lichtes statt, während durch die Teile über b_1 und b_2 das geradeaus kommende Licht durchgeht. Die beiden Glasplatten schwächen die Beleuchtung von a_1 und b_2 ab. Die Plattenränder liegen so, daß man sie nicht sieht. Die Einstellungsfigur ist unter B dargestellt. Noch empfindlicher ist die gebräuchliche, ähnlich bewirkte Einstellungsfigur C.

Lummer und Brodhun, ZS f. Instr. 1889, 44 u. 461; 1892, 41.

4. **Interferenz-Photometerwürfel** (Fuchs). Zwei rechtwinklige Prismen liegen mit ihren Hypotenusen aneinander, nur durch eine sehr dünne Luftschicht voneinander getrennt. An der Grenze totaler Reflexion erscheinen die „Herschelschen Streifen". Diese sind im durchgehenden und im reflektierten Licht einander komplementär, verschwinden also, wenn die beiden Oberflächen (vgl. Fig. 152) gleich hell beleuchtet werden.

Über einige Anwendungen vgl. Lummer, Verh. D. Phys. Ges. 1901, 31.

5. **Milchglasphotometer** (L. Weber). Vor dem Milchglase m (Fig. 154) des drehbaren Rohres A befindet sich die zu messende Lichtquelle im Abstande R. Die von der auf 20 mm Flammenhöhe gehaltenen Benzinlampe erleuchtete Milchglasplatte m' wird mittels eines Triebes auf den außen am Rohre abzulesenden Abstand r gebracht, bei welchem der Photometerwürfel W gleiche Helligkeit beider Platten anzeigt. Dann ist $J = C \cdot R^2/r^2$ die gesuchte Lichtstärke. Der Abstand des Milchglases von W ist bei hinreichend kleinem Diaphragma ohne Einfluß.

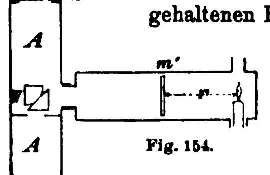


Fig. 154.

Die Instrumentalkonstante C wird z. B. mit einer Hefnerlampe im Abstande R_1 vor m als $C = r_1^2/R_1^2$ bestimmt. — Für sehr helle Lichter dienen bei m mehrfache Milchgläser mit gleichfalls empirischer Konstante. — Als Fehlerquelle ist die etwaige Inkonstanz der Benzinlampe, besonders auch wegen Luftverschlechterung um die Flamme (siehe S. 363), und der nicht leicht genau zu definierende Abstand r zu beachten.

Das Photometer mißt nach Fortnahme von *m* auch die Beleuchtung von Flächen (Himmel, Wänden usw.), wobei eine mäßige Schrägstellung sowie der Abstand von der hinreichend großen Fläche ohne Einfluß ist. Man stellt in der zu untersuchenden Ebene eine mattweiße Papptafel auf und richtet auf ihre Mitte das Rohr *A*, dann ist die gesuchte Beleuchtung $E = C'/r^2$ Meterkerzen; C' bestimmt man z. B. mittels der Einstellung im Dunkelzimmer auf den, aus R m Abstand (R etwa $= \frac{1}{2}$) von einer Hefnerlampe senkrecht erleuchteten, weißen Karton. Findet man hier die Einstellung r_1, so ist $C' = r_1^2/R^2$.

Ein Milchglasphotometer mit Abschwächung durch Polarisatoren s. bei Martens, Verh. D. Phys. Ges. 1903, 149.

6. **Kugelphotometer** (Ulbricht) zur unmittelbaren Messung mittlerer räumlicher Lichtstärken, besonders von elektrischen Lampen. Man benutzt den Satz, daß eine Hohlkugel von überall gleichem diffusem Reflexionsvermögen durch eine im Innern gelegene Lichtquelle gleichmäßig, und zwar proportional der mittleren räuml. Stärke der Lichtquelle, beleuchtet wird.

Eine Milchglaskugel (mindestens $\frac{1}{2}$ m Durchmesser; Fig. 155) ist, einschließlich des Deckels, innen mit Kreide und Wasserglas matt weiß überzogen; freigelassen ist eine von außen durch ein Diaphragma hindurch zu photometrierende Stelle, die durch ein weißes Schirmchen gegen direkte Strahlen der Lichtquelle L geschützt ist. Man eicht mit einer Lampe von bekannter mittlerer räuml. Lichtstärke. Näheres und Literatur bei Liebenthal, S. 301 ff.

L

Fig. 155.

7. **Photographie.** Zwei Beleuchtungen sind (photographisch) gleich, wenn sie in derselben Zeit gleiche Färbung desselben lichtempfindlichen Objekts bewirken. Als Normalskale dient eine Skale von Wirkungen, die von der Normalquelle aus verschiedenen gemessenen Abständen hervorgebracht sind. Eine so gemessene Lichtstärke gibt im allgemeinen kein Urteil über die Größe der Lichtwirkung auf das Auge und hängt außerdem von dem gewählten lichtempfindlichen Präparat ab.

Vgl. z. B. Hartmann, ZS f. Instr. 1899, 97.

8. **Lichtelektrisches Photometer.** Benutzt wird die Erscheinung, daß die Oberfläche eines Metalles von stark positiver Stellung in der elektrischen Spannungsreihe bei Bestrahlung negative Elektrizität in die Umgebung abgibt (Hallwachs), besonders kräftig, wenn das Metall negativ geladen ist. In einem hohen Wasserstoff-Vakuum steht einer Platin-Elektrode eine solche aus einem Alkalimetall (als Belag der Glaswand) gegenüber; + bzw. — Pol einer Batterie (6 Trockenelemente) sind mit dem Platin bzw. dem Alkalimetall verbunden. Bei Bestrahlung zeigt ein in den Kreis geschaltetes empfindliches Galvanometer (83; 85, 5) einen der Beleuchtung nahe proportionalen Strom an. Vorausgesetzt wird hierbei eine gleiche Zusammensetzung des bestrahlenden Lichtes, denn die lichtelektrische Wirkung wächst stark mit der Abnahme seiner Wellenlänge.

Siehe, besonders über Sonnenstrahlung, Elster u. Geitel, Phys. ZS 1904, 238; 1910, 257; 1911, 609; Harms, ebd. 1906, 585. Über Ultraviolett Hallwachs, ebd. 1904, 489; Kreusler, Ann. d. Phys. 6, 412. 1901; Einfluß der Wellenlänge: v. Schweidler, Jahrb. d. Rad. 1, 391. 1904.

III. Meßbare Abschwächung der einen Lichtquelle.

9. Rotierender Sektor. Durch eine rasch umlaufende (oder zwischen zwei umlaufenden Paaren von totalreflektierenden Prismen feststehende) undurchsichtige Scheibe mit Sektoröffnungen, deren Größe meßbar verändert werden kann, wird eine Strahlung bis zur Gleichheit mit einer anderen abgeschwächt.

Über Verstellbarkeit und Ablesung während des Laufes s. Lummer u. Brodhun, ZS f. Instr. 1896, 304; Brodhun, ebd. 1897, 10; 1904, 313. Auch 1907, 8: rotierende Prismen. Gebrauch am Straßenphotometer von Brodhun s. ebd. 1894, 310; 1895, 337; 1907, 8. Bechstein, ebd. 1907, 178.

10. Absorbierende Mittel; Rauchgläser. Schätzungen relativer Lichtstärken lassen sich ausführen, indem man das hellere Licht durch vorgesetzte absorbierende Schichten auf die Stärke des anderen abschwächt. Der Bruchteil des durchgelassenen Lichtes wird nach einer der angegebenen Methoden bestimmt. Haben mehrere Rauchgläser einzeln die Durchlässigkeiten $d_1, d_2, d_3 \ldots$, so besitzen sie hintereinander gestellt die Durchlässigkeit $d_1 d_2 d_3 \ldots$. Mit einem Paare von Rauchglaskeilen läßt sich die Absorption stetig ändern. — Man suche Gläser aus, die möglichst farblos absorbieren.

IV. Polarisations-Photometrie.

Passiert linear polarisiertes Licht noch einen Polarisator und bilden die Schwingungsrichtungen (oder, was zum gleichen Resultat führt, die Polarisationsrichtungen) beider den Winkel φ (Fig. 156) miteinander, so wird, von einem durch Reflexion verloren gehenden Bruchteil abgesehen, der Bruchteil $\cos^2 \varphi$ durchgelassen. Denn wenn A die Amplitude des auffallenden, so ist $A' = A \cos \varphi$ die des durchgelassenen Lichtes. Die Intensität des Lichtes aber ist dem Quadrate der Amplitude proportional (Malus). Die Methoden setzen voraus, daß das zu messende Licht nicht schon polarisiert ist.

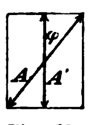


Fig. 156.

11. Vergleich gewöhnlichen Lichtes mit polarisiertem. Die eine Hälfte eines Gesichtsfeldes werde durch linear polarisiertes Hilfslicht beleuchtet, welches heller ist als eins der zu vergleichenden Lichter. Ein drehbarer Nicol läßt in einer bestimmten Stellung auf seinem Teilkreise dieses Gesichtsfeld dunkel erscheinen. Die andere Hälfte wird mit einem der Lichter beleuchtet und erscheine mit der ersten gleich hell, wenn der Nicol aus der Dunkelstellung um ω_1 gedreht wird. Die zweite Lichtquelle be-

dinge dann ebenso aus derselben Entfernung den Winkel ω_2. Dann verhalten sich die Lichtstärken

$$J_1 : J_2 = \sin^2 \omega_1 : \sin^2 \omega_2 .$$

12. **Vergleich zweier polarisierten Lichter.** Man polarisiert die beiden zu vergleichenden Lichter senkrecht zueinander, beleuchtet mit ihnen aus gleicher Entfernung die beiden Hälften eines Gesichtsfeldes und beobachtet diese gemeinschaftlich durch einen drehbaren Nicol. Sind φ_1 und $\varphi_2 (= 90° - \varphi_1)$ die Winkel, welche von der Schwingungsrichtung des Nicol mit denen der beiden Lichter eingeschlossen werden, wenn die Hälften gleich hell erscheinen, so ist

$$J_1 : J_2 = \cos^2 \varphi_2 : \cos^2 \varphi_1 = \mathrm{tg}^2 \varphi_1 .$$

Fehlerquellen werden durch Auswechseln der Lichter erkannt und eliminiert.

13. **Gleiche Mengen senkrecht zueinander polarisierten Lichtes** miteinander gemischt verhalten sich wie natürliches Licht. Man kann also die Gleichheit beider Mengen durch ein Polariskop (z. B. Savart) an dem Ausbleiben der Interferenzerscheinungen erkennen. Dieses Mittel ist zu exakter Photometrie gut zu verwenden. (Babinet, Wild.)

Über weitere photometrische Methoden oder Instrumente vgl. Liebenthal, S. 160 ff., auch z. B. die Preislisten von Krüß oder Schmidt u. Haensch.

Vergleich verschieden gefärbten Lichtes. Je ungleicher die Färbung, desto unsicherer und naturgemäß willkürlicher wird die Beurteilung gleicher Helligkeiten. Für starke Ungleichheit mögen die beiden folgenden Aushilfsmittel subjektiver Kriterien genannt werden.

1. Die Sehschärfe, mittels Herstellung einer Staffel verschiedener Helligkeitsgrade, beurteilt aus ihrem Genügen zur Erkennung verschieden feiner Zeichnungen; besonders von L. Weber gebraucht.

2. Das Aufhören des Flimmerns (Flackerns, Flickerns), wenn eine weiße Fläche in geeignetem, nicht zu schnellem Wechsel von den beiden Lichtern beleuchtet wird; ein Verfahren, welches, auf gleiche oder wenig verschiedene Färbung vorteilhaft anwendbar, mit wachsender Ungleichheit der Farbe subjektiver Willkür unterliegt. Vgl. Liebenthal, S. 229 ff.

Streng läßt sich verschiedenfarbiges Licht nur dadurch photometrieren, daß man die Stärke seiner einzelnen Farbenbestandteile bestimmt. Siehe V.

V. Photometrie im Spektrum.

14. **Helligkeitsverteilung im Spektrum** (Vierordt). An die Stelle der Skale im Spektralapparat (64) kommt eine horizontal verschiebbare Öffnung, die konstant beleuchtet wird und deren vom Prisma zurückgeworfenes weißes

Bild sich auf den zu untersuchenden Teil des Spektrums projiziert. Durch eine geeignete Kombination von Rauchgläsern (vgl. Nr. 10) schwächt man das Licht der Lampe bis zu einem solchen Bruchteile ab, daß jenes Bildchen gerade nicht mehr auf dem Spektrum sichtbar ist. Diesem Bruchteile wird die Lichtstärke in dem betreffenden Teil des Spektrums proportional gesetzt. Das Verfahren eignet sich nur zu einer Schätzung.

Genauere Resultate erhielt Langley (Sill. J. 36, 359. 1888) nach einer Methode gleicher Sehschärfe.

15. **Doppelspalt** (Vierordt). Von zwei zu vergleichenden Lichtquellen werden durch die obere und untere Hälfte eines Spaltes, die einzeln zu gemessenen Breiten verstellbar sind, zwei sich berührende Spektra entworfen. Um die durch die betreffenden Lichtquellen erzeugten Flächenhellen der Spalte für eine bestimmte Farbe zu vergleichen, verstellt man die Spaltbreiten, bis die Spektra an dieser Stelle gleich hell erscheinen. Dann verhalten sich die Flächenhellen nahe umgekehrt wie die Spaltbreiten. Große Helligkeitsunterschiede werden zuvor durch Rauchgläser (vgl. Nr. 10) in bekanntem Verhältnis reduziert.

Vgl. auch H. u. P. Krüß, ZS f. Instr. 1908, 296.

16. **Spektralphotometer mit Photometerwürfel** (Lummer und Brodhun). Außer den beiden Spaltrohren S_1 und S_2 (Fig. 157) hat auch das Fernrohr F (an Stelle der Okularlinse, die nach der Justierung abgenommen werden muß, um den Würfel deutlich zu sehen) einen verstellbaren „Okularspalt" (Maxwell); indem man das Auge direkt an diesen bringt, empfängt es gleichzeitig nur einen hinreichend homogenen Teil des spektral zerlegten Lichtes. Mittels der Objektivlinse und ev. Brille wird auf die Trennungslinien des Photometerwürfels (vgl. Nr. 3) genau akkommodiert. — Anstatt der Spaltverstellung in S_1 und S_2 dient besser der rotierende Sektor (vgl. Nr. 9) vor konstanter Spaltöffnung.

Fig. 157.

Lummer und Brodhun, ZS f. Instr. 1892, 132. — Eine Vereinigung von Prisma und Würfel bei Brace, Astrophys. J. 11, 6. 1900.

17. **Spektrophotometer mit Polarisatoren**; nach den unter IV genannten Methoden mit Einschaltung von Prismen.

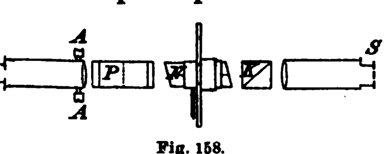


Fig. 158.

Glansches Photometer Fig. 158 Seitenansicht. Der Spalt S ist in eine obere und eine untere

Hälfte geteilt. In diese beiden Hälften treten die beiden zu vergleichenden Lichter ein, das eine etwa durch ein totalreflektierendes Prisma hineingeworfen. Auf dem Wege durch das Spaltrohr werden die beiden Lichter durch ein achromatisiertes doppelbrechendes Prisma K mit horizontaler brechender Kante senkrecht zueinander polarisiert; die andere Schwingungskomponente von jedem ist abgeblendet. Im Fernrohr erscheinen die von dem geradsichtigen, im Aufriß gezeichneten Prisma P entworfenen Spektra beider Lichter übereinander; durch passendes Ausziehen des Spaltrohres bringt man sie an einer beliebigen Stelle zur Berührung. Durch verstellbare Schirme werden die Spektra bis auf den jeweiligen zur Untersuchung bestimmten Teil abgeblendet. — Das Fernrohr ist um die Achse A drehbar. Eine Skale erlaubt, gerade wie am Spektralapparat, die Farben durch Zahlen zu bezeichnen. — N ist ein drehbares Nicolsches Prisma mit Teilkreis.

Die Drehung des Nicols werde von derjenigen Stellung aus gezählt, bei welcher die von dem Lichte I erleuchtete Hälfte des Gesichtsfeldes maximal dunkel ist. Man dreht nun den Nicol um den Winkel φ, bis beide Hälften gleich hell erscheinen. Dann würde für die eingestellte Farbe das Verhältnis der Beleuchtungen beider Spalthälften bei vollkommener Symmetrie $E_2 : E_1 = \mathrm{tg}^2 \varphi$ sein; vgl. Nr. 12. Wegen ungleicher Schwächung der beiden Lichter im Instrument schreiben wir $E_2 : E_1 = k\,\mathrm{tg}^2 \varphi$. Der von 1 nicht sehr verschiedene Korrektionsfaktor k ergibt sich, wenn man beide Hälften, etwa durch eine Flamme hinter sehr homogenem Milchglas, gleich erleuchtet und auf gleiche Helligkeit einstellt, aus dem hierfür erforderten Drehungswinkel φ_0 des Nicol als $k = \mathrm{ctg}^2 \varphi_0$.

Glan, Wied. Ann. 1, 351. 1877.

Königsches Photometer. Dieses unterscheidet sich von dem Glanschen dadurch, daß die Okularlinse durch den Maxwellschen Okularspalt ersetzt ist und daß zwischen dem Dispersionsprisma P und dem Fernrohr ein spitzwinkliges Biprisma von horizontaler Kante sitzt, welches dem Auge die beiden senkrecht zueinander polarisierten Lichter, in der Prismenkante zusammenstoßend, übereinander erscheinen läßt. Der Nicol mit Teilkreis liegt zwischen Auge und Okularspalt. A. König, Wied. Ann. 53, 785. 1894. Über eine vervollkommnete Konstruktion von Martens u. Grünbaum s. Ann. d. Phys. 12, 984. 1903; vgl. auch Hildebrand, ZS f. Elektroch. 1908, 349.

Über Methoden der photographischen Spektralphotometrie s. P. P. Koch, Ann. d. Phys. 30, 841. 1909; 34, 377. 1911 (Intensitätsverteilung in Spektrallinien); 39, 705. 1912 (auf der Benutzung lichtelektrischer Zellen beruhendes, registrierendes Mikrophotometer); 42, 1. 1913 (spektrale Energieverteilung in Spektrallinien).

VI. Spektralphotometrische Bestimmung eines Reflexionsvermögens oder eines Extinktionskoeffizienten.

A. Reflexionsvermögen. R.-V. r eines Körpers ist der bei senkrechtem Auffallen zurückgeworfene Bruchteil der Strahlung.

Das R.-V. durchsichtiger Körper ist durch ihr Brechungsverhältnis bestimmt, indem bei senkrechtem Durchtritt durch die Trennungsfläche zweier Mittel vom gegenseitigen B.-V. n nach Fresnel der Bruchteil $\left(\frac{n-1}{n+1}\right)^2$ zurückgeworfen wird; z. B. an gewöhnlichem Glase gegen Luft $(1{,}5-1)^2/(1{,}5+1)^2 = 1/25$. — Über schräge Inzidenz vgl. 71 a II.

Undurchsichtige Körper, z. B. Metalle, zeigen individuell ein sehr verschiedenes, mit der Wellenlänge im allgemeinen wachsendes R.-V.; vgl. Tab. 25 a. — Der eindringende Bruchteil $1-r$ (oder $100-r$, falls nach Prozenten gerechnet wird) gibt das Absorptionsvermögen (Eindringungskoeffizient) der Oberfläche.

Der reflektierende Körper sei als Hohlspiegel vertikal aufgestellt. Ein wenig oberhalb des Krümmungsmittelpunktes befindet sich die kleine, nach vorn und hinten gleichstrahlende Lichtquelle (elektrisch glühender hochkant liegender Platinblechstreifen). Der Spiegel entwirft dann dicht unterhalb der Lichtquelle ein reelles Bild von ihr, dessen Lichtstärke mit der der Quelle selbst spektralphotometrisch verglichen wird.

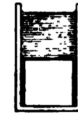
Hagen u. Rubens, Ann. d. Phys. 1, 352. 1900; für ultraviolett ebd. 8, 1. 1902; vgl. auch 72 a III. Ferner Koenigsberger, ebd. 43, 1205. 1914.

B. Extinktionskoeffizient (Absorptionskonstante) h eines Mittels. Die Stärke s eines Lichtstromes erleidet auf der kleinen Strecke dx den Verlust $-ds = h \cdot s\,dx$. Die A.-K. h hängt in auswählend absorbierenden (farbigen) Mitteln von der Schwingungszahl (Farbe) des Lichts ab.

Ändert sich auf der Strecke a die Anfangsstärke s_0 in s_1, so gilt also $-\int_{s_0}^{s_1} \frac{ds}{s} = h \int_0^a dx$, woraus (Tab. 50 a) $\lg\text{nat}\, s_0 - \lg\text{nat}\, s_1 = ha$, wofür man auch schreiben kann $s_1 = s_0 e^{-ha}$.

Man mißt s_0/s_1, indem man nach V 15 bis 17 das eintretende Licht gegen das durch die absorbierende Schicht gegangene photometriert, und findet schließlich $h = \frac{1}{a} \lg\text{nat} \frac{s_0}{s_1} = \frac{1}{a}\, 2{,}30 \lg\text{brigg} \frac{s_0}{s_1}$.

Korrektionen wegen Schwächungen. Mit den Durchgängen durch die Trennungsfläche verschieden brechender Mittel sind infolge der Reflexion Schwächungen des Lichtes verbunden; nach A lassen sie sich berechnen und als Korrektion ins Resultat einführen. — Statt dessen kann man aber auch die Schwächungen auf beiden Wegen praktisch gleich machen. Zu dem Zweck bedeckt man die beiden Lichteinlässe mit verschieden dicken, gleich begrenzten Schichten des Körpers und setzt für a


Fig. 159.

die **Differenz** der beiden Dicken. Handelt es sich z. B. um die beiden Hälften eines Spaltes, so stellt man in den parallelwandigen Absorptionstrog einen rechteckigen Klotz aus hellem Glase (Fig. 159; Schulzscher Glaskörper); die Reflexionen an diesem (s. unter A) wird man häufig vernachlässigen dürfen. Bei absorbierenden Gläsern kann man den einen Einlaß mit einem dünnen farblosen Glase, bei Lösungen eines farbigen Salzes in einem Glastroge mit einem kongruenten Troge bedecken, der nur Lösungsmittel enthält, und dann von der Schwächung absehen.

An Stelle der Größe *h* werden auch andere Konstanten zum Definieren der Absorption gewählt.

Anwendungen (Kolorimetrie). 1. Zum Vergleich der Konzentration von Lösungen gefärbter Stoffe, nach dem Satze (Beer), daß die A.-K. proportional der Konzentration wächst. Die gebräuchlichen Kolorimeter suchen entweder das Verhältnis der Schichtdicken, welche gleich stark absorbieren (keilförmige Schichten; bei vertikalem Strahlengang Ablassen von Lösung oder Eintauchen eines unten durch eine Planplatte geschlossenen Hohlzylinders ohne gefärbte Lösung). — Oder sie bestimmen das Verhältnis der Absorptionen bei gegebenen Schichtdicken (z. B. polarisationsphotometrisch). Hier ist im allgemeinen mit einfarbigem Licht oder, wie oben, im Spektrum zu messen.

2. Zur Prüfung von Farbstoffen.

Vgl. z. B. Baur, Kurzer Abriß der Spektroskopie, 1907.

72a. Wärmestrahlung (Melloni 1831; Knoblauch 1847).

Wärmestrahlen sind ihrer Qualität nach mit den Lichtstrahlen identisch; ihre Schwingungsdauer oder Wellenlänge ist jedoch nicht, wie bei den dem Auge sichtbaren Strahlen, durch eine obere und eine untere Grenze abgeschlossen.

Die Energie einer Strahlung wird gemessen, indem man sie an einer absorbierenden Oberfläche in Körperwärme überführt. Zu beachten ist, daß auch das Absorptionsvermögen von Oberflächen, welche dem Auge schwarz erscheinen, d. h. die sichtbaren Strahlen merklich verschlucken, für die außerhalb des sichtbaren Spektrums liegenden Strahlen nicht vollkommen zu sein braucht; insbesondere ist für die langwelligen, ultraroten Strahlen, die in der Regel den größeren Teil der Energie enthalten, keine vollkommen absorbierende Oberfläche bekannt. Lampenruß und Platinschwarz, nach dem Rezept von Lummer-Kurlbaum hergestellt (8, 18), absorbieren die Strahlung eines schwarzen Körpers von 100° (deren Intensitätsmaximum bei $\lambda = 8\mu$ liegt) bis zu 95 bzw. 97%. Diese Grenze wird bei einer Schichtdicke von 30 bzw. 200 mg/qdm erreicht. Kurlbaum, Wied. Ann. 67, 846. 1899; noch längere Wellen bei Royds, Phys. ZS 1910, 316.

Strahlungsquellen: Bogenlampe, Nernstlampe, glühendes Platin, leuchtende Flamme, Außenwand eines Siedegefäßes usw. Bis 100° dient

z. B. der bekannte, mit Wasser gefüllte Lesliesche Würfel. Zu Messungen eignet sich oft ein elektrisch geheizter Metallstreifen, dessen Temperatur durch die Stromstärke geregelt und aus der thermoelektrischen Spannung oder dem Widerstande erkannt wird (48).

I. Ausstrahlung und Einstrahlung.

Vgl. besonders Planck, Vorles. üb. d. Theor. der Wärmestrahlung. Leipz. 2. Aufl. 1913.

Das folgende bezieht sich zunächst nur auf „thermaktine" Vorgänge, bei denen die ausgestrahlte Energie lediglich aus der Körperwärme stammt und die eingestrahlte nur als Körperwärme aufgenommen wird: „Temperaturstrahlung". Andere, den Körper selbst ändernde, meist chemische Quellen oder Wirkungen („Lumineszenz"; E. Wiedemann) seien ausgeschlossen.

Kirchhoffscher Satz. Das Emissionsvermögen $\mathfrak{e}$ eines Körpers für Wärme einer bestimmten Art (Wellenlänge) ist seinem Absorptionsvermögen $\mathfrak{a}$ für dieselbe Art bei gleicher Temperatur proportional;

$$\mathfrak{e}/\mathfrak{a} = \mathfrak{e}_s .$$

Die Konstante $\mathfrak{e}_s$ ist das Emissionsvermögen einer schwarzen, d. h. einer alle Strahlen absorbierenden Fläche; denn deren Abs.-V. ist $=1$, also

$$\mathfrak{e} : \mathfrak{a} = \mathfrak{e}_s : 1 .$$

Theoretisch schwarzer Körper.

Schwarze Strahlung (Kirchhoff). So heißt die Strahlung, die von einem vollkommen schwarzen Körper ausgeht. Ihre Intensität und Qualität (Energieverhältnis der Wellenlängen, aus denen die Strahlung besteht) hängt nur von der Temperatur ab.

„Schwarzer" Hohlkörper (Kirchhoff). Innerhalb eines durch undurchlässige Wände von gleicher konstanter Temp. T abgeschlossenen Hohlraumes resultiert aus den Emissionen und den Absorptionen, von der Beschaffenheit der Wände unabhängig, die der Temp. T zugehörende „schwarze" Strahlung.[1]) Die in 1 ccm enthaltene Energie der Strahlung beträgt, wenn T die abs. Temp. bedeutet, $7 \cdot 10^{-15} T^4$ Erg; vgl. Gl. 1 S. 376.

---

1) Eine Vorstellung vom Wesen des Vorganges erhält man durch die Betrachtung zweier gleicher, einander paralleler Ebenen von gleicher Temperatur, die gegeneinander strahlen und spiegeln. Es sei bei unserer Temperatur für eine bestimmte Wellenlänge, deren Strahlung betrachtet werden soll, $\mathfrak{e}$ das Em.-V., $\mathfrak{a}$ das Abs.-V.; mithin nach dem obigen $\mathfrak{e}/\mathfrak{a} = \mathfrak{e}_s$ das Em.-V. eines schwarzen Körpers. Wir fassen eine Strahlung ins Auge, die von einem beliebigen Stück der Fläche I senkrecht ausgeht, und setzen ihre ursprüngliche Intensität I_0 proportional $\mathfrak{e}$, also $I_0 = K\mathfrak{e}$.

Bei der ersten Reflexion an Fläche II wird $I_0\mathfrak{a}$ absorbiert, mithin $I_0(1-\mathfrak{a})$, oder, wenn $1-\mathfrak{a} = \mathfrak{r}$ bezeichnet wird, $I_0\mathfrak{r}$ zurückgeworfen. Hierzu tritt $K\mathfrak{e}$ vermöge der Eigenstrahlung der Fläche; mithin Summe $I_1 = I_0\mathfrak{r} + K\mathfrak{e} = K\mathfrak{e}(1+\mathfrak{r})$. Ebenso kommt nach der zweiten Reflexion

Hat der Hohlraum eine so enge Öffnung, daß sie die Beschaffenheit der Strahlung nicht merklich ändert, d. h. daß die aus ihr austretenden Strahlen im Innern hinreichend oft reflektiert worden waren, so vertritt diese Öffnung nach außen merklich vollkommen eine ebenso große absolut schwarze Fläche von der Temp. T. Dadurch daß die Innenfläche aus einem Stoff von starkem Em.- und Abs.-Vermögen hergestellt wird, schränkt man die für den Zweck notwendigen Reflexionen auf eine kleine Anzahl ein, so daß die Öffnung relativ nicht sehr eng genommen zu werden braucht. Ist z. B. das Abs.-V. $\mathfrak{a}$ der inneren Fläche $= 0{,}9$, also (vgl. d. Anm.)

$$1 - \mathfrak{a} = \mathfrak{r} = 0{,}1 \quad \text{und} \quad \mathfrak{e} = 0{,}9\,\mathfrak{e}_s\,,$$

so hat eine von der Fläche ausgegangene Strahlung $\mathfrak{e}$

nach der	0 ten	1 ten	2 ten	Reflexion
die Intensität	$0{,}9\,\mathfrak{e}_s$	$0{,}99\,\mathfrak{e}_s$	$0{,}999\,\mathfrak{e}_s$	usw.

Zweimalige Reflexion gibt also schon Annäherung auf 1/1000.

S. hierüber W. Wien u. Lummer, Wied. Ann. 56, 451. 1895; Lummer, Rapp. au Congrès 1900 II, 41; Pringsheim ebd. II, 100; auch Müller-Pfaundler, 10. Aufl., II, 627. 1907.

Ein metallener Hohlraum wird z. B. mit Platinschwarz (8, 18) oder dem hitzebeständigeren Eisenoxydoxydul ausgekleidet und für mäßige Temp. in Bädern (8, 27) gleichmäßig geheizt. Bis zu 1500° C reicht der abgebildete Körper (Fig. 160) mit elektrischer Beizung (Lummer u. Kurlbaum, Ann. d. Phys. 5, 829. 1901). Der innere Zylinder aus feuerbeständiger Masse ist mit einem dünnen Platinblech dicht überzogen, welches vom Strome der Länge nach durchflossen wird. Die der Öffnung zustrahlende „Hinterwand" liegt in der Mitte an dem gleichmäßigst geheizten Querschnitt; Diaphragmen halten direkte Strahlung der näher gelegenen Seitenwände ab. Dicht vor der Hinterwand liegt die Lötstelle Th eines Le Chatelierschen

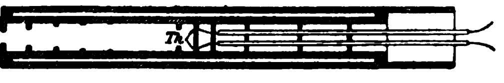


Fig. 160.

$I_2 = I_1\mathfrak{r} + K\mathfrak{e} = K\mathfrak{e}(1 + \mathfrak{r} + \mathfrak{r}^2)$, und so fort, nach der $n$ten Reflexion $I_n = K\mathfrak{e}(1 + \mathfrak{r} + \mathfrak{r}^2 + \cdots + \mathfrak{r}^n)$. Die Reihe konvergiert, weil $\mathfrak{r} < 1$ ist, zum Werte $1/(1 - \mathfrak{r}) = 1/\mathfrak{a}$. Nun ist $\mathfrak{e} = \mathfrak{e}_s\mathfrak{a}$, folglich $K\mathfrak{e} = K\mathfrak{e}_s\mathfrak{a}$, so daß $I_\infty = K\mathfrak{e}_s$ wird, d. h. die für unsere Wellenlänge geltende senkrechte Strahlung einer vollkommen schwarzen Fläche bedeutet. Es stellt sich somit durch das Hin- und Widerstrahlen mit unvollkommener Absorption genau derselbe Zustand als ein stationärer her, der zwischen zwei schwarzen Flächen sofort entstehen würde. Diese Betrachtung gilt für jede Wellenlänge, also auch für die Gesamtstrahlung.

Ähnlich wird man, falls die beiden Spiegel ungleich beschaffen sind, der eine $\mathfrak{e}\mathfrak{a}$, der andere $\mathfrak{e}'\mathfrak{a}'$ hat, wobei aber die Beziehung besteht, daß $\mathfrak{e}'/\mathfrak{a}' = \mathfrak{e}/\mathfrak{a}$ ist, als Endwert finden $I_\infty = K(\mathfrak{e} + \mathfrak{e}'\mathfrak{r})[1 + \mathfrak{r}\mathfrak{r}' + (\mathfrak{r}\mathfrak{r}')^2 + \cdots]$. Die Reihe ist $= 1/(1 - \mathfrak{r}\mathfrak{r}')$; da nun $\mathfrak{e} + \mathfrak{e}'\mathfrak{r} = \mathfrak{e}_s(1 - \mathfrak{r}) + \mathfrak{e}_s(1 - \mathfrak{r}')\mathfrak{r} = \mathfrak{e}_s(1 - \mathfrak{r}\mathfrak{r}')$, so kommt wieder $I_\infty = K\mathfrak{e}_s$.

Thermoelements (48 I), dessen Verbindungen durch gestützte Porzellanröhrchen nach außen geführt sind. Luftmäntel innerhalb des Überstülprohres und eines weiteren, nicht gezeichneten Rohres dienen als Wärmeschutz.

Für höhere Temperaturen benutzt man ein elektrisch geheiztes Kohlerohr, das, durch Stückchen aus Kryptol oder besser aus Holzkohle gegen allzu große Wärmeabgabe geschützt, in einem evakuierten Kasten aus Metall angebracht ist. In seinem Innern enthält das Rohr in der Mitte die strahlende massive Scheidewand und davor passende Blenden aus Kohle. Warburg u. Leithäuser, ZS f. Instr. 1910, 119.

Gesetze der schwarzen Strahlung.

Das folgende bezieht sich auf die Strahlung in das Vakuum (merklich Luft); die Strahlung in einen begrenzenden Raum vom Brechungsverhältnis n würde im Verhältnis n^2 größer sein.

Stefan-Boltzmannsches Gesetz. Die von der Flächeneinheit des schwarzen Körpers bei der absoluten Temperatur T in der Zeiteinheit ausgestrahlte Gesamtenergie beträgt

$$S = \mathfrak{f} T^4. \qquad 1.$$

Für $\mathfrak{f}$, dessen Wert von verschiedenen Beobachtern bis zu 10 % verschieden erhalten wurde, kann vorläufig angenommen werden:

$$\mathfrak{f} = 1{,}3 \cdot 10^{-12} \frac{\text{g-Kal}}{\text{cm}^2 \sec \text{Grad}^4} = 5{,}4 \cdot 10^{-5} \frac{\text{Erg}}{\text{cm}^2 \sec \text{Grad}^4} = 5{,}4 \cdot 10^{-12} \frac{\text{Watt}}{\text{cm}^2 \text{Grad}^4}.$$

Die Energiedichte im schwarzen Hohlraum (S. 374) verhält sich zu S wie $4 : v$, wo $v = 300 \cdot 10^8$ cm/sec die Lichtgeschwindigkeit bedeutet.

Verteilung der Energie im Beugungsspektrum (65 I) des schwarzen Körpers. T sei die abs. Temperatur des strahlenden Körpers. Der Teil der gestrahlten Energie, welcher aus Wellenlängen zwischen λ und $\lambda + d\lambda$ besteht, sei mit $E d\lambda$ bezeichnet. Dann gilt für den Faktor E nach Wien-Planck:

$$E = C \frac{\lambda^{-5}}{e^{c/\lambda T} - 1}; \qquad 2a.$$

für kleine λT

$$E = C \frac{\lambda^{-5}}{e^{c/\lambda T}}. \qquad 2b.$$

Die Exponentialkonstante c, λ in cm gemessen, setzen wir gleich 1,43 (48a). Aus Gl. 1 folgt

$$C = 0{,}83 \cdot 10^{-12} \text{ g-Kal. cm}^2/\text{sec} = 3{,}5 \cdot 10^{-5} \text{ Erg cm}^2/\text{sec}.$$

Die Ordinate des höchsten Punktes der Kurve (s. Fig. 161) berechnet sich aus Gl. 2a:

$$E_{max} = 2{,}92 \cdot 10^{-12} T^5. \qquad 3.$$

Sie rückt mit wachsender Temperatur nach kleinerer Wellenlänge (λ_{max}) oder größerer Schwingungszahl, und zwar ergibt sich aus Gl. 2a die Beziehung (Wiensches Verschiebungsgesetz):

$$\lambda_{max} T = \text{const.}, \qquad 4.$$

wo const. = 0,288. — Erst gegen $T = 4000^\circ$ wird $\lambda_{max} = 0{,}000076$ cm, rückt also ins sichtbare Spektrum.

Im **sichtbaren** Spektrum gilt Gl. 2b (W. Wien) bis zu den höchsten Temperaturen (z. B. $T = 4000^\circ$; $\lambda T \leqq 0{,}3$ cm · Grad) merklich genau. Die Energie (Helligkeit) ausgestrahlter Lichtwellen von bestimmter Wellenlänge λ wächst danach mit der Temperatur nach dem Gesetz

$$E = A e^{-b/T} \text{ oder } \lg\text{nat}\, E = a - b/T \text{ oder } 1/T = a/b - 1/b \cdot \lg\text{nat}\, E, \quad 5.$$

wo $A = C\lambda^{-5}$ oder $a = \lg\text{nat}(C\lambda^{-5})$ und $b = c/\lambda$ Konstanten sind. $1/T$ ändert sich also linear mit $\lg E$; „logarithmische Gerade".

Die nach Formel 2a berechnete Größe E, welche also die Verteilung der gestrahlten Energie auf die unendlich vielen in ihr enthaltenen Wellenlängen darstellt, wird für die absoluten Temperaturen T= 2000 1750 1500 1250 1000° (1727 1477 1227 977 727° C) durch die Kurven der Fig. 161 gegeben. Der Energieanteil der sichtbaren Strahlung, innerhalb r bis v (rot bis violett), ist stets klein und bei der hellen Rotglut von 1250° abs. = 977° C in der Figur noch nicht darzustellen.[1])

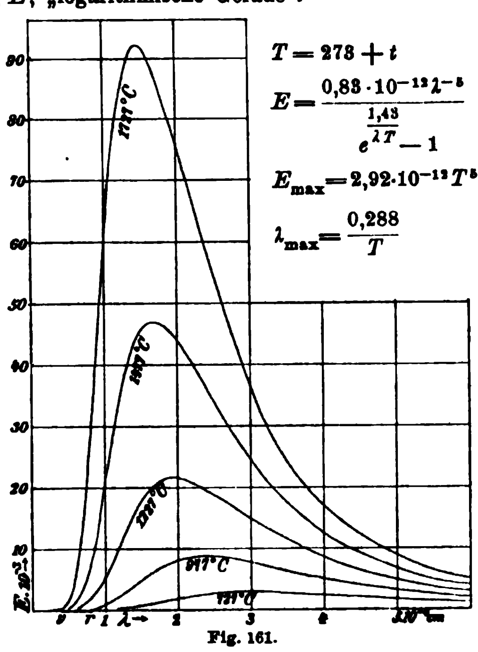


Fig. 161.

Als schwache Rotglut wird die Strahlung bei etwa 900° abs. = 627° C wahrgenommen, als farblose Lichtempfindung (Grauglut; Fr. Weber) von einem sehr ausgeruhten Auge schon etwa von 400° C an.

Strahlungstheoretische Temperaturmessung am schwarzen Körper.

Bolometrische Methoden. Grundlagen hierzu sind in den Gleichungen 1 bis 4 enthalten. Gl. 4, $T = \text{const.}/\lambda_{max}$, verlangt nur die spektralbolo-

1) Bei der Hefnerkerze bildet die Strahlungsenergie im sichtbaren Spektrum nahe 1 Proz. der Gesamtenergie. Bei der Beleuchtung 1 „Meterkerze" (d. h. im Horizontalabstande 1 m) beträgt die Ges.-Energie 0,0000215 g-Kal. oder 900 Erg pro sec u. cm². K. Ångström, Acta Soc. Upsal. 1903; Phys. ZS 5, 456. 1904, auch Verteilung im Spektrum. Unter bestimmteren Bedingungen beobachtete Gerlach, ebd. 1913, 577. — Auf die Feuchtigkeit und die Strahlung der erwärmten Luft ist Rücksicht zu nehmen.

metrische Bestimmung der Lage des Maximums, ist also grundsätzlich einfach, aber schwierig genau durchzuführen.

Die Gleichungen 1 oder 3, nämlich

$$T = \sqrt[4]{S \cdot 10^{12}/1{,}3} = 940\sqrt[4]{S} \quad \text{und} \quad T = \sqrt[5]{E_{max} \cdot 10^{12}/2{,}9} = 203\sqrt[5]{E_{max}}$$

arbeiten genauer, weil nur $\frac{1}{4}$ bzw. $\frac{1}{5}$ des Fehlers ins Resultat eingeht (2, I). Um die Faktoren 940 bzw. 203 verwenden zu können, müssen die Strahlungen absolut gemessen werden. Statt dessen kann man die Faktoren mittels einer Messung an einer schwarzen Strahlung von bekannter Temperatur (43) als Konstanten der gebrauchten Instrumentalanordnung bestimmen.

Photometrische Methoden. Diese sind vermöge ihrer einfacheren Messungsmittel leichter zu handhaben als die vorigen. Im sichtbaren Teil der Strahlung ist nämlich für eine bestimmte Wellenlänge ein Energieverhältnis identisch mit dem Helligkeitsverhältnis.

Aus Gl. 5 ergibt sich $T = b/(a - \lg \text{nat} E)$, wo $a = \lg \text{nat}(C\lambda^{-5})$ und $b = c/\lambda$ ist. E bedeutet zunächst gestrahlte Energie, läßt sich aber mittels einer einmaligen Helligkeitsmessung der Versuchsanordnung bei bekanntem E oder T auf Helligkeit zurückführen.

Am übersichtlichsten erscheint die relative Messung zweier Temperaturen T_1 u. T_2 mittels des photometrierten Verhältnisses E_1/E_2 der zugehörigen Helligkeiten einer bestimmten Wellenlänge in der aus Gl. 5 folgenden Beziehung

$$b\,(1/T_1 - 1/T_2) = \lg \text{nat}\,(E_2/E_1).$$

Es genügt, da b aus der Wellenlänge abgeleitet werden kann, zur absoluten Messung, daß eine Helligkeit bei bekannter Temp. gemessen ist.

Als die letztere dient am einfachsten der Schmelzpunkt des Goldes: $T = 1064 + 273 = 1337°$. Man bringt ein Golddrahtstückchen auf dem Diaphragma des schwarzen Hohlkörpers an und erwärmt diesen durch langsam gesteigerte Heizung, wobei man der zunehmenden Helligkeit mit dem Photometer folgt. Der Moment des Durchschmelzens wird am Unterbrechen eines (schwachen) elektr. Stromes erkannt, der dem Golddrähtchen mittels höher schmelzbarer Drähte (z. B. Pt) zugeführt ist.

Nach demselben (auf eine „Schwärzung" des Metalles hinauslaufenden) Verfahren kann man dann die Bestimmung unbekannter Schmelzpunkte anschließen. Zur Messung eignen sich die Spektralphotometer (72 V) oder einfacher die optischen Pyrometer (43a).

Vgl. u.a. Lummer u. Pringsheim, Verh. D. Phys. Ges. 1901, 36 u. 1903, 3; Paschen, Ann. d. Phys. 4, 288. 1901; Nernst u. v. Wartenberg, Verh. D. Phys. Ges. 1906, 48; Warburg, Leithäuser, Hupka u. Müller, Ann. d. Phys. 40, 609. 1913. — Eine Übersicht über die neueren Messungen s. bei Coblentz, Jahrb. d. Radioakt. u. El. 10, 340. 1913.

Absolute Temp.-Bestimmung auf Grund bekannter Reflexionsvermögen. Gemessen werde die Helligkeit E eines bestimmten kleinen Spektralbezirks (etwa des von einem roten Glas durchgelassenen

Lichtes) in der Strahlung eines Körpers bei der gesuchten Temp. T; der Körper besitze für diese Wellenlänge das bekannte Em.-V. $\mathfrak{e}$. Wir denken uns nun die Temp. zunächst so berechnet, als ob er das Em.-V. $\mathfrak{e}$ des schwarzen Körpers besäße; wir bezeichnen diese (zu niedrig berechnete „schwarze"; S. 168) Temp. mit T_s, also (Gl. 5) $1/T_s = a/b - 1/b \cdot \lg\,\mathrm{nat}\,E$. Ein schwarzer Körper hätte unter gleichen Umständen $E\mathfrak{e}_s/\mathfrak{e}$ gestrahlt; die wirkliche Temp. T ist also gegeben durch $1/T = a/b - 1/b \cdot \lg\,\mathrm{nat}(E\mathfrak{e}_s/\mathfrak{e})$. Durch Subtraktion der Ausdrücke fällt E heraus; nennen wir ferner $\mathfrak{a}$ das Abs.-V. und $\mathfrak{r}$ das Refl.-V. unseres Körpers und berücksichtigen (S. 374), daß $\mathfrak{e}_s/\mathfrak{e} = 1/\mathfrak{a} = 1/(1-\mathfrak{r})$ ist, so kommt

$$1/T_s - 1/T = 1/b \cdot \lg\,\mathrm{nat}\,1/\mathfrak{a} = 1/b \cdot \lg\,\mathrm{nat}\,1/(1-\mathfrak{r}). \qquad 6.$$

Nun ist $\mathfrak{r}$, also auch $\mathfrak{a}$, bei Metallen im sichtbaren Gebiet von der Temperatur nahezu unabhängig. Dies vorausgesetzt, läßt sich, wenn ein Metall von unveränderlicher (nicht oxydierbarer) Oberfläche angewendet wird, dessen $\mathfrak{r}$ (oder $\mathfrak{a}$) z. B. für Zimmertemperatur gemessen ist (s. unter III), Gl. 6 benutzen, um aus der mit dem optischen Pyrometer (48a) gefundenen Temp. T_s die wahre Temp. T abzuleiten.

Vgl. Holborn u. Henning, Sitz.-Ber. Berl. Ak. 1905, 311; v. Wartenberg, Verh. D. Phys. Ges. 1910, 121; Henning, ZS f. Instr. 1910, 61.

Über absolute Messungen s. auch IV.

II. Messungsmittel.

a) Thermosäule (Nobili, Melloni).

Die auf der einen Seite liegenden Lötstellen werden geschwärzt. Man mißt den ersten Ausschlag einer vorher ruhenden Galvanometernadel von mäßiger Dämpfung und setzt ihm die Strahlungsenergie proportional.

Säulen aus sehr feinen (0,1 mm dicken) Konstantan-Eisenelementen bieten den großen Massen der älteren Thermosäulen gegenüber Vorteile. Die bestrahlten Lötstellen tragen sehr feine geschwärzte Silberscheibchen.

Vgl. Rubens, ZS f. Instr. 1898, 65. — Über Thermoelemente im Vakuum, wo die Empfindlichkeit viel größer ist, s. Lebedew, Ann. d. Phys. 9, 209. 1902; Reinkober, ebd. 34, 343. 1911: 25 μ dicke Drähte im hohen Vakuum; Johansen, Phys. ZS 1913, 908; Coblentz u. Leiß, ZS f. Instr. 1914, 14.

Radiomikrometer (Boys). Ohne Galvanometer kann man mit einem im starken magnetischen Felde aufgehängten, leichten Thermobügel arbeiten, der selbst durch die Bestrahlung abgelenkt wird.

Vgl. H. Schmidt, Ann. d. Phys. 29, 1001. 1909.

b) Bolometer (Langley).

Man benutzt die Widerstandsänderung, die ein dünner Platin-, Eisen- oder Nickeldraht oder -blechstreifen durch die bei der Einstrahlung entstehende Erwärmung erfährt. Platinbleche, mit einer zehnfach dickeren

Silberschicht zusammengeschweißt, lassen sich auf $^1/_{2000}$ mm Dicke auswalzen; nach dem Aufspannen auf einen Rahmen wird das Silber abgeätzt.

Der zu bestrahlende Draht (Fig. 162) bildet den Zweig, z. B. *a*, einer von einem **konstanten** Strom durchflossenen Wheatstoneschen Brücke (**93**). Der Strom des konstanten Elements *P* ist einige Zeit vorher geschlossen und das empfindliche Galvanometer *Q* (83) durch Abgleichen der Widerstände auf Null gebracht. Die Bestrahlung des einen Zweiges bewirkt einen der Strahlungsenergie nahe proportionalen ersten Ausschlag. Um von Temperaturschwankungen unabhängig zu sein, werden die Materialien benachbarter Zweige, z. B. *a* und *c*, *b* und *d* gleich gewählt. Doppelte Empfindlichkeit erreicht man durch gleichzeitige Bestrahlung gegenüberliegender Brückenzweige. Die Erwärmung des stromdurchflossenen Drahtes macht dessen Widerstand sehr empfindlich gegen Luftströmungen, die deswegen sorgfältig auszuschließen sind.

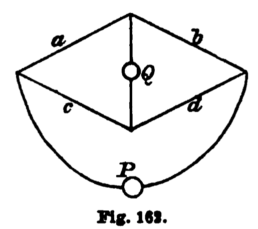


Fig. 162.

Über die Ausführung vgl. z. B. Lummer u. Kurlbaum, Wied. Ann. 46, 204. 1892; über das empfindlichere und nicht durch Luftströmung gestörte Vakuumbolometer Warburg, Leithäuser u. Johansen, Ann. d. Phys. 24, 25. 1907: der Vorteil gegenüber dem in Luft aufgehängten Bolometer ist besonders groß bei sehr schmalen Blechstreifen.

Eine Nullmethode, die von der Änderung der Galvanometerempfindlichkeit unabhängig ist, bei Warburg, Leithäuser, Hupka u. Müller, ebd. 40, 628. 1913.

c) Radiometer (Crookes).

Die Drehgeschwindigkeit einer bestrahlten Lichtmühle dient wohl zur Schätzung der Strahlungsenergie. — Ein empfindliches Meßinstrument bilden zwei symmetrisch seitlich an einem Quarzfaden befestigte geschwärzte Flügelchen, deren einer bestrahlt wird. Dem mit Spiegel und Skale gemessenen Ausschlage kann die Strahlungsenergie ungefähr proportional gesetzt werden. Die Empfindlichkeit hängt vom Gasdruck (günstig etwa $^1/_{20}$ mm Quecksilber; **36** VIII) ab, läßt sich also ändern.

Vgl. Nichols, ZS f. Instr. 1897, 123.

III. Wärmespektrum.

Spektrale Zerlegung geschieht, wegen der Absorption (Tab. 25) der übrigen Mittel, bis $\lambda = 15\,\mu$ mit Steinsalz, bis $18\,\mu$ mit Sylvin-, bis $8\,\mu$ auch wohl mit Flußspatprismen; oder mit reflektierenden Hohlgittern (vgl. Rowlandsches Gitter, S. 276) oder auch durch-

lässigen Beugungsgittern aus Draht. — Große, einigermaßen homogene Wellenlängen („Reststrahlen") liefert auch die wiederholte (3 bis 4malige) Reflexion einer Strahlung an Körpern, die auswählend reflektieren: an Quarz $\lambda = 8{,}8_5\ \mu$, Flußspat 26, Steinsalz 51, Sylvin 61, Bromkalium 82, Jodkalium 97 μ.

Siehe Rubens u. Nichols, Wied. Ann. 60, 418. 1897; R. u. Aschkinaß, ebd. 65, 241. 1898; R. u. Hollnagel, Sitz.-Ber. Berl. Ak. 1910, 26; R. ebd. 1913, 513 (Einfluß der selektiven Absorption des Wasserdampfes auf die Energieverteilung der Reststrahlen). — Ein Verfahren zur Aussonderung langer Wellen mittels Quarzlinsen s. bei Rubens u. Wood, Verh. D. Phys. Ges. 1911, 88.

Das deutliche Spektrum wird, wie in der Optik, mittels eines Spalts und einer Linse (aus Steinsalz usw.), oder statt der letzteren, deren Brennweite sich mit der Wellenlänge stark ändert, besser mittels eines versilberten Hohlspiegels entworfen, welcher alle Wellen fast vollständig reflektiert (Tab. 25a).

Das „Spektralbolometer" unterscheidet sich von dem Spektralphotometer dadurch, daß sich an dem Platze des im Okular entstehenden Spaltbildes ein Bolometerdraht oder eine Thermosäule befindet. — Je schwächer die Strahlung, desto höher wachsen die Ansprüche an vollkommenes Abblenden von diffus reflektierten oder anderweitig auftretenden störenden Nebenstrahlen.

Über genaue Messungen mit Beugungsgitter an ultraroten Linienspektren bis zu Wellenlängen von $2{,}7 \cdot 10^{-3}$ mm s. Paschen, Ann. d. Phys. 27, 537. 1908; Zerlegung mit Quarz- u. Flußspatprismen bei Warburg, Leithäuser, Hupka u. Müller, Ann. d. Phys. 40, 609. 1913.

Absorptions-, Reflexions- und Emissionsvermögen undurchlässiger Körper.

Theorie. Die drei Größen ($\mathfrak{a}$, $\mathfrak{r}$, $\mathfrak{e}$) hängen, mit Rücksicht auf das Kirchhoffsche Gesetz (S. 374) $\mathfrak{e}/\mathfrak{a} = \mathfrak{e}_s$, wo $\mathfrak{e}_s$ das Em.-V. des schwarzen Körpers ist, durch $\mathfrak{a} = 1 - \mathfrak{r} = \mathfrak{e}/\mathfrak{e}_s$ zusammen. — Aus der Maxwellschen Theorie folgt ferner (Drude) für ein Metall vom spez. el. Widerstande ϱ in elektrostat. CGS-Einheiten (Anh. 18a) der Abs.-K. für Licht von der Schwing.-Zahl N/sec (solange $2/\varrho N$ groß gegen 1 ist) $\mathfrak{a} = 2\sqrt{(\varrho N)}$; oder, statt ϱ den auf Ohm bezogenen spez. Wid. $\sigma = 9 \cdot 10^{11}\,\varrho$ (Tab. 30) und statt N die Wellenlänge $\lambda = 3 \cdot 10^{10}/N$ cm eingeführt, $\mathfrak{a} = 1 - \mathfrak{r} = 0{,}365\sqrt{\sigma/\lambda}$.

Die Gl. bestätigt sich nach Hagen u. Rubens, a. a. O. (folg. S.), von etwa 7 μ aufwärts; weiter unterhalb zeigen sich große Abweichungen.

Messung. Das Refl.-V. $\mathfrak{r}$ wird in einer ähnlichen Anordnung wie für Lichtstrahlen (72 VI A) gemessen, aber mit Bogenlampe als Strahlungsquelle und mit linearer Thermosäule im Okular des Spektrophotometers,

das Em.-V. $\mathfrak{e}$ durch Vergleichung der Emission mit der eines gleich temperierten schwarzen Körpers. Lange Wellen erzeugt man durch Reststrahlen; vgl. vor. S.

Hagen u. Rubens, Ann. d. Phys. 8, 1. 1902 ($\mathfrak{r}$); ebd. 11, 873. 1903 ($\mathfrak{r}$ u. $\mathfrak{e}$); Phys. ZS 1908, 874 ($\mathfrak{e}$). — Über Abhängigkeit der Reflexion von der Schichtdicke Ann. d. Phys. 8, 432. 1907. — Über den Temperaturverlauf von $\mathfrak{e}$ im Ultrarot Sitz.-Ber. Berl. Ak. 1909, 478 u. 1910, 467. — Zur Theorie vgl. z. B. Planck, ebd. 1903, 278; über weitere theoretische Beziehungen Aschkinaß, Ann. d. Phys. 17, 960. 1905.

Substanzen, die auf Ausstrahlung zu untersuchen sind, werden auch als Überzüge geheizter Körper, etwa des Leslieschen Würfels oder eines elektrisch geheizten Bleches, angewendet. Dabei ist die Temperaturgleichheit der Oberfläche mit dem Innern zu kontrollieren. S. z. B. Kurlbaum, Ann. d. Phys. 2, 546. 1900.

IV. Absolute Messung einer Strahlungsenergie.

1. Direkte kalorimetrische Messung. Starke Strahlungen kann man von einem gemessenen absorbierenden Oberflächenteil eines Kalorimeters aufnehmen lassen. Vollkommene Absorption läßt sich nach dem umgekehrten Prinzip des strahlenden schwarzen Hohlkörpers (S. 374) erreichen. Man kommt ihr sehr nahe mittels eines berußten oder platingeschwärzten Bleches mit dicht aneinander stoßenden eingepunzten Höhlungen. Über Berechnung und Korrektionen vgl. 48.

Féry u. Drecq, J. de phys. 1911, 551; Puccianti, Cim. (6) 4, 31. 1912; Abbot, Fowle u. Aldrich, Ann. Astrophys. Obs. of the Smithson. Inst. III. 1913.

2. Bolometer. Die Angabe kann auf absolutes Maß zurückgeführt werden, indem man den bestrahlten Zweig, wie in 85, 4 als Viereck gestaltet, so daß er durch einen besonderen schwachen Strom erwärmt werden kann, der auf das Galvanometer nicht direkt wirkt. Dieser Heizstrom (I_0 A) entwickelt im Bolometerzweig (Widerstand R Θ) die Wärmemenge $0{,}239\,RI_0^2$ g-Kal/sec (Anh. 30). Durch ihn entstehe der Ausschlag e_0; durch die Bestrahlung, bei ungeändertem Meßstrom, der Ausschlag e; dann ist die bei der Bestrahlung aufgenommene Wärmemenge offenbar gegeben als $0{,}239\,RI_0^2 \cdot e/e_0$ g-Kal/sec.

Vgl. Kurlbaum, Wied. Ann. 65, 746. 1898; Valentiner, Ann. d. Phys. 31, 275. 1910. — Über eine Fehlerquelle des Verfahrens, die aus einer ungleichmäßigen Dicke des Bolometerblechs hervorgeht, s. Paschen, ebd. 38, 30. 1912; Kurlbaum, Verh. D. Phys. Ges. 1912, 576 u. 792.

3. Ångströmsches Pyrheliometer. Von zwei nebenein-

ander befindlichen gleichen berußten Manganinstreifen wird der eine bestrahlt, der andere elektrisch auf dieselbe Temperatur erwärmt. Gleichheit der Temperatur erkennt man an einem Thermoelement, dessen Lötstellen isoliert an den Streifen anliegen. Ist b die Breite und $\mathfrak{a}$ das Absorptionsvermögen der Streifen, R der Widerstand ihrer Längeneinheit, I der Kompensationsstrom, so ist die Wärmemenge, welche durch die Strahlung auf 1 qcm der Oberfläche geworfen wird, $= 0{,}239\, RI^2/\mathfrak{a}b$ g-Kal/sec.

Gerlach benutzt nur einen Manganinstreifen, der nacheinander der zu messenden Strahlung und der elektrischen Erwärmung ausgesetzt wird. Statt eines Thermoelements sind eine große Anzahl davon mit ihren Lötstellen über das ganze Blech verteilt, um die verschiedene Erwärmung infolge ungleichmäßiger Dicke unschädlich zu machen.

Ångström, Wied. Ann. 67, 633. 1899; Nova Acta Upsal. (4) I, Nr. 7. 1907; Gerlach, Ann. d. Phys. 38, 1. 1912 u. 42, 1163. 1913.

4. Indirekte Methode. Ein in einer Umgebung von der abs. Temperatur T_0 befindlicher Metallzylinder wird elektrisch auf T geheizt. Im Beharrungszustande gibt der Körper von der Oberfläche f und dem relativen Emissionsvermögen ε (für die Gesamtstrahlung) die mit der Spannung E und dem Strome I zugeführte Energie EI einerseits durch Strahlung S, andererseits durch Wärmeleitung und Konvektion Q ab, und es gilt

$$EI = S + Q = \varepsilon \mathfrak{f} f(T^4 - T_0^4) + Q.$$

Die Wärmeverluste S und Q werden dadurch getrennt bestimmt, daß man durch Einhaltung der äußeren Bedingungen Q konstant läßt und durch Änderung des Emissionsvermögens nur S stark variiert; z. B. wird der Metallkörper einmal berußt (ε_1), das andere Mal blank poliert (ε_2). Für die Strahlungskonstante $\mathfrak{f}$ folgt dann

$$\mathfrak{f} = (E_1 I_1 - E_2 I_2)/[f \cdot (\varepsilon_1 - \varepsilon_2) \cdot (T^4 - T_0^4)].$$

T wird mit einem el. Thermometer, ε_1 und ε_2 durch einen Vergleich mit einem schwarzen Körper bestimmt, der sich in einer Höhlung des Metallkörpers anbringen läßt. Q wird zweckmäßig klein gehalten, indem man zur Unterdrückung der Konvektion den Strahler an den Zuführungsdrähten in einem evakuierten Glaskolben aufhängt, der in ein Bad von konstanter Temperatur gesetzt wird.

Vgl. Shakespear, Proc. R. Soc. A 86, 180. 1911; Westphal, Verh. D. Phys. Ges. 1912, 987 u. 1913, 897.

Solarkonstante nennt man die Intensität der Sonnenstrahlung an der Außenseite unserer Atmosphäre. Bestimmungen haben in g-Kal./cm²min ergeben z. B. 2,2 (Langley); 2,25 (Scheiner, Publ. Potsd. Obs. 18, Nr. 55, 1908); 1,9 (Abbot, Fowle u. Aldrich, a. a. O. S. 134).

Hohe Temperaturen, aus der Strahlung als „schwarze" Temp. (S. 168) ermittelt: elektr. Kohlebogen 3500°; Sonne je nach den Gesichtspunkten zwischen 6000 und 10000° geschätzt; vgl. hierüber Goldhammer, Ann. d. Phys. 25, 905. 1908; Kurlbaum, Sitz.-Ber. Berl. Ak. 1911, 541.

Über ein System natürlicher Einheiten, welches die Gesetze der Temperaturstrahlung benutzt, s. Planck, Theorie der Wärmestrahlung.

Magnetismus.

Messungen mit Hilfe elektrischer Ströme siehe im folgenden Abschnitt, besonders unter 105 bis 115.

72b. Allgemeines.

I. Magnetstäbe.

Material. Am besten ist Wolframstahl. Die geeignetste Härtungstemperatur, meistens etwa 800° (Kirschrotglut), hängt von der Stahlsorte ab. Überhitzen verringert die Magnetisierbarkeit, ohne die Haltbarkeit zu erhöhen. Überhitzte Stäbe lassen sich durch Neuhärten nach vorhergegangenem Ausglühen verbessern. Vgl. 8, 14 u. Holborn, ZS f. Instr. 1891, 113.

Gestalt. Die Magnetisierbarkeit wächst mit dem Verhältnis der Länge zu der Querdimension. Röhrengestalt kann sehr vorteilhaft sein. — Das magnetische Moment, welches man Stäben aus gleich beschaffenem Material von ähnlicher Gestalt erteilen kann, ist ihrer Masse proportional.

Magnetisieren und Entmagnetisieren; s. 8, 16.

Spezifischen Magnetismus oder Magnetisierung eines Stabes nennt man das durchschnittliche magn. Moment seiner Volumeinheit oder auch wohl seiner Masseneinheit. 1 ccm wiegt etwa 7,5 g. Bei sehr gestreckter Gestalt kann man auf 1 g etwa 100 CGS-Einheiten (Anh. 20), bei dem Verhältnis Länge : Dicke = 10 : 1 etwa 35 permanent erreichen.

Haltbarkeit. Ein magnetisierter Stab verliert einen Teil seines Magnetismus zuerst rasch, später langsamer, durch äußere Einflüsse und auch dadurch, daß gehärteter Stahl schon bei gewöhnlicher Temperatur ein Anlassen erfährt. Der haltbare Zustand wird rascher erzielt durch „künstliches Altern", indem man nämlich den gehärteten Stab mehrere Stunden lang in siedendem Wasserdampf behandelt und dies nach dem Magnetisieren wiederholt (Strouhal und Barus, Wied. Ann. 20, 662. 1883).

Polabstand. Für Fernwirkungen eines gewöhnlichen Magnets kann man die beiden Magnetismen in zwei Punkten, den Polen (Fernpolen), kon-

zentriert annehmen. Der Polabstand („reduzierte" oder „virtuelle" Länge) pflegt bei den gebräuchlichen Stabformen etwa $^5/_6$ der Stablänge zu betragen; vgl. F. K. u. Hallock, Wied. Ann. 22, 411. 1884. Theor. Definition Riecke, Pogg. Ann. 149, 62. 1873. S. auch Anh. 20 u. 76b.

Aufhängung. Größere Magnete werden, wenn man über eine beträchtliche Höhe, etwa von der Zimmerdecke herab, verfügt, z. B. an hartem Draht aus Messing oder besser aus Phosphorbronze (z. B. von Hartmann & Braun) aufgehängt, der bei großer Tragkraft einen mäßigen Elastizitätsmodul (Tab. 20) besitzt. Ein Band (etwa käufliches Konstantanband) gibt bei gleicher Tragkraft ein kleineres Torsionsmoment als ein Draht. — Über Kokonfäden s. 8, 20 u. 77. Bündel von solchen stellt man durch Aufwickeln eines langen Fadens über zwei Glasstäbe her, die im geeigneten Abstande an der Tischkante befestigt sind. Die beiden Enden knüpft man zusammen, spannt möglichst gleichmäßig und schlingt die äußersten Enden des Bündels um den oberen bzw. den unteren Aufhängestift (Fig. 168 A), vor dem festen Anziehen die Spannung nochmals möglichst ausgleichend. Einzelne Fäden schlingt man, wie in Fig. 168 B gezeichnet, wobei schließlich der Knoten festgezogen und der Aufhängefaden angespannt wird. Das Aufhängen in losen Schlingen ist zu vermeiden. Freie Fadenenden werden kurz abgeschnitten, um nicht Reibung zu bewirken.

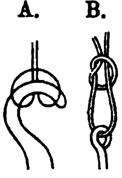


Fig. 168.

Für leichte Magnete sind Quarzfäden vorteilhaft (8, 21), die mit Schellack angeklebt werden.

II. Verschiedenes.

Astasierung einer Magnetnadel. Für empfindliche Galvanometer wird oft eine Verminderung der erdmagnetischen Direktionskraft verlangt. Man gebraucht zu diesem Zwecke Nadelpaare (s. z. B. 88) mit entgegengerichteten Polen; oder man umgibt das Instrument mit einem „Schutzring" von weichem Eisen, der durch seinen eigenen Magnetismus die Wirkung des Erdmagnetismus abschwächt. Dauernden Änderungen sind aus weichem Eisendraht gewickelte Körper weniger unterworfen als massive. — Oder man hängt die Nadel bifilar in verkehrter Lage auf; oder endlich, es wird ein Hilfsmagnet in geeigneter Lage (nicht zu nahe) fest angebracht, der dem Erdmagnetismus entgegenwirkt; Deklinationsschwankungen werden durch die beiden letztgenannten Mittel vergrößert. — Man kann in ersichtlicher Weise durch sie auch die Direktionskraft verstärken oder der Nadel ein anderes Azimut geben als das nordsüdliche.

Erdmagnetische Variationen können die Beobachtungen erschweren. Gewöhnlich ist die Unruhe von Mittag an am geringsten, doch kommen magnetische Störungen zu allen Tageszeiten vor.

Bestimmung des Astasierungsfaktors. Hierunter sei das Verhältnis D/D' der Direktionskraft vor und nach der Astasierung verstanden. Wenn diese durch einen äußeren Magnet oder bifilar vor-

genommen ist, kann sie wie folgt bestimmt werden. Ein bestimmter Magnet bewirke an der astasierten Nadel mit dem Skalenabstand A' aus der Entfernung r' den Ausschlag e', an einer nicht astasierten in derselben relativen Lage (z. B. immer erste Hauptlage; vgl. 78) mit A und r den Ausschlag e, so ist $\frac{D}{D'} = \frac{e'}{e} \frac{A}{A'} \left(\frac{r'}{r}\right)^3$.

Äußere Störungen. Magnetische Störungen aus der Umgebung durch bewegte Magnete oder veränderliche Ströme, oder durch elektrische Straßenbahnen, können die Anwendung des gewöhnlichen Magnetspiegels unmöglich machen. Für mäßige Empfindlichkeit sind unter solchen Verhältnissen Galvanometer mit gut astasierten Nadelpaaren brauchbar; über Magnetometer s. 75a. Die leichten Nadelpaare sehr empfindlicher Instrumente gut zu astasieren ist sehr mühsam. Man kommt hier deshalb weiter durch den Schutzring oder eine vollständige Einhüllung des Instruments, einschließlich des Multiplikators, mit weichem Eisen. Durch dicke oder geeignet angeordnete mehrfache Eisenhüllen (vgl. insbesondere du Bois u. Wills, Ann. der Phys. 2, 78. 1900) lassen sich äußere Einwirkungen bis auf einen kleinen Bruchteil abschwächen. An Stelle der alsdann wegfallenden erdmagnetischen Direktionskraft tritt die Elastizität des Aufhängefadens, wobei Material von kleiner elastischer Nachwirkung (Stahl, besser ausgeglühtes Platin oder Platiniridium, Quarz) anzuwenden ist. Man bringt auch wohl im Innern der Eisenhülle einen Richtmagnet an. Auf dauernde Konstanz des magnetischen Feldes wird nicht zu rechnen sein.

Mechanischen Erschütterungen unterliegen niedrige Systeme, z. B. direkt aufgehangene magnetische Stahlspiegel, besonders stark. Häufig läßt diese Störung sich dadurch vermindern, daß die magnetische Achse nicht genau horizontal liegt; dann dämpft ein Kupferdämpfer auch vertikale Drehungen.

Untersuchung von Materialien auf ihren unmagnetischen Zustand. Am einfachsten bringt man dieselben dicht an den Pol eines aufgehangenen kräftigen Magnets mit Spiegel, z. B. an den Magnet eines Bifilarmagnetometers, dessen Dämpfer seitlich durch ein dünnes Schutzglas oder eine Glimmerplatte geschlossen ist (74 II). Ganz unmagnetisch sind wenige Körper; ziehen sie nicht an, so stoßen sie ab (sind diamagnetisch). Hierher gehören die meisten organischen Körper, Wasser, reines Kupfer. Bei Metallen übersehe man nicht, daß ein Leiter während der Annäherung durch induzierte Ströme Abstoßung bewirkt und umgekehrt. Man halte oder lege die Stücke also ruhig neben den Magnetpol. — Der Magnetismus von Kupfer und dgl. stammt nicht selten von Eisenteilchen an der Oberfläche, auch von eisenhaltigem Lack. Abkochen mit verdünnter Schwefelsäure hilft dann. Nachher mit heißem Wasser reinigen!

Über starke Felder s. 114.

73. Horizontalintensität des Erdmagnetismus (Gauſs 1836).

Die Kenntnis wird für manche mittels Magnetnadeln ausgeführte Messungen magnetischer oder elektrischer Größen verlangt.

Die Intensität der magnetischen Kraft oder magnetische Feldstärke an

einem Orte wird durch die daselbst auf einen Magnetpol Eins ausgeübte Kraft gemessen; allgemeiner, wenn ein Magnetpol m die Kraft k erfährt, durch k/m. Der Pol Eins ist dadurch definiert, daß er auf einen ihm gleichen Pol aus dem Abstande Eins die Kraft 1 Dyn ausübt (vgl. Anh. Nr. 7 u. 19—21). — Die CGS-Einheit der Feldstärke heißt 1 Gaufs; 0,00001 Gaufs bezeichnet man wohl mit γ.

Auf die gewöhnliche Magnetnadel wirkt die Horizontalkomponente H der Intensität. Die Messung von H besteht aus einer Schwingungsdauer- und einer Ablenkungsbeobachtung. Erstere gibt, wenn das Trägheitsmoment des schwingenden Magnets bekannt ist, das Produkt $\mathfrak{P} = MH$ aus dessen magnetischem Moment M und der Intensität H. Der Quotient $\mathfrak{Q} = M/H$ wird gefunden, indem man die Ablenkung einer Magnetnadel durch denselben Magnet beobachtet. Aus $\mathfrak{P}$ und $\mathfrak{Q}$ können M und H einzeln berechnet werden. Die Methode kann also auch zur Bestimmung des magn. Moments eines Stabes dienen.

Bei dem Gaufsschen Verfahren werden für M/H zwei Ablenkungen aus verschiedenen Entfernungen beobachtet; einfacher genügt die Ablenkung aus einer Entfernung, wenn man den „Polabstand" der Magnete einführt. Den Magnetismus gestreckter Stäbe kann man bei Fernwirkungen in zwei „Fernpolen" konzentriert annehmen, die durchschnittlich um etwa $^1/_{12}$ der Länge von den Enden entfernt liegen, deren Abstand voneinander also etwa $^5/_6$ der ganzen Länge beträgt.

H liegt im mittleren Europa um den Wert 0,2 Gaufs herum (Tab. 38). Bei der Bestimmung mit gewöhnlichen Mitteln wird eine Genauigkeit bis auf $\pm$ 0,001 befriedigend zu nennen sein. Wo keine äußeren Störungen durch benachbarte Eisenmassen vorhanden sind, wird der aus Tab. 38 entnommene Wert meist eine ähnliche Genauigkeit haben, in Gebäuden mit Eisenkonstruktionen dagegen sind die Lokaleinflüsse oft beträchtlich. — Während der Messung von H hat man darauf zu sehen, daß nicht zufällig (in der Tasche oder Schieblade, oder als Fensterstange, Nagel im Tischbrett, als drahtgeheftetes Notizbuch, auch etwa als Stahlbrille) unbeabsichtigte Einflüsse vorhanden sind.

I. Bestimmung von MH durch Schwingungen.

Man hängt den Magnet am Faden auf. Es sei t die auf unendlich kleine Bogen reduzierte Schwingungsdauer (28), K das Trägheitsmoment des Magnets in cm² g (29), Θ das Torsionsverhältnis des Fadens (77), dann ist das gesuchte Produkt

$$\mathfrak{P} = MH = \frac{\pi^2 K}{t^2(1+\Theta)}. \qquad 1.$$

Denn die Direktionskraft ist $MH(1+\Theta)$, und das Quadrat einer Schwingungsdauer geteilt durch π^2 gibt das Verhältnis des Trägheitsmoments zur Direktionskraft (Anh. Nr. 21 u. 12).

Über die Bestimmung mit dem Bifilar oder der Wage vgl. IV u. V.

II. Bestimmung von M/H durch Ablenkungen.

Den vorigen Magnet läßt man aus gemessener Entfernung r, und zwar, um Unsymmetrien zu eliminieren, von beiden Seiten, und je in zwei entgegengesetzten Lagen eine Magnetnadel ablenken. Man wählt eine der beiden folgenden „Hauptlagen".

Erste Hauptlage. c ist der Mittelpunkt der Bussole, NS der magnetische Meridian. Der Magnet wird folgeweise in den gezeichneten Lagen östlich und westlich in gleichen Abständen von der Nadel in der Höhe der letzteren hingelegt. Wir setzen $r = \frac{1}{2}ab$. Dieser Abstand soll mindestens die dreifache Magnetlänge betragen.

N

a c b

S

Der Stab befinde sich z. B. in a. Man beobachtet den Ausschlag, wobei man beide Spitzen der Nadel abliest und das Mittel nimmt. Dann dreht man den Stab um 180°, wobei sein Mittelpunkt wieder in a zu liegen kommt, und beobachtet den Ausschlag ebenso. Aus beiden Werten wird abermals das Mittel genommen. Dieses ist der zur Stellung a gehörige Ablenkungswinkel. Geht die Bezifferung der Grade nicht von der Nullstellung nach beiden Seiten, sondern durch diese Stellung hindurch, so rechnet man einfacher, wenn man die beiden Einstellungen voneinander abzieht und die Differenz halbiert. Siehe das Beispiel.

Ebenso wird in der Stellung b verfahren und dann aus den nahe gleichen, in beiden Stellungen beobachteten Ablenkungswinkeln das Mittel genommen. Dieser aus acht Ablesungen entstandene Wert heiße φ.

Die obige Kombination der Ablesungen ist unerläßlich, um die folgenden Unsymmetrien zu eliminieren: 1. durch das Ablesen beider Spitzen eine Exzentrizität der Kreisteilung; 2. durch das Drehen des Stabes um 180° eine Abweichung der Stabachse von der genauen Ostwestrichtung und eine Unsymmetrie des Stabmagnetismus; 3. durch das Ablenken von beiden Seiten eine Differenz zwischen Bussolenmittelpunkt und dem Mittelpunkt des Maßstabes, sowie einen unsymmetrischen Nadelmagnetismus. — Zugleich wird das Resultat in ähnlicher Weise genauer wie durch achtmaliges Wiederholen einer Beobachtung.

Ähnliche Gesichtspunkte kommen bei den meisten magnetometrischen und galvanometrischen Messungen zur Geltung.

Zur Berechnung von M/H führen wir die Polabstände $\mathfrak{L}$ des Stabes bzw. $\mathfrak{l}$ der Nadel ein (76 b) und berechnen eine Korrektionskonstante η (vgl. Anh. 20)

$$\eta = \tfrac{1}{2}\mathfrak{L}^2 - \tfrac{3}{4}\mathfrak{l}^2.$$

Dann wird der gesuchte Quotient

$$\mathfrak{Q} = \frac{M}{H} = \frac{1}{2}\,\frac{r^3 \operatorname{tg}\varphi}{1 + \eta/r^2}. \qquad 2.$$

Bei der Bestimmung mit gewöhnlichen Mitteln wird die Annahme des Polabstandes gleich $^5/_6$ der Stab- oder Nadellänge immer genau genug sein.

Zweite Hauptlage. Der Ablenkungsstab wird nördlich und südlich von der Bussole c in gleichen Entfernungen hingelegt und dabei ebenso wie vorhin beobachtet und der Mittelwert φ berechnet. Es sei wieder $r = \frac{1}{2}ab$.

Für die zweite H.-L. gilt $\eta = -\frac{3}{8}\mathfrak{L}^2 + \frac{3}{2}\mathfrak{l}^2$. M/H wird nach der vorigen Formel ohne den Faktor $\frac{1}{2}$ berechnet.

a —

c

b —

Berechnung von H. Aus $\mathfrak{P} = MH$ und $\mathfrak{Q} = M/H$ findet man

$$H = \sqrt{\frac{\mathfrak{P}}{\mathfrak{Q}}}.$$

Beispiel. I. Bestimmung von MH.

Trägheitsmoment. Der rechteckige Magnetstab war 10,00 cm lang und 1,25 cm breit. Er wog 119,86 g. Nach 29 I folgt

$$K = 119{,}86\,(10{,}00^2 + 1{,}25^2)/12 = 1014{,}4 \text{ cm}^2\text{g}.$$

Torsionsverhältnis. Eine ganze Umdrehung des Aufhängefadens drehte den Magnet um 1,4°. Also ist (77) $\Theta = \frac{1{,}4}{360 - 1{,}4} = 0{,}0039$.

Schwingungsdauer. Beobachtet = 7,414 sec, bei einem Schwingungsbogen von 30°. Also auf unendlich kleine Schwingungen reduziert (28)

$$t = 7{,}414 - 7{,}414 \cdot 0{,}0043 = 7{,}382 \text{ sec}.$$

Man hat also $MH = \dfrac{\pi^2 K}{t^2(1+\Theta)} = \dfrac{3{,}1416^2 \cdot 1014{,}4}{7{,}382^2 \cdot 1{,}0039} = 183{,}01 \text{ cm}^2\text{g/sec}^2$.

II. Bestimmung von M/H.

Der vorige Magnet lenkte aus der Entfernung 30 cm von Osten in erster Hauptlage eine Bussolennadel ab. Bei dem Umlegen des Magnets wurde abgelesen:

	1. Spitze	2. Spitze
N.-Pol zugewandt	112,5°	292,4°
S.-Pol zugewandt	67,6	247,7
φ =	22,45°	22,35°; Mittel = 22,40°.

Bei der Ablenkung aus Westen wurde ebenso gefunden 22,68

Hauptmittel $\varphi = 22,54^\circ$; $\operatorname{tg}\varphi = 0,4150$.

Der Magnet war 10,0, die Nadel 2,0 cm lang, also die Polabstände $\mathfrak{L} = \frac{5}{6} \cdot 10 = 8,33$ cm, $\mathfrak{l} = \frac{5}{6} \cdot 2 = 1,67$ cm, woraus $\eta = \frac{1}{2}\mathfrak{L}^2 - \frac{3}{4}\mathfrak{l}^2 = 32,6$ cm². Also ist $\frac{M}{H} = \frac{1}{2}\frac{r^3 \operatorname{tg}\varphi}{1 + \eta/r^2} = \frac{1}{2}\frac{27000 \cdot 0,4150}{1 + 32,6/900} = \frac{1}{2}\frac{11205}{1,0363} = 5406$ cm³.

Endlich wird $H = \sqrt{(183,01/5406)} = 0,1840$ cm$^{-\frac{1}{2}}$ g$^{\frac{1}{2}}$ sec^{-1} oder Gauß.

Gaußsches Verfahren bei der Messung von M/H.

Anstatt die Polabstände als bekannt vorauszusetzen, werden aus **zwei** Entfernungen r und r' die Ablenkungen φ und φ' beobachtet, wodurch die Korrektionskonstante η eliminiert wird. Es ist nämlich dann unser gesuchter Quotient

in der ersten Hauptlage $\mathfrak{O}$ oder $\frac{M}{H} = \frac{1}{2}\frac{r'^5 \operatorname{tg}\varphi' - r^5 \operatorname{tg}\varphi}{r'^2 - r^2}$;

in der zweiten fällt der Faktor $\frac{1}{2}$ weg.

Beweis für eine kurze Nadel in erster Hauptlage. Lenkt ein westöstlich gerichteter Magnet eine kurze Nadel, die sich in seiner Fortsetzung in nicht zu kleinem Abstande r von seiner Mitte befindet, um φ ab, so ist (Anh. 21) $\operatorname{tg}\varphi = \frac{2}{r^3}\frac{M}{H}\left(1 + \frac{\eta}{r^2}\right)$ oder $\frac{1}{2}r^5 \operatorname{tg}\varphi = \frac{M}{H}(r^2 + \eta)$, wo η für jeden Magnet eine Konstante ist. Für den andern Abstand gilt ebenso $\frac{1}{2}r'^5 \operatorname{tg}\varphi' = \frac{M}{H}(r'^2 + \eta)$. Durch Subtraktion der Gleichungen voneinander fällt η heraus.

Kreuzweise Multiplikation beider Gleichungen eliminiert M/H und gibt

$$\eta = r^2 r'^2 \frac{r^3 \operatorname{tg}\varphi - r'^3 \operatorname{tg}\varphi'}{r'^5 \operatorname{tg}\varphi' - r^5 \operatorname{tg}\varphi}.$$

Bei wiederholter Benutzung derselben Magnete genügt es, die Beobachtung aus der größeren Entfernung einmal gemacht zu haben und M/H nach Gl. 2 S. 389 mit dem ein für allemal ermittelten Korrektionswert η zu berechnen.

Günstigste Abstände. Für die Genauigkeit des Resultats ist am besten das Verhältnis der beiden Entfernungen r'/r gegen 1,4 zu wählen. — Der kleinere Abstand r soll womöglich nicht kleiner werden als etwa die vierfache Magnetlänge, weil sonst zu dem Gliede η/r^2 (S. 389) noch ein anderes mit $1/r^4$ von merklicher Größe hinzukommt (Anh. 20). Für eine Bussole mit Teilkreis werden dann freilich die Ausschläge klein.

Beispiel. Außer der Ablenkung $\varphi = 22,54^\circ$ für $r = 30,00$ cm
wurde ebenso gefunden $\varphi' = 9,77^\circ$ für $r' = 40,00$ cm.

Also wird $M/H = \frac{1}{2}(40^5 \cdot \operatorname{tg} 9,77^\circ - 30^5 \cdot \operatorname{tg} 22,54^\circ)/(40^2 - 30^2) = 5388$ cm³

und $H = \sqrt{(183,01/5388)} = 0,1843$ cm$^{-\frac{1}{2}}$ g$^{\frac{1}{2}}$ sec^{-1}.

Der Ausdruck η würde nach diesen Versuchen sein

$$\eta = 40^2 \cdot 30^2 \frac{30^3 \cdot \operatorname{tg} 22{,}54^0 - 40^3 \cdot \operatorname{tg} 9{,}77^0}{40^5 \cdot \operatorname{tg} 9{,}77^0 - 30^5 \cdot \operatorname{tg} 22{,}54^0} = 36{,}3 \text{ cm}^2.$$

In der Tat führt auf den Wert 5388 auch die Formel

$$\frac{M}{H} = \tfrac{1}{2} \frac{30^3 \cdot \operatorname{tg} 22{,}54^0}{1 + 36{,}3/900} \text{ oder } = \tfrac{1}{2} \frac{40^3 \cdot \operatorname{tg} 9{,}77^0}{1 + 36{,}3/1600}.$$

Abänderung der Gaufsschen Formeln. Bei kurzen Magnetnadeln sind die folgenden Formeln, besonders für kleine Abstände, im allgemeinen vorzuziehen (F. K., Wied. Ann. 31, 613. 1887):

1. Hauptlage.

$$\frac{M}{H} = \tfrac{1}{2}\left[\frac{r'^2 - r^2}{r'^{\frac{1}{2}} \operatorname{tg} \varphi'^{\;\frac{1}{2}} - r^{\frac{1}{2}} \operatorname{tg} \varphi^{-\frac{1}{2}}}\right]^2$$

2. Hauptlage.

$$\frac{M}{H} = \left[\frac{r'^2 - r^2}{\operatorname{tg} \varphi'^{-\frac{2}{3}} - \operatorname{tg} \varphi^{-\frac{2}{3}}}\right]^{\frac{3}{2}}$$

oder bei Beobachtung aus nur einem Abstande R:

$$\frac{M}{H} = \tfrac{1}{2} R^3 \operatorname{tg} \Phi \left(1 - \tfrac{1}{4} \frac{\mathfrak{L}^2 - \frac{3}{2}\mathfrak{l}^2}{R^2}\right)^2 \qquad \frac{M}{H} = R^3 \operatorname{tg} \Phi \left(1 + \tfrac{1}{4} \frac{\mathfrak{L}^2 - 4\mathfrak{l}^2}{R^2}\right)^{\frac{3}{2}}.$$

Spiegelablesung. Eine genaue Bestimmung verlangt ein Magnetometer mit Spiegel und Skale (25, 26), wobei die Abstände größer genommen werden können und doch gut meßbare Ausschläge entstehen. Das Torsionsverhältnis ϑ (77) des Magnetometers ist durch Multiplikation der Tangenten mit $1 + \vartheta$ in Rechnung zu setzen. Deklinationsschwankungen eliminiert man durch alternierende Ablenkungen oder nach einem Hilfsvariometer (74).

Korrektion wegen des von der Erde induzierten Magnetismus. Während der Schwingungen liegt der Magnet nordsüdlich; sein Magnetismus M ist deswegen durch den Erdmagnetismus ein wenig verstärkt. Er betrage jetzt $M(1 + \varDelta)$, wo man $\varDelta$ den Induktionskoeffizient durch die erdmagnetische Horizontalkomponente nennt. Die früher bestimmte Größe $\mathfrak{P}$ (S. 387) stellt also nicht MH, sondern $MH(1 + \varDelta)$ vor und man hat nicht $H = \sqrt{\mathfrak{P}/\mathfrak{Q}}$, sondern

$$H = \sqrt{\frac{\mathfrak{P}}{\mathfrak{Q}}} \sqrt{\frac{1}{1 + \varDelta}} \text{ oder merklich } = \sqrt{\frac{\mathfrak{P}}{\mathfrak{Q}}} \cdot (1 - \tfrac{1}{2}\varDelta).$$

Über die Messung von $\varDelta$ s. 118. Für die gewöhnlich gebrauchten Magnete kann man $\varDelta$ ungefähr schätzen nach der Regel, daß das magnetische Feld 1 CGS in 1 g Stahl durchschnittlich den Magnetismus 0,25 CGS induziert. Wiegt der Magnet also p g, so ist zu schätzen $M\varDelta = 0{,}25\, pH$ oder $\varDelta = 0{,}25\, pH/M$. Für $H = 0{,}2$ und einen Durchschnittswert von $p/M = \frac{1}{30}$ (vgl. 118) ist $\varDelta = \frac{1}{600}$ und sein Einfluß auf H beträgt $\frac{1}{12}$ Proz.

Zeitliche Variationen. Um Schwankungen des Erd- und Stabmagnetismus, die letzteren besonders durch Temperaturände-

rungen, tunlichst auszuschließen, mißt man M/H und MH rasch hintereinander; noch besser so, daß die zuerst ausgeführte Messung nach der zweiten wiederholt wird.

Über genaue Bestimmungen mit gleichzeitiger Ablesung von Variometern (74) vgl. z. B. F. u. W. Kohlrausch, Wied. Ann. 27, 1. 1886 u. F. K. Ges. Abh. 1, 668. 1910; van Dijk, Arch. Néerl. (2) 9, 442. 1904.

III. Kompensiertes Magnetometer (nach W. Weber).

Auf eine Bussole wirken gleichsinnig miteinander je zwei auf einem Rahmen fixierte Magnete aus erster und zweiter H.-L. Erstere sind doppelt, letztere dreimal so lang, breit und dick wie die Nadel. Der Abstand R der größeren Stäbe soll nahe das 1,20fache des kleineren r sein; hierdurch heben die Korrektionsglieder sich merklich heraus. Man legt den Rahmen in zwei um 180° verschiedenen Stellungen auf; die halbe Differenz der Nadeleinstellungen heiße φ.

Mittels eines anzuschraubenden Spiegels und überzuhängender Gewichte kann man Schw.-D. und Trägheits-M. des Rahmens bestimmen.

1. Vergleichung von H an zwei Orten. Es ist

$$H_1 : H_2 = \operatorname{tg}\varphi_2 : \operatorname{tg}\varphi_1 .$$

Unabhängig von Änderungen der Stäbe macht die Bestimmung der Schw.-Dauern t_1 und t_2 des Rahmens an beiden Orten, nachdem man alle 4 Magnete gleichgerichtet hat. Dann ist $H_1/H_2 = (t_2/t_1)\sqrt{(\operatorname{tg}\varphi_2/\operatorname{tg}\varphi_1)}$.

2. Absolute Bestimmung. Die Schw.-D. sei mit gleichgerichteten Magneten $= t$; wenn die kleineren Magnete um 180° gedreht sind, $= \tau$; ferner Θ das Tors.-V. des Fadens im ersteren Falle, K das Tr.-M., so gilt

$$H = \frac{\pi}{t\tau}\sqrt{\frac{K}{\operatorname{tg}\varphi}\left(\frac{\tau^2 - t^2}{r^3} + \frac{\tau^2(1 - 2\Theta) + t^2}{2R^3}\right)} .$$

Vgl. F. K., Pogg. Ann. 142, 551. 1871 u. Ges. Abh. 1, 407. 1910.

IV. Bestimmung von H auf bifilar-magnetischem Wege (F. K.).

Die Zeitbestimmung wird durch die in einer bifilaren Direktionskraft enthaltene Schwerbeschleunigung ersetzt.

1. Bestimmung von MH. Absolutes Bifilarmagnetometer.

Die Suspension einer bifilaren Aufhängung (Fig. 30, S. 110) sei ostwestlich gerichtet. Man legt einen Magnetstab ein und beobachtet die Einstellung der Ableseskale. Man legt dann den Magnet um und liest wieder ab. Die Hälfte des Winkels zwischen beiden Stellungen sei $= \alpha$ (25).

Die Direktionskraft der Bifilarsuspension (27a) sei $= D$. Dann ist

$$MH = D \operatorname{tg}\alpha . \qquad 1.$$

2. Bestimmung von M/H.

Der obige Magnet lenke aus zweiter H.-L. eine kurze Magnetometernadel vom Torsionsverhältnis Θ (77) aus der großen Entfernung r um den Winkel φ ab. Es sei $\mathfrak{L}$ der Polabstand des Magnetstabes (76b). Dann ist (S. 389)

$$\frac{M}{H} = r^3\left(1 + \frac{3}{8}\frac{\mathfrak{L}^2}{r^2}\right)(1 + \Theta)\,\mathrm{tg}\,\varphi. \qquad 2.$$

Durch Multiplikation von Gl. 1 und 2 kann man M erhalten; die Division liefert

$$H^2 = \frac{D}{r^3(1 + \Theta)(1 + \frac{3}{8}\mathfrak{L}^2/r^2)}\frac{\mathrm{tg}\,\alpha}{\mathrm{tg}\,\varphi}. \qquad 3.$$

Von Schwankungen des Stab- und des Erdmagnetismus wird man unabhängig, wenn der Stab, während er bifilar aufgehängt ist, zugleich das Magnetometer ablenkt. Man beobachtet mit nördlich und südlich gestelltem Magnetometer. Abstand r ist die halbe Entfernung des Aufhängefadens in beiden Stellungen.

Für wiederholte Bestimmungen werden am bequemsten zwei stehenbleibende Magnetometer gleichzeitig verwendet. α ist dann das Mittel aus beiden Ablenkungen. Um Unsymmetrien zu eliminieren, wird einmal auch die Ablenkung α' mit vertauschten Magnetometern beobachtet. Dann hat man die Ablenkungen in der normalen Stellung ein für allemal mit $1 + \frac{1}{2}(\alpha' - \alpha)/\alpha$ zu multiplizieren.

Korrektionen. Aus der Wirkung der Nadel auf den Magnet sowie aus seiner schrägen Stellung entsteht bei gleichzeitiger Beobachtung von α und φ eine kleine Korrektion. $\varkappa$ sei das Verhältnis des Nadelmagnetismus bzw. der Summe beider Nadelmagnetismen zum Erdmagnetismus, so ist der Ausdruck für H^2 zu multiplizieren mit $(1 - 2\varkappa/r^3)(\cos\alpha - 2\,\mathrm{tg}\,\alpha\,\mathrm{tg}\,\varphi)$.

Skalenabstände. Sind die Skalenabstände des Bifilars und des Unifilars nahe gleich, so braucht man nur den Unterschied beider Abstände genau zu messen, was mit Hilfe ausgespannter Fäden leicht geschieht.

Erste Hauptlage. Man kann das Unifilarmagnetometer östlich und westlich vom Bifilarmagnet aufstellen, dann gilt

$$H^2 = \frac{2D}{r^3(1 + \Theta)(1 - \frac{1}{2}\mathfrak{L}^2/r^2)}\frac{\mathrm{tg}\,\alpha}{\mathrm{tg}\,\varphi}\left(1 + \frac{\varkappa}{r^3}\right)(\cos\alpha + \tfrac{1}{2}\,\mathrm{tg}\,\alpha\,\mathrm{tg}\,\varphi).$$

Vgl. F. K. Wied. Ann. 17, 765. 1882 u. Ges. Abh. 1, 588. 1910.

V. Bestimmung von MH mit der Wage (Toepler).

Eine eisenfreie feine Wage ist um eine Vertikalachse drehbar. Der Balken stehe im magnetischen Meridian. Mit dem Wagebalken ist der Magnet M in vertikaler Stellung fest verbunden; das von dem horizontalen Erdmagnetismus H mittels M auf die Wage ausgeübte Drehmoment ist

$= MH$. Dreht man die ganze Wage um 180°, so wirkt dasselbe Dr.-M. nach der entgegengesetzten Richtung. Zum Äquilibrieren in den beiden Stellungen sind somit verschiedene Gewichte nötig; beträgt deren Unterschied m g, ist l cm die Länge des Wagearmes, endlich $g = 981$ cm/sec² die Schwere, so gilt $MH = \frac{1}{2} gml$ cm²g/sec².

A. Toepler, Wied. Ann. 21, 158. 1884; Freyberg, ebd. 25, 511. 1885.

74. Zeitliche erdmagnetische Variationen.

Richtung und Stärke des erdmagnetischen Feldes unterliegen kleinen, unregelmäßigen, meist langsam verlaufenden Schwankungen, welche — von den abnormen, bei Nordlicht auftretenden starken Störungen abgesehen — in mittleren Breitengraden bei der Intensität etwa ½ Prozent, bei der Deklination etwa ¼ Bogengrad erreichen können. Ihre Beobachtung ist, außer für den Erdmagnetismus selbst, bei feineren magnetischen oder elektrischen Messungen von Bedeutung, wo besonders die Deklinationsschwankungen eliminiert werden müssen.

Die Störungen, welche durch die weitverzweigten Erdströme elektrischer Bahnen mit Oberleitung entstehen und noch in mehreren Kilometer Abstand die raschen erdmagn. Schwankungen zu übertreffen pflegen, verlaufen zu plötzlich und unregelmäßig, um sie zu eliminieren; vgl. Michalke, Vagabund. Ströme, Braunschw. 1908. — Man beachte auch elektrische Schellen, Uhren und Beleuchtungen im Hause.

Photographische Registrierung. Mittels Zylinderlinse und Sammellinse oder Hohlspiegel wird von einem beleuchteten Spalt ein Bildchen erzeugt, das nach Spiegelung des Lichtes vom Variometer auf ein durch ein Uhrwerk bewegtes lichtempfindliches Papier mit Zeitmarken fällt.

Vgl. Ad. Schmidt, ZS f. Instr. 1906, 269; 1907, 137. — Bezugsquellen z. B. Toepfer oder Gebr. Schulze, Potsdam.

I. Deklinationsschwankungen.

Sie werden mit dem Magnetometer gemessen, d. h. mittels eines am Faden aufgehangenen Magnets mit Spiegel, in dem eine horizontale Skale beobachtet wird. Deren Abstand vom Spiegel sei, in Skalenteilen, also gewöhnlich in mm gemessen, $= A$. 1 Skalenteil Ablenkung bedeutet die Drehung um einen Winkel $= 1/(2A)$ in absolutem Maße, oder um $1719/A$ Bogenminuten (25). Wegen der Fadentorsion sind die Bewegungen mit $1 + \Theta$ zu multiplizieren, wenn Θ das Torsionsverhältnis (77) vorstellt.

II. Intensitätsschwankungen.

Haltbarkeit der Magnete. Auf dieser, vollkommen nicht erreichbaren Eigenschaft beruhen die Intensitätsvariometer. Über ein Verfahren, die Veränderlichkeit zu vermindern, s. 72b I. — Temperaturschwankungen sind zu eliminieren; 76a.

Zur Messung dient ein horizontal drehbar aufgehangener Magnet, der entweder durch seine, gewöhnlich bifilare, Aufhängung oder durch genäherte permanente Magnete in eine zum magn. Meridian nahe senkrechte Stellung gezwungen ist. Die Ablesung geschieht mit Spiegel und Skale.

E bedeute die Änderung der Intensität, welche einer Drehung der Nadel um 1 Sk.-T. entspricht, und zwar in Bruchteilen der Intensität selbst gemessen. Wenn also der Einstellung auf den Skalenteil p die Intensität H entspricht, so ist die Intensität bei der Einstellung p'

$$H' = H[1 + E(p' - p)] \quad \text{oder} \quad (H' - H)/H = E(p' - p).$$

Bestimmung des Skalenwertes E.

Allgemein anwendbar ist das folgende Verfahren. Man läßt auf die Nadel des Variometers in gleicher Höhe aus der großen Entfernung r im Norden oder Süden einen nordsüdlich gerichteten Magnet ablenkend wirken und liest ab. Man dreht den Magnet um 180° und liest wieder ab; der Unterschied beider Ablesungen betrage n Sk.-T. Dann ist der Skalenwert

$$E = \frac{1}{n}\frac{4}{r^3}\frac{M}{H}. \qquad 1.$$

M ist das magn. Moment des ablenkenden Stabes, das aber nur im Verhältnis zum Erdmagnetismus bekannt zu sein braucht (73 II oder 76).

Beweis. Der Stab M vermehrt oder vermindert in seinen beiden Lagen die Intensität H um $2M/r^3$. Da die Einstellung sich bei dem Umlegen von M um n Sk.-T. ändert, so bedeutet 1 Sk.-T. also die Änderung $4M/(nr^3)$, oder in Teilen der Intensität selbst $4M/(nr^3H)$.

Sind Magnetlänge $\mathfrak{L}$ und Nadellänge $\mathfrak{l}$ nicht klein gegen r, so tritt der Korrektionsfaktor $(1 + \frac{1}{2}\mathfrak{L}^2/r^2 - \frac{3}{4}\mathfrak{l}^2/r^2)$ hinzu; vgl. S. 389 u. Anh. 20. Man kann aber statt dessen M/H ohne Korrektionen an einer ähnlich gestalteten Nadel aus ungefähr demselben Abstande r bestimmen und diesen Wert dann unkorrigiert in Gl. 1 einsetzen.

1. Bifilarvariometer (Gauß).

Ein Magnet ist an zwei Fäden (dünnen Drähten) von kleinem Abstande bifilar aufgehängt (27a). Die Verbindungslinie der oberen und diejenige der unteren Befestigungspunkte der Fäden werden so gegeneinander gedreht, daß das erdmagnetische und das statische (durch die Schwere und die Elastizität hervorgebrachte) Drehmoment der Fäden zusammen den Magnet ostwestlich stellen.

Die mit Spiegel und Skale abzulesende geringe Drehung, welche der Magnet durch eine Änderung der erdmagnetischen

Horizontalintensität erfährt, kann dieser Änderung proportional gesetzt werden. Wachsende Intensität dreht den Nordpol nach Norden; es ist bequem, wenn dieser Drehung wachsende Zahlen der Skale entsprechen.

Bestimmung des Skalenwertes E.

1. Siehe das S. 395 angeführte Verfahren.

2. **Mit dem Torsionskreis.** Hat das Instrument einen Torsionskreis, so ergibt sich E aus dem Winkel α, welchen die Vertikalebenen der oberen und der unteren Aufhängepunkte miteinander bilden, wenn A der Skalenabstand,

$$E = (1/2A) \cdot \mathrm{ctg}\,\alpha.$$

α wird bestimmt, indem man den Magnet in der Bifilarsuspension um 180° umlegt und nun den Torsionskreis dreht, bis wieder die Ostwestlage eingetreten ist; dieser Drehungswinkel ist $= 2\alpha$.

Das Verfahren setzt Aufhängefäden von geringer Torsionskraft voraus, z. B. aus feinem Bronzedraht.

Beweis. Die Bifilarnadel m steht immer so nahe senkrecht zum Meridian, daß das erdmagn. Drehmoment mit Hm zu bezeichnen ist. Das bifilare Drehmoment ist $D \sin\alpha$ (27a). Also haben wir $Hm = D \sin\alpha$. Wenn sich nun H in $H(1+E)$ und α in $(\alpha + 1/2A)$ ändert, d. h. wenn sich das Instrument um 1 Skalenteil dreht, so ist wieder

$$Hm(1+E) = D \sin[\alpha + (1/2A)] = D[\sin\alpha + (1/2A) \cdot \cos\alpha].$$

Beiderseitige Division mit $Hm = D \sin\alpha$ ergibt obiges E.

Über die Bestimmung von E aus Torsions- und Schwingungsbeobachtungen vgl Gaufs, Result. d. magn. Vereins 1841, S. 1, oder Werke 5, 404; Wild, Carl Repert. 16, 325. 1880. Vgl. ferner F. K., Wied. Ann. 15, 536. 1882.

Temperaturkorrektion. Erwärmung schwächt den Stabmagnetismus, läßt also den Erdmagnetismus kleiner erscheinen. Ein wenig wirkt auch die Ausdehnung der Suspension und der Drähte. Ist μ der Temp.-Koeff. des Magnets (76a), β der Ausd.-Koeff. der Suspension, β' derjenige der Drähte, so verlangt 1° Temperaturänderung eine Korrektion um $(\mu + 2\beta - \beta')/E$ Skalenteile. Für eine Aufhängung ganz aus Messing wird der Ausdruck $= (\mu + 0{,}000\,018)/E$.

Torsionsvariometer.

Statt durch ein bifilares Drehmoment lenkt man die Nadel durch Drehung ihres Aufhängefadens (Stahl, Platin, Quarz) bis zur ostwestlichen Stellung ab.

Der Skalenwert E läßt sich nach dem Verfahren 1 ermitteln oder aus dem Torsionswinkel φ. Er ist für einen Sk.-Abstand von

A Sk.-T. offenbar $E = 1/(2A \cdot \varphi)$, wo φ in absolutem Maße (Anh. 3) zu messen ist.

Wenn z. B. $\varphi = 2\pi = 6{,}28$ und $A = 2500$, so wird $E = 0{,}000032$. Die Empfindlichkeit läßt sich leicht beliebig steigern. Eschenhagen, Verh. D. Phys. Ges. 1899, S. 147. — Zu beachten ist, daß mit gesteigerter Empfindlichkeit eine Unsymmetrie zunimmt, die darin besteht, daß die Empfindlichkeit nach der positiven Richtung wächst; vgl. 26 am Schluß.

2. Vierstabvariometer (F. K.).

Eine Magnetnadel kann, anstatt durch die Direktionskraft ihrer Aufhängung, auch durch Ablenkungsstäbe ostwestlich gerichtet werden und stellt dann ein Intensitätsvariometer dar. Für vorübergehende Beobachtung läßt ein solches Instrument sich leicht improvisieren, dessen Skalenwert nach S. 395 bestimmt wird.

Sonst benutzt man das Vierstabvariometer (Ansicht von oben in Fig. 164). Auf einem horizontal drehbaren Rahmen sind vier gleiche Magnete befestigt, so daß auf den Mittelpunkt zwei aus erster und zwei aus zweiter Hauptlage wirken, die ersteren aus einem um etwa $\frac{1}{18}$ größeren Abstande als die letzteren. Die gesamte Richtkraft soll etwas größer sein als die erdmagnetische, was durch passende Stellung der Magnete bewirkt wird. Den Mittelpunkt bildet eine kurze Magnetnadel.

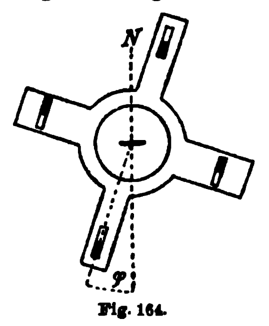


Fig. 164.

Orientierung zum Meridian. Man stellt den Rahmen auf den Nullpunkt seiner Teilung, und zwar so, daß die Richtkraft der Magnete dem Erdmagnetismus entgegenwirkt. Die Drehungsachse wird mit der Libelle vertikal gemacht. Nun dreht man das ganze Instrument, bis die Nadel sich in die Richtung der vier Stäbe einstellt, und schraubt es fest. Jetzt liegt der Nullpunkt der Teilung im Meridian.

Nun wird der Rahmen um einen solchen Winkel φ gedreht, daß die Nadel senkrecht zum Meridian steht, und in dieser Lage festgestellt.

Den Skalenwert ermittelt man wieder nach S. 395 oder berechnet ihn als $E = (1/2A)\,\mathrm{tg}\,\varphi$. Die Empfindlichkeit $1/E$ kann also durch ein kleines φ, d. h. durch eine Stellung der Stäbe, bei der ihre Richtkraft den Erdmagnetismus nur wenig übertrifft, beliebig gesteigert werden.

Beweis ähnlich wie in 75. Vgl. auch F. K., Wied. Ann. 15, 540. 1882 u. Ges. Abh. 1, 491. 1910.

In dem Ausdruck für E befindet sich eigentlich ein von der Richtung

der Nadel gegen das Feld der Magnete abhängiges Korrektionsglied, welches den Faktor $\frac{4}{r_1^5} - \frac{3}{r_2^5}$ enthält, wo r_1 und r_2 die Abstände der aus 1. und 2. Hauptlage wirkenden Stäbe bedeuten. Die Korrektion fällt also fort, wenn $r_1/r_2 = (4/3)^{1/5}$ nahe $= 1 + \frac{1}{18}$ gewählt wird. Wind, Diss. Groningen 1894. — Beweis auch aus Pogg. Ann. 142, 550. 1871 einfach zu entnehmen. — Ferner Poppendieck, Diss. Gießen 1911.

Temperaturkorrektion. Höhere Temperatur läßt den Erdmagnetismus zu groß erscheinen. Den Einfluß bestimmt man im Winter durch abwechselnde Beobachtung im warmen und kalten Zimmer. Findet man bei den Temperaturen t_1 und t_2 die Skaleneinstellungen p_1 und p_2, so beträgt die Korrektion der Ablesung $(p_1 - p_2)/(t_1 - t_2)$ für 1°. — Geht man später zu einem anderen Skalenwert E' über, so ist dieser Ausdruck natürlich mit E/E' zu multiplizieren.

S. auch registrierende Wage für Schwankungen der vertikalen Komponente bei K. Schering, Phys. ZS 1911, 1047.

75. Vergleichung der Horizontalintensität an zwei Orten.

Lokale Variationen sind für physikalische Zwecke hauptsächlich bei der Horizontalkomponente der Feldstärke von Bedeutung.

I. Vergleichung durch Schwingungen.

Man läßt eine und dieselbe Magnetnadel an beiden Orten schwingen; die Intensitäten verhalten sich $H_1 : H_2 = t_2^2 : t_1^2$. Bei Anspruch auf Genauigkeit sind Temperatur und zeitliche erdmagnetische Schwankungen zu berücksichtigen (76a; 74).

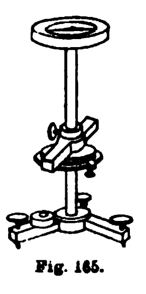
II. Vergleichung durch Ablenkungen.

Für eine rohe Bestimmung stellt man eine Bussole an beiden Orten auf und lenkt sie durch einen Magnet aus bestimmtem Abstande ab. Betragen die Ablenkungen α_1 und α_2, so ist

$$H_1 : H_2 = \operatorname{tg}\alpha_2 : \operatorname{tg}\alpha_1.$$

Bussolenvariometer (F. K.).

Dieses erzielt eine größere Empfindlichkeit dadurch, daß die Nadel um nahe 90° abgelenkt wird. Das in 74 II erläuterte Vierstabvariometer mit Spiegel kann als Lokalvariometer kleine Variationen auf $\frac{1}{10000}H$ genau messen. Sein Gebrauch geht aus dem früheren und aus der folgenden Anweisung zu einer einfacheren Form (Fig. 165) hervor.


Fig. 165.

Ein zwischen verstellbaren Anschlägen drehbarer Magnet läßt sich mit seinem Teilkreise längs des Stieles einer Bussole verschieben und festklemmen.

1. Die Drehachse des Instruments wird mit Hilfe der Stellschrauben und der Libelle vertikal gemacht.

2. Richtiger Abstand des Magnets. Die Richtkraft des letzteren auf die Bussolennadel muß etwas stärker sein als die erdmagnetische. Man reguliert zu dem Zwecke den Abstand, während der Magnet Nordpol nach Norden steht, bis die Nadel sich Nordpol nach Süden stellt. Je größer die Empfindlichkeit werden soll, desto geringer muß der Kraftüberschuß des Magnets gewählt werden.

3. Orientierung in den Meridian. Man stellt die Kreisteilung des Magnets auf Null und dreht das ganze Instrument, bis die Nadel dem Magnet parallel steht. Wir nehmen an, daß sie alsdann auch auf den Nullpunkt der Bussolenteilung zeigt.

4. Drehungswinkel φ des Magnets. Man dreht den Magnet nach der einen Seite, bis die Nadel auf 90° zeigt, und fixiert den einen Anschlag des Magnets auf diese Stellung. Man verfährt ebenso nach der anderen Seite. Jetzt ist das Instrument fertig. Die Hälfte des Drehungswinkels zwischen den beiden Anschlägen heiße φ.

5. Vergleichung von H an zwei Orten. An dem Vergleichsort I wird das Variometer nach Nr. 3 orientiert und dann der Magnet gegen die Anschläge gelegt. Wir wollen die Nadelspitze immer auf der Seite der Bussole ablesen, auf welcher die Bezifferung nach Norden wächst. Der Nordpol der Nadel zeige hier die Einstellung p_n; nach dem Umlegen des Magnets zeige der Südpol p_s. Die Differenz $p_n - p_s$ heiße δ_1. An dem Orte II zeige die eben beschriebene Differenz den Wert δ_2.

Dann wird das Verhältnis der erdmagnetischen Felder an beiden Orten erhalten als

$$\frac{H_1}{H_2} = \frac{1 + \operatorname{tg}\varphi \operatorname{tg}\frac{1}{2}\delta_1}{1 + \operatorname{tg}\varphi \operatorname{tg}\frac{1}{2}\delta_2}, \qquad 1.$$

oder bei kleinem, in Bogengraden ausgedrücktem δ_1 und δ_2

$$(H_1 - H_2)/H = [0{,}0087 \operatorname{tg}\varphi]\cdot(\delta_1 - \delta_2) = C\cdot(\delta_1 - \delta_2). \qquad 2.$$

Der Reduktionsfaktor $C = 0{,}0087 \operatorname{tg}\varphi$ bekommt für $\varphi = 29{,}8°$ den runden Wert 0,0050. — Die strenge Gültigkeit der Formel setzt eine kurze Nadel voraus.

Beweis. Die vom Magnet am Orte der Bussole ausgeübte Richtkraft heiße J. J wirkt stets dem Magnete parallel; ist dieser also um den Winkel φ gedreht, so übt er nordsüdlich die Komponente $J\cos\varphi$ und ostwestlich $J\sin\varphi$ aus. Ferner heiße H_0 diejenige erdmagn. Feldstärke, die durch $J\cos\varphi$ gerade kompensiert wird, d. h. bei welcher die Nadel sich genau ostwestlich stellen würde; also ist $J\cos\varphi = H_0$, und $J\sin\varphi = H_0 \operatorname{tg}\varphi$ bezeichnet die (vom Magnete bewirkte) Feldstärke, welche die Nadel jetzt in der Ostwestlage festhält.

Am Orte I besteht die erdmagn. Feldstärke H_1, hier ist also der Teil $H_1 - H_0$ nicht kompensiert. Dieser lenkt nun die Nadel aus der Ostwest-

lage um den Winkel ε_1 ab, welcher sich aus der obigen, die Nadel festhaltenden Feldstärke $H_0 \operatorname{tg}\varphi$ mittels der Gleichung ergibt:

$$\operatorname{tg}\varepsilon_1 = (H_1 - H_0)/(H_0 \operatorname{tg}\varphi), \quad \text{also ist} \quad H_1/H_0 = 1 + \operatorname{tg}\varphi \operatorname{tg}\varepsilon_1.$$

Entsprechend für den Ort II. — Da ε_1 und ε_2 unsere $\frac{1}{2}\delta_1$ und $\frac{1}{2}\delta_2$ bedeuten, so folgt Gl. 1, und da man für die kleinen Winkel $\operatorname{tg}\frac{1}{2}\delta = \frac{1}{2}\delta/57{,}3^0 = 0{,}0087\,\delta$ setzen darf (Gl. 10, S. 10), auch Gl. 2.

Temperatur. Der Temperatureinfluß läßt sich durch Beobachtungen im warmen und im kalten Petroleumbad ähnlich wie in 74 am Schluß bestimmen und in Rechnung setzen. Kann man die Ablesungen an den verschiedenen Orten rasch hintereinander machen, so hält man am besten die Temperatur durch Umhüllen der Magnete mit Watte oder Filz konstant.

Vgl F. K., Wied. Ann. 19, 138. 1883 und 29, 51. 1886 u. Ges. Abh. 1, 727. 1910.

Doppelkompaß. Zwei übereinanderhängende Magnetnadeln lenken sich gegenseitig um so stärker ab, je schwächer die Feldstärke ist. Über die Anwendung s. Heydweiller, Wied. Ann. 64, 735. 1898; Bidlingmaier, Publ. Deut. Südpolarexp. Bd. 5. 1907. Weitere Literatur über den Bidlingmaierschen Doppelkompaß im ausführlichen Referat von Maurer, ZS f. Instr. 1908, 211.

Ein auch für vertikale Intensität bestimmtes transportables Variometer s. O. E. Meyer, Wied. Ann. 40, 489. 1890.

75a. Astatisches Torsionsmagnetometer.

Zwei gleiche Magnetnadeln sind in einem beträchtlichen Abstande h übereinander astatisch verbunden aufgehängt. Zur genauen Astasierung dient ein kleiner Teilkreis an der Verbindungsstange. Die Größe der Direktionskraft wird durch die gewählte Stärke des Aufhängedrahtes aus geglühtem Platiniridium bestimmt.

Anwendbar ist das Magnetometer in jedem Azimut. Ist die Astasie gut hergestellt, so ändert sich die Empfindlichkeit mit dem Azimut wesentlich nur durch die wechselnde Induktion des Erdfeldes auf den Nadelmagnetismus bis zu einigen Tausendteln.

Variable Temperaturunterschiede beider Magnete sind am unschädlichsten für die Ruhelage in der Nordsüdlage, für die Empfindlichkeitskonstante in der Ostwestlage.

Das Instrument ist zu magnetometrischen Zwecken da bestimmt, wo das Erdmagnetometer durch Störungen unbrauchbar gemacht wird, deren Ursprung weit genug abliegt, daß die Störungen an den beiden Orten der Nadeln merklich gleich verlaufen. Als Anwendungen können in Betracht kommen: die Bestimmung von magn. Momenten (76 u. 115), von Temp.-Koeffizienten (76a) oder Polabständen (76b), die absolute Strommessung durch Fernwirkungen oder mit der Tangentenbussole (81), die Bestimmung einer Windungsfläche (106).

Der ablenkende Magnet oder die Stromspule vom Moment M befinde sich in der Höhe der einen Nadel (Hauptnadel), aus dem

Abstande r in erster Hauptlage wirkend. Der Einfluß auf die zweite, um die Höhe h höher oder tiefer liegende Nadel äußert sich in einer Korrektion, die nur von r/h abhängt und durch $\psi(r/h)$ bezeichnet werde; sie bleibt innerhalb der Entfernung $r = 0{,}8\,h$ kleiner als 2 Prozent.

Bedeutet α den Ablenkungswinkel (S. 388), $\eta = \frac{1}{2}\mathfrak{L}^2 - \frac{3}{4}\mathfrak{l}^2$ die von den Polabständen $\mathfrak{L}$ des Magnets und $\mathfrak{l}$ der Nadel herrührende Korrektionskonstante (73 II), so gilt für die Berechnung von M, wenn C die Instrumentalkonstante bedeutet,

$$M\left[1 + \frac{\eta}{r^2} + \psi\left(\frac{r}{h}\right)\right] = C \cdot \frac{1}{2} r^3 \frac{\alpha}{\cos\alpha}.$$

Für $\alpha/\cos\alpha$ kann, insofern α klein ist, gesetzt werden $\alpha(1 + \frac{1}{2}\alpha^2)$ oder auch $\frac{s}{2A}\left[1 - \frac{5}{6}\left(\frac{s}{2A}\right)^2\right]$, wenn s den Ausschlag an einer Skale vom Abstande A bedeutet; vgl. **25** und Formel 8 u. 11, S. 9 und 10.

Für $\psi(r/h)$ endlich gilt (Beweis und Tabelle bei F. K. u. Holborn a. a. O.)

$$\psi\left(\frac{r}{h}\right) = \frac{\frac{1}{2}(r/h)^3 - (r/h)^5}{[1 + (r/h)^2]^{5/2}}.$$

Bestimmung von C. Man mißt eine durch ein bekanntes Moment hervorgebrachte Ablenkung. Das Moment einer von einem elektr. Strome I CGS (**81**; besonders auch **85**, 2) durchflossenen Spule von der Windungsfläche f cm^2 ist $M = If$ CGS. C ist wesentlich der Quotient aus der Direktionskraft der Aufhängung durch den Nadelmagnetismus; er ändert sich ein wenig (etwa auf 1° um 1/2000) mit der Temperatur.

Näheres bei F. K. u. Holborn, Ann. d. Phys. 10, 287. 1903 und über eine tragbare Form ebd. 13, 1054; auch Henning ebd. 15, 815. 1904. Eine für Eisenuntersuchung mittels einer Nullmethode bestimmte Form s. bei Haupt, Elt. ZS 1907, 1069.

76. Bestimmung eines permanenten magnetischen Moments.

Über die Verteilung des Magnetismus in einem Stabe und über Magnetisierungskoeffizienten weichen Eisens s. **115** und Tab. 37.

Über Begriff und Größe des spez. Magnetismus vgl. **72b**; über Temperatureinfluß **76a**; über die Dichte von freiem Magnetismus an Polflächen z. B. Anh. 19a.

Am einfachsten und leicht zu improvisieren sind die Methoden, welche das magnet. Moment auf den Erdmagnetismus zurückführen. Dabei wird man meist die Horizontalintensität H für den Beobachtungsort hinreichend genau aus Tab. 38 entnehmen können.

I. Aus Ablenkungen.

Ein in cm geteilter Meterstab, der in der Mitte eine Bussole trägt und nach ihr ostwestlich (bzw. nordsüdlich für die 2. H.-L.) orientiert ist, wird meist genügen. — An einem Magnetometer (oder Spiegelgalvanometer) kann die Ablenkung genauer und zugleich mit so großem Abstande gemessen werden, daß Korrektionen wegfallen; für $\operatorname{tg}\varphi$ wird man (25) Ausschlag durch doppelten Skalenabstand setzen dürfen, multipliziert mit $(1+\Theta)$, wenn Θ das Torsionsverhältnis bedeutet (77).

Der Magnetstab lenke die Nadel aus dem Abstande r in der ersten Hauptlage (Anh. 20 u. 73 II) um den Winkel φ ab. Über die genaue Bestimmung von φ durch Ablesen beider Nadelspitzen, Umlegen des Magnets und Ablenkung von zwei Seiten vgl. S. 388 und das Beispiel S. 389.

Ist der Abstand r groß gegen die Magnetlänge, so wird das magnetische Moment (Anh. 20)

$$M = \tfrac{1}{2} r^3 H \operatorname{tg}\varphi. \qquad 1.$$

Andernfalls nennen wir wieder (S. 389) $\mathfrak{L}$ bzw. $\mathfrak{l}$ die Polabstände des Magnets bzw. der Nadel ($^5/_6$ ihrer Längen), berechnen $\eta = \frac{1}{2}\mathfrak{L}^2 - \frac{3}{4}\mathfrak{l}^2$ und dividieren obiges M durch $(1+\eta/r^2)$.

In der zweiten Hauptlage fällt der Faktor $\frac{1}{2}$ fort und es ist $\eta = -\frac{3}{8}\mathfrak{L}^2 + \frac{3}{2}\mathfrak{l}^2$.

Über Messungen im gestörten Erdfelde mit dem Torsionsmagnetometer s. 75a; über genaue Messung z. B. Wied. Ann. 35, 748. 1888.

Über einen Vorschlag zu einer Nullmethode mittels eines kompensierenden elektrischen Kreisstromes s. Simon u. Madelung, Phys. ZS 5, 410, 1904.

Bei der Untersuchung eines nicht stabförmigen Magnets, beispielsweise auch eines magnetischen Minerales, dessen magnetische Achse sich nicht aus der Gestalt erkennen läßt, bringt man den Körper durch Drehen in die Stellung, in welcher die ablenkende Wirkung am größten ist. Um die Lage der magnetischen Achse zu bestimmen, kann man ebenso verfahren. Oder man hängt im Erdfelde den Körper in zwei Lagen an einem dünnen Faden auf oder läßt ihn in einer Schale auf Wasser schwimmen.

II. Aus der Schwingungsdauer t.

Für einen regelmäßig gestalteten Stab läßt sich das Trägheitsmoment K (29) berechnen. Man erhält dann

$$M = \frac{\pi^2 K}{t^2 H (1+\Theta)}. \qquad 2.$$

Kombination von Gl. 1 u. 2 läßt H eliminieren.

III. Durch bifilare Aufhängung.

Nach **78** IV auszuführen.

IV. Mit der Wage (Helmholtz).

Nur von theoretischer Bedeutung; magnetische Kräfte werden hier unmittelbar durch Gewichte gemessen.

Gesucht werden die Momente M_1 M_2 M_3 dreier Stäbe mit den Polabständen (**72b** I) $\mathfrak{L}_1$ $\mathfrak{L}_2$ $\mathfrak{L}_3$. An einer eisenfreien empfindlichen Wage werde M_1 vertikal hängend äquilibriert gegen M_2, welches horizontal dem Balken parallel in mittlerer Höhe von M_1 hängt. Man kehrt erst den einen, später den anderen Stab um; das Mittel aus den nahe gleichen Gewichten, welche die Wage wieder einstellen, betrage p g. Der Schneidenabstand, gegen die Stablängen hinreichend groß, sei $= r$ cm. Dann gilt, wenn $g = 981$ ist,

$$M_1 M_2 = \frac{1}{12} \frac{r^4 p \cdot g}{1 - \frac{5}{2}\mathfrak{L}_1^2/r^2 + \frac{10}{3}\mathfrak{L}_2^2/r^2} = P_{12}.$$

Ebenso bestimme man $M_1 M_3 = P_{13}$ und $M_2 M_3 = P_{23}$. Dann ist $M_1 = \sqrt{P_{12} \cdot P_{13} \cdot P_{23}}$ CGS usw.

Vgl. Helmholtz, Sitzungsber. d. Berliner Akad. 1883, 405.

Elektrische Methoden zur Bestimmung von magn. Momenten und Induktionskoeffizienten s. in **109** III und **118**.

76a. Temperaturkoeffizient eines Magnets.

Temperaturkoeffizient α heißt die durch $+1^0$ hervorgebrachte relative Abnahme des Magnetismus. Je größer der spezifische Magnetismus, desto kleiner ist im allgemeinen der Temp.-Koeffizient. Er beträgt bei guten Magneten etwa 0,0003 bis 0,001.

Einen von der Temperatur unabhängigen Magnet erhält man durch feste Verbindung zweier entgegengesetzt gerichteter Stäbe von ungleichen magn. Momenten, die von der Temperatur um gleich viel geändert werden.

Die Methoden in **76** ergeben auch den Einfluß der Temperatur, aber wenig genau. Man muß die durch die Erwärmung bewirkten Ausschläge vergrößern.

I. Kompensation (W. Weber).

Man nähert einem Magnetometer den Magnet von der einen Seite bis zu dem mäßigen Abstande r, hebt aber die große Ablenkung durch einen Hilfsstab nahezu wieder auf. Nun wird der erste Stab auf verschiedene Temperaturen t_1 und t_2 gebracht; n sei dabei der Unterschied der beiden Einstellungen, A der Skalenabstand.

Der Temperaturkoeffizient α ist dann $\alpha = C \cdot n/(t_1 - t_2)$. Den Faktor C bekommt man folgendermaßen.

1. Wenn der Magnet aus der gleichen Entfernung eine kurze Bussolennadel um φ ablenkt, so ist $C = 1/(2A \operatorname{tg}\varphi)$.

2. Ist der Magnetismus M des Stabes bekannt, so hat man, wenn $\mathfrak{L}$ der Polabstand des Stabes (S. 384),

in erster Hauptlage $$C = \frac{H}{M}\frac{r^3}{4A}\left(1 - \frac{1}{2}\frac{\mathfrak{L}^2}{r^2}\right);$$ in zweiter Hauptlage $$C = \frac{H}{M}\frac{r^3}{2A}\left(1 + \frac{3}{8}\frac{\mathfrak{L}^2}{r^2}\right).$$

3. Oder man nähert den Magnet und den Hilfsstab folgeweise in einzelnen Absätzen, so daß die Näherung des einen immer die Nadel nahe an das eine Ende der Skale bringt, die Näherung des andern an das entgegengesetzte Ende. Die letzte Näherung bringe die Nadel wieder nahe auf die alte Ruhelage. N sei die Summe sämtlicher Skalenverschiebungen, die nach und nach durch den Magnet (nicht durch den Hilfsstab) hervorgebracht wurden, nach 25 oder Tab. 28 auf Größen korrigiert, die der Tangente der Ausschlagswinkel proportional sind. Dann ist offenbar $C = 1/N$.

Nr. 3 gilt auch bei Bestimmungen am Torsionsmagnetometer (75a).

II. Durch bifilare Aufhängung.

Der Magnet wird in einer empfindlichen Bifilarsuspension ostwestlich aufgehängt und durch Heizung usw. des Raumes auf verschiedene Temperaturen gebracht. E sei der Skalenwert (74 II). Bewirkt eine Erwärmung t die Verschiebung n, so ist $\alpha = nE/t - 2\beta + \beta'$; β und β' sind die Ausdehnungskoeffizienten der Suspension und des Aufhängedrahts. Schwankungen des Erdmagnetismus (74) muß man in Rechnung setzen.

Wild, Carl Rep. 9, 277. 1873.

III. Durch 90°-Ablenkung eines Magnetometers.

Der Magnet wird in der Höhe der (kurzen) Magnetometernadel horizontal mit seinem Mittelpunkt im Meridian der Nadel so angebracht, daß die Nadel sich ostwestlich stellt. Er bilde in dieser Stellung mit dem Meridian den Winkel φ (Fig. 166; Ansicht von oben). Man erwärme den Magnet um t; die Nadel drehe sich dadurch um den Winkel ε. Dann ist der Temperaturkoeffizient $\alpha = \frac{1}{2}\operatorname{tg}\varphi \cdot \varepsilon/t$.

Fig. 166.

Mit kleinem φ ist die Methode sehr empfindlich.

Beweis. Da die Nadel ostwestlich steht, so stammt ihre

Direktionskraft nur von dem Magnet und beträgt $M/r^3 \cdot \sin\varphi$. Die Ablenkung s bedeutet also ein neues Drehmoment $s \cdot M/r^3 \cdot \sin\varphi$, welches andrerseits gleich $2\Delta M/r^3 \cdot \cos\varphi$ ist, wenn ΔM die von der Erwärmung bewirkte Änderung des magnetischen Moments bedeutet. Also hat man $\Delta M = \frac{1}{2} M \cdot s \operatorname{tg}\varphi$ und den Temp.-Koeff. $\alpha = 1/t \cdot \Delta M/M = \frac{1}{2} \operatorname{tg}\varphi \cdot s/t$.

F. K., Wied. Ann. 22, 420. 1884, auch über Korrektionen.

76b. Polabstand eines Magnets.

Unter Polen werden hier die Punkte verstanden, in denen man für Fernwirkungen die beiden Magnetismen eines gestreckten Stabes konzentriert annehmen darf, wenn die vierte Potenz des Verhältnisses der Magnetlänge zur Entfernung gegen 1 vernachlässigt werden kann. Vgl. Riecke, sowie F. K. a. a. O. (S. 385); auch Anh. 20.

Der Magnet lenke eine in gleicher Höhe befindliche kurze Magnetometernadel aus den beiden Entfernungen a_1 bzw. a_2 — die Entfernung von Mitte zu Mitte gemessen — um φ_1 bzw. φ_2 ab. Der Polabstand der Nadel, d. h. hier ausreichend genau $\frac{5}{6}$ ihrer Länge, sei $= \mathfrak{l}$. Man berechne (S. 390) nach Gaufs

$$\eta = a_1^2 a_2^2 \frac{a_1^5 \operatorname{tg}\varphi_1 - a_2^5 \operatorname{tg}\varphi_2}{a_2^5 \operatorname{tg}\varphi_2 - a_1^5 \operatorname{tg}\varphi_1}.$$

Der Polabstand $\mathfrak{L}$ des Magnets ist dann durch die folgenden Ausdrücke gegeben: Für Beobachtungen aus

erster Hauptlage	zweiter Hauptlage
$\mathfrak{L}^2 = +2\eta + \frac{3}{2}\mathfrak{l}^2,$	$\mathfrak{L}^2 = -\frac{8}{3}\eta + 4\mathfrak{l}^2.$

Den abgeänderten Formeln S. 391 entsprechend hat man $\mathfrak{L}^2 =$

$$4\,\frac{a_1^{\frac{3}{2}} \operatorname{tg}^{\frac{1}{2}}\varphi_1 - a_2^{\frac{3}{2}} \operatorname{tg}^{\frac{1}{2}}\varphi_2}{a_1^{-\frac{1}{2}} \operatorname{tg}^{\frac{1}{2}}\varphi_1 - a_2^{-\frac{1}{2}} \operatorname{tg}^{\frac{1}{2}}\varphi_2} + \frac{3}{2}\mathfrak{l}^2, \qquad 4\,\frac{a_1^2 \operatorname{tg}^{\frac{2}{3}}\varphi_1 - a_2^2 \operatorname{tg}^{\frac{2}{3}}\varphi_2}{\operatorname{tg}^{\frac{2}{3}}\varphi_2 - \operatorname{tg}^{\frac{2}{3}}\varphi_1} + 4\mathfrak{l}^2.$$

Eine genaue Bestimmung erfordert genaue Abstands- und Ausschlagsmessungen und sorgfältiges Eliminieren der Unsymmetrien durch Ablenkung von beiden Seiten mit Umlegen des Magnets, vgl. S. 388. (Mit einer Bussole ein fehlerfreies Resultat zu gewinnen wird unmöglich sein.)

Auch Temperatur- und erdmagnetische Schwankungen müssen berücksichtigt werden. Unabhängig von diesen wird man durch die gleichzeitige Anwendung zweier Magnetometer, zwischen denen der Magnet aus zwei symmetrisch gegen die Mitte gelegenen Stellungen wirkt. Ist E der Abstand beider Magnetometerfäden voneinander und E' die Strecke, um welche der Magnet verschoben wird, so ist $a_1 = \frac{1}{2}(E - E')$ und $a_2 = \frac{1}{2}(E + E')$. Nach dem ersten Beobachtungssatz vertauscht man die Magnetometer miteinander, wiederholt die Beobachtungen und nimmt aus den zusammengehörigen Ablenkungen die Mittel. Die Skalenabstände brauchen nur genähert bekannt zu sein. Über Reduktionen s. 25.

Über die Ausführung vgl. F. K. u. Hallock, Wied. Ann. 22, 411. 1884; genaue Messungen z. B. bei F. u. W. Kohlrausch, ebd. 27, 45. 1886. — Ferner Ruoss, Ann. d. Phys. 27, 113. 1908.

77. Torsionsverhältnis eines aufgehangenen Magnets.

Durch den Aufhängefaden tritt zu der magnetischen Direktionskraft D eine elastische d. Das Verhältnis $d/D = \Theta$ heißt Torsionsverhältnis. Eine Ablenkung, die der Magnet erfährt, ist daher im Verhältnis $(1 + \Theta)$, seine Schwingungsdauer im Verhältnis $\sqrt{1 + \Theta}$ kleiner, als wenn nur die magnetische Dir.-Kraft wirkte.

Je leichter ein Magnet, desto kleiner kann man das Torsionsverhältnis machen, denn die Tragkraft eines Fadens wächst mit dem Quadrate, das Torsionsmoment aber mit der 4. Potenz der Dicke. Kokonfäden (8, 20 u. 72 b I) haben je nach ihrem Ursprung ein sehr verschiedenes Torsionsmoment. 10 cm lange, feine Fäden aus dem Innern eines Kokons gehen bis unter $d = 0{,}0001$ CGS, so daß oft ihr Tors.-V. kaum in Betracht kommt. Andere erreichen ein mehr als zehnfaches Moment. Freilich ist auch die Tragkraft sehr ungleich. Wegen der elastischen Nachwirkung ist Θ für einen Kokon um eine Anzahl von Prozenten unsicher.

Äußerst kleine Torsionsmomente erreicht man auch mit Quarzfäden (8, 21; Tab. 20), die gegen den Kokon den Vorteil einer verschwindenden elastischen Nachwirkung haben.

Im folgenden wird angenommen, daß die Nadel nahe im Meridian liegt.

Um Θ zu bestimmen, dreht man den Torsionskreis um den Winkel α und beobachtet die neue Einstellung des Magnets, welche sich von der ursprünglichen um den kleinen Winkel φ unterscheide. Dann ist merklich

$$\Theta = \varphi/(\alpha - \varphi).$$

In Ermangelung eines Torsionskreises dreht man den Magnet einmal ganz herum, ohne an der Befestigung des Fadens etwas zu ändern; dann ist $\alpha = 360^0$ zu setzen.

Bei dem Skalenabstand A bedeutet der Ausschlag e den Winkel $\varphi = 57{,}3^0 \cdot e/(2A)$. Wenn α eine ganze Umdrehung beträgt, rechnet man $\alpha = 2\pi = 6{,}28$ und $\varphi = e/(2A)$.

Indirekte Bestimmung. Die Direktionskraft d eines Fadens ergibt sich aus der Torsionsschwingungsdauer t einer angehängten Masse von bekanntem Trägheitsmoment k (29 I) in absolutem Maße $d = \pi^2 k/t^2$ (Anh. 12). Aus der Direktionskraft D des an dem Faden aufzuhängenden Magnets (z. B. $D = MH$; 76 oder Anh. 21) berechnet sich dann $\Theta = d/D$.

Über die Ermittlung von d aus dem elast. Torsionsmodul vgl. 55.

78. Erdmagnetische Deklination. Magnetischer Theodolit. Bussole.

Deklination (Tab. 39) ist der Winkel, um welchen der magnetische vom astronomischen Meridian abweicht. Man zählt am Nordpol der Nadel, nennt also bei uns die Deklination „westlich". — Insofern man die Lage

der magnetischen Achse in einem Magnet nicht verbürgen kann, wird für eine genaue Messung die Magnetnadel in zwei Lagen beobachtet.

Zur Bestimmung nach Gaufs gehört ein Theodolit mit Horizontalkreis und eine ihrem astronomischen Azimut nach vom Theodolit aus bekannte Visierrichtung: etwa ein Fadenkreuz mit Linse im Observatorium, oder eine entfernte terrestrische Marke, welche man mit Hilfe des Polarsterns oder der Sonne festgelegt hat (**80 a; 81**); endlich ein Magnetometer, dessen Magnet sich um 180° um seine Achse drehen läßt. Das Theodolitenfernrohr steht nahe in der Fortsetzung des Magnets.

Am bequemsten ist, wenn der Magnet eine Längsdurchsicht hat, die am einen Ende mit einer Linse von einer Brennweite gleich der Länge des Magnets geschlossen ist. Am anderen Ende befindet sich eine Marke (Blende mit kleiner Öffnung, Fadenkreuz oder Glasteilung), welche also durch die Linse als ein fernes Objekt erscheint.

Ein mit dem Magnet verbundener Spiegel, dessen Normale nahe mit der magnetischen Achse zusammenfällt, leistet dieselben Dienste, wenn das Fadenkreuz des Theodoliten beleuchtbar ist. Man stellt das Fernrohr auf das Spiegelbild seines Fadenkreuzes ein.

Die Bezifferung des Teilkreises werde im Sinne der täglichen Sonnenbewegung angenommen.

Nach Vertikalstellung der Drehachse des Theodoliten richtet man dessen Fernrohr auf die terrestrische Marke. Die Kreisablesung sei $=\alpha$. Ist Z das astronomische Azimut der Marke, von der Nordrichtung als Nullpunkt nach Westen gezählt, so müßte der Theodolit auf den Teilstrich $\alpha + Z$ gestellt werden, damit das Fernrohr nach Norden gerichtet wäre.

Man richtet das Fernrohr auf die Marke im Magnet; die Kreisablesung sei α_1. Man dreht den Magnet um 180° in sich, so daß die vorher untere Seite die obere wird, und stellt wiederum auf die Marke ein. Die Kreisablesung sei α_2; α_1 und α_2 weichen nur wenig voneinander ab.

Offenbar würde ohne Fadentorsion $\delta' = \alpha + Z - \frac{1}{2}(\alpha_1 + \alpha_2)$ die westliche Deklination sein. Um den Winkel φ zu bestimmen, um welchen der Faden bei der Beobachtung gedrillt war, nimmt man den Magnet von seinem Träger am Faden ab, ersetzt ihn durch einen unmagnetischen Stab von gleichem Gewicht und beobachtet die dann erfolgende Drehung φ des Trägers etwa über einem untergelegten Teilkreis. φ werde im Sinne der täglichen Sonnenbewegung positiv gerechnet, Θ sei das Torsionsverhältnis (**77**); dann ist die Deklination

$$\delta = \delta' + \Theta\varphi.$$

Über Deklinationsschwankungen s. **74**.

Magnetischer Theodolit.

Ein magnetischer Theodolit (Lamont, Meyerstein, Neumayer, Eschenhagen) erlaubt sowohl Deklination wie Horizontalintensität zu bestimmen. In der Drehachse steht das Magnetometer; das Fernrohr sitzt, wie am Spektrometer, außen. — Über Deklinationsbestimmung vgl. oben.

Die Intensitätsbestimmung verlangt, wie in 78, Schwingungsdauer und Trägheitsmoment des Magnets und Ablenkungen einer Nadel. Der Ablenkungswinkel wird mit dem Theodolitenfernrohr selbst gemessen, indem man es der abgelenkten Nadel nachdreht. Eine Marke in der durchbohrten Nadel oder das Bild des beleuchteten Fadenkreuzes (S. 280) in einem Spiegel an der Nadel dient zum Einstellen.

Bei dem vielfach benutzten Lamontschen Theodolit ist das Fernrohr mit dem Magnetometer und der Schiene, auf welche der Ablenkungsmagnet gelegt wird, zusammen drehbar. Daher steht die Nadel bei der Ablesung senkrecht auf der Verbindungslinie nach dem Magnet, und es kommt anstatt der Tangente der Sinus des Ablenkungswinkels. Man rechnet nach der Formel

$$\frac{M}{H}\left(1+\frac{\eta}{R^2}\right)=\tfrac{1}{2}R^3\sin\varphi\,.$$

Das weitere Korrektionsglied mit $1/R^4$ pflegt man dadurch zu beseitigen, daß man die Nadel 2,1 mal kleiner nimmt als den Magnet; dann heben sich Magnet- und Nadellänge nahe heraus.

Die Größe η wird, wie in 78 S. 388, 390, durch Beobachtungen aus zwei Entfernungen ein für allemal ermittelt. Über die Korrektion wegen des vom Erdfelde induzierten Magnetismus s. ebd.

Bei dem leicht transportablen magn. Theodoliten von Neumayer spielt die Nadel auf einer Spitze (Pinne).

Siehe Eschenhagen in Kirchhoff, Anleitung zur deutschen Landes- und Volksforschung S. 118; Haußmann, ZS f. Instr. 1906, 2; Hazard, Vorschriften für magn. Messungen, Washington. 1911.

Winkelmessung mit der Bussole.

Tab. 39 enthält für die geographischen Längen und Breiten des mittleren Europa die westliche Deklination, d. h. den Winkel, um welchen der Nordpol der Nadel nach Westen abweicht. Die Zahlen aus der Tabelle werden im Freien mit den wirklichen bis auf ½ Grad äußerstens übereinstimmen. Hiernach läßt sich durch die Magnetnadel ein astronomisches Azimut mit mäßiger Genauigkeit festlegen, z. B. die Richtung einer Wand usw. mittels einer angelegten Bussole mit geradlinig begrenzter Bodenplatte, die Richtung einer horizontalen Linie durch Projizieren auf die Teilung einer darauf gestellten Bussole, die einer Visierlinie nach einem fernen Gegenstande oder der Winkel zwischen zwei solchen Linien mittels eines mit der Bussole fest verbundenen Diopters oder Fernrohrs.

Umgekehrt kann man die Deklination bestimmen, wenn die Richtung der Wand oder der Linie usw. bekannt ist.

Wegen der Spitzenreibung klopfe man vor dem Ablesen leicht. — Das Deckglas einer in der Tasche getragenen Bussole hauche man an, um eine etwaige elektrische Ladung abzuleiten.

79. Erdmagnetische Inklination.

Der Winkel, welchen die Richtung der erdmagnetischen Kraft mit der Horizontalen bildet, in Mitteleuropa 60 bis 70° (Tab. 40), heißt Inklinationswinkel. Eine vertikal drehbare Magnetnadel, deren Schwerpunkt in der Drehachse liegt, würde im magn. Meridian diese Richtung anzeigen.

Ablesung. Man liest wegen der Exzentrizität immer beide Spitzen der Nadel ab und nimmt aus den Bruchteilen des Grades das Mittel. Wenn man kann, soll man nicht die ruhende Nadel ablesen, sondern die Umkehrpunkte kleiner Schwingungen, aus denen man die Ruhelage wie in **10** II ableitet; der Einfluß der Reibung ist dann kleiner.

Einstellung des Teilkreises. Den Nullpunkt des Teilkreises nivelliert man, wenn dieser feststeht, nach einem vom obersten Teilstrich herabhängenden Senkel; ist das Instrument drehbar, so wird die Drehachse vertikal, d. h. so eingestellt, daß bei der Drehung die Libellenblase gegen ihre Teilung eine konstante Lage einnimmt; vgl. **80a**, 1. — In den Meridian orientiert man mittels einer gewöhnlichen Bussolennadel.

Wegen der etwaigen Abweichung der magnetischen von der geometrischen Achse und wegen der unbekannten Lage des Schwerpunktes ist die Nadel umzulegen (vorn und hinten zu vertauschen) bzw. ein drehbarer Kreis mit der Nadel um 180° zu drehen. — Eine etwaige Längsverschiebung des Schwerpunkts gegen die Drehachse wird hierdurch nicht eliminiert. Deswegen ist zweitens die Nadel umzumagnetisieren und wieder in beiden Lagen zu beobachten. Die geforderte Gleichheit der Magnetisierungen sucht man durch sorgfältig gleiches Streichen zu verbürgen und prüft sie an den Schwingungsdauern. Eine große Exzentrizität des Schwerpunktes, die sich in erheblichen Differenzen der Einstellungen äußert, ist durch Abschleifen zu korrigieren.

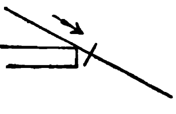


Fig. 167.

Streichen der Nadel. Man faßt diese auf der einen Seite in der Nähe ihrer Drehachse, setzt die andere Seite an den Pol des Magnets und führt die Nadel bis über das Ende am Pole entlang, etwa wie in Fig. 167. Man streiche z. B. beide Flächen des einen Endes je zweimal, dann die des anderen je viermal und endlich die des ersteren noch zweimal.

Es werde also beobachtet der Neigungswinkel φ_1 bei der einen Auflage der Nadel, und ψ_1 nach dem Umlegen bzw. bei

drehbarem Kreise, nachdem letzterer mit der Nadel um 180° gedreht worden ist. φ_2 und ψ_2 seien entsprechend nach dem Ummagnetisieren die Winkel in den beiden genannten Lagen.

I. Sind die vier Winkel nahe gleich, so ist die Inklination i das arithmetische Mittel

$$i = \tfrac{1}{4}(\varphi_1 + \psi_1 + \varphi_2 + \psi_2).$$

II. Vorausgesetzt, daß φ_1 und ψ_1, sowie φ_2 und ψ_2 unter sich nahe gleich sind (vgl. oben über Abschleifen der Nadel vor der Messung), gilt

$$\operatorname{tg} i = \tfrac{1}{2}[\operatorname{tg} \tfrac{1}{2}(\varphi_1 + \psi_1) + \operatorname{tg} \tfrac{1}{2}(\varphi_2 + \psi_2)].$$

III. Sollten aber auch φ_1 und ψ_1 um einen größeren Betrag voneinander abweichen, so setze man

$$\operatorname{ctg} \alpha_1 = \tfrac{1}{2}(\operatorname{ctg} \varphi_1 + \operatorname{ctg} \psi_1) \quad \text{und} \quad \operatorname{ctg} \alpha_2 = \tfrac{1}{2}(\operatorname{ctg} \varphi_2 + \operatorname{ctg} \psi_2),$$

und rechne endlich $\operatorname{tg} i = \tfrac{1}{2}(\operatorname{tg} \alpha_1 + \operatorname{tg} \alpha_2)$.

Formel II und III ergeben sich, wenn man die unbekannte Verschiebung des Schwerpunktes in ihre Komponenten parallel und senkrecht zur magnetischen Achse zerlegt denkt und nun die Bedingungen des Gleichgewichts der magnetischen und der Schwerkräfte aufstellt. Wäre z. B. der Schwerpunkt um die Größe l nach dem Nordende verschoben (Fig. 168), so ist, wenn wir Gewicht und magn. Moment der Nadel durch p und M bezeichnen, und durch C die ganze Intensität des Erdmagnetismus (78 und Anh. Nr. 21), $pl \cos \varphi_1 = MC \sin(\varphi_1 - i)$. Nach dem Ummagnetisieren kommt ebenso $pl \cos \varphi_2 = MC \sin(i - \varphi_2)$. — Die kreuzweise Multiplikation beider Gleichungen und die Auflösung der Sinus gibt, wenn durch $\cos i \cos \varphi_1 \cos \varphi_2$ dividiert wird, $\operatorname{tg} i - \operatorname{tg} \varphi_2 = \operatorname{tg} \varphi_1 - \operatorname{tg} i$, woraus II folgt. Ähnlich III.

Fig. 168.

Vollkommene Vorschriften s. Gauſs, Werke 5, 444.

Über Induktionsmethoden vgl. 111 II.

Elektrischer Strom.

80. Allgemeines über galvanische Arbeiten.

I. Gesetze des Zusammenhanges zwischen Stromstärke I, elektromotorischer Kraft oder Spannung E und Widerstand R.

Einheiten.

Die aus den Weberschen Definitionen des absoluten Maßsystems entnommenen CGS-Einheiten sind durch Multiplikation mit einer Potenz von 10 auf eine für den Verkehr passend erachtete Größe gebracht worden (vgl. Anh. 24, 26 u. 29). Es gelten

für den Widerstand das Ohm $1\,\Omega = 10^9$ CGS-Einh.
für die Stromstärke das Ampere $1\,\mathrm{A} = 10^{-1}$ „ „
für die Spannung oder elektromotorische Kraft das Volt $1\,\mathrm{V} = 10^8$ „ „
1 Millivolt $= 10^{-3}\,\mathrm{V}$; 1 Mikrovolt $= 10^{-6}\,\mathrm{V}$ usw.

Internationale Einheiten: Wegen der Schwierigkeit absoluter Messungen ist gesetzlich die Stromeinheit auf das elektrochemische Äquivalent, die Widerstandseinheit auf das Quecksilber folgendermaßen zurückgeführt.[1])

Den Widerstand $1\,\Omega$ hat eine Quecksilbersäule von 1,063 m Länge und 14,4521 g Gewicht bei 0°; diese Säule besitzt einen Querschnitt von 1 qmm.

$1\,\Omega = 1{,}063$ Siemens-Einh. $= 1{,}0136$ Brit.-Assoc.-Einh.[2])

Die Stärke $1\,\mathrm{A}$ hat der konstante Strom, der in der Sekunde 1,118 mg Silber abscheidet.

Endlich ist $1\,\mathrm{V}$ die E. Kraft (oder die Spannung; vgl. Nr. 4 folg. S.), welche in dem Widerstande $1\,\Omega$ den Strom $1\,\mathrm{A}$ erzeugt.[3])

Zeitweilig war das Ohm definiert als 1,060 m Hg 0°, „legales Ohm". Das „legale Volt" war somit um nahe 3‰ kleiner als das internationale.

Die Ohmschen Gesetze (1826).

1. Der Widerstand eines der Länge nach gleichmäßig vom Strome durchflossenen Zylinders von der Länge l und dem Querschnitte q ist

$$R = \frac{1}{\varkappa}\frac{l}{q} \quad \text{oder} \quad = \sigma\frac{l}{q}. \qquad 1.$$

$1/R$ nennt man Leitwert des ganzen Zylinders. $\varkappa$ heißt Leitvermögen (Leitfähigkeit oder spezifischer Leitwert), $1/\varkappa$ oder σ spezifischer Widerstand der Substanz des Leiters.

Tab. 30 und 31 enthalten diese Größen bei 18° auf Ohm, cm und qcm bezogen. Wird, wie es an einem Drahte gebräuchlich ist, l in m, q in qmm gemessen, so setzt man anstatt σ ein $\sigma' = 10^4\sigma$. — Für weiches „Normalkupfer" gilt $\sigma' = 1/_{58}$ bei 20°; spez. Gew. $= 8{,}89$. Ein Kupferdraht, 1 m lang, p g wiegend, also vom Querschnitt $q = p/8{,}89$ qmm (entsprechend einem Durchmesser $d = 2\sqrt{q/\pi} = 0{,}3784\sqrt{p}$ mm) hat bei 20° einen Widerstand $R = 0{,}15328/p\ \Omega$; die Widerstandsänderung α pro Grad beträgt bei 20° 0,00393 des Wertes. — Ein cm-Würfel bestleitender Schwefelsäure von 18° ($\varkappa = 0{,}74$), hat $1/0{,}74 = 1{,}35\ \Omega$.

1) Nur zwei von den Einheiten dürfen empirisch definiert werden, weil die dritte dann durch das Ohmsche Gesetz bestimmt ist.

2) Der Wert der B. A. U. ist nur annähernd bekannt.

3) Die internationale Festsetzung für die Stromstärke scheint nach neueren Messungen dem theoretischen Wert ziemlich nahe zu kommen, während diejenige für den Widerstand um etwa ½ Promille zu hoch zu sein scheint.

Ausbreitungswiderstand. Geht der Strom aus der ebenen Endfläche eines Kreiszylinders vom Halbmesser r in einen weiten Raum vom spezifischen Widerstand σ_1 über, so beträgt der Ausbreitungswiderstand ebensoviel, wie wenn man den Zylinder (spez. Widerstand $= \sigma$) selbst um $0{,}80 r \cdot \sigma_1/\sigma$ verlängerte, also um $0{,}80 r$, wenn die Ausbreitung in dieselbe Substanz geschieht (Rayleigh; vgl. Maxwell, Lehrbuch § 309).

Andere Gestalten. Jeder Leiter hat, wenn die Ein- und Austrittsstellen des Stromes gegeben sind, einen bestimmten Widerstand, welcher bei Raumerfüllung mit homogener Masse $= \sigma \cdot C$ ist. C, die Widerstandskapazität des Raumes, hängt von der Gestalt ab; für den longitudinal durchströmten Zylinder ist $C = l/q$. — Für einen Konus von der Länge l und den, wenig verschiedenen, gegen l kleinen Endhalbmessern r_1 und r_2, ist $C = l/(r_1 r_2 \pi)$ oder $= (l^2/v)[1 + \frac{1}{12}(q_1 - q_2)^2/q^2]$, wenn v das Volumen, q den mittleren und q_1 und q_2 die Endquerschnitte bedeuten. — Für einen Hohlzylinder von der Länge h und den Halbmessern r_1 und r_2, der radial vom Strom durchflossen wird (wie die Flüssigkeit in einem galvanischen Element gewöhnlicher Gestalt) gilt $C = (1/2\pi h) \lg \text{nat}\,(r_2/r_1)$. — Für eine Hohlkugel $C = (1/4\pi)(r_2 - r_1)/(r_1 r_2)$.

2. Der gesamte Widerstand mehrerer hintereinander geschalteter Widerstände ist gleich ihrer Summe.

3. Die elektromotorische Kraft einer konstanten Kette ist gleich der Spannung oder der Potentialdifferenz zwischen ihren Polen im offenen Zustande. Die gesamte E. K. eines Gleichstromkreises ist gleich der algebraischen Summe aller E. Kräfte. Ist eine konstante Kette von der E. K. E und dem inneren Widerstande R_0 durch einen äußeren Widerstand R_1 geschlossen, so beträgt ihre Pol- oder Klemmspannung $E \cdot R_1/(R_0 + R_1)$.

4. Die Stromstärke I in einem Schließungskreise ist gleich der E. K. E geteilt durch den Widerstand R; $I = E/R$.

Die Gleichung $I = E/R$ oder $E = IR$ gilt auch für einen Stromleiter vom Widerstande R, welcher selbst keine E. K. enthält, in dem Sinne, daß E die Potentialdifferenz oder Spannung zwischen den beiden Endpunkten von R (den sogenannten Spannungsverlust des Stromes I im Widerstande R) bedeutet; vgl. z. B. den Beweis der Wheatstoneschen Gleichung in 93.

Stromverzweigung. Verzweigt sich ein Strom I in mehrere Wege vom Widerstande $R_1, R_2 \ldots$ (vgl. Fig. 169) und sind die Zweigströme entsprechend $I_1, I_2 \ldots$, so gelten die Sätze 5, 6 und 7:

5. Die Summe der Zweigströme ist gleich dem unverzweigten Strom:

$$I_1 + I_2 + \cdots = I. \qquad 2.$$

6. Die einzelnen Zweigströme verhalten sich umgekehrt wie die Widerstände der resp. Wege (oder direkt wie deren Leitwerte):

$$I_1 : I_2 : \cdots = 1/R_1 : 1/R_2 : \cdots. \qquad 3.$$

7. Der gesamte Leitwert des verzweigten Weges ist gleich der Summe der Leitwerte der einzelnen Wege, also gleich $1/R_1 + 1/R_2 + \cdots$

Zwei Widerstände R_1 und R_2 nebeneinander stellen also zusammen einen Weg dar vom Widerstande $R_1 R_2/(R_1 + R_2)$.

Bei veränderlicher Stromstärke treten noch Induktion und Kapazität der Leiter herein; vgl. **120**.

Kirchhoffsche Regeln (1847). Die Sätze 2 bis 7 sind in den folgenden beiden enthalten:

A) An jedem Verzweigungspunkte ist, wenn man den ankommenden Strömen das entgegengesetzte Vorzeichen gibt wie den abfließenden, die Summe der Stromstärken gleich Null.

B) Betrachtet man einen beliebigen in sich geschlossenen Teil der Leitung, nennt die darin vorhandenen E. Kräfte und Ströme der einen Richtung positiv, die der anderen negativ, so ist die Summe der Produkte aus den einzelnen Widerständen und den zugehörigen Stromstärken gleich der Summe der E. Kräfte.

1. Beispiel. Einfache Stromverzweigung (Fig. 169). Es ist

nach A $\quad I_1 + I_2 = I$

nach B $\quad I_1 R_1 - I_2 R_2 = 0$ und $IR + I_1 R_1 = E$.

Fig. 169.

Aus diesen Gleichungen folgt z. B.

$$I = E \frac{R_1 + R_2}{R(R_1 + R_2) + R_1 R_2}; \quad I_1 = E \frac{R_2}{R(R_1 + R_2) + R_1 R_2} \qquad 4.$$

also
$$I : I_1 = (R_1 + R_2) : R_2; \quad I_1 : I_2 = R_2 : R_1. \qquad 5.$$

2. Beispiel. Wheatstonesche Schaltung (Fig. 170); Zweigströme und Widerstände den Zahlen entsprechend benannt.

$$I - I_1 - I_2 = 0 \qquad IR + I_1 R_1 + I_3 R_3 = E$$
$$I_0 + I_2 - I_4 = 0 \qquad I_0 R_0 - I_2 R_2 + I_1 R_1 = 0$$
$$I_0 + I_3 - I_1 = 0 \qquad I_0 R_0 + I_4 R_4 - I_3 R_3 = 0,$$

wonach z. B., wenn der Brückenstrom $I_0 = 0$ ist:

$$R_1 : R_2 = R_3 : R_4. \qquad 6.$$

Fig. 170.

Kirchhoff, Pogg. Ann. 64, 512. 1845; auch 72, 497. 1847. — Regeln und Formeln für verwickeltere Netze bei W. Feußner, Ann. d. Ph. 9, 1304. 1902.

II. Stromquellen.

Akkumulatoren (Sekundärelemente). Die Wirkung der Bleiakkumulatoren beruht auf der Umwandlung des auf den Platten befindlichen Bleisulfats ($PbSO_4$) durch den ladenden Strom, einerseits in metallisches Blei, andrerseits in Bleisuperoxyd (PbO_2), wobei Schwefelsäure abgegeben wird. Bei der Entladung wird beiderseitig $PbSO_4$ zurückgebildet; somit verstärkt sich die Säurelösung durch das Laden und umgekehrt. — Nur reine (nicht in Platin eingedampfte) Säure anwenden, die von den Akkumulatorenfabriken bezogen werden kann! Das spez. Gew. soll im geladenen Zustande je nach Vorschrift etwa 1,16 bis 1,25, im ungeladenen 0,03 bis 0,05 weniger

betragen. Zum Nachfüllen wird im allgemeinen 5% Säure geeignet sein. Die Säure soll die Platten stets reichlich 1 cm überdecken.

Die Ladung ist tunlichst bis zur Gasbildung fortzusetzen. Stehen die Elemente ungebraucht, so soll man alle 14 Tage wieder bis zur Gasbildung aufladen. Sehr rasche Entladung sowie der Verbrauch der Ladung bis zu einer starken Abnahme der Wirkung sind schädlich. Stark beanspruchte Elemente sind jedenfalls alsbald wieder aufzuladen.

E. Kraft mit Säure von 1,15 spez. Gew. beim Gebrauch mit schwachem Strom = 2,0 bis 2,02 V; auf + 1° um etwa 4‰ wachsend; beim Laden bis 2,6 V. Widerstand meist sehr klein. — Elemente mit innerem Kurzschluß (welche durch die Ladung z. B. warm werden und dieselbe rasch verlieren) sind zu entleeren. Abnorm große Spannung eines Elementes während des Ladens weist auf einen Fehler hin, der den inneren Widerstand vergrößert hat, meist durch Bildung einer inaktiven Bleisulfatschicht.

Die Kapazität kann bei einer Flächengröße von f qdm des positiven Pols bis $4 \times f$ Amperestunden betragen.

Dauerndes Stehen ohne Stromentnahme kann die Kapazität beeinträchtigen; diese pflegt sich dann durch den Gebrauch wieder zu heben.

Beim Parallelschalten ist Vorsicht wegen ev. ungleicher Beanspruchung geboten, deswegen sind die Widerstände der Leitungen zu den Sammelschienen nahe auszugleichen.

Vgl. z. B. Dolezalek, Theorie des Bleiakkumulators, 1901; Elbs, Die Akkum. 4. Aufl. 1908. — Über das ganze Gebiet auch Bein, Elemente u. Akkumulatoren, 1908.

Andere Akkumulatoren, wie z. B. die „alkalischen Akkumulatoren" (Edison), haben noch wenig Eingang gefunden.

Primärelemente. Die Primärelemente finden nur noch in beschränktem Maße Anwendung; die gebräuchlichsten sind folgende:

Daniell; (—) Zn, H_2SO_4, $CuSO_4$, Cu (+). Elemente, die an kühlem Orte lange stehen können, verfertigt man aus Zylindergläsern mit Kupfervitriolkristallen und Bleiplatte mit Guttaperchadraht am Boden; darüber ganz verdünnte Schwefelsäure und eine Zinkscheibe eingehängt.

Gewöhnliche Daniell-Elemente (mit Tonzelle) haben 1,08 bis 1,12 V. Stärkere Säure erhöht die Kraft; stärkere Kupfersulfatlösung kann bei schwachem Strome eine Verminderung bewirken. Die Tonzelle wird zuerst mit der Schwefelsäure getränkt und die Schwefelsäure im Innern der Zelle zweckmäßig etwas höher aufgefüllt als die Kupfervitriollösung im äußeren Gefäß. Nach Kittler gibt reines amalgamiertes Zink (8, 11), verdünnte Schwefelsäure von 1,075 spez. Gew. oder 11% H_2SO_4[1]), konzentrierte Kupfersulfatlösung von 1,20 spez. Gew., reines Kupfer, welches letztere vom Strome selbst gebildet wird, 1,18 V; die Temperatur hat geringen Einfluß. Frisch zusammengesetzt pflegt das Element eine etwas kleinere E. K. zu haben. Widerstand

---

1) Vorsicht beim Verdünnen der Säure; wegen der starken Erhitzung wird die konzentrierte Säure in langsamem Strahl unter Umrühren in das Wasser gegossen.

der gebräuchlichen Größen etwa 0,6 bis 0,3 Θ. — Über die Konstanz bei Belastung vgl. z. B. Block, Ann. d. Ph. 22, 505. 1907.

Bunsen oder Grove; Zn, H_2SO_4 (1,06 spez. Gew. oder etwa 50 ccm H_2SO_4 auf 1 l Wasser), HNO_3 (konzentriert), C oder Pt. E. K. im guten Zustande etwa 1,9 V, bei starkem Strome oder schwächerer Salpetersäure geringer. Widerstand gebräuchlicher Größen 0,2 bis 0,1 Θ.

Chromsäure-Element; Zn, H_2CrO_4, C. E. K. bei nicht zu starkem Strome = 2,0 V. Das Element polarisiert sich rasch. Rezept für die Chromsäure nach Bunsen: 92 g pulverisiertes Kaliumbichromat oder besser 81 g Natriumbichromat (K_2- bzw. $Na_2Cr_2O_7$), mit 94 ccm H_2SO_4 zu einem gleichförmigen Brei zusammengerieben, werden alsbald in 900 ccm Wasser gelöst. Soll das Zink längere Zeit in der Flüssigkeit stehen, so ist diese Lösung zu verdünnen. Etwas kostspieliger, aber vorzuziehen, weil feste Ausscheidungen wegfallen, ist eine wässerige Lösung von Chromsäure mit etwas Schwefelsäure. Ist die Flüssigkeit durch den Gebrauch ganz dunkel geworden oder hat sich gar Chromalaun ausgeschieden, so sind die Elemente geschwächt und inkonstant.

Für schwache Ströme von großer E. K. sind die in der Medizin gebräuchlichen Spamerschen Trogapparate mit Chromsäure zweckmäßig.

Braunsteinelement (Leclanché); Zn, Lösung von NH_4Cl, zerkleinerter Braunstein, Kohle. Spannung stromlos etwa $1\frac{1}{2}$ V. Mit Strom „inkonstant", d. h. E. K. nimmt mit wachsender Stromentnahme durch Polarisation stark ab.

Smee; Zn, H_2SO_4, Pt oder Silber mit Platinmohr (s. 8, 18) überzogen. Spannung stromlos etwa $\frac{2}{3}$ V, mit Strom bis 0,6 V abwärts, je nach der Stromdichte.

Trockenelemente, z. B. von Hellesen, Gaßner; für viele Zwecke brauchbar sind Zinkkohleelemente mit einem Elektrolyt, der durch Aufsaugen in einer porösen Masse oder durch Zusatz eines indifferenten Stoffes versteift ist.

Schwache el.-mot. Kräfte; für manche Messungszwecke gefordert, z. B. blankes gegen amalgamiertes Zink in Zinksulfatlösung. Kadmium gegen 5 bis 13 % Kadmiumamalgam in konzentrierter Sulfatlösung hat nach Hulett bei 20° 0,05175 V; Temp.-Koeff. — 0,000244 V/Grad.

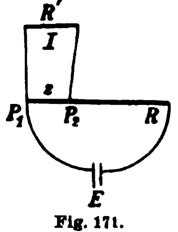


Fig. 171.

Durch Abzweigen (Fig. 171). Man schließt ein Element (Daniell; Akkumulator) konstant durch einen Widerstand (Rheostat oder blanken Draht) und benutzt zwei Punkte P_1 und P_2 dieses Kreises als Pole. Ist E die E. K. des Elementes, R der Gesamtwiderstand des obigen Kreises (Rheostat und Element) und z der Widerstand zwischen den Abzweigepunkten, so gilt als E. K. der Kombination der Ausdruck $E \cdot z/R$ und als ihr Widerstand $z(1 - z/R)$.

Denn wenn I der Strom in einer angelegten Leitung vom Widerstande R', so ist (vgl. S. 413, Gl. 4)

$$I = Ez : [(R - z)(R' + z) + R'z] = (Ez/R) : [R' + z(1 - z/R)].$$

So läßt sich z. B. auch der städtischen Lichtleitung eine beliebig kleine E. K. entnehmen. Man schließt durch einen Starkstromrheostaten (oder durch eine oder mehrere Glühlampen und einen gewöhnlichen Rheostaten) und zweigt von letzterem ab.

Thermoelemente. Über deren E. K. vgl. **48** I.

Thermosäulen. Z. B. Gülchersche Th. (ZS f. Instr. 1889, 115); 66 Elemente liefern bei $^2/_3$ Θ innerem Widerstande etwa 4 V.

Dynamomaschine. Maschinenströme sind häufig wegen der Schwankungen eines Gasmotors inkonstant; die Vergrößerung des Trägheitsmomentes durch eine Schwungscheibe ist nützlich. Sehr konstant kann der Strom werden, wenn man Akkumulatoren in passender Anzahl gleichgerichtet, als „Pufferbatterie", neben die Maschine schaltet. Für physikalische Zwecke eignen sich Gleichspannungs-(Compound-)Maschinen am meisten. Man soll diese Maschine so wählen, daß Akkumulatoren mit reiner Nebenschlußmaschine, also ohne direkte Windungen geladen werden können. Vgl. noch **119**; Wechselströme **120**, **121**.

Große Spannungen. 1. Batterien. Akkumulatorenbatterien sind bis 20000 V gebaut worden. Zu berücksichtigen ist, daß hierfür die gewöhnlichen Isolationsmittel nicht genügen. Man montiert z. B. auf Glasplatten. Modelle für geringe Stromstärken s. u. a. bei Zehnder, Wied. Ann. 60, 47. 1897; K. Feußner, Elt. ZS 26, 632. 1899. Bezugsquellen z. B. Klingelfuß in Basel und Mechaniker Bornhäuser in Ilmenau. — Über Batterien, die lediglich zu statischen Ladungen dienen sollen, vgl. noch **126**.

2. Influenzmaschine; Toepler; Holtz (Wimshurst, Wehrsen, Wommelsdorf). Diese gibt durchschnittlich wohl Spannungen bis 50000 V; geschlossen liefert sie mit einer Scheibe Ströme bis etwa 0,1 Milli-A, ungefähr der Drehzahl proportional. Die 60 scheibige Maschine von Toepler 0,002 A bei 18 Dreh./sec. Die Wirkung wird gefördert z. B. durch Säubern der isolierenden Teile von hygroskopischen Überzügen mit destilliertem Wasser, Anstrahlen der Scheiben durch eine neben- oder zwischengestellte Petroleumlampe oder Erwärmen durch eine andere trockne Heizung, Einschließen in einen Kasten mit Trockenmittel für die Luft, Erhöhung des Luftdrucks. — Über eine Maschine von Wommelsdorf mit eingebetteten Sektoren, nach Angabe bis 150000 V und 0,005 A, s. Ann. d. Ph. 23, 609; 24, 483. 1907.

3. Hochspannungs-Transformatoren für Wechselströme. Gleichstrommaschinen sind bis 20000 V gebaut worden. Wechselstrommaschinen können noch höhere Spannungen geben, man zieht aber meistens vor, mit Transformatoren zu arbeiten (**122**), die als „Öltransformatoren" für Spannungen bis 400000 V hergestellt worden sind. Die z. Z. höchste im Betrieb befindliche Spannung ist 100000 V.

4. Induktorien. Meist wird die Rühmkorffsche Form gebraucht werden, mit Platin- oder Quecksilberunterbrecher, bei dem letzteren in der Regel Alkohol als isolierende Flüssigkeit. Unterbrecher werden anstatt nach dem Neeffschen Prinzip behufs regelmäßiger Wirkung wohl durch kleine Elektromotoren angetrieben.

Gebräuchliche Formen sind der Turbinenunterbrecher (Boas), dessen Frequenz z. B. an einem mitlaufenden Gyrometer (**119 V**) abgelesen werden kann; der elektrolytische Unterbr. (Wehnelt, Wied. Ann. 68, 233; Simon, ebd. 68, 860. 1899; Piola, Rend. Linc. 1908 II, 316); Vakuum-Unterbr. (Mac Farlan Moore, Elt. ZS 17, 637. 1896; vgl. Elster u. Geitel, Wied. Ann. 69, 483. 1899); Lochunterbr. (Simon; Ludewig, Diss. Gött. 1907); Quecks.-Strahlunterbr. (Allg. El. Ges.; Zenneck, Ann. d. Ph. 20, 584. 1906); Kohleunterbr. (Chr. Ries, Ph. ZS 7, 899. 1906). — Über Induktorienbau vgl. z. B. Klingelfuß, Ann. d. Ph. 5, 837. 1901.

Über Wechselstromgleichrichter vgl. **121**.

Normalelemente. Die folgenden Elemente sind nicht zur Stromerzeugung bestimmt, sondern, vermöge ihrer — wenn sie vorschriftsmäßig zusammengesetzt sind — gut definierten Spannung, zum Messen anderer Spannungen sowie zu Strommessungen nach der Kompensationsmethode. — Ohne Veränderung transportable Elemente werden von der P. T. Reichsanst. geprüft und beglaubigt.

Eine zusammenfassende Behandlung s. W. Jaeger, Normalelemente, Halle 1902.

Als internationales Normal der EMK ist angenommen worden (London 1908):

Das **Westonsche Normalelement** Hg, Hg_2SO_4 (Merkurosulfat), $CdSO_4 + 8/3 H_2O$, Kadmiumamalgam von 10 bis 13 Gewichtsprozenten an Kadmium. (Bei einem größeren Gehalt von Cd können Umwandlungen des Amalgams stattfinden.) Als Normalelemente sind nur diejenigen mit gesättigter Lösung von $CdSO_4, 8/3H_2O$ und einem Überschuß dieses Salzes anzusehen. — Die von der Weston-Gesellschaft gleichfalls ausgegebenen Elemente mit verdünnter (bei 4° C gesättigter) Lösung, die sich durch einen sehr kleinen Temperaturkoeffizienten auszeichnen, haben bei Zimmertemperatur eine andere EMK und sind nur mit geringer Genauigkeit reproduzierbar, während das Normalelement auf einige Hunderttausendstel genau reproduziert werden kann.

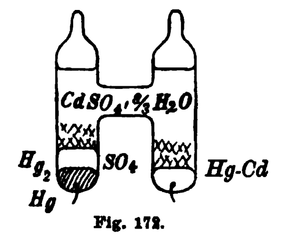


Fig. 172.

Das Element wird gewöhnlich in Gefäßen von H-Form (Rayleigh, Fig. 172) benutzt. Das bei gewöhnlicher Temperatur teilweise feste Amalgam wird heiß eingefüllt. Die Verbindung geschieht durch Platindrähte, welche durch Glasröhren von oben oder durch das Glas geschmolzen von unten eingeführt sind. Das Quecksilber oder Amalgam muß das Platin ganz überdecken.

Das Quecksilber wird mit einer Paste bedeckt, die aus Hg_2SO_4 und reinen Kristallen von $CdSO_4$, 8/3 H_2O besteht, welche mit einer gesättigten Kadmiumsulfatlösung zu einem Brei angerührt werden. Über das Amalgam kommt eine Schicht von Kristallen des Kadmiumsulfathydrats. Eine gesättigte Lösung von $CdSO_4$ bedeckt das Ganze. Die Gefäße werden am besten zugeschmolzen, können aber auch durch einen Kork verschlossen werden, der von der Flüssigkeit durch eine Schicht Paraffin getrennt und nach oben durch eine

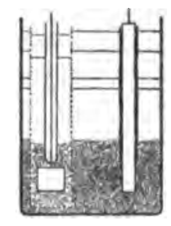
Siegellackkittung abgeschlossen ist. Die einzelnen Materialien müssen sehr rein sein, über Hg s. 8, 1; das Kadmiumsulfat wird durch Umkristallisieren gereinigt, die gesättigte Lösung desselben in einem Schüttelapparat hergestellt. Das Merkurosulfat wird am besten durch langsames Fällen in verdünnten, stark sauren Lösungen (Merkuronitrat und Schwefelsäure oder K_2SO_4 bzw. Na_2SO_4) hergestellt, im Porzellanfilter unter Absaugen mit kleinen Wassermengen, zuletzt mit Kadmiumsulfatlösung gewaschen und unter dieser Flüssigkeit (nicht trocken wegen Oxydation) aufbewahrt. (Siehe v. Steinwehr, ZS f. Instr. 1905, 205.)

Spannung, internat. angenommen (Washington 1910; s. z. B. Ann. d. Phys. 34, 376. 1911): bei 20° 1,0183 V; von 0 bis 40°:

$$1{,}0183 - 0{,}0000406\,(t - 20) - 0{,}0_6 95\,(t - 20)^2 + 0{,}0_7 1\,(t - 20)^3 \text{ V}.$$

Das Westonelement mit verdünnter Lösung hat dementsprechend (fast unabhängig von der Temperatur) die EMK 1,0187 int. Volt[1]) (s. auch Tab. S. 419).

Clarkelement. Neben dem Westonelement ist auch noch das Clarkelement im Gebrauch, das aber durch seinen großen Temperaturkoeffizienten unbequem ist. Seine Zusammensetzung ist: Reines Quecksilber, Hg_2SO_4 (Oxydul!), Zinkvitriol ($ZnSO_4, 7\,H_2O$), amalgamiertes Zink oder Zinkamalgam aus 90 Gewichtsteilen reinen Quecksilbers und 10 Teilen reinen Zinks.


Fig. 173.

Die für das Westonelement gemachten Angaben gelten entsprechend auch für das Clarkelement. Neben der H-Form wird im Handel besonders die Form (Feußner, Fig. 173) mit einer Tonzelle um die Paste und das amalgamierte Platinblech benutzt. Auf die Flüssigkeit wird heißes Paraffin gegossen, nach dem Erkalten eine Korkscheibe aufgesetzt, dann mit Marineleim oder heiß mit gutem Siegellack gedichtet. — Das käufliche reine Zinksulfat wird in Lösung mit metallischem Zink gekocht, bis sich Zinkhydrat abscheidet; dann filtriert. Zum Zwecke der Versendungsfähigkeit wird amalgamiertes Platin anstatt Quecksilber genommen.

Siehe u. a. Kahle, Wied. Ann. 51, 174 u. 203. 1894; ferner Jaeger a. a. O.

E. K. des Clarkelements zwischen 0° und 30° bei der Temp. $t°$

$$1{,}4324 - 0{,}00119\,(t - 15) - 0{,}000007\,(t - 15)^2 \text{ V}.$$

Die Polarisation hängt von der Größe der Elektroden ab; nach kurz andauernden Strömen verschwindet sie rasch. Größte zulässige Stromstärke ohne merkliche Polarisation bei gebräuchlichen Größen vielleicht $\frac{1}{20000}$ A. Nach Erwärmungen über 39° kann durch Umwandlung der Kristallform des Zinksalzes eine Änderung der Spannung eintreten, die sich unter Umständen nur durch Einbringen normaler $ZnSO_4$-Kristalle zurückbilden läßt. S. Jaeger, Wied. Ann. 63, 354. 1897.

---

1) Vor dem 1. 1. 11 waren den Prüfungen in der Phys.-Techn. Reichsanstalt die Werte $1{,}0186_0$ (20°) bzw. $1{,}019_0$ (Westonel. mit ungesättigter Lösung) zugrunde gelegt.

Tabelle für Clark- und gesättigte Cadmium-Elemente.

Temp. =		0°	5	10	15	16	17	18	19	20	25
Int. Weston	1,0	187	187	186	184_8	184_5	184_1	183_8	183_4	183_0	180_7
Clark	1,4	487	436	382	324	312	300	288	275	263	198

III. Stromverbindungen.

Die bloße Berührung starrer Leitungsteile gibt im allgemeinen keinen genügenden Schluß. Lose sich berührende Teile sollen aus Platin bestehen. — Achsen an Stromschlüsseln oder Kommutatoren sind ohne Schleiffedern nicht zuverlässig. Die Berührung eines Metalles mit Kohle soll in einer größeren Fläche stattfinden.

Selbst bei der Anwendung von Klemmschrauben hat man die Oberflächenteile blank zu erhalten und die Schrauben fest anzuziehen.

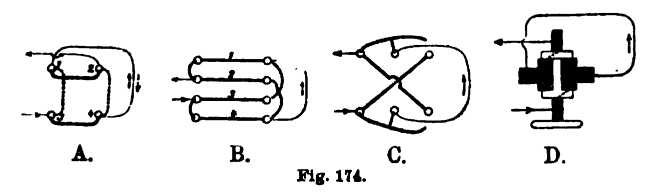
Auch Quecksilber sichert nur dann eine widerstandsfreie Verbindung, wenn die das Quecksilber berührenden Metalle (Messing, Kupfer, Platin, auch wohl Eisen) amalgamiert sind; vgl. 8, 11.

Über Stöpselverbindung s. IV.

Einschaltung und Benutzung sehr kleiner Widerstände. Verbindungen, welche keine relativ beträchtlichen Übergangswiderstände enthalten, lassen sich bei Leitern wie kurze dickere Drähte oder Metallstäbe nicht mehr improvisieren. In einen solchen Leiter führt man den Strom in möglichst sicherer Weise mit Klemmen oder Quecksilber an den Enden ein, grenzt aber den zu bestimmenden oder zu benutzenden Widerstand zwischen zwei inneren Punkten des Leiters ab s. 86, S. 443.

Kommutator oder Stromwender. 1. Am einfachsten ist ein Brett mit vier Quecksilbernäpfen (Fig. 174 A); ein Paar von Metallbügeln verbindet entweder 1 mit 2 und 3 mit 4, oder 1 mit 3 und 2 mit 4. Zu 2 und 3 führt man die Drähte von der Stromquelle, zu 1 und 4 die Enden des Schließungskreises.

2. Bei der Wippe (Fig. 174 B) mit acht paarweise verbundenen Quecksilbernäpfen wird an das mittlere Paar z. B. die Batterie, an das äußere die



A. B. C. D.

Fig. 174.

Schließung angelegt. Herunterklappen der Kupferbügel links verbindet 1 mit 2 und 3 mit 4, rechts 1 mit 3 und 2 mit 4.

3. Die „Pohlsche" Wippe (Fig. 174 C) mit zwei kreuzweise verbundenen Paaren von Quecksilbernäpfen, an welche die Batterie angelegt ist, und die sich durch Umwerfen von Kupferbügeln gegen die Nutzleitung vertauschen lassen, ist nur dann bequem, wenn sie (vermöge einer Stellfeder) auch zum Unterbrechen dienen kann.

4. Bei dem Zylinderkommutator (Fig. 174 D) wird z. B. an die Achsen die Stromquelle angelegt und an die auf den metallenen Halbzylindern schleifenden Federn die Schließung. Jeder Halbzylinder ist mit einer Halbachse leitend verbunden. Umdrehen um 180° kommutiert den Strom. Dieser Schlüssel ist ohne schleifende Federn an den Achsen unzuverlässig.

IV. Widerstände zum Messen und Regulieren.

Für die Wahl des Materials ist maßgebend die Haltbarkeit, ein geringer Einfluß der Temperatur, endlich im allgemeinen noch ein großer spez. Widerstand; siehe hierüber Tab. 30.

Präzisionswiderstände. Fast ausschließlich dient jetzt Manganin (84 Cu, 12 Mn, 4 Ni), gegen Oxydation durch Schellack, Paraffin usw. geschützt; Temp.-Koeff. durchschnittlich $+0{,}0_4 2$; Thermokraft gegen Kupfer klein. Früher meist Neusilber; dann auch Konstantan (60 Cu, 40 Ni), aber mit einer erheblichen Thermokraft als Fehlerquelle; zuweilen Nickelin oder „Patentnickel". S. Tab. 30. — Vgl. u. a. Feußner u. Lindeck, Wiss. Abh. d. P. T. Reichsanst. 2, 501. 1895; Jaeger u. Lindeck, ZS f. Instr. 1906, 15.

Neue Drähte erleiden anfangs eine merkliche Widerstandsänderung. Auch das Aufwinden beeinflußt den Betrag des Widerstandes. Längeres Erwärmen auf etwa 130° (künstliches Altern) befördert das Konstantwerden.

Mit Schellack isolierte Widerstände höheren Betrags, besonders in Widerstandskästen sind z. T. von der Luftfeuchtigkeit abhängig. Bei hohem Anspruch an Konstanz werden deshalb Widerstandsbüchsen mitunter hermetisch von dem Luftzutritt abgeschlossen. Vgl. Rosa u. Babcock, Bull. Bur. of Standards 4, 121. 1907; Lindeck, ZS f. Instr. 1908, 229.

Sehr große Widerstände. Graphitwiderstände sind durch Bleistiftstriche auf mattem Glas leicht herstellbar, aber veränderlich. Zuleitung am sichersten durch aufgekittete Röhrchen mit Quecksilber; Cohn u. Arons, Wied. Ann. 28, 460. 1886. — Eingebrannte und dann unterteilte dünne Platinschichten; Kundt (vgl. 8, 7).

Bifilare Wickelung der Rollen. Gewöhnliche Rollen leiden stark an Selbstinduktion und magnetischer Wirkung nach außen. Beide Fehlerquellen werden dadurch vermieden, daß der Strom benachbarte Windungen paarweise entgegengesetzt durchfließt. Zu dem Zweck knickt man den Draht in der Mitte und wickelt von hier aus beide Hälften miteinander auf; oder man windet zwei Drähte miteinander auf und verlötet ihre Enden geeignet. Solche Rollen unterliegen aber den besonders bei großen Widerständen auftretenden Störungen durch Ladungskapazität.

Unifilar abwechselnde Wickelung (Chaperon). Man wickelt kurze Lagen und kehrt nach jeder Lage die Windungsrichtung um, so daß auch hier in der fertigen Rolle der Strom ebenso viele Windungen in der einen wie in der anderen Richtung durchfließt. Dann ist sowohl die Selbstinduktion wie die Kapazität klein. Rollen von 500 Ω aufwärts sollen in besseren Rheostaten so gewickelt sein. (Vgl. ferner die Konstruktionen von

Curtis u. Grover, Phys. Rev. 32, 612. 1912; K. W. Wagner u. Wertheimer, Elt. ZS 1912, 1221 u. 1913, 613, 649.)

Kleine Widerstände stellt man oft zweckmäßig durch Nebeneinanderschaltung größerer her. — 10 gleiche Widerstände R, die man beliebig neben- und hintereinander schalten kann, geben eine Auswahl von 94 verschiedenen Widerständen zwischen $10R$ und $R/10$; über die Anordnung vgl. Wied. Ann. 31, 602. 1887, auch die Fig. 178 zu Regulierwiderständen. — S. auch einen Satz von Leitwerten bei Hausrath, ZS f. Instr. 1907, 305.

Kleine Abänderungen eines Widerstandes R werden am einfachsten durch Nebenschalten eines großen Widerstandes R' bewirkt. Dadurch entsteht der Gesamtwiderstand $R \cdot R'/(R + R')$ oder nahe $R(1 - R/R')$.

Stöpselrheostaten. Für messende Zwecke sind die Sätze 1 2 3 4 oder 1 2 2 5 in jeder Dekade am gebräuchlichsten. In der zweckmäßigen Anordnung der Fig. 175 kann irgendein Klötzepaar neben „∞" zum Anlegen der Poldrähte dienen. Es läßt sich auch jede Dekade selbständig schalten, was viel wert ist. Das kleinste Stück ist bei der Anordnung 1 2 2 5 zum Zweck der Kalibrierung des Kastens (95) doppelt vorhanden; bei 1 2 3 4 ist dies unnötig. Die an älteren Rheostaten vorkommende Verbindung von Nachbarrollen durch gemeinsame Zuführungen zu den Klötzen bedingt Fehler.

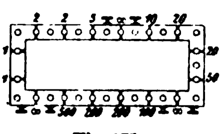


Fig. 175.

Stöpsel sind nur am Griffe anzufassen und vor Verletzung ihres Konus zu hüten. Sie werden mit etwas Drehung mäßig fest eingesetzt, häufig mit Leinwand und etwas Petroleum abgewischt und nur im äußersten Notfalle mit feinstem Schmirgelpapier abgerieben. Der Widerstand eines guten Stöpsels bleibt bei richtiger Behandlung unter $\frac{1}{10000}$ Θ und läßt sich durch Sorgfalt auf $\frac{1}{100000}$ vermindern. Dicke Stöpsel sind unbequemer als die von alter Form (W. Siemens), lockern sich durch die Benutzung ihrer Nachbarn leichter und bieten bei gewöhnlichen Stromstärken durchaus keinen Vorteil. — Temperatursteigerung lockert die Stöpsel wegen der starken Wärmeausdehnung der Hartkautschukunterlage. — Bei längerem Nichtgebrauch lüfte man die Stöpsel.

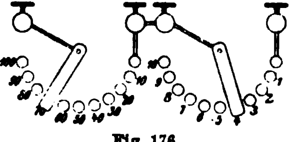


Fig. 176.

Kurbelrheostaten (Fig. 176) haben je 10 gleiche Stücke zwischen Knöpfen, auf denen Kurbelkontakte gleiten. Der Strom tritt am Knopfe Null ein und durch die Kurbel aus. Die Gleitkontakte sind mit ein wenig feinem Öl zu versehen. (Bei den „Dekadenkästen" tritt ein Wanderstöpsel an Stelle der Kurbel.)

Rheostaten sollen ventilierbar und für Thermometer zugänglich sein.

Abzweigungen. Die oft vorkommende Aufgabe, Ströme zu verzweigen, läßt sich häufig mit einem einzigen Rheostaten erfüllen, indem man die verschiedenen Leitungen an die geeigneten Metallklötze anlegt. Es sollen deswegen Vorkehrungen zu diesem Zweck vorhanden sein; nütz-

lich sind zum mindesten einige Stöpsel mit Klemmschrauben. Die Fig. 177 zeigt, wie man mit einem gewöhnlichen Rheostaten an eine Galvanometerleitung, unter Einschaltung eines Widerstandes (z. B. 900 Ω) in diese, eine Nebenschließung R (z. B. 10 Ω) anlegt. Die Pfeile bezeichnen den Hauptstrom. — Wenn die einzelnen Dekaden durch überzählige Stöpsellöcher getrennt sind, so ist es z. B. mittels eines Rheostaten mitunter möglich, in einen Stromkreis einen Widerstand einzuschalten, von einem Teile des Hauptweges eine Leitung abzuzweigen und in die letztere auch noch einen Widerstand einzuschalten.

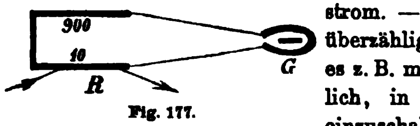


Fig. 177.

Regulierwiderstände. Ballastwiderstände, um eine gewünschte Stromstärke zu erzielen, je nach dieser „Belastung" von geeigneten Drahtstärken usw., pflegen mittels Kurbel oder Kontaktschiebers reguliert zu werden; handliche Formen z. B. von Ruhstrat, Göttingen. Als große Widerstände dienen auch Flüssigkeiten (z. B. Zinksulfatlösung) mit verstellbaren Elektroden. — Bei starker Spannung eignen sich für grobes Regulieren Glühlampen, zum Neben- und Hinterschalten mit Stöpseln geordnet, etwa wie Fig. 178.

Fig. 178.

Stromwärme. In R Ω entwickeln I A 0,24 RI^2 g-Kal./sec (Anh. 30). Drähte von d mm Durchmesser würden ohne Wärmeabgabe sich durch I A etwa erwärmen um $0{,}4 \cdot \sigma'/(cs) \cdot I^2/d^4$ Grad/sec (σ' spez. Widerstand, S. 411; c spez. Wärme; s spez. Gew.); also Kupfer um $0{,}008\ I^2/d^4$, Eisen um $0{,}06\ I^2/d^4$, Konstantan, Manganin, gutes Neusilber etwa um $0{,}15\ I^2/d^4$ Grad/sec. — Z. B. Kupfer, $d = 3$ mm, $I = 10$ A, $0{,}008 \cdot 100/81 = +\,0{,}01$ °/sec.

Starkstromwiderstände. Wellbleche und netz- oder siebförmige Leiter sind wegen rascher Wärmeabgabe bei kleinen Dimensionen zweckmäßig. — Die Erwärmung τ°C frei gespannter blanker Drähte oder Bleche vom Querschnitt q mm² und dem Umfang u mm durch den Dauerstrom I A läßt sich schätzen nach der Formel $\tau = I^2 \cdot C/(qu)$, wenn man für C einsetzt: bei Cu 0.35, Fe 2, Neusilber 6, Konstantan oder Manganin 10. — Soll also z. B. ein Konstantanblech von 0,5 mm Dicke sich durch den Strom I A nicht über 20° erwärmen, so ist seine Breite für $I = 50$ A zu 36 mm zu wählen. Ausführlicheres bei Teichmüller, Die Erwärmung el. Leitungen, Stuttg. 1905; vgl. z. B. auch Ebeling, Ann. d. Phys. 27, 391. 1908.

Bäder. Meist Petroleum oder auch Paraffinöl.

V. Wirksamkeit von Batterien.

Mehrere konstante Elemente hat man, um die größte Stromstärke in einer gegebenen äußeren Leitung zu erzielen, so neben- oder hintereinander zu verbinden, daß der innere Widerstand dem äußeren nahe kommt. Wegen der Polarisation ist es praktisch meist besser, den inneren Widerstand etwas kleiner zu wählen. — Der Widerstand von n Elementen oder Gruppen nebeneinander ist n^2mal kleiner als von allen hintereinander.

— Akkumulatorenwiderstände verschwinden meist gegen den Widerstand der übrigen Leitung. Nebenschaltung bezweckt dann nur ein gleichmäßiges Abnutzen der Elemente oder bei Starkstrom größere Konstanz.

Wasserzersetzung verlangt wegen der Polarisation mindestens 2 Akkumulatoren, Bunsen- oder Grovesche oder 3 Daniellsche Elemente.

Literatur. Näheres über Konstruktionen, Methoden oder Theorie wird man vielfach in den Werken finden: Wiedemann, Elektrizität, 4. Aufl. 1893 bis 1898; Maxwell, Electricity and Magnetism, deutsch v. Weinstein; Mascart et Joubert, l'Électricité et le Magnétisme, deutsch v. Levy. L. Graetz, Handbuch der Elektrizität und des Magnetismus (im Erscheinen).

Messungen in vollständigerer Aufzählung und Darstellung bei Heydweiller, Hilfsbuch für elektrische Messungen, Leipz. 1892. — Eine leicht verständliche Zusammenstellung älterer und neuerer Instrumente und Methoden z. B. bei Frölich, Entwicklung der el. Messungen, Brschw. 1905.

Vorschläge zu einheitlicher Bezeichnung von Größenarten s. Teichmüller u. M. Wien, Verh. D. Phys. Ges. 1908, 581.

Über Methoden für technische Zwecke siehe u. a. Deutscher Kalender für Elektrotechniker; Strecker, Hilfsbuch f. d. Elektrotechnik 8. Aufl. Berlin 1912. — Wechselströme betr. s. Feldmann, Wechselstromtransformatoren; Kapp, Transformatoren; derselbe, Dynamomaschinen; Heinke, Wechselstrommessungen; Rößler, Drehstrommotoren usw. — Ferner Benischke, Elektrotechnik in Einzeldarstellungen, Brschw. 1903 ff. — Weiter die Lehr- und Handbücher von Arnold, Gérard, Heinke, Kittler-Petersen, Gleichstrom u. Wechselstromtechnik, Silv. Thompson (übers. von Strecker u. Vesper); auch die Lehrbücher von Armagnat, Benischke, Schenkel, Thomälen und die elementare Darstellung von Graetz. — Als Nachschlagewerk: Deinhardt u. Schlomann, Illustr. techn. Wörterbücher, Bd. II. 1907. — Endlich auch die illustrierten Preisverzeichnisse elektrotechnischer Firmen für Präzisionsinstrumente, z. B. von Hartmann u. Braun; Edelmann; Siemens & Halske; A. E. G.; Cambridge Scientif. Instr. Co.; Carpentier, Paris; Soc. Genèv.; Scientif. Shop, Chicago.

81. Absolute Messung der Stromstärke mit der Magnetnadel (W. Weber 1840). Tangentenbussole (Pouillet 1837).

Die Meßmethoden der elektrischen Stromstärke zerfallen, entsprechend den Definitionen, die man der nach Ampère benannten Einheit des konstanten Stromes zugrunde legen kann (vgl. auch 80 I), in folgende Gruppen:

1. 1 A ist der 10. Teil der CGS-Einheit. Messungsmittel: Tangentenbussole, Galvanometer, Elektrodynamometer, Stromwage; 81 bis 86.

2. 1 int. A[1]) ist der Strom, der in 1 sec 1,118 mg Silber ausscheidet. Messungsmittel: Voltameter; 87.

3. 1 A ist der Strom, welchen die E. K. 1 V im Widerstande 1 Ω

[1]) Vgl. 80 I und Anm. 3 S. 411.

erzeugt. Messungsmittel: Normalelement und Widerstand; Kompensationsapparat; 88 u. **108.**

4. 1 A ist der Strom, welcher, wenn er die Spannung 1 V verbraucht, die Leistung 1 Watt hervorbringt, z. B. im Widerstande 1 Ω in 1 sec die Wärmemenge (0,239 g-Kal.) erzeugt, die einer Wattsekunde (10^7 Erg) äquivalent ist; Anh. 9 bis 10 u. 30. Messungsmittel: Hitzdrahtgalvanometer; **85**, 4. Zur absol. Messung selten gebraucht.

Die Stromeinheit 1 CGS oder 10 A ist der Strom, welcher die Einheit der magnetischen Wirkung in dem Sinne ausübt, daß seine Längeneinheit auf den Einheitspol des Magnetismus (Anh. 19) aus dem senkrechten Abstande 1 cm die transversale Kraft 1 Dyn (Anh. 7) ausübt. Die el.-magn. Kraft nimmt mit dem Quadrate der Entfernung ab. Vgl. Anh. 24.

Die ersten folgenden Bemerkungen beziehen sich allgemein auf Nadelgalvanometer.

Zuleitungen. Es ist zu beachten, daß auch äußere Leitungen auf das Galvanometer wirken können. Wo dies vermieden werden muß, führt man Zu- und Ableitdrähte dicht nebeneinander oder umeinander.

Kommutator. Ist die Windungsebene ungenau orientiert, so werden insbesondere große Ausschläge nach der einen Seite zu groß, nach der andern zu klein. (Man erkennt hieran die richtige Aufstellung oft besser als an der Einstellung auf den Nullpunkt, welche bei einer kurzen Nadel unzuverlässig ist.) Das Mittel aus beiden liefert den richtigen Ausschlag. Man schaltet also einen Kommutator (**80** III) ein, welcher die Stromrichtung in der Spule umkehrt, ohne in der übrigen Leitung etwas zu verändern. Hiermit ist zugleich eine erhöhte Genauigkeit verbunden. Ein gut eingerichteter Kommutator dient ferner zum bequemen Schließen und Öffnen des Stromes.

Zum Beruhigen der Nadel kann ein kleiner Magnet dienen, welcher nach dem Gebrauch hinreichend entfernt wird, oder auch der Kommutator selbst. Bei dem Umkehren des Stromes unterbricht man zunächst nur und schließt erst wieder, wenn die Nadel auf der anderen Seite umkehrt.

Ablesung. Bequem sind zwei zu der Nadelachse senkrechte Zeiger. Behufs genauer Messung werden jedesmal beide einander gegenüberliegende Spitzen abgelesen. Vgl. S. 388. Zur Vermeidung der Parallaxe legt man auf die Bussole ein Stückchen Spiegelglas. — Gegen das Kleben durch die Spitzenreibung dient leichtes Klopfen.

Über Magnetnadeln mit Spiegel s. **25.**

Die Tangentenbussole besteht aus einem weiten Stromringe um eine kurze Magnetnadel. Die Windungsebene soll im magnetischen Meridian stehen, d. h. mit der nicht abgelenkten Nadel zusammenfallen.

Eine Tangentenbussole mit n kreisförmigen Windungen vom mittleren Halbmesser r cm an einem Orte von der magnetischen

Horizontalintensität H (73; Tab. 38) ergibt aus ihrem Ablenkungswinkel α die Stromstärke I

$$I = \frac{rH}{2n\pi} \cdot \operatorname{tg}\alpha = C \cdot \operatorname{tg}\alpha \text{ CGS}. \qquad 1.$$

$C = rH/(2n\pi)$ ist der Reduktionsfaktor auf elektromagnetische CGS-Einheiten. tgα siehe in Tab. 54; lg tg in Bremikers fünfstelligen Tafeln. — Über Korrektionen vgl. S. 426.

Beweis. Der Strom I durchfließt die Länge $n \cdot 2r\pi$ im Abstande r von der kurzen Nadel M. Er sucht letztere senkrecht zur Windungsebene zu stellen und übt, wenn sie um den Winkel α abgelenkt ist, das Drehmoment $I \cdot 2nr\pi/r^2 \cdot M\cos\alpha = I \cdot 2n\pi/r \cdot M\cos\alpha$ aus. Das erdmagnetische rücktreibende Drehmoment beträgt $HM\sin\alpha$; vgl. Anh. 24 u. 21. Durch Gleichsetzen beider Ausdrücke entsteht die Formel.

Da der Strom 1 Ampere der 10. Teil von 1 CGS ist, so wird der Reduktionsfaktor der Tangentenbussole auf Ampere, wenn man r und H in [cm, g, sec] gemessen hat,

$$C_{A} = 5\,\frac{rH}{n\pi}. \qquad 2.$$

Fadentorsion. Hängt die Nadel am Faden vom Torsionsverhältnis Θ (77), so ist $H(1+\Theta)$ statt H zu setzen.

Bestimmung von r. Man mißt den Durchmesser direkt mit Maßstab, Zirkel, Bandmaß oder Komparator, oder bestimmt den Radius aus der Länge l des Drahtes, welcher die n Windungen bildet, als $r = l/(2n\pi)$. Dünnere Drähte sind dabei unter der gleichen Spannung zu messen und zu wickeln.

Intensität des Erdmagnetismus. Der Reduktionsfaktor ist durch den Erdmagnetismus nach Ort und Zeit veränderlich. Wo H nicht bestimmt worden ist, kann man es angenähert aus Tab. 38 entnehmen; selbstverständlich unter dem Vorbehalt der Vermeidung von magnetischen Lokaleinflüssen, insbesondere auch durch gestreckte Eisenmassen. Nach 75 kann man das Zimmer auf Konstanz von H prüfen, sowie auch Beobachtungsorte mit einem Platz im Freien usw. vergleichen.

Beispiel. Ein 1948,0 cm langer Draht ist in 24 kreisförmigen Windungen aufgewunden. Dann ist $r = 12{,}92$ cm. Ferner war H (für 51,5° geogr. Breite und 9,9° geogr. Länge; Tab. 38) gleich $0{,}191_0$, mithin ist die Stärke eines Stromes, welcher den Ablenkungswinkel α hervorbringt, nach elektromagnetischem Maße

$$= \frac{12{,}92 \cdot 0{,}191_0}{2 \cdot 24 \cdot 3{,}142}\operatorname{tg}\alpha = 0{,}0163_6 \operatorname{tg}\alpha \text{ CGS}, \quad \text{oder } 0{,}163_6 \operatorname{tg}\alpha \text{ A}.$$

Günstigster Ausschlag. Ein Fehler von 0,1° bewirkt (vgl. S. 6)

bei einem Ausschlage	von	5	10	15	20	30	40°
		85	80	75	70	60	50°
einen Fehler im Resultat von		2	1	0,7	0,54	0,4	0,35 %.

Also sind sowohl sehr kleine wie sehr große Ausschläge der Genauigkeit nachteilig. Für sehr verschiedene Stromstärken muß man somit Windungen von ungleicher Weite oder Anzahl anwenden. (Bei 30 cm Weite sind für Ströme $= I$ A etwa $n = 5/I$ Windungen zweckmäßig.) Oder die Windungen sind so angeordnet, daß man eine größere oder geringere Anzahl einschalten kann. Sind mehrere Drähte miteinander aufgewunden und so angeordnet, daß alle Windungen hintereinander oder in n Gruppen nebeneinander geschaltet werden können, so ist der Reduktionsfaktor im letzteren Falle n mal größer als im ersteren.

Empirische Reduktion zweier Instrumente aufeinander. Man mißt an beiden den Ausschlag, welchen ein und derselbe Strom hervorbringt. Ist der Ausschlag $= \alpha_1$ am Instrument I und $= \alpha_2$ an II, so sind die Tangenten der Winkel an I mit $\mathrm{tg}\,\alpha_2/\mathrm{tg}\,\alpha_1$ zu multiplizieren, um sie mit den an II gemessenen vergleichbar zu machen. Windungslagen desselben Instrumentes vergleicht man nach 89e.

Man hat Tangentenbussolen mit Windungen versehen, die man neigen kann; dadurch vergrößert man C im Verhältnis des reziproken Kosinus des Neigungswinkels (Obach).

Korrektion wegen des Querschnittes der Drahtlage und wegen der Nadellänge. 1. Bildet der Querschnitt ein Rechteck von der Breite b und der Dicke h, so kann man die davon herrührende Korrektion erster Ordnung durch Multiplikation von C mit $1 + \frac{1}{8} b^2/r^2 - \frac{1}{12} h^2/r^2$ anbringen.

2. Für nicht sehr kurze Nadeln kommt erstens zu obigem Ausdruck noch der Faktor $(1 - \frac{3}{16} \mathfrak{l}^2/r^2)$ hinzu. Zweitens ist bei größeren Ausschlägen anstatt $\mathrm{tg}\,\alpha$ zu setzen $[1 + \frac{15}{16} (\mathfrak{l}^2/r^2) \sin^2\alpha]\,\mathrm{tg}\,\alpha$. $\mathfrak{l}$ bedeutet den ganzen Polabstand der Magnetnadel, d. h. bei gestreckten Nadeln etwa $^5/_6$ der geometrischen Länge (72b und Anh. 20).

Die vollständige Formel wird also unter Berücksichtigung der Kleinheit der Korrektionsglieder (vgl. Pogg. Ann. 141, 457. 1870):

$$I = \frac{rH}{2n\pi} \left(1 + \frac{1}{8} \frac{b^2}{r^2} - \frac{1}{12} \frac{h^2}{r^2} - \frac{3}{16} \frac{\mathfrak{l}^2}{r^2}\right) \left(1 + \frac{15}{16} \frac{\mathfrak{l}^2}{r^2} \sin^2\alpha\right) \mathrm{tg}\,\alpha. \qquad 3.$$

Einen strengen Ausdruck auch für Spulen von relativ größerem Querschnitt s. z. B. bei R. Kohlrausch u. Weber, Abh. d. K. Sächs. Ges. d. Wiss. 3, 257. 1857; oder W. Webers Werke, Bd. 3, 645. 1893.

Eine Nadellänge $\mathfrak{l} = \frac{1}{8} r$ gibt noch Abweichungen vom Tangentengesetz bis zu 1 %. Für $\alpha = 27°$ heben sich die beiden von der Nadellänge herrührenden Korrektionen auf.

Hängt eine Nadel seitlich aus der mittleren Stromebene um den kleinen Abstand e verschoben, so kommt in die Klammer noch das Korrektionsglied $+ \frac{3}{2} e^2/r^2$; ist sie in der Ebene um die kleine Größe $\mathfrak{d}$ verschoben, so setze man an Stelle von $\frac{3}{16} \mathfrak{l}^2/r^2$ in Gl. 3 $\frac{3}{16}(\mathfrak{l}^2 + 4\mathfrak{d}^2)/r^2$

Einzelner Kreisring von rechteckigem Querschnitt. r sei das Mittel aus innerem und äußerem Halbmesser, h die Dicke:

1. Statt $-\frac{1}{12}h^2$ ist in der vorigen Formel zu setzen $-\frac{1}{8}h^2$.

2. Der Reif sei aufgeschnitten und habe dem mittleren Radius parallele Zuleitungsstreifen von der Länge l mit einem gegenseitigen Abstand a ihrer Mittellinien: In der Korrektionsklammer ist noch zuzufügen: $+ al/2\pi r \cdot (r + \frac{1}{2}l)/(r + l)^2$. Vgl. F. u. W. Kohlrausch, Wied. Ann. 27, 21. 1886. Siehe dort auch die genaue Messung von r.

Den Kreisleiter kann ein dünnerer Draht bilden, welcher auf eine flache Nut einer abgedrehten Glas- oder Marmorplatte aufgezogen ist. Dann verschwinden die von b und h herrührenden Korrektionen.

Relative Messungen.

Für manche Zwecke braucht man nur die Verhältnisse von Stromstärken zu kennen. Zwei Ströme verhalten sich wie die Tangenten ihrer Ablenkungswinkel

$$I : I' = \operatorname{tg} \alpha : \operatorname{tg} \alpha'.$$

Die Abweichungen erster Ordnung vom Tangentengesetz verschwinden durch exzentrische seitliche Aufhängung der Nadel um $\frac{1}{4}$ des Windungsdurchmessers (Gaugain, Helmholtz).

82. Sinusbussole (Pouillet).

Die Sinusbussole dient nur zu relativen Messungen. Obwohl sie der Tangentenbussole gegenüber den Vorzug hat, daß das Sinusgesetz streng gilt, so wird sie doch, wegen der Umständlichkeit der Beobachtung kaum noch gebraucht.

Die Spule mit dem Strom wird durch Nachdrehen um den Winkel α immer in die ursprüngliche Stellung zu der alsdann ebenfalls um α abgelenkten Nadel gebracht. Dann ist offenbar

$$I = C \cdot \sin \alpha.$$

Weil der Sinus höchstens $= 1$ ist, so sind die Grenzen der Anwendbarkeit eng. Hat die Nadel eine Bussolenteilung, so kann man stärkere Ströme mit schräger Stellung der Nadel gegen die Spule (etwa 45° und 70°) beobachten. Um den gegenseitigen Reduktionsfaktor der Angaben bei verschiedener Neigung zu bestimmen, werden die Ablenkungswinkel α_1 und α_2 desselben Stromes bei beiden zu vergleichenden Neigungen gemessen. Dann ist $p = \sin \alpha_1 / \sin \alpha_2$ dieser Faktor.

83. Spiegelgalvanometer.

Der drehbare Spiegel ist entweder mit einer Magnetnadel verbunden, die von dem Strom in feststehenden Spulen umkreist wird; in diesem Falle soll die Windungsebene der nicht abgelenkten Nadel parallel stehen. Oder die Stromspule ist mit Spiegel in einem magnetischen

Felde drehbar; die Windungsebene der nicht abgelenkten Spule soll mit der Feldrichtung zusammenfallen.

Die Ablesung geschieht an einer Skale mit dem Fernrohr oder objektiv mittels eines vom Spiegel entworfenen wandernden Lichtpunktes (25).

Über Kommutatoren vgl. S. 419, über Aufhängung von Nadeln, Astasierung und Astasierungsfaktor 72b; über magnetische Störungen 74; photographische Registrierung ebd. Über Messen starker Ströme mit Abzweigung s. 86. Über störungsfreie Aufhängung s. 8, 33.

Stromempfindlichkeit eines Galvanometers. Der Ausschlag durch eine bestimmte Stromstärke hängt, außer von der Konstruktion des Instruments, noch von der Wahl der Drahtdicke, von der Astasierung, bzw. bei Spulengalvanometern vom Aufhängedraht, und vom Skalenabstand ab. Um eine vergleichbare Charakteristik der Konstruktionen als solcher zu haben, kann man als Norm für ein Nadelgalvanometer annehmen: einen Drahtquerschnitt, der 1 Ω Spulenwiderstand ergeben würde; ein magnetisches Feld, welches der gegebenen Nadel eine (halbe) Schwingungsdauer von 5 sec erteilt; endlich einen Skalenabstand von 1000 mm. Der Ausschlag e_0 mm, welchen unter diesen Umständen der Strom 10^{-6} A oder 10^{-7} CGS geben würde, wenn der Ausschlag der Stromstärke proportional wäre, ist die Normalempfindlichkeit dieser Konstruktion. Gilt nun für ein vorhandenes Nadelinstrument vom Widerstande R Ω, der Schwingungsdauer t sec und dem Skalenabstande A mm die Empfindlichkeit e mm/10^{-6} A, so ist $e_0 = e \cdot 1/\sqrt{R} \cdot 5^2/t^2 \cdot 1000/A$. — Vgl. z. B. du Bois u. Rubens, Ann. der Phys. 2, 91. 1900.

Indem man diese Ausschlags-Empf. mit der Genauigkeit identifiziert, setzt man voraus, daß nicht andere Umstände (z. B. Stabilität, Größe des Spiegels) die Ablesungs-Empf. beeinflussen. Vgl. Jaeger, ebd. 21, 78. 1906.

Über Drehspulengalvanometer s. S. 431.

Zu unterscheiden von der Strom-Empf. ist die Spannungs-Empf., d. h. der Ausschlag bei gegebener, dem Instrumente anzulegender Spannung.

Für kleine, mit Spiegel und Skale (25) beobachtete Ablenkungen pflegt der Strom bis zu Ausschlägen von einigen Graden nahe dem Ablenkungswinkel α oder dem in Skalenteilen gemessenen Ausschlage e proportional zu sein, also

$$I = \mathfrak{C} \cdot e.$$

Der Reduktionsfaktor $\mathfrak{C}$ ändert sich bei wechselndem Skalenabstande A diesem umgekehrt proportional. C bedeute den Red.-F. in der Gleichung $I = C\alpha$, wenn der Ausschlag α absolut gemessen, nämlich $\alpha = e/2A$ ist (vgl. 25); dann gilt $\mathfrak{C} = C/2A$. — Vgl. über die Bestimmung von $\mathfrak{C}$ ferner 89.

Abweichung bei größeren Ausschlägen. Die Grenze, bis zu der die Proportionalität merklich gilt, hängt von der Ge-

stalt ab. Bei Nadelgalvanometern reicht sie im allgemeinen um so weiter, je kürzer die Nadel und je weiter die Spule ist. Doch sind auch enge Spulen günstig, wenn sie zugleich breit sind. Die Abweichung von der Proportionalität ist nahe dem Quadrate des Ausschlags proportional, also $I = \mathfrak{C}e(1 + \mathfrak{C}'e^2)$. — Um auf Konstanz zu prüfen bzw. den Korrektionsfaktor $\mathfrak{C}'$ oder auch tabellarisch die Korrektionen zu ermitteln, die man an den Ausschlägen anbringen muß, um sie der Stromstärke proportional zu machen, bewirkt man verschiedene Ablenkungen (zirka 100, 200 usw. mm) dadurch, daß man dieselbe konstante Stromquelle (Akkumulator, Daniell) durch das Galvanometer und verschiedene Rheostatenwiderstände schließt. Die Stromstärke ist dem Gesamtwiderstande (Stromquelle + Galvanometer + Rheostat) umgekehrt proportional. Bei der Prüfung empfindlicher Instrumente werden aber die Rheostatenwiderstände so groß, daß die ersten beiden Teile häufig außer Betracht bleiben oder wenigstens nur genähert bekannt zu sein brauchen.

Schließlich wird entweder $\mathfrak{C}'$ berechnet, oder man trägt die Stromstärken als Abszissen, die Abweichungen der Ausschläge von der Proportionalität als Ordinaten auf (6) und entnimmt dieser Kurve die an den Skalenausschlägen anzubringende Korrektion. Vgl. auch 89.

Über ein genaues Verfahren mittels Nachdrehens der Spule vgl. F. K., Wied. Ann. 26, 481. 1885.

Spiegelgalvanometer mit verschiebbaren Spulen (Wiedemann) werden empirisch geeicht. Man vergleicht die Ausschläge durch einen und denselben Strom bei mehreren Stellungen der Spulen auf dem Maßstabe und stellt die Ausschläge etwa graphisch dar. Wenn r der Halbmesser der Spule, a ihr Abstand von der kurzen Nadel, so steht die Empfindlichkeit ungefähr mit $(a^2 + r^2)^{-3/2}$ im Verhältnis.

In Galvanometerteilen, die einer Magnetnadel sehr nahe liegen, kann schon ein geringer Eisengehalt erheblich dadurch stören, daß die Ruhelage inkonstant oder der Ausschlag nach beiden Seiten ungleich wird. Äußerliche Spuren von Eisen werden durch Behandeln mit heißer Schwefelsäure beseitigt, die man nachher mit heißem Wasser abspült. Auch Lacke sowie Hartkautschuk und selbst Pigmente von Umspinnungen können durch Magnetismus stören.

Formen von Spiegelgalvanometern.

Nadelgalvanometer.

Der kleine Ausschlagswinkel ist gleich dem ablenkenden Moment des Stromes, geteilt durch die Direktionskraft der Nadel. Ersteres ist der Stromstärke proportional und setzt sich außerdem aus der Windungszahl,

Gestalt und Lage der Spule (Galvanometerfunktion) und dem Nadelmagnetismus zusammen. Letztere wird durch das magnetische Feld in seiner Wirkung auf den Nadelmagnetismus und durch die Fadentorsion bewirkt. — Bei einfachen, mit relativ verschwindendem Fadeneinfluß aufgehängten, nicht astasierten Nadeln hebt der Nadelmagnetismus sich heraus. Im Nenner steht dann nur die magnetische Feldstärke. Im allgemeinen ist die Stromempfindlichkeit für eine gegebene Schwingungsdauer um so größer, je größer die Galvanometerfunktion und je größer das Verhältnis des magnetischen Momentes der Nadeln zum Trägheitsmoment ist. — Über „Normalempfindlichkeit" vgl. S. 428.

Einige gebräuchliche Formen sind in Fig. 179 skizziert. Die empfindlichsten Instrumente entstehen aus der Verbindung der Spiegelablesung mit einer vielleicht noch von außen astasierten Doppelnadel in zwei Spulen

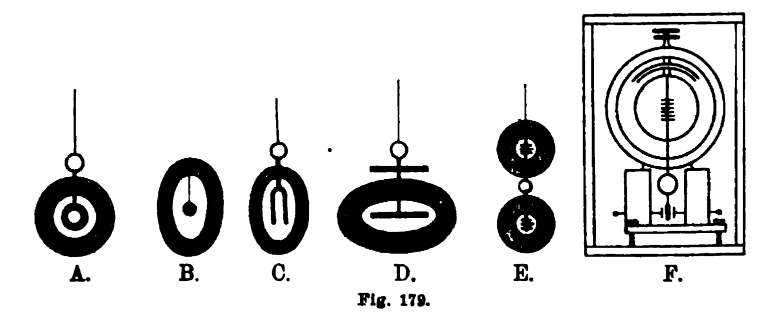


Fig. 179.

(Fig. 179E; Formen z. B. von Lord Kelvin, du Bois und Rubens, Paschen). Die größte erreichte „Normalempfindlichkeit" beträgt 7000. Doch vergrößert die Astasierung von außen auch die Störungen des Erdfeldes. — Astatischen Nadelsystemen darf man, ohne eine Änderung der Empfindlichkeit befürchten zu müssen, keine starken Ströme zumuten. Über ein Vakuumgalvanometer s. Paschen, Phys. ZS 1913, 521.

Vollkommene innere Astasierung eines Nadelpaares ist schwer zu erreichen. Es werden auch Galvanometer gebaut, bei denen die paarweise Gleichheit der Pole durch die entgegengesetzte Verbindung zweier vertikaler Nadeln angestrebt wird (P. Weiß, Broca); schwierig ist, die Nadeln genau parallel zu richten.

Kugelpanzergalvanometer (du Bois u. Rubens). In vielen Fällen sind nur magnetisch geschützte Instrumente zu brauchen (Straßenbahnstörungen). Das Panzergalvanometer von du Bois-Rubens (Fig. 179F) enthält nur ein Magnetsystem, das sich innerhalb einer geschlossenen Kugel aus weichem Eisen befindet. Diese wird von einer zweiten Kugel umschlossen, zwischen beiden befindet sich der Richt- bzw. Astasierungsmagnet (Doppelmagnet, dessen Moment durch Verdrehen der Einzelmagnete verändert werden kann). Durch die beiden Panzer und einen äußeren Zylinderpanzer wird das Erdfeld bis auf einen kleinen Bruchteil aufgehoben und die Richtkraft im wesentlichen nur von dem Doppelmagnet ausgeübt, so daß die Störun-

gen des Erdfeldes sehr verringert werden. Die Empfindlichkeit dieser Instrumente ist recht groß (Instrument von Siemens & Halske zu beziehen).

Will man eine enge Spule mit größerem Ausschlage benutzen, so muß man das Instrument empirisch (89) graduieren. Eine einfache Funktion des Ausschlages ist die Stromstärke im allgemeinen nicht.

Über die der Empfindlichkeit günstigsten Begrenzungsformen der Spulen siehe u. a. W. Weber, W. Thomson, Mather.

Dämpfer. Entweder Kupfermassen in der Nähe der Nadel, meist Rahmen; oder Luftdämpfer (8, 32), s. auch Fig. 179 F.

Günstigster Widerstand. Die größte Empfindlichkeit für ein gegebenes Nadelgalvanometer erhält man, wenn der Spulenwiderstand dem Widerstand der Meßanordnung gleich gemacht wird.

Drehspulengalvanometer.

(Auch wohl nach Deprez-d'Arsonval benannt.) Eine Stromspule hängt, die Windungen parallel den Kraftlinien, zwischen den Polen eines Stahlmagnets (Fig. 180 A, Instrumente mit feststehendem weichem Eisenkern im Innern der Spule; vgl. auch Fig. 185; Fig. 180 B Anordnung von Ayrton und Mather, Dießelhorst usw.). Die Aufhängung und eine untere Leitung führen den Strom zu und ab. — Die Schwingungen werden gedämpft durch die in der Spule oder zugleich in einem Metallrahmen bei der Bewegung induzierten Ströme. Von äußeren magnetischen Störungen sind die Instrumente so gut wie unabhängig. Von der Vertikalstellung wird der Ausschlag beeinflußt.

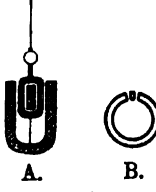


Fig. 180.

Fehler können aus einer nicht zuverlässigen Klemmung und aus elastischer Nachwirkung des Aufhängedrahtes entstehen. Die jetzt verfügbaren nachwirkungsfreien Drähte leiden unter dem Nachteil geringerer Leitfähigkeit. Da die untere Zuleitung wenig zur Dir.-Kraft beiträgt, kann für sie besser leitendes Material verwendet werden. Für Nullmethoden ist die Nachwirkung nur von geringem Einfluß.

Ist $\mathfrak{H}$ die Feldstärke, f die Spulenfläche, D die Direktionskraft der Aufhängung, so entspricht einem kleinen Ausschlage α (vgl. 88a) die Stromstärke

$$I = \frac{D}{f\mathfrak{H}}\alpha.$$

Die Empfindlichkeit steht hiernach mit f und $\mathfrak{H}$ im direkten und mit D, — also wenn nicht Spiralfedern hinzukommen, mit der 4. Potenz der Dicke des Aufhängedrahtes (55), — im umgekehrten Verhältnis. Sie kann durch ein starkes Feld und feindrähtige Aufhängung sehr weit gesteigert werden; doch wird eine Grenze gesetzt durch die gleichzeitig wachsende Dämpfung. Für den Gebrauch der Instrumente ist es zweckmäßig, die Dämpfung so zu wählen, daß der aperiodische Grenzzustand (108) erreicht wird. Man erhält dann bei kürzester Einstellungszeit (auch beim ballistischen

Instrument) die größte brauchbare Empfindlichkeit. Für eine gegebene Meßanordnung ist also ein solches Galvanometer zu wählen, bei dem durch den Widerstand der Meßanordnung („äußerer Widerstand") der aperiodische Zustand erreicht wird. Ist der äußere Widerstand kleiner, so „kriecht" das Galvanometer. Wenn man diesen Übelstand durch Zufügen eines Ballastwiderstandes vermeiden will, wird die Empfindlichkeit verringert. Man verwendet daher zweckmäßig Instrumente mit mehreren Einsätzen für die verschiedenen Meßbereiche. Der für die Empfindlichkeit des Nadelgalvanometers aufgestellte Grundsatz, daß der Spulenwiderstand gleich dem „äußeren Widerstand" gemacht werden soll, gilt also nicht für das Drehspulengalvanometer. Vielmehr soll bei diesem der Klemmenwiderstand möglichst gering sein, wenn die maximale Empfindlichkeit erreicht werden soll.

Unter diesen Voraussetzungen gilt für die Stromempfindlichkeit e des Drehspulengalvanometers im aperiodischen Grenzzustand die Beziehung:

$$e = \sqrt{\frac{2RT}{\varkappa D}},$$

wenn R den äußeren Widerstand der Meßanordnung, T die halbe (ungedämpfte) Schwingungsdauer, D die Direktionskraft der Aufhängung bedeutet. Die Empfindlichkeit wächst also wie beim Nadelgalvanometer proportional $\sqrt{R}$, aber auch nur proportional $\sqrt{T}$ (beim Nadelgalvanometer proportional T^2). Durch den Klemmenwiderstand und die Dämpfung im offenen Zustand wird diese maximal erreichbare Empfindlichkeit im allgemeinen etwas herabgesetzt. Näheres z. B. Jaeger, Ann. d. Phys. 21, 64. 1906 und Graetz, Handbuch der Elektr. II, 1912; vgl. ferner **108** und Mather, Phil. Mag. 29, 434. 1890; Jaeger, ZS f. Instr. 1903, 261 u. 353; Volkmann, Ann. d. Phys. 10, 217. 1903; White, Phys. Rev. 19, 305. 1904; 23, 382. 1906; Jaeger, ZS f. Instr. 1908, 206; Reinganum, Phys. ZS 1909, 91; Dibbern, ZS f. Instr. 1911, 105; Zahn, ebd. 1911, 145; Dießelhorst, ebd. 1911, 247 u. 276.

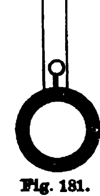
Über ein empfindliches Drehspulengalvanometer für Wechselstrom, dessen magn. Feld synchron angeregt wird, vgl. H. Abraham, Journ. de phys. (4) 5, 576. 1906.

Saitengalvanometer s. 85, 5.

Ballistische Galvanometer (z. B. Fig. 179 D, S. 430). Die Schwingungen sind hinreichend langsam, daß Ausschläge und Schwingungsdauern der bewegten Nadel oder Spule genau gemessen werden können. Über Eichung, Theorie und Anwendung der Instrumente s. **109** bis **114**. Gebrauch d. Drehspulengalv. für ballistische Zwecke s. Dießelhorst, Ann. d. Phys. 9, 461. 1902.

83a. Absolutes Bifilargalvanometer (Weber 1840).

Der Strom I geht durch eine an zwei Zuleitungsdrähten aufgehängte Spule mit nordsüdlicher Windungsebene; die Fadenebene ist ostwestlich zu denken. Mit dem Instrument (Fig. 181) wurde von Weber 1840 das elektrochemische Äquivalent zuerst bestimmt.


Fig. 181.

Ist f die Gesamtfläche der Windungen (**106**), so ist fI das magnetische Moment der Stromspule, und das Erdfeld H (**73**) bewirkt das Drehmoment fIH.

D sei die Direktionskraft der bifilaren Aufhängung (**27a**). f, H und D seien in CGS gemessen. Einer Ablenkung α entspricht der Strom $I = D/(fH) \cdot \operatorname{tg} \alpha$ CGS.

Absolute Strommessung mit Tangentenbussole und Bifilargalvanometer. Da H im Reduktionsfaktor der Tangentenbussole (**81**) im Zähler vorkommt, so läßt die gleichzeitige Anwendung beider Instrumente einen Strom ohne Kenntnis des Erdmagnetismus absolut messen. Vgl. **105** I.

Auch f fällt heraus, wenn man so verfährt: Die Tangentenbussole mit n Windungen vom Halbmesser r sei im Abstande a nördlich oder südlich vom Bifilargalvanometer aufgestellt. Die Nadel werde um Φ abgelenkt, wenn die Wirkungen des Stromes im Bifilar und der Tangentenbussole sich summieren, um φ dagegen, wenn der Strom in der Tangentenbussole allein gewendet wird. Dann erhält man I aus

$$I^2 = \frac{r^2 D}{8\pi^2 n^2 a^3} \frac{(\operatorname{tg}\Phi - \operatorname{tg}\varphi)^2}{\operatorname{tg}\Phi + \operatorname{tg}\varphi} \operatorname{tg}\alpha.$$

Beweis einfach; vgl. **106**. Über einige Korrektionen s. **105**.

84. Elektrodynamometer (Weber 1846). Messung von Wechselströmen.

Die Kraft, welche ein Leiter mit dem Strome i_1 von einem Leiter mit dem Strome i_2 nach einer bestimmten Richtung erfährt, kann geschrieben werden $i_1 i_2 \cdot F$; sie wechselt das Vorzeichen mit der Richtungsänderung von i_1 oder i_2. Der Faktor F enthält die Gestalt und gegenseitige Lage der beiden Leiter und die in Betracht gezogene Kraftrichtung. Seine Größe läßt sich aus dem Ampèreschen elektrodynamischen Gesetz berechnen oder, falls einer der Ströme einfach durch eine Belegung mit freiem Magnetismus (in gewissen Fällen, z. B. für Fernwirkung, durch ein magn. Moment) ersetzt werden kann, aus dem Biot-Savartschen elektromagn. Gesetz (Anh. 24), oder drittens, wenn dieser Ersatz auf beide Leiter anwendbar ist, aus magnetischen Wechselwirkungen ableiten (Anh. 19). — Endlich kann F auch auf den gegenseitigen Induktionskoeffizienten (das elektrodynamische Potential der beiden Leiter aufeinander; **118**, Anh. 26) L zurückgeführt werden; der Gradient $\partial L/\partial x$ von L nach der Bewegungsrichtung x gibt die Größe von F. Über Anwendung s. Lippmann, C. R. **142**, 69. 1906.

Für die Ausrechnung des Faktors, mit welchem $i_1 i_2$ zu multiplizieren ist, um ein Drehmoment zu erhalten, bieten sich dieselben Wege. Aus dem gegens. Ind.-Koeff. bekommt man seine Größe als $\partial L/\partial\varphi$, wo φ den Drehungswinkel nach der in Betracht kommenden Richtung bedeutet.

I. Dynamometer mit Ausschlägen.

Webers Dynamometer (Fig. 182). Der Strom durchfließt eine feste und eine drehbare, zur festen konzentrische, aber senkrechte Drahtrolle. Das ausgeübte Drehmoment, welches die Ströme in beiden Rollen parallel zu stellen sucht, ist also proportional i^2; seine Richtung ist von der Stromrichtung unabhängig. — Eine Direktionskraft wird von der bifilaren Stromzuleitung oder von der elastischen Torsionskraft der Aufhängung geliefert. Ob die innere oder die äußere Rolle die drehbare ist, macht im Prinzip keinen Unterschied.



Fig. 182.

Kleine Ausschlagswinkel α oder Skalenablenkungen e der beweglichen Rolle sind dem Quadrate der Stromstärke i proportional, also ist

$$i = C \cdot \sqrt{\alpha} \quad \text{oder} \quad = \mathfrak{C} \cdot \sqrt{e},$$

wo C oder $\mathfrak{C}$ (für den Skalenabstand A ist $\mathfrak{C} = C/\sqrt{2A}$) der Reduktionsfaktor des Instruments ist. Die Empfindlichkeit ändert man durch Verstellen des Abstandes der Bifilaraufhängung oder bei eindrähtiger Aufhängung durch Auswechseln des Aufhängedrahtes; C ist cet. par. der Schw.-D. umgekehrt proportional. Über abs. Bestimmung von C vgl. 89.

Stromwechsel im ganzen Instrument ändert die Richtung des Ausschlages nicht. Mit einem Stromwender verbindet man daher nur die eine der Rollen. Für schwache Ströme wird das Dynamometer unempfindlich, da der Ausschlag dem Quadrate der Stromstärke proportional ist.

Genaue Messungen verlangen Vorsichtsmaßregeln wegen des Erdmagnetismus und der elastischen Nachwirkung.

Senkrechtstellung. Wenn die beiden Rollen nicht genau senkrecht aufeinander stehen, so üben veränderliche Ströme in der einen eine Induktion auf die andere aus. Um die senkrechte Stellung zu prüfen, leite man also Wechselströme nur durch die feste Rolle, während die bewegliche in sich geschlossen ist; die letztere darf dann nicht abgelenkt werden.

Bei eindrähtiger Aufhängung der beweglichen Rolle kann man für schwache Wechselströme die untere Zuleitung durch ein platiniertes (8, 18) Platinblech in verdünnter Schwefelsäure bewirken, welches zugleich dämpft. Den durch die Oberfläche tretenden dünnen Stiel platiniert und glüht man. Vgl. 15 A 3. Besser ist es, die Zuleitung durch ein dünnes flaches Band zu bewerkstelligen. Absolutes Dynamometer: Gray, Absol. Measur. 2, 276; Carhart u. Guthe, Phys. Rev. 7, 257. 1898 u. 9, 288. 1899.

S. auch 120 IV das Dynamometer von Raps.

II. Dynamometer mit Nullablesung (Siemens).

Ein Vorzug liegt in dem größeren Meßbereich. Die Stromstärke wird durch den Torsionswinkel φ einer elastischen Aufhängefeder bestimmt, indem man die abgelenkte bewegliche Rolle mittels eines Torsionskopfes auf Null zurückführt. Die Stromstärke ist $I = C\sqrt{\varphi}$.

Die Achse der beweglichen Rolle soll nordsüdlich stehen, damit der Erdmagnetismus nicht einwirkt. — Das Quecksilber der Zuleitnäpfe soll, auch der Reibung wegen, rein sein; durch etwas aufgegossene Lösung von Quecksilbernitrat wird dies befördert.

Über die Bestimmung bzw. die Kontrolle von C vgl. 89.

III. Elektrodynamische Wage.

Zu den Dynamometern sind auch die mit einem Wagebalken verbundenen Spulen zu rechnen (Rayleigh, Helmholtz, Kelvin), auf die derselbe Strom von einer feststehenden Spule aus wirkt. Die durch aufgelegte oder Laufgewichte gemessene Kraft ist auch hier dem Quadrate der Stromstärke proportional.

Wage von Rayleigh. Eine flache, an einer Wage aufgehangene Spule vom Halbmesser r befindet sich mitten zwischen zwei größeren, einander gleichen, flachen Spulen vom Halbmesser R (Fig. 183). Die Ströme in den beiden äußeren Spulen fließen einander entgegengesetzt, so daß die auf die bewegliche Spule ausgeübten Kräfte sich addieren. Man wählt für absolute Messungen r/R etwa $= 1/2$.

Fig. 183.

Der gegenseitige Abstand $2a$ der festen Spulen ist so gewählt, daß die Kraft ein Maximum wird; die Theorie fordert hierfür

$$a = \tfrac{1}{2} R \left[1 - \tfrac{9}{10}(r/R)^2 - \tfrac{1}{8}(r/R)^4 \cdots\right],$$

also wenn die bewegliche Spule sehr klein wäre, $a = \frac{1}{2} R$, in Wirklichkeit kleiner. In dieser Maximumlage enthält nun die Kraft, außer dem Quadrate der Stromstärke und dem Produkte der Summe der Windungszahlen der festen in die Windungszahl der losen Spule, bloß noch einen Faktor, zu dessen Ermittelung wesentlich nur das Verhältnis r/R bekannt sein muß, welches aus der Galvanometerwirkung der Spulen auf eine kurze Magnetnadel (**106**) abgeleitet werden kann. Der Faktor beträgt in erster Annäherung etwa $17\, r^2/R^2$. — Die Stromzuleitung zur beweg-

lichen Spule geschieht durch weichen Draht. — Man mißt durch Wägung, mittels Stromwendung in der aufgehangenen oder in den festen Spulen, die doppelte Kraft.

Näheres bei Rayleigh und Sidgwick, Phil. Trans. A 175, 411. 1884; Heydweiller, Wied. Ann. 44, 533. 1891.

Über die Stromwage von W. Thomson vgl. 120.

Wage von Helmholtz. Eine größere Spule wirkt drehend auf eine mit einem Wagebalken verbundene kleine Spule, deren Windungsfläche nach **106** bestimmt wird. Der Balken rollt auf Bändern, die zugleich den Strom zuleiten. Die Konstante des Instruments wird durch Vergleichung mit einer großen quadratischen Windung aus dünnem Blech, deren Wirkung auf die drehbare Spule man berechnen kann, empirisch bestimmt.

Vgl. Kahle, Wied. Ann. 59, 532. 1896; ZS f. Instr. 1897, 97.

Stromwage von J. V. Jones und Ayrton. Zwei vertikale zylindrische gleiche Spulen sind an einer Wage äquilibriert. Jede ist von einer festen, $1\frac{1}{2}$ mal so langen Spule umgeben, die in ihrer oberen und unteren Hälfte in entgegengesetzter Richtung gewunden ist.

Ayrton, Mather u. Smith, Phil. Trans. A 207, 463. 1908; ZS f. Instr. 1908, 278; andere Formen bei Janet, Laporte und Jouaust, Bull. de la soc. int. des El. 8, 459. 1908; ferner bei Pellat, ebd. 8. 573. 1908; Rosa, Dorsey u. Miller, Bull. Bur. of Stand. 8, 283. 1912.

Eine ältere Form bei Mascart, Exner Rep. 19, 220. 1883.

Wechselströme. Stromleistung; effektive Stromstärke.

Die häufigste Anwendung des Dynamometers bezieht sich wegen der Unabhängigkeit der Ausschlag- von der Stromrichtung auf Wechselströme. Der Ausschlag des Dynamometers ist wegen der Trägheit der beweglichen Spule, die den einzelnen Kraftimpulsen nicht zu folgen vermag, dem quadratischen Mittelwert des Stromes, genommen über eine Periode, proportional, d. h. dem Ausdruck $\frac{1}{\tau}\int_0^\tau i^2 dt$. Die Quadratwurzel aus diesem Ausdruck heißt die effektive Stromstärke; vgl. noch **120** I.

Empfindliche Galvanometer für Wechselströme erhält man, wenn man in einem Drehspulgalvanometer den feststehenden Dauermagneten durch einen Elektromagneten ersetzt, der mit Wechselstrom erregt wird. Das Arbeiten mit einem solchen Apparat erfordert wegen der Induktionswirkungen mannigfache Vorsichtsmaßregeln, s. Stroud u. Oates, Phil. Mag. 6, 707. 1903; Terry, Phys. Rev. 21, 193. 1905; Abraham, C. R. 142, 993. 1906 und J. de phys. 1, 264. 1911; Sumpner u. Phillips, Phil. Mag. 20, 309. 1909.

Bei Wechselströmen ist auf die Induktion, und zwar in erster Linie auf die Selbstinduktion der Rollen Rücksicht zu nehmen; vgl. **117**. Insbesondere kann für rasch wechselnde Ströme die Verteilung des Stromes zwischen dem Instrument und einer Abzweigung (**86**) von der aus den Widerständen berechneten Verteilung stark abweichen. Auch die Induktion auf benachbarte Leiter, wie etwa auf metallische Rahmen der Spulen, kann in Betracht kommen; in einem dicken Stromleiter endlich die Wechselinduktion zwischen seinen verschiedenen Stromfäden, wodurch mit steigender Wechselfrequenz die inneren Stromteile immer mehr geschwächt werden, vgl. auch **120** u. Anh. 28. Beliebig rasch schwingende Ströme laufen schließlich nicht mehr merklich durch den inneren Teil von Leitungen; „Skineffekt".

Über ein Dynamometer für hochfrequente Wechselströme s. Agnew, Bull. Bur. Stand. 8, 651. 1913.

Vgl. auch **88** am Schluß, **85**, 3 u 4, **85a** und Leistungsmesser **120**.

85. Verschiedene Formen von Stromzeigern.

Vorzüge der neueren, den technischen Bedürfnissen entsprungenen Formen von Strommessern bezüglich bequemen und ausgiebigen Gebrauchs sind:

1. Die Graduierung nach einer unmittelbar verständlichen Einheit. Durch die hohe Unabhängigkeit von äußeren magnetischen Einflüssen sowie durch die Haltbarkeit der Konstruktion und der in ihr enthaltenen Magnete wird eine ausgezeichnete zeitliche Konstanz des Skalenwertes erreicht; gelegentliche Nachprüfungen sind natürlich zu empfehlen.

2. Der auf die Anwendung temperaturunabhängigen Leitungsmaterials gegründete, konstante und meist auf eine runde Zahl, z. B. 1 oder 100 Θ, zurückgeführte Galvanometerwiderstand. Die genaue Abgleichung geschieht in der Regel durch eine Nebenleitung.

3. Die erhöhte Empfindlichkeit auch ohne Spiegelablesung.

4. Die rasche, sichere Einstellung, welche großenteils mit der Westonschen Lagerung zwischen Spitzen und der dabei angewandten elektromagnetischen Dämpfung zusammenhängt.

5. Die Erweiterung des Empfindlichkeitsbereiches für Strommessung durch nebengeschaltete (**86**), für Spannungsmessung durch vorgeschaltete (**101**) Widerstände. Die Nebenschlüsse können in der Regel gleich zu dem Instrument mitbezogen werden, meistens in Beträgen, welche den Skalenwert mit 10, 100, 1000, 10000 oder auch Zwischenstufen multiplizieren. Zum Vorschalten können Rheostaten, und zwar wegen der runden Zahl des Hauptwiderstandes in bequemer Weise gebraucht werden. Das Instrument gewinnt so einen weiten Umfang seines Gebrauchsgebietes.

Über die Daten, die zur Beurteilung elektrischer Meßgeräte erforderlich sind, s. Hausrath Elt. ZS 1912, 79.

1. Feststehende Spule und Magnetnadel mit Zeiger.

Ältere Instrumente haben meistens diese Form (Fig. 184 A u. B). Die Empfindlichkeit ist der magn. Feldstärke umgekehrt proportional, welche deswegen bei Instrumenten für starke Ströme wohl durch genäherte Magnetpole vergrößert wird (Fig. 184 B). — An einer vertikal drehbaren Nadel kommt die Schwere hinzu. Konstanz der Angaben setzt also voraus, daß der Nadelmagnetismus und die Lage des Schwerpunkts gegen die Drehachse, im allgemeinen auch die Stellung gegen den Meridian ungeändert geblieben sei. Die Skale muß also kontrolliert werden. In jedem Fall soll die nicht abgelenkte Nadel den Windungen parallel stehen.

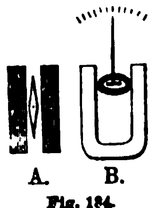


Fig. 184.

Die Abhängigkeit des Ausschlages von der Stromstärke ist nach der Gestalt verschieden und stellt häufig eine komplizierte Funktion dar, so daß man aus der Ablenkung nur auf ein Mehr oder Weniger der Stromstärke schließen kann, was aber für eine Reihe von Anwendungen genügt. Teilungen, welche wirklich die Stromstärke angeben sollen, werden empirisch hergestellt bzw. geprüft (89).

2. Westons Drehspulen-Strom- und Spannungsmesser. Vgl. S. 431.

Im starken Magnetfelde ist zwischen Spitzen eine Spule drehbar (Fig. 185, von oben gesehen). Elastische Spiralfedern geben Stromzuführung und Direktionskraft, welche die nicht abgelenkten Windungen in die geeignete Stellung zu den Kraftlinien richtet. Der Strom erteilt dann ein Drehmoment, welches die Windungen zu den Kraftlinien senkrecht zu stellen sucht. Halbzylindrische Magnetpole und ein feststehender Eisenzylinder E innerhalb der Spule, welcher die Kraftlinien in dem zwischenliegenden Luftraum fast radial richtet (Fig. 185), lassen den Ausschlag ziemlich gleichmäßig mit der Stromstärke wachsen. Die Empfindlichkeit ist cet. par. der Feldstärke proportional. Über die Herstellung anderer Skalenwerte durch Abzweigung vgl. 86. — Dämpfung liefern die in dem Metallrähmchen der Spule durch die Bewegung im Magnetfeld induzierten Ströme.

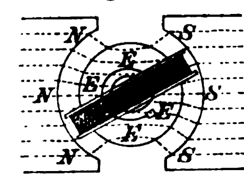


Fig. 185.

Das Instrument muß vor starken magnetischen Einflüssen von außen behütet werden. — Bei dem Ankauf oder bei dem Gebrauch beachte man, ob die elastische Nachwirkung unmerklich ist, d. h. ob nach länger dauernden Ablenkungen der Nullpunkt sich wiederherstellt.

Vgl. z. B. Handbuch der Elektrotechnik, Bd. 2, Abt. 4—5: Meßtechnik von Heinrich u. Bercovitz, Leipzig 1908.

3. Strommesser mit weichem Eisen.

Unveränderlich und, geeignet gebraucht, für manche Messungen genügend genau sind die Instrumente, bei denen der Strom auf weiches Eisen in mannigfach ersonnener Weise zunächst magnetisierend und hier-

durch drehend oder ziehend wirkt. Für mäßige Ströme sind die Kräfte etwa dem Quadrate der Stromstärke proportional. Die Ausschläge durch schwache Ströme werden unbrauchbar klein. — Wechselströme (S. 436) wirken auf solche Instrumente; man wählt dünnes oder aus Blättern gefügtes Eisen. Die Graduierung muß die Wechselfrequenz berücksichtigen.

Multiplikator mit weichem Eisendraht (Bellati). Ein aufgehängter Eisendraht bilde mit der Windungsebene einen Winkel von etwa 45°. Der Strom magnetisiert das Eisen und lenkt es infolgedessen zugleich ab. Die Ausschlagrichtung ist von der Stromrichtung unabhängig, also kann man das Instrument für Wechselströme gebrauchen. Auch ein gewöhnliches Galvanometer mit schräg gestellter Nadel reagiert auf Wechselströme (Cheesman).

Vgl. Giltay, Wied. Ann. 25, 325. 1885; Rayleigh, Ph. Mag. 43, 343. 1897. Sehr rasche Wechselströme: M. Wien, Ann. d. Ph. 4, 445. 1901.

Feder-Stromwage (Fig. 186). Eine vertikale Spule zieht einen an einer elastischen Feder aufgehangenen Eisenkörper je nach der Stromstärke mehr oder weniger tief in sich hinein; Ablesung am Eisenkörper selbst oder an einem von ihm bewegten Zeiger. Man graduiert empirisch (89). Die Angaben sind konstant, wenn man das Eisen vor der Ablesung tiefer in die Spule eintaucht, sonst bleiben sie bei ansteigender Stromstärke ein wenig hinter dieser zurück. Für schwache Ströme und Wechselströme gilt das oben Gesagte. —. Permanent magnetische Stahlnadeln sind auch für schwache Ströme geeignet. Man magnetisiert sie durch einen kräftigen Strom in der Spule selbst. Nach längerem Nichtgebrauch erneuert man dies.

Fig. 186.

4. Erhitzungsstrommesser.

Die in einem stromdurchflossenen Draht entwickelte Wärme ist proportional dem Quadrat des Stromes, d. h. von der Stromrichtung unabhängig. Ein mit Gleichstrom geeichter Erhitzungsstrommesser mißt also mit Wechselstrom gebraucht im allgemeinen Effektivwerte. Die Erhitzungsstrommesser können mit Vorschaltewiderstand zur Messung effektiver Spannungen, mit Nebenschlußwiderstand zur Messung größerer Wechselstromstärken gebraucht werden. Doch ist bei stärkeren Strömen darauf zu achten, daß die Zuleitungen zum Strommesser gut bifilar geführt werden, weil sonst durch das magnetische Wechselfeld, welches durch die Nebenschlußschleife tritt, die Angaben viel zu hoch werden können. Statt eines Nebenschlusses werden bei Hochfrequenzströmen viele zylindrisch angeordnete, parallel geschaltete Hitzdrähte angewandt. (Broca, Bull. soc. int. des Él. 9, 428. 1909; Hartmann-Kempf, Elt. ZS 1911, 1134.)

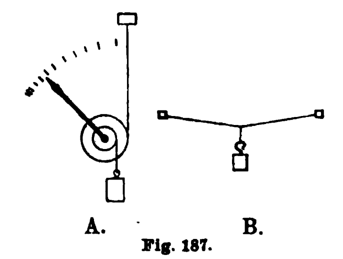


Fig. 187.

Hitzdrahtstrommesser mit Ausdehnung (Fig. 187). In den Grenzen, innerhalb deren der Widerstand hinreichend

konstant, die abgegebene Wärmemenge dem Temperaturüberschusse über die Umgebung und die Ausdehnung der Temperaturerhöhung proportional ist, mißt die Ausdehnung eines freien Drahtes das Quadrat der Stromstärke. Die Ausdehnung wird durch Übertragung auf einen drehbaren Zeiger (oder Spiegel) oder aus der Senkung eines belasteten Drahtes gemessen. Für weitere Stromgrenzen wird mit Gleichstrom empirisch geeicht. Als Leiter eignen sich Eisen, Nickel und namentlich Platiniridium (Elt. ZS 1910, 268).

Ausgeführte Hitzdrahtinstrumente u. a. bei Hartmann u. Braun; über Spiegelablesung vgl. z. B. K. E. F. Schmidt, ZS f. Instr. 1905, 10.

Die Empfindlichkeit läßt sich durch Einschluß des Hitzdrahts in ein hohes Vakuum bedeutend steigern. S. z. B. Berndt, Verh. D. Phys. Ges. 1907, 243 über eine Ausführung nach dem Prinzip der Fig. 187 B mit mikroskop. Ablesung.

Hitzdraht mit Thermoelement. Die Erwärmung des Hitzdrahts wird auf eine Thermokette (48 I) übertragen, deren Strom man mißt. Man bildet z. B. ein Thermokreuz dadurch, daß der Hitzdraht (zwischen den Stromzuleitern *A* und *B* in der schematischen Fig. 188) aus zwei thermoelektrisch verschiedenen Drähten besteht, die kreuzweise umeinander geschlungen oder verlötet sind (etwa Platin-Patentnickel; Konstantan-Eisen oder -Manganin; vgl. S. 163). Die anderen Drahtenden sind zu einem, *die* Thermokraft messenden Galvanometerkreise geschlossen. — Klemenčič, Wied. Ann. 42, 416. 1891; Drude, Ann. d. Phys. 15, 714. 1904.

Fig. 188.

Die vom Hauptstrome in der Kontaktstelle, je nach seiner Richtung, entwickelte oder absorbierte Peltier-Wärme macht die Ausschläge beim Kommutieren unsymmetrisch. Das fällt großenteils fort, wenn auf einen homogenen Hitzdraht ein feines Thermoelement quer aufgelötet ist; Voege, Elt. ZS 1906, 467. Über gesteigerte Empfindlichkeit durch mehrere Thermoelemente s. Wertheim-Salomonson, Phys. ZS 7, 463. 1906. Vgl. ferner Schering, ZS f. Instr. 1912, 69, 101; Guggenheimer, Elt. ZS 1910, 143 u. 1912, 78.

Das Thermogalvanometer von Duddell (Ph. Mag. (6) 8, 97. 1904) läßt den Hitzdraht (bestehend aus einem 3 bis 4 mm langen platinierten Quarzfaden, je nach dem Zweck von 4 bis 1000 Ω Widerstand) gegen ein Antimon-Wismut-Thermoelement strahlen, welches den Schluß einer schmalen Schleife aus Silberdraht bildet. Die Schleife hängt zwischen starken Magnetpolen am Quarzfaden mit Spiegel und wird durch den Strom im Magnetfelde abgelenkt. Die angegebene Empfindlichkeit von 1 Sk.-T. Ausschlag, bei kleinem Widerstande auf 10^{-4} V, bei großem auf 10^{-6} A, reicht selbst für Telephonströme aus. S. auch Liste Nr. 53 d. Cambr. Scientif. Instr. Co. 1908.

Hitzdraht in der Wheatestoneschen Brücke (Barretter) Fessenden, Elt. ZS 1902, 586; Gati, Phys. ZS 1909, 897; K. E. F. Schmidt, Phys. ZS 1906, 642 u. 1907, 601; in der Doppelbrücke nach dem „Bolo-

meterprinzip“ (Paalzow und Rubens, Wied. Ann. 37, 529. 1889). In der großen Verzweigung (Fig. 189), welche durch ein, einige Zeit zuvor geschlossenes, konstantes Element E gespeist wird, sind die Widerstände so abgeglichen (93), daß das Galvanoskop keinen Strom zeigt. Der zu messende konstante oder Wechselstrom wird dann durch das Viereck $abcd$ geschickt, in welchem $a:b = c:d$ (z. B. $a = b = c = d$) gemacht ist, damit die beiden Stromquellen sich gegenseitig nicht beeinflussen. — Durch die Stromwärme ändert sich der Widerstand des Vierecks und das Galvanometer zeigt einen der Leistung des zu messenden Stromes proportionalen Ausschlag. Um von äußeren Änderungen ungestört zu bleiben, gestaltet man einen Nachbarzweig der großen Verzweigung dem Viereck kongruent und schließt beide Zweige in dasselbe Kästchen ein. Das äußerst empfindliche Verfahren dient z. B. zur Beobachtung der Strahlungsenergie Hertzscher elektrischer Wellen (125).

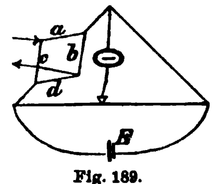


Fig. 189.

Photometrische Strommessung. Starke Ströme lassen sich aus der Glühtemperatur bestimmen, die sie einem Leiter in bestimmter Umgebung mitteilen. Der Glühzustand wird photometriert (48a u. 72), eine Skale empirisch entworfen. Bei Wechselströmen wird die effektive Stromstärke (S. 436) erhalten. Orlich, ZS f. Instr. 1904, 65.

5. **Saitengalvanometer:** ein Vorzug ist die rasche Einstellung. Ein dünner leitender Faden (z. B. Streifchen von Blattaluminium; Platin- oder Phosphorbronzedraht; versilberter Quarzfaden) ist quer durch ein starkes magnetisches Feld gespannt. Die Ausbiegung des Fadens durch den Strom wird mikroskopisch abgelesen oder projiziert. Bei schwacher Anspannung eines Fadens, der freilich 10000 Ω Widerstand hat, wird angegeben, daß 10^{-12} A noch wahrnehmbar sind. Einthoven, Ann. d. Phys. 12, 1059. 1903; 21, 483 u. 665. 1906; über Dämpfung mittels eines nebengeschalteten Kondensators ebd. 16, 20. 1905. — Zahlreiche Formen auch bei Edelmann, ZS f. Instr. 1907, 291.

85a. Hörtelephon, optisches Telephon, Vibrationsgalvanometer.

Die durch elektromagnetisch bewegte Membrane auf das Ohr oder einen Lichtstrahl wirkenden Instrumente reagieren auf Wechselströme und dienen hier vorwiegend, das Hörtelephon ausschließlich, bei Nullmethoden.

I. Hörtelephon (Bell 1876). Die Brauchbarkeit muß ausprobiert werden. Ein aus dem Verkehr übernommenes Instrument wird man oft durch eine Wickelung von kleinerem Widerstande verbessern können. Das Telephon wird mäßig fest ans Ohr (ev. an das empfindlichere) angedrückt, das andere Ohr vielleicht mit Watte oder einem „Antiphon“ verstopft.

II. Optisches Telephon (M. Wien). Eine gewellte Membran mit Eisenplättchen ist zwischen zwei Hufeisenelektromagneten aus magneti-

siertem Stahl ausgespannt, durch deren periodische Erregung die Membran in Schwingungen gerät, die auf einen Kontaktspiegel übertragen werden. Ein in diesem beobachtetes Spaltbild geht bei der Bewegung in ein breites Band über. Das Instrument spricht wesentlich nur auf die eigene Schwingungszahl der Membran an. Das Einstimmen der Apparate erfordert große Übung. — M. Wien, Wied. Ann. 42, 593; 44, 681. 1891

III. Vibrationsgalvanometer (Rubens; Fig. 190). Dieses benutzt Torsionsschwingungen einer gespannten Saite, deren Eigenton durch Länge oder Dicke variiert wird. Die Erregung geschieht durch Eisenstäbchen, die an der Saite in der Nähe von vier über Kreuz stehenden Telephonelektromagnetspulen befestigt sind. Der Wechselstrom ist so geführt, daß seine elektromagnetische Wirkung das durch die permanenten Stahlpole magnetische Eisenstäbchen zum Vibrieren bringt. — Beobachtet wird wie am opt. Telephon. — Rubens, Wied. Ann. 56, 27. 1895.

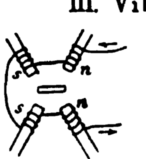


Fig. 190.

Über eine vereinfachte und noch empfindlichere Gestalt mit sehr leichtem Magnetsystem zwischen den Polen eines aufgeschlitzten Elektromagnetringes, bis zu etwa 3000 Schw./sec, vgl. M. Wien, Ann. d. Phys. 4, 439. 1901; ferner Tinsley, Electrician 69, 939. 1912.

Eine andere, sehr bequem zu handhabende Form, wo der Stromleiter nach dem Typus des Drehspulengalvanometers das bewegliche System bildet, bei Campbell, Ph. Mag. 14, 494. 1907, Proc. Phys. Soc. 25, 203. 1913 und 26, 120. 1914. ZS f. Instr. 1907, 354; Duddell, Phil. Mag. 18, 168. 1909; Schering u. Schmidt, Arch. f. Elektr. 1, 254. 1912.

Zur Erzeugung der Wechselströme dient für das Hörtelephon ein kleines Induktorium (Neeffscher Hammer; vgl. 96) von möglichst geräuschlosem Gang, für die anderen Instrumente ein Saitenunterbrecher, dessen Schwingungszahl durch verschiebbare Stege oder Anspannen reguliert wird. Von den beiden Platin- oder Quecksilberkontakten dient der eine U_1 (Fig. 191) zum Antrieb der Stahlsaite durch die Anziehung des Elektromagnets M_1, während U_2 zum primären Kreis des Induktoriums J gehört. M_2 deutet die das opt. Telephon (oder das Vibrationsgalvanometer) bewegende, elektromagnetische Vorrichtung an.

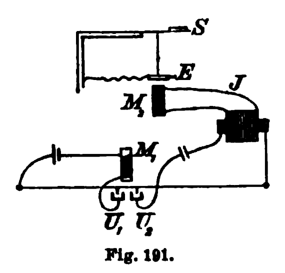


Fig. 191.

Über den Gebrauch einer Kupfersaite mit Antrieb durch ein quergestelltes Magnetfeld s. Arons, Wied. Ann. 66, 1177. 1898; Orlich, Elt. ZS 1903, 502; ZS f. Instr. 1904, 126; ferner Cohen, Phil. Mag. 16, 480. 1908. — Über Summerunterbrecher s. Dolezalek, ZS f. Instr. 1903, 242, und eine verbesserte Form von Larsen, Elt. ZS 1911, 284. Für höhere Frequenzen werden Maschinen oder Bogenlampen angewandt, 120. Umkehrung des Quecksilbergleichrichters s. Vreeland, Phys. Rev. 27, 286. 1908.

Über ein Vibrationselektrometer s. Greinacher, Phys. ZS 1912, 388 u. Elt. ZS 1913, 1485.

Oszillographen s. 120 VI.

86. Meßbare Änderung einer Galvanometerkonstante durch Nebenschluß.

Dieses Verfahren, welches für alle Galvanometer Bedeutung hat, ist für sehr große Stromstärken unersetzlich geworden. Ist das Instrument für die zu messenden Ströme zu empfindlich, so führt man einen Teil des Stromes durch eine konstante Nebenleitung unwirksam (was besonders bei starken Strömen zu beachten ist) am Galvanometer vorüber; dieses erhält dadurch einen größeren Reduktionsfaktor. — Das Metall des Zweigwiderstandes muß gegen Temperatur unempfindlich (Tab. 30) oder so dick sein, daß es nicht durch den Strom in störender Weise erwärmt wird.

Auf Wechselstrom darf die Messung mit Abzweigen wegen der Selbstinduktion und Kapazität der Leitungen im allgemeinen nicht angewandt werden. Vgl. M. Wien, Wied. Ann. 63, 390. — Die Integrale einzelner Stromstöße dagegen verzweigen sich nach dem Ohmschen Gesetz.

Jede von dem Instrument an sich angezeigte Stromstärke ist dann, um den ganzen Strom zu geben, mit einem konstanten „Abzweigungsfaktor" a zu multiplizieren, der nach dem Ohmschen Gesetz aus dem Widerstande der Galvanometerleitung γ und dem der Nebenleitung z erhalten wird (Beweis in Beisp. 1, S. 413):

$$a = (z + \gamma)/z \quad \text{oder} \quad = 1 + \gamma/z;$$

ist $z = \frac{1}{9}\gamma$ oder $\frac{1}{99}\gamma$ usw., so wird $a = 10$, 100 usw.

Solche Abzweigungen sind häufig mit den technischen Strommessern gleich verbunden. Zeigt die Teilung ohne Abzweigung etwa 0,01 A an, so bedeutet sie mit $\frac{1}{9}$ 0,1 A und mit $\frac{1}{99}$ ganze Ampere.

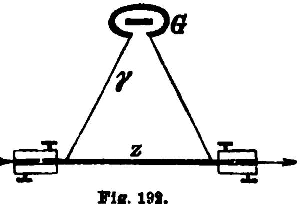


Fig. 192.

Kleine Abzweigwiderstände müssen so in die Leitung eingeschaltet werden, daß die Verbindungswiderstände unschädlich bleiben, z. B. in der durch die Fig. 192 angedeuteten Weise. Damit z nicht zu klein wird, kann man zum Galvanometer einen Ballastwiderstand zufügen, der dann in γ mit inbegriffen ist.

Vgl. auch S. 422. Nebenschlüsse für Wechselstrom s. Petterson u. Rayner, Journ. of Inst. El. Eng. 42, 455. 1909; Orlich, ZS f. Instr. 1909, 241.

87. Strommessung durch Elektrolyse (Faraday). Voltameter (auch Coulometer genannt).

Elektrochemisches Äquivalent E (W. Weber 1840; Result. a. d. Beob. des magnet. Vereins i. J. 1840, S. 91; Webers Werke, III, 13, auch Ostwalds Klassiker Nr. 142, S. 12) eines Körpers heißt die Menge, in welcher er als elektro-chemisches Ion durch den Strom Eins in der Zeiteinheit ausgeschieden wird.

Die Bestimmung des el. Äquiv. besteht somit in der Messung einerseits der Stärke und Dauer eines Stromes, andererseits der Menge von Elektrodenprodukten. Wegen sekundärer Vorgänge eignen sich zur genauen Messung nur wenige Elektrolyte.

Die mit einem Voltameter gemessenen chemischen Zersetzungsprodukte lassen die Stromstärke mit Hilfe der folgenden Sätze bestimmen.

1. Die durch verschiedene Ströme in derselben Zeit zersetzten Mengen sind der Stromstärke proportional.

2. Die Zersetzungsprodukte eines und desselben Stromes in verschiedenen Elektrolyten sind einander chemisch äquivalent (Faradaysches Gesetz, 1834; Phil. Trans. 1834; Experimental Researches in Elect. 7th Ser. Vol. I, S. 195 ff., London 1839).

3. Die elektromagnetisch gemessene Elektrizitätsmenge 1 intern. A · sec (Amperesekunde oder Coulomb) scheidet 1,118 mg Silber aus. Mit 1 g Silber wandert demnach die El.-Menge 1/0,001 118 = 894,5 Coulomb; da das (auf $\frac{1}{2}$ O = $\frac{1}{2}$ 16,00 = 8,00 bezogene) Äqu.-Gewicht Ag = 107,88 ist, so wandert also mit der g-Einheit des chemischen Äquivalents (Grammäquivalent) die El.-Menge 894,5 × 107,88 = 96 494 Coulomb (Zahl F, Valenzladung) [1]. Statt dessen kann man sagen: die El.-Menge 1 Coulomb befördert 1/96494 = 0,000 010 363 g-Äquivalente.

Hiernach ist das elektrochemische Äquivalent E

für	Silber	Kupfer	Wasserstoff	Sauerstoff	Wasser
Äqu.-Gew. =	107,88	31,8	1,008	8,000	9,008
E =	1,118	0,3294	0,010446	0,08289	0,09335 mg/Coulomb

0,0933 mg Wasser geben 0,1740 ccm Knallgas von 0° u. 760 mm.

Vgl. auch Tab. 34.

Man leitet den zu messenden Strom I während einer Zeit τ durch den Elektrolyt; die dadurch zersetzte oder ausgeschiedene Menge sei m. Dann ist die Stromstärke (über E siehe oben)

$$I = \frac{1}{E}\frac{m}{\tau} \text{ A}.$$

Das Voltameter dient zumeist, besonders bei physiko-chemischen Arbeiten, zur Messung einer durchgeflossenen Gesamtmenge von Elektrizität, auch wohl zur Prüfung der Skale eines Stromzeigers.

Unbequem ist im letzteren Falle, wenn der Strom durch Widerstandsänderung der Lösungen, besonders in den Metallvoltametern, inkonstant wird; man korrigiert nötigenfalls mit einem Rheostaten. Durch Anwendung

---

1) Von der Bunsengesellschaft (ZS f. Phys. Ch. 9, 686 u. 884. 1903) ist auf Grund des Atomgewichtes 107,93 für Silber die Zahl F zu 96540 festgesetzt worden. Die Internat. Atomgewichtskommission hat 1908 die oben angegebene Zahl des Atomgewichts angenommen, so daß F nunmehr entsprechend zu ändern ist.

einer hohen E. K., deren Strom man mittels Ballastwiderstandes (80 IV) auf die gewünschte Stärke bringt, vermindert sich die Inkonstanz.

Die Versuchsverhältnisse, unter denen die beabsichtigte Stromstärke entsteht, sind vor der Messung zu ermitteln.

I. Silbervoltameter.

Das Silbervoltameter dient als gesetzliches Normal der Stromstärke (s. S. 411). Elektrolysiert wird eine Lösung neutralen Silbernitrats; gewogen wird der Niederschlag auf der Kathode. In der Regel stellt man die Lösung aus 15 bis 20 Teilen $AgNO_3$ in 100 Teilen (chlorfreien!) dest. Wassers her (13 bis 25proz. Lösung; spez. Gew. 1,12 bis 1,26; vgl. Tab. 3). Die Lösung soll nicht mit Papier oder anderen organischen Substanzen in Berührung kommen; sie wird gegebenenfalls durch Glaswolle filtriert und staubfrei dunkel aufbewahrt. (Für starke Ströme kann eine konzentriertere Lösung vorteilhaft sein, für sehr schwache kann eine schwächere genügen.)

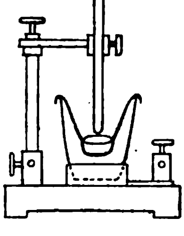


Fig. 193.

Gebräuchlich ist als Kathode ein Platintiegel; reines Silber bildet die Anode. Gegen Herabfallen von Teilen der Anode schützt am besten ein eingehängtes Glasschälchen (Fig. 193), weniger empfehlenswert ist eine eingehängte poröse (gut gereinigte und erhitzte!) Tonzelle. Die Umhüllung der Anode mit Filtrierpapier ist unter allen Umständen zu vermeiden; es ergeben sich dadurch zu große Niederschläge (Rosa).

Die Kathode mit dem Niederschlag wird zuerst mit chlorfreiem destilliertem Wasser gewaschen, bis das Waschwasser bei dem Zusatz eines Tropfens Salzsäure keine Trübung zeigt, dann 10 min lang mit destilliertem Wasser von 70 bis 90° ausgelaugt und schließlich mit solchem gespült. Das letzte Waschwasser darf kalt durch Salzsäure (noch empfindlicher mittels Zusatzes eines Tropfens Jodkaliumlösung) nicht getrübt werden. Etwa mit dem Waschwasser weggespülte Silberflitter sind am besten durch Filtrieren des gesamten Wassers durch einen Porzellanfilter zu sammeln und dem Tiegel wieder zuzufügen. Die Kathode wird heiß im Trockenkasten von mindestens 150° unter Fernhaltung von Flammengasen (auch wohl rasch über einem Bunsenflämmchen, jedenfalls unterhalb der Schmelztemperatur des Silbers bleibend) getrocknet. Verstreicht ein größerer Zeitraum bis zur Wägung, so bewahrt man die Kathode im Exsikkator auf, sonst stellt man sie gleich nach dem Erkalten in den Wagekasten, wartet aber bis zur endgültigen Wägung mindestens noch 10 min. Hygroskopisch ist der Niederschlag unter gewöhnlichen Verhältnissen nicht. Über Wägung und Vorsichtsmaßregeln s. **10** u. **18**.

Die Stromdichte soll an der Kathode, um das Herauswachsen von Silberfäden zu vermeiden, unter $\frac{1}{50}$ A/qcm, an der Anode unter höchstens $\frac{1}{5}$ A/qcm bleiben. — Ferner soll, um das Auswaschen zu erleichtern, die abgesetzte Silberschicht nicht zu dick werden, also etwa, wenn sie 0,1 g/qcm

beträgt, mit Salpetersäure entfernt werden. Die Temperatur äußert keinen merklichen direkten Einfluß auf die Niederschlagsmenge.

Literatur über den Gebrauch des Silbervoltameters in Verbindung mit Bestimmungen des el.-chem. Äqu. u. a. Rayleigh u. Sidgwick, 1884; F. u. W. Kohlrausch, 1886; Kahle, 1899; van Dijk, 1904; F. K., Ann. d. Phys. 26, 580. 1908; F. E. Smith, Mather u. Lowry, Phil. Trans. (A) 207, 545. 1908; Janet, Laporte u. de la Gorce, Bull. Soc. internat. des Él. 8, 523. 1908; Jaeger u. v. Steinwehr, ZS f. Instr. 1908, 327 u. 353; v. Steinwehr, ebd. 1913, 321, 353; Rosa u. a. Bull. Bur. of Stand.; Haga u. Boerema, Arch. Néerl. 3, 324, 1913. — Vorschriften für die staatlichen Laboratorien: Deut. Reich, Reichsgesetzblatt 1901, Nr. 16; internationaler Entwurf im Verbatim Report d. Intern. Konf. London 1908; vgl. auch den Report d. intern. techn. Kom. über die in Washington 1910 ausgeführten Messungen.

Über die Verwendung von AgF statt $AgNO_3$ s. Eisenreich, ZS f. phys. Chem. 76, 643. 1911.

II. Kupfervoltameter.

Besonders für stärkere Ströme gebraucht; aber ungenauer als das Silbervoltameter. Man wendet eine nicht gesättigte Lösung von reinem Kupfersulfat in destilliertem Wasser an: etwa 10 g kristallisiertes Salz in 50 ccm Wasser gelöst; spez. Gew. ungefähr = 1,1. Empfohlen wird Ansäuern mit reiner Schwefelsäure bis zu etwa normalem Gehalt; auch Zusatz von einigen Prozent Alkohol. Anode aus reinem Kupfer; Kathode Kupfer oder Platin, ganz untergetaucht. Gemessen wird die Gewichtszunahme der Kathode, welche abgespült und rasch zwischen Fließpapier und dann am besten unter der Luftpumpe oder im Exsikkator getrocknet wird.

Der Stromstärke muß die Größe der Elektroden angemessen sein. Damit der Niederschlag fest haftet, soll die Stromdichte an der Kathode nicht mehr als etwa 1 A auf 25 qcm betragen. Bei großer Stromdichte kann eine zu starke Lösung eine Salzabscheidung an der Anode und erhebliche Stromschwankungen veranlassen, die aber auch durch ein Auftreten und periodisches Abstoßen schlecht leitender Überzüge bewirkt werden können; eine zu schwache Lösung führt vermöge der Verdünnung um die Kathode wohl zu einem nicht zusammenhängenden, mit Gasausscheidung verbundenen Niederschlagen des Kupfers. Bei schwachem Strom können im Gegenteil große Elektroden Fehler veranlassen.

Vgl. u. a. Foerster, ZS f. Elch. 3, 479 u. 493. 1899.

III. Wasservoltameter.

Die Genauigkeit beträgt, auch bei Berücksichtigung aller Korrektionen, nur einige Promille; doch ist keine Wägung notwendig.

10- bis 20 prozentige reine Schwefelsäurelösung (spez. Gew. $s = 1{,}07$ bis 1,14) wird zwischen blanken Platinelektroden zersetzt. Da die Polarisation Wasserstoff-Sauerstoff mit Platin fast 2 V beträgt, so verlangt die Zersetzung mindestens 3 Daniell- oder 2 Bunsenelemente oder 2 Akkumulatoren.

Bei starkem Strome mißt man das entwickelte Knallgas als Ganzes; Fig. 194 A. Mit dicht aneinander stehenden Elektroden von etwa je 15 qcm wirksamer Fläche können Ströme bis 40 A noch ohne lästige Erwärmungen gemessen werden. Das Instrument (Fig. 194 A) wird nach dem Gebrauch (während dessen der kleine Stöpsel zu entfernen ist!) durch Umkehren wieder gefüllt. Die Elektroden sind in Wirklichkeit gegen die Stellung in der Figur um 90° zu drehen. Das Knallgas soll nicht so weit entwickelt werden, daß der Strom unterbrochen wird, weil sonst durch einen Unterbrechungsfunken Explosion entstehen kann.

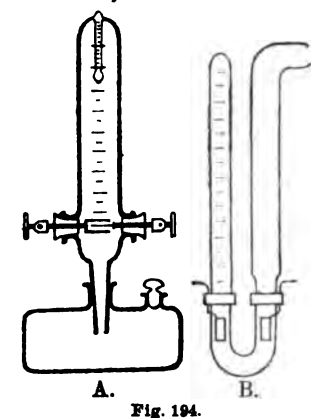


Fig. 194.

Bei schwachen Strömen ist, wegen der Bildung von Ozon, Wasserstoffsuperoxyd und Überschwefelsäure an der Anode, nur das Wasserstoffgas aufzufangen; Multiplikation mit $\frac{3}{2}$ gibt das Volumen des Knallgases.

Bei dem Voltameter der Fig. 194 B kann man den geteilten Schenkel durch Neigen wieder füllen. Der letztere kann von einem kleinen, mittels Kautschukstopfens dicht übergeschobenen Thermometerbade umgeben sein, welches, wenn es auch oben geschlossen ist, sich mit umkehren läßt.

Formen, die eine genaue Messung bezwecken, s. z. B. bei Brüggemann, ZS f. Instr. 1898, 417; Naber, Electrician Aug. 1894; ZS f. Elch. 5, 45. 1898; Lehfeldt, Phil. Mag. (6) 15, 614. 1908, mit Versuchen an verschiedenen Elektrolyten.

Als weniger Ozon usw. bildend wird auch Phosphorsäurelösung empfohlen; 40 % Säure (spez. Gew. 1,25; Tab. 3) leitet etwa wie 5 % Schwefelsäure. — Auch Ätznatronlösung zwischen Nickelelektroden.

Berechnung. Das Volumen v sei bei t^0 unter dem Drucke p mm Hg von 0° gemessen; es würde bei 0° und 760 mm betragen haben (Tab. 7):

$$v_0 = \frac{v}{1 + 0{,}00367\,t}\,\frac{p}{760}\,.$$

Der Druck, unter dem das Gas steht, ist der Barometerstand b, vermindert um die in Quecksilber umgerechnete Höhe h der Schwefelsäure, d. h. ausreichend genau um $h \cdot 1{,}1/13{,}6 = \frac{1}{12}h$; h mißt man mit einem Maßstabe aus freier Hand. Von dem Drucke $b - \frac{1}{12}h$ ist aber noch abzurechnen der Druck des Wasserdampfes im Knallgas, welcher über Wasser durch die Zahl e aus Tab. 13 gegeben wird. Über der Schwefelsäure ist er kleiner, nämlich $= k \cdot e$, wo für 10- bis 20-prozentige Lösung $k = 0{,}95$ bis 0,87 ist; vgl. auch S. 191.

Der Druck p des trockenen Gases ist also

$$p = b - hs/13{,}6 - ke \quad \text{oder nahe} \quad p = b - \tfrac{1}{12}h - 0{,}9\,e.$$

(Sollte, etwa in der Fig. 194 B, die äußere Flüssigkeit höher stehen als die innere, so ist natürlich $+\frac{1}{12}h$ zu setzen.)

Schließlich berechnet man die Stromstärke I, wenn die Zersetzung τ sec gedauert hatte (vgl. S. 444),

$$I = \frac{1}{0{,}1740}\,\frac{v_0}{\tau} \quad \text{oder} \quad = 5{,}75\,\frac{v_0}{\tau}\ \text{A}.$$

Bequeme Tabelle für 15- bis 20prozentige Schwefelsäure. Das von 1 A entwickelte Volumen v Knallgas liegt bei gewöhnlicher Temperatur nicht weit von $\frac{1}{5}$ ccm/sec. Die folgende Tabelle gibt für verschiedene Drucke p' (d. i. $b - \frac{1}{12}h$) und Temperaturen t die relative Korrektion δ, die man an dem gemessenen Volumen v anbringen muß, um mit dem korrigierten Volumen $v' = v(1 + \delta)$ nach der Formel rechnen zu können:

$$i = 5\,\frac{v'}{\tau}\ \text{A}.$$

t	$p' = 700$	710	720	730	740	750	760 mm
10°	+ 0,009	+ ,024	+ ,038	+ ,053	+ ,068	+ ,082	+ ,097
15°	— ,013	+ ,002	+ ,016	+ ,030	+ ,044	+ ,059	+ ,073
20°	— ,035	— ,021	— ,007	+ ,007	+ ,021	+ ,035	+ ,049
25°	— ,058	— ,045	— ,031	— ,017	— ,004	+ ,010	+ ,024

Vgl. F. K., Elt. ZS 1885, 190.

IV. Jodvoltameter.

In 10- bis 15prozentiger Lösung von ZnJ_2 befindet sich ein amalgamierter, mit Pergamentpapier umhüllter Zinkstab als Kathode; ein Platinblech als Anode am Boden. Das ausgeschiedene Jod wird mit Natriumthiosulfatlösung ($Na_2S_2O_3$) titriert (Kistiakowsky, Herroun). Von 0,1 normaler Lösung entsprechen 0,1036 ccm der Silbermenge 1,118 mg, d. h. der durchgegangenen Elektrizitätsmenge 1 Coulomb.

Vgl. hierüber (und über Quecksilbervoltameter) Danneel, ZS f. Elch. 4, 153. 1897—98, sowie ebd. 1905, 139; auch Kreider, Phys. ZS 6, 582. 1905.

88. Strommessung durch Kompensation eines Normalelementes.

Über bequemes Messen siehe 108 **Kompensationsapparat.**

Eine Stromstärke I kann anstatt durch direkte Messung dadurch ermittelt werden, daß man von einem Teile der Stromleitung, zwischen dessen Enden eine bekannte Spannung E besteht, den Widerstand R bestimmt. Dann ist nämlich (80 I, 4) $I = E/R$, und zwar geben E und R in V und Θ ausgedrückt I in A. Diese Methode wird zu genauer Strommessung häufig angewendet, seit in den Normalelementen (Weston, Clark; vgl am Schluß u. S. 417) genau definierte Spannungen vorliegen, die sich in folgender Weise zur Messung gebrauchen lassen.

In der Fig. 195 sei I der zu messende Strom.

Das Verfahren besteht nun darin, daß man das Normalelement E nebst einem Galvanoskop G an den Enden A und B

eines Teiles der Stromleitung, dessen Widerstand man in beliebiger, bekannter Weise regulieren kann, so anlegt, daß es dem Strome entgegenwirkt, der ohne das Element in der Nebenleitung entstehen würde. Wenn der (positive) Strom in diese Strecke bei A eintritt, so ist also der (negative) Kadmium- oder Zinkpol des Elements mit dem Punkte B zu verbinden. Jetzt wird der Widerstand R gesucht, welcher zwischen den beiden Punkten bestehen muß, um den Strom in dem Galvanoskop der Nebenleitung zum Verschwinden zu bringen. Dann ist also die gesuchte Stromstärke in der Hauptleitung $I = E/R$, wo E die Spannung (E. K.) des Normalelements bedeutet. Den veränderlichen Widerstand R liefert ein Schleifkontakt oder für genaue Messungen ein Rheostat oder Präzisionswiderstände. Zu vermeiden sind Fehler aus der Stromwärme in R.

I. Verfahren mit einem Schleifkontakt (Fig. 195). In der Stromleitung befinde sich ein blanker Draht, dessen Widerstand für seine Längeneinheit in Θ bekannt ist. An das eine Ende des Drahtes und an den Schleifkontakt legt man Normalelement und Galvanoskop in der beschriebenen Weise an und sucht die Stellung des Kontaktes, bei welcher der Strom verschwindet. Nennt man R den Widerstand der alsdann eingeschalteten Drahtstrecke, so ist $I = E/R$.

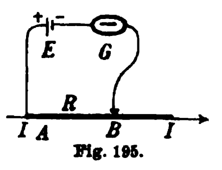


Fig. 195.

Dies folgt auch aus der zweiten Kirchhoffschen Regel (80 I). Es muß nämlich in dem Kreise, welcher E und R enthält, da in der Nebenleitung der Strom Null ist, $IR = E$ sein.

II. Verfahren mit einem Rheostaten (Fig. 196). In der Leitung des zu messenden Stromes I befinde sich ein Rheostat, an dessen Enden die Nebenleitung mit E und G angelegt wird; man zieht so viel Widerstand R, daß der Strom in G verschwindet, dann ist $I = E/R$. — Wird die Nullstellung nicht genau erreicht, so interpoliert man; vgl. 5 u. 90. Hier ist jedoch zu beachten, daß durch das Ziehen von R der Hauptstrom selbst geändert wird. Um dies zu verhindern, muß aus der Hauptleitung, in der also zu diesem Zweck noch ein Rheostat eingeschaltet sein muß, jedesmal so viel Widerstand ausgeschaltet werden, wie

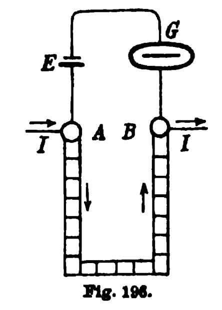


Fig. 196.

man in R einschaltet. Dies selbsttätig zu besorgen, ist das Prinzip des Kompensationsapparates (103).

Bei der Prüfung eines Strommessers nach diesem Verfahren kommt es nicht auf ganz bestimmte Stromstärken an, also bedarf man im Hauptkreise, der den Strommesser enthält, nur einiger Regulierwiderstände.

III. Nebenschaltung; besonders für starke Ströme (Fig. 197).

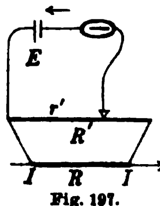


Fig. 197.

An einen bekannten Widerstand R der Hauptleitung, welcher so groß sein muß, daß $RI > E$ (also wenn E ein Normalelement, für $I = 100$ A z. B. $R = 0{,}02$ Ω), wird eine Abzweigung zu einem Rheostaten gelegt; vom Übergangswiderstande wird nur verlangt, daß er gegen den Gesamtwiderstand der Abzweigung verschwindet. Der letztere heiße R', während r' der Widerstand ist, an den man nun eine zweite Abzweigung mit Element und Galvanoskop anlegen muß, um hier den Strom Null zu erhalten. Dann ist

$$I = E(R + R')/(Rr').$$

Folgt aus $(I - I')R = I'R'$ und $I'r' = E$, wenn I' der Strom in der Abzweigung.

Wenn R' groß gegen R, so wird durch Stöpseln in R' der Strom I wenig geändert.

IV. Übertragung (Fig. 198). Irgendeine konstante Stromquelle B (Akkumulatoren) wird durch einen konstanten Widerstand mit Schleifkontakt geschlossen. An diesen Strom legt man zunächst ein Normalelement (E) und ein Galvanoskop so an, daß der Zweig stromlos ist; die Drahtlänge zwischen den Abzweigungspunkten sei für diesen Fall $= l_0$, also E/l_0 das Potentialgefälle auf dem Draht. Das Normalelement wird nun entfernt. Nunmehr kann derselbe Draht mit dem Strome seiner Hilfsbatterie B, dessen Konstanz nötigenfalls mit irgendeinem Strommesser geprüft wird, zur Messung eines anderen Stromes I gebraucht werden. Von einem bekannten Widerstande R in der Leitung des letzteren zweigt man nämlich zu einem solchen Stück l des Rheostatendrahtes ab, daß der Strom im Galvanoskop verschwindet. Dann hat man offenbar

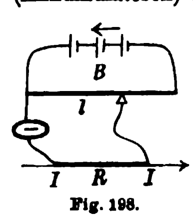


Fig. 198.

$$I = \frac{E}{l_0} \cdot \frac{l}{R}.$$

Normalelemente. Mit mäßigem Anspruch an die Genauigkeit kann ein Akkumulator ($E = 2{,}02$ V), auch wohl ein Daniellelement ($E = 1{,}1$ V) dienen. In diesem Fall besteht keine Schwierigkeit. Bei den Quecksilberelementen mit Cadmium (Weston) oder Zink (Clark, vgl. S. 417) muß man aber bei dem Ausprobieren des kompensierenden Widerstandes beachten, daß diese Elemente dauernd nur sehr geringe Ströme vertragen, ohne ihre

E. K. für einige Zeit zu ändern. Während des Ausprobierens ist also einem solchen Normalelement ein großer Widerstand so lange vorzuschalten, bis man der Kompensation nahe gekommen ist, oder man benutzt zur rohen Einstellung ein anderes Hilfselement und schaltet nur zuletzt das Normalelement ein.

89. Prüfung eines Strommessers. Empirische Bestimmung eines Reduktionsfaktors.

Diese Aufgaben sind identisch mit der Aufgabe, eine Stromstärke in einer Leitung zu messen, in die ein zu prüfender Strommesser eingeschaltet ist; sie sind also wesentlich in 81, 87 und 88 enthalten. — Strommesser werden von der P. T. Reichsanstalt geprüft.

1. Die Teilung auf dem Zifferblatt eines Stromzeigers prüft man an einer den Umständen entsprechenden Anzahl von Punkten.

2. Die Stromstärke I wachse mit ihrer, am Strommesser abgelesenen Wirkung nach einem bekannten Gesetz. Es sei z. B. $I = C \operatorname{tg} \alpha$ (81 und 83a) oder $C \sin \alpha$ (82) oder, am Spiegelgalvanometer (83), $I = C\alpha$; oder auch $I = C\sqrt{P}$, wo P am Elektrodynamometer (84) einen kleinen Ausschlag oder den Torsionswinkel, welcher die Nullage herstellt, an der elektrodyn. Wage das Gewicht bedeutet, welches die Stromwirkung äquilibriert. Zur Abkürzung seien diese Ausdrücke ($\operatorname{tg} \alpha$ usw.), die mit C multipliziert die Stromstärke geben, zusammenfassend mit ε bezeichnet.

Der Reduktionsfaktor C ergibt sich, Korrektionen der Grundformeln vorbehalten, dann aus einer einzigen Beobachtung mit bekanntem I.

I. Prüfung durch ein Normalinstrument von nicht sehr verschiedener Empfindlichkeit.

a) Man schaltet beide Instrumente mit einem Rheostaten in denselben Stromkreis einer geeigneten Batterie und reguliert den Strom mittels der Anzahl der Elemente und mit dem Rheostaten auf die gewünschten Stärken.

b) Empfindliche Galvanometer mag man folgeweise durch dieselbe konstante Stromquelle und ev. einen Rheostaten schließen; die beiden Gesamtwiderstände seien R und R_1 usw. Dann ist

$$C : C_1 = \varepsilon_1 R_1 : \varepsilon R.$$

II. Durch ein Normalinstrument von sehr abweichender Empfindlichkeit.

c) Mit Abzweigung. Man verfährt wie oben, versieht aber das empfindlichere der beiden Instrumente mit einem Nebenschluß (86), der nur einen bekannten Bruchteil des Stromes durch das Instrument fließen läßt. Dieser Bruchteil beträgt $s/(s+\gamma)$, wenn s den Widerstand des Nebenschlusses, γ den des abgezweigten Galvanometers bedeutet, wobei in γ zugleich ein dem Galvanometer ev. vorgeschalteter Widerstand mit inbegriffen sei. Die Angaben dieses Instruments sind also mit $(s+\gamma)/s$ oder $(1+\gamma/s)$ zu multiplizieren und dann mit denen des anderen Instruments zu vergleichen.

d) Im Nebenschluß. Ein Strom werde durch beide Galvanometer nebeneinander verzweigt, nötigenfalls unter Einschaltung von Rheostatenwiderständen. Die Gesamtwiderstände der Zweige seien r und r_1 usw. Es ist

$$C : C_1 = \varepsilon_1 r_1 : \varepsilon r.$$

Meistens empfiehlt sich, auch um Wechselwirkungen der Galvanometer zu eliminieren, die Anwendung von Stromwendern.

e) Reduktion zweier Windungslagen I und II desselben Instrumentes aufeinander. Man kann nach b) verfahren. — Widerstände fallen heraus, wenn man denselben Strom gleichzeitig durch beide Lagen hintereinander schickt: erstens gleichsinnig, Wirkung $= \varepsilon$; alsdann II kommutiert, Wirkung $= \varepsilon'$, negativ zu rechnen, wenn entgegengesetzt ε, d. h. wenn $C_1 < C_2$. Dann gilt

$$C_1 : C_2 = (\varepsilon - \varepsilon') : (\varepsilon + \varepsilon').$$

Der Reduktionsfaktor beider Lagen zusammen ist $= C_1 C_2/(C_1 + C_2)$.

Denn man hat

$\varepsilon/I = 1/C_1 + 1/C_2 = (C_1 + C_2)/C_1 C_2$ und $\varepsilon'/I = 1/C_1 - 1/C_2 = (C_2 - C_1)/C_1 C_2$.
Somit $\varepsilon : \varepsilon' = (C_1 + C_2) : (C_2 - C_1)$, woraus obiges folgt.

Auf Wechselstrommesser dürfen c) bis e) nicht angewendet werden.

III. Mit dem Voltameter.

Man läßt durch das Galvanometer und ein Voltameter denselben Strom eine gemessene Zeit lang hindurchgehen. Die Stromstärke findet sich nach 87. Insofern der Strom nicht konstant ist, beobachtet man das Galvanometer z. B. von Minute zu Minute und nimmt schließlich das Mittel aus den Ablesungen. Der Strom im Galvanometer (nicht im Voltameter) kann hierbei durch einen rasch wirkenden Stromwender umgedreht werden.

Zu stärkeren Strömen eignen sich Kupfer- oder Knallgasvoltameter (S. 447, Fig. 194), zu schwächeren Silber- oder Wasserstoffvoltameter (ebd. Fig. 193, S. 445). Am Galvanometer (nicht am Voltameter!) kann auch mit Abzweigung beobachtet werden, wie unter c) beschrieben wurde.

IV. Mit einer bekannten elektromotorischen Kraft.

1. Direkt. Für einen empfindlichen Strommesser hat man ein oft genügendes einfaches Verfahren, indem man ihn mit einem Element von bekannter E. K. (80 II) (Daniell, Akkumulator, für die allerempfindlichsten Instrumente auch Clark oder Weston) und mit einem bekannten großen Widerstande zum Stromkreise schließt. Beträgt die E. K. E V, der Gesamtwiderstand r Θ, so ist die Stromstärke $I = E/r$ A.

r besteht aus eingeschaltetem Widerstand, Galvanometer und Element. Der letztere Teil kann oft vernachlässigt werden.

Stehen keine ausreichend großen Widerstände zur Verfügung, so legt man das Galvanometer an einen Nebenschluß. z sei der Widerstand des letzteren (Fig. 199), R der Gesamtwiderstand der Leitung ohne den Galvanometerzweig, welcher selbst den Widerstand γ habe; dann ist (aus Gl. 4 S. 413 leicht abzuleiten; vgl. auch S. 415)

Fig. 199.

$$I = E \cdot z/(R\gamma + Rz - z^2).$$

2. Mit Kompensation. Das Verfahren ist in 88 II beschrieben; s. auch **103**.

Über technische Kompensationseinrichtungen, die eine schnelle und bequeme Kontrolle der Strom- und Spannungsmesser erlauben, s. die Preisverzeichnisse bzw. Druckschriften von Siemens & Halske und der Weston Co.

Über die ballistische Konstante eines Strommessers s. **109**.

90. Widerstandsbestimmung durch Vertauschen.

Über Widerstandseinheiten und Rheostaten s. 80 I und IV, über sichere Verbindungen 80 III. — Über Messung sehr großer Widerstände vgl. **94a**.

Widerstände auf ihre Gleichheit zu prüfen, wird verlangt sowohl bei der Kopierung eines Widerstandes wie auch bei der Bestimmung eines unbekannten Widerstandes mittels eines Satzes von bekannten Widerständen. Wir beziehen uns auf diese letztere Aufgabe.

Benutzt wird der Satz: Widerstände sind gleich, wenn sie, einzeln in denselben Stromkreis eingeschaltet, dieselbe Stromstärke geben.

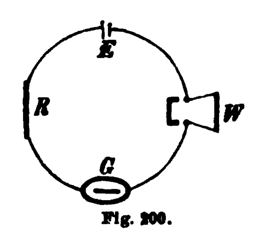


Fig. 200.

Man stellt also einen Stromkreis her, bestehend aus der konstanten Stromquelle E (Akkumulator, Daniell), dem Stromzeiger G, dem Rheostaten R. Der zu bestimmende Widerstand W ist in der Zeichnung (Fig. 200) eingeschaltet, kann aber, etwa durch eine widerstandsfreie Nebenschließung (die gewöhnlichen Stromschlüssel sind oft unzuverlässig), ausgeschaltet werden. Zuerst wird die Einstellung beobachtet, während W eingeschaltet, der Rheostat aber gestöpselt, d. h. ausgeschaltet ist. Dann wird W ausgeschaltet; der Rheostatenwiderstand, welcher statt dessen eingeschaltet werden muß, um die Nadel auf dieselbe Einstellung zurückzuführen, ist gleich dem gesuchten Widerstande W.

Interpolation. Wenn der Rheostat nicht Widerstände in genügend kleinen Intervallen herzustellen erlaubt, sondern nur sprungweise verschiedene, so interpoliert man (5) aus den Einstellungen bei dem nächst kleineren und dem nächst größeren Widerstand. Sind die Unterschiede klein, so darf man Proportionalität zwischen Vergrößerung des Widerstandes und Verringerung des Ausschlages annehmen; werden also die Einstellungen beobachtet:

α bei dem gesuchten Widerstande W,

α_1 und α_2 bei den Rheostatenwiderständen R_1 und R_2,

so ist $$W = R_1 + (R_2 - R_1)(\alpha - \alpha_1)/(\alpha_2 - \alpha_1).$$

Beispiel.	Eingeschaltet	W	$R_1 = 14$	$R_2 = 15\ \Theta$
	Nadeleinstellung	$\alpha = 45{,}8$	$\alpha_1 = 47{,}9$	$\alpha_2 = 44{,}5$

Dann ist $W = 14 + 2{,}6/3{,}4 = 14{,}76\ \Theta$.

Interpolation kommt an Rheostaten in vielen Fällen zur Anwendung.

Die Methode gibt bei nicht zu kleinen Widerständen eine mäßige Genauigkeit. Kleine Änderungen des Elements werden durch passendes Wiederholen der Beobachtung und Mittelnehmen eliminiert oder durch rasche Beobachtung unschädlich gemacht.

Wenn der zu messende Widerstand klein ist, so schlägt die Nadel vielleicht über die Teilung hinaus. Man kann dies verhindern, indem man einen Teil des Rheostaten konstant als Ballast einschaltet; die Messung wird aber hierdurch unempfindlicher. Besser ist es deswegen, die Ausschläge durch einen konstanten Nebenschluß des Galvanometers (86) oder auch durch einen konstant

hingelegten Magnet zu verkleinern. Oder man verschafft sich eine angemessene kleinere E. K. nach Fig. 171, S. 415.

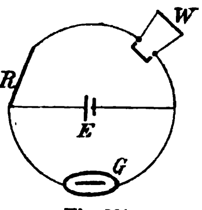


Fig. 201.

Zweigschaltung. Das genannte Hindernis kann auch dadurch wegfallen, daß man, statt Galvanometer und Widerstände in denselben Strom hintereinander zu schalten, den Strom durch beide Teile verzweigt, etwa nach dem Schema der Fig. 201. Die Gleichheit des Ausschlages zeigt wie oben die Gleichheit der ausgewechselten Widerstände an.

Ganz kleine Widerstände, die durch Abzweigpunkte definiert werden (S. 443), sind von diesen Methoden ausgeschlossen.

91. Widerstandsbestimmung durch Strom- oder Spannungsmessung.

I. Direkte Methoden.

Nr. 1 kann in Ermangelung eines Rheostaten Wert haben; Nr. 2 ist nur von historischem oder pädagogischem Interesse.

1. Eine Batterie von der bekannten E. K. E V werde durch den zu bestimmenden Widerstand R und ein Galvanometer geschlossen, welches die Stromstärke in A anzeigt. Beobachtet werde der Strom I A, dann ist E/I der Widerstand R' der gesamten Leitung in Θ, von welchem der des Galvanometers und der Batterie abzuziehen ist, um R zu erhalten. Das Verfahren kann mit einem hinreichend empfindlichen Galvanometer besonders auf sehr große Widerstände angewendet werden, bei denen dann die beiden anderen Widerstände oft zu vernachlässigen sind.

2. „Ohmsche Methode". Diese verlangt nur relative Strommessungen. Der Widerstand (γ) Batterie + Galvanometer wird eliminiert. Man schließt, nötigenfalls unter Zufügung eines Widerstandsballastes, ein konstantes Element erstens durch das Galvanometer allein; Stromstärke $= I$. Zweitens unter Zuschaltung des zu bestimmenden Widerstandes R; Stromstärke $= I_0$. Drittens, indem man R durch einen bekannten Widerstand R' ersetzt; Stromstärke $= I'$. Dann ist

$$R = R' \frac{I - I_0}{I - I'} \cdot \frac{I'}{I_0}.$$

I, I_0, I' brauchen nur relativ, also z. B. durch die Ablenkungswinkel bzw. deren Tangenten usw. gemessen zu sein.

Die Gleichung folgt aus $E = I\gamma = I_0(\gamma + R) = I'(\gamma + R')$.

II. Abzweigmethode. Sehr kleine Widerstände.

Grundlage. Besteht zwischen den Enden eines metallischen Leiters, während er von dem Strome I durchflossen wird, die Spannung E, so ist sein Widerstand $R = E/I$.

Die Abzweigmethoden sind u. a. von Bedeutung, um Widerstände von Leitern zu bestimmen, während sie durch den Strom beeinflußt werden, z. B. von elektrischen Lampen, während sie leuchten.

Nr. 2 u. 3 werden besonders auf sehr kleine Widerstände angewandt, die in der Starkstromtechnik bis zu 0,00001 Ω abwärts gebraucht werden. Die Abzweigungen sind nach 86, S. 443 einzurichten.

Über die Benutzung des Kompensationsapparates s. 108.

1. Sehr oft und gut brauchbar ist das folgende Verfahren (Fig. 202). Die zu vergleichenden Widerstände W und R werden in denselben konstanten Stromkreis hintereinander geschaltet. Man legt erst an die Endpunkte des einen, dann an die des anderen Widerstandes eine Ableitung mit sehr großem Widerstande durch ein empfindliches Galvanometer oder einen Spannungsmesser (100 II) an.

Fig. 202.

Vorausgesetzt, daß die zu vergleichenden Widerstände gegen den Widerstand γ der Zweigleitung sehr klein sind, verhalten sie sich zueinander direkt wie die zugehörigen Stromstärken I_w und I_r oder Spannungen in den angelegten Ableitungen. Andernfalls genügt es, I_w/I_r mit $1 + R(I_w - I_r)/(\gamma I_r)$ zu multiplizieren.

Zweckmäßig ist die Anwendung eines Kommutators am Galvanometer, oder auch an der ganzen Leitung; aber das letztere nur, wenn man sicher ist, daß die Galvanometernadel keine Fernwirkung von dem Hauptstrom erfährt.

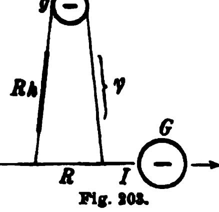


Fig. 203.

2. Man leitet einen konstanten Strom durch einen Strommesser G und den zu messenden Widerstand R hintereinander. (Fig. 203). An die Enden des letzteren wird eine Ableitung durch ein empfindliches Galvanometer g und durch einen zugefügten großen Rheostatenwiderstand gelegt. γ sei der bekannte Gesamtwiderstand dieser Ableitung; I sei die Stärke des Stammstromes, I_0 die Stromstärke in der Ableitung. Dann ist der

gesuchte Widerstand $R = \gamma I_0/(I - I_0)$. Es genügt, wenn die Angaben beider Strommesser relativ zueinander richtig sind.

3. Die obige Ableitung enthalte einen Spannungsmesser (**101, 102**) vom Widerstande $\gamma\,\Theta$ und zeige die Spannung P V. Die Stärke des Stammstromes betrage I A. Dann ist der gesuchte Widerstand gleich $P/(I - P/\gamma)\,\Theta$. Die Methode unterscheidet sich von Nr 2 nur durch den Namen Spannungsmesser.

Besonders auch auf Dynamomaschinen wird Nr. 3 angewandt.

Obige Gleichungen werden durch die Ohm-Kirchhoffschen Gesetze (**80** I) bewiesen.

Unter Einschaltung von Starkstromwiderständen oder Glühlampen kann bei Nr. 1 bis 3 die öffentliche Lichtleitung verwendet werden, wenn die Konstanz ihrer Spannung geprüft wird.

Verfahren mit einem als Strom- und Spannungsmesser dienenden Instrument; vgl. **100** II 1. Die Stammleitung habe z. B. in der eben genannten Anordnung einen so großen Widerstand, daß derjenige des Strommessers vernachlässigt oder als Korrektion eingeführt werden kann; man benutzt nach Nr. 3 das Instrument folgeweise in der Stamm- und in der Zweigleitung.

Elektrometrische Methoden siehe **126** sowie **130**.

Kalorimetrische Widerstandsbestimmung. Man sehe in Gl. 2 S. 202, unter Anwendung einer Flüssigkeit von bekannter spez. Wärme c, den Widerstand r als Unbekannte an. Vgl. z. B. Battelli, Rend. Linc. 1906 (2), 255.

92. Differentialgalvanometer.

Die Methoden **92** und **93** sind von der Konstanz einer Batterie unabhängig und empfindlicher als die vorigen; vgl. noch S. 466.

Man benutzt den Satz: Zwei Widerstände sind gleich, wenn sie, als Zweigleitungen nebeneinander in einen Stromkreis eingeschaltet, den Strom in zwei gleiche Teile spalten. Die Gleichheit beider Ströme wird mittels des Differentialgalvanometers (Becquerel) untersucht, das aus zwei gleich langen, miteinander aufgewundenen Drähten besteht. Leitet man durch den einen Draht einen Strom, durch den zweiten Draht einen anderen Strom in entgegengesetzter Richtung, so bleibt die Nadel in Ruhe, wenn die Ströme gleich sind.

I. Vergleichung gleicher Widerstände.

Gewöhnliche Schaltung. Die Verbindungen zum Zwecke der Widerstandsbestimmung zeigt Fig. 204. Bei G sind schematisch die beiden Windungslagen des Galvanometers mit ihren Endpunkten gegeben (welche letztere auch anders angeordnet sein

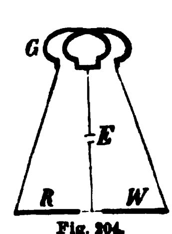


Fig. 204.

können, was man ausprobieren muß). In die beiden mittleren Enden verzweigt sich der Strom des Elements E, so daß die Zweigströme die Windungen in entgegengesetzter Richtung durchfließen. Von den anderen Enden aus ist der eine Zweigstrom durch den zu bestimmenden Widerstand W, der andere durch den Rheostaten R geführt, worauf beide sich am anderen Pol des Elements wieder vereinigen. Die Verbindungsdrähte nach W und diejenigen nach R wählt man von gleichem Widerstande.

Der Rheostatenwiderstand, den man einschalten muß, um die Galvanometernadel auf ihre Ruhelage zu bringen, ist gleich dem Widerstande W. Gibt der Rheostat nicht genau den gleichen Widerstand, so interpoliert man; vgl. S. 454.

Prüfung des Differentialgalvanometers. 1. Die Bedingung, daß die Ströme gleich sind, wenn die Nadel keinen Ausschlag gibt, prüft man dadurch, daß man einen Strom gleichzeitig entgegengesetzt durch beide Windungen hintereinander leitet, indem man (von links nach rechts gezählt) die Drahtenden Nr. 1 und 2 miteinander, 3 und 4 je mit einem Pole des Elements verbindet. Die Nadel muß dann ruhig bleiben. 2. Die Widerstände der beiden Windungen, die ja zu den abzugleichenden Stücken hinzukommen, müssen gleich sein. Dies konstatiert man nach der vorigen Prüfung dadurch, daß man den Strom eines Elements sich nach dem in der Fig. 204 gegebenen Schema, aber ohne die Einschaltung von Widerständen, nur durch die beiden Windungen verzweigen läßt. Die Nadel muß wieder in Ruhe bleiben. — Eine Berichtigung des Instruments mittels Hinzufügens zu 1. von Windungen, zu 2. von Widerständen ist in der angegebenen Reihenfolge auszuführen (vgl. auch „Übergreifender Nebenschluß“ S. 459).

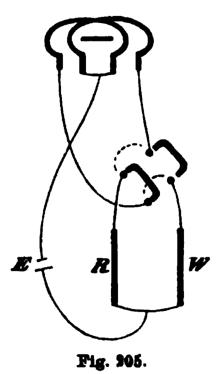


Fig. 205.

Kommutator (Fig. 205). Von der genauen Richtigkeit macht ein Kommutator unabhängig, welcher W und R miteinander vertauschen läßt. W und R sind gleich, wenn bei ihrer Vertauschung die Einstellung der Nadel sich nicht ändert. Oder auch: Ist R ein Rheostat, und findet man, daß, damit die Nadel ruhig bleibt, R_1 einzuschalten ist, bei umgelegtem Kommutator aber R_2, so gilt nahe

$$W = \tfrac{1}{2}(R_1 + R_2).$$

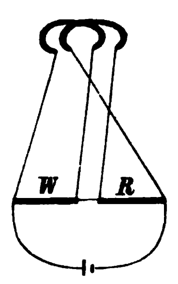


Fig. 206.

Differentialgalvanometer im Nebenschluß (Fig. 206). Wenn der zu messende Widerstand kleiner ist als der Widerstand in einem Zweige des Galvanometers, so erreicht man eine größere Empfindlichkeit durch folgende Anordnung. Man schaltet W und R nicht neben, sondern hintereinander in den Strom des Elements. Die beiden Galvanometerzweige werden als Nebenschließungen eingeschaltet, aber so, daß der Strom sie entgegengesetzt durchläuft (Heaviside).

Über Abgleichung kleiner Widerstände durch Nebenschalten von Rheostaten vgl. S. 421. Gerade für kleine Widerstände ist die Messung mit dem Diff.-Galvanometer im Nebenschluß nützlich, da Übergangswiderstände durch die Anwendung von Galvanometern von erheblichem Widerstande unwirksam gemacht werden können.

Übergreifender Nebenschluß (F. K.). Dieser eliminiert Übergangswiderstände völlig. Man vertausche in der Fig. 206 die beiden mittleren Ableitungen, so daß jeder Galvanometerzweig mit beiden Widerständen verbunden ist (s. Fig. 207); W und R_1 seien Widerstände, die den Ausschlag verschwinden lassen. Man verlege nun die Stromquelle aus AB' in BA'; der Ausschlag verschwinde jetzt für W und R_2. Dann gilt $W = \frac{1}{2}(R_1 + R_2)$.

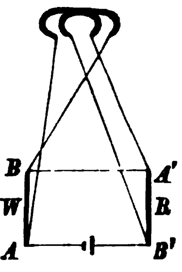


Fig. 207.

Die Galvanometerhälften brauchen nicht wirkungsgleich zu sein; kleinere Unsymmetrien fallen schon bei der obigen Mittelnahme mit heraus. — Von Voraussetzungen unabhängig gilt $W = R$, sobald die Nadelstellung sich bei der Verlegung der Stromquelle aus AB' in $A'B$ nicht ändert. — Man kann Widerstände von 1 Ω genauer als auf 1 Milliontel ihres Betrages vergleichen.

Zum Auswechseln dient ein sechsnäpfiger Kommutator (Fig. 208), dessen Quecksilbernäpfe durch drei Kupferbügel paarweise entweder so verbunden werden, wie die ausgezogenen, oder so, wie die punktierten Linien angeben.

Fig. 208.

F. K., Wied. Ann. 20, 76. 1883. S. ferner Jaeger, ZS f. Instr. 1904, 288.

Von Hausrath ist auch eine Methode zur Vergleichung ungleicher Widerstände mittels des übergreifenden Nebenschlusses angegeben worden, wobei als Vergleichswiderstand vorteilhaft ein Draht mit Schleifkontakten

benutzt wird, der im Nebenschluß an den kleineren, im Hauptstromkreis liegenden Widerstand gelegt ist; vgl. Ann. d. Phys. 16. 134. 1905.

Differentialschaltung der Stromquelle. E_1 und E_2 seien zwei gleiche Elemente (Akkumulatoren). Das Ruhigbleiben des Galvanoskopes zeigt an, daß $W = R$ ist. Kleine Unsymmetrien der Elemente werden durch deren Vertauschung und Mittelnehmen aus beiden Resultaten eliminiert. Das für größere Widerstände gut brauchbare Verfahren kann ebenso genau arbeiten wie das Differentialgalvanometer.

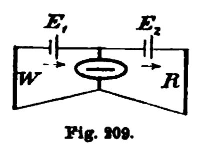


Fig. 209.

Über eine Anwendung auf kleine Widerstandsänderungen vgl. Grunmach, Ann. d. Phys. 22, 141. 1907.

Differentialinduktor. E_1 und E_2 (Fig. 209) können zwei miteinander aufgespulte Drähte einer Induktionsrolle (112) sein. Mit dem einen Pol eines ballistischen Galvanometers (109) sind zwei einander entgegengerichtete Enden beider Drähte verbunden. — Selbstinduktion oder Kapazität in W oder R machen Korrektionen erforderlich.

II. Vergleichung ungleicher Widerstände (Kirchhoff).

Man schaltet die beiden zu vergleichenden Widerstände W und R hintereinander in einen Stromkreis (Fig. 210) und legt an jeden von ihnen eine Ableitung nach je einer Hälfte des Differentialgalvanometers so, daß beide Hälften entgegengesetzt durchströmt werden. Man schaltet zuerst in die an den größeren Widerstand angelegte Ableitung so viel Widerstand ein, daß die Nadel keinen Ausschlag zeigt. Wenn man alsdann der Ableitung an W einen Widerstand γ zufügt, so wird man der anderen einen Zuwachs ϱ geben müssen, damit wieder die Nadel in Ruhe bleibt. Dann verhält sich $W : R = \gamma : \varrho$.

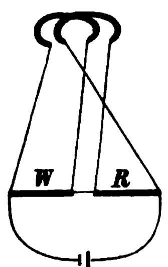


Fig. 210.

Denn die Ströme in den Ableitungen sind gleich, wenn ihre Widerstände sich wie $W : R$ verhalten. Sind diese Zweigwiderstände bei dem ersten Versuch w und r, bei dem zweiten $w + \gamma$ und $r + \varrho$, so ist

$$W : R = w : r = (w + \gamma) : (r + \varrho) = \gamma : \varrho.$$

Das Verfahren eliminiert zugleich die Übergangswiderstände. — Die Galvanometerhälften müssen genau auf gleiche Stromstärke justiert sein. Gleicher Widerstand wird nicht verlangt. — Bei momentanem Stromschluß können Extraströme stören. Vgl. Strecker, Wied. Ann. 25, 464. 1885 und S. 459 unten, Methode von Hausrath.

93. Widerstandsbestimmung in der Wheatstoneschen Brücke (1843).

Wheatstonesche Kombination nennt man die Verzweigung eines Stromes durch zwei Leitungen, zwischen welche eine Querverbindung, die „Brücke", gelegt ist, so daß also die vier „Zweige" a, b, c, d (Fig. 211) entstehen. P bedeute den Stromerreger, dann ist der Leiter mit Q, welches einen Stromzeiger vorstellt, die Brücke. Durch diese fließt im allgemeinen ein Strom, dessen Richtung und Stärke von dem Verhältnis der vier Zweigwiderstände abhängt. Der Brückenstrom verschwindet nur dann, wenn die Proportion besteht

$$a : b = c : d.$$

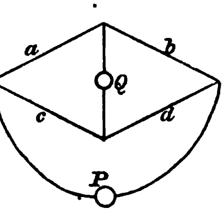


Fig. 211.

Beweis. Man denke sich zunächst die Brückenleitung fort. Auf jedem der beiden Wege nimmt die Spannung von dem gemeinschaftlichen Werte an der Eintrittsstelle des Stroms bis zu dem Werte an der Austrittsstelle allmählich ab, und zwar ist der Abfall (der „Spannungsverlust") bis zu irgendeinem Punkte dem bis dahin durchflossenen Widerstande proportional. An einem Paar von Punkten, die den oberen bzw. unteren Weg in die beiden Widerstände a und b bzw. c und d zerlegen, muß also die gleiche Spannung bestehen, sobald $a : b = c : d$ ist; folglich wird die Brücke, an diese Punkte angelegt, stromlos sein. Einen anderen Beweis s. 80 I, S. 413.

Durch eine leichte Überlegung sieht man, daß diese Beziehung gültig bleibt, wenn Stromquelle und Stromzeiger miteinander vertauscht werden; am unmittelbarsten folgt dies, wenn man Fig. 211 so umzeichnet wie in Fig. 212. Der horizontale Durchmesser enthalte das Element, der (von ihm isolierte) vertikale bilde die Brücke. Der Brückenstrom verschwindet, wenn $a : b = c : d$, d. h. wenn $a \cdot d = b \cdot c$ ist. Die relative Lage der Widerstände a, d und b, c ist aber gegen beide Durchmesser dieselbe, und es muß also auch, wenn im vertikalen die Stromquelle liegt, bei dem Bestehen jener Gleichung der Strom im horizontalen Durchmesser verschwinden.

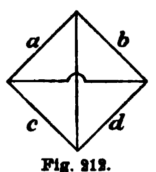


Fig. 212.

I. Brücke mit gleichen Widerstandspaaren.

a und b seien zwei als gleich bekannte Widerstände, c und d die beiden auf Gleichheit zu prüfenden, z. B. c ein zu bestimmender Widerstand, d ein Rheostat; E bedeutet die Stromquelle, G ein Galvanoskop in der Brücke (Fig. 213). Dann ist c

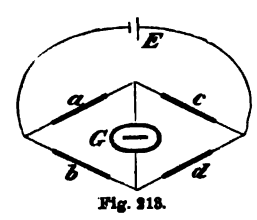


Fig. 213.

gleich dem Rheostatenwiderstande, welchen man einschalten muß, damit der Strom in G verschwindet.

Man kann auch in die Zweige a und c die als gleich bekannten, in b und d die zu vergleichenden Widerstände bringen.

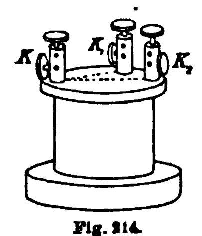


Fig. 214.

Die beiden gleichen Verzweigungswiderstände können aus zwei miteinander aufgewickelten gleichen Drähten bestehen. Zwei Enden liegen an der Klemme K, die anderen sind mit K_1 und K_2 verbunden (Fig. 214). Paare von 10 bis 100 Θ etwa werden zu den meisten Zwecken passen.

Empfindlichkeit. Die Empfindlichkeit ist am größten, wenn der Widerstand der Brückenverzweigung, durch den das Galvanometer geschlossen ist, nämlich $(a+b)(c+d)/(a+b+c+d)$ für ein Nadelgalvanometer nahe gleich dem Spulenwiderstand desselben, für ein Drehspulengalvanometer nahe gleich dem „äußeren Widerstand" (vgl. S. 432) ist. Außerdem hängt die Empfindlichkeit noch von der Strombelastung der zu vergleichenden Widerstände und dem Verhältnis dieser zu den Vergleichswiderständen ab. Wegen der Zuleitungen ist es im allgemeinen wünschenswert, Vergleichswiderstände von größerem Betrag (etwa 100 Ohm) zu wählen, doch wird dann bei Messungen kleiner Widerstände die Empfindlichkeit verringert. Vgl. hierzu noch S. 466.

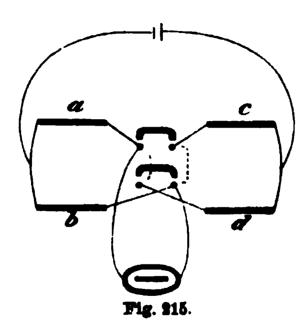


Fig. 215.

Kommutator. Von der genauen Gleichheit der Verzweigungswiderstände a und b macht wieder die Vertauschung unabhängig: c und d sind gleich, wenn bei ihrer Vertauschung das Galvanoskop seine Einstellung nicht ändert. — Oder man verfährt so: d sei ein Rheostat. Um die Nadel auf Null zu bringen, müsse bei der einen Schaltung der Widerstand R_1, nach der Vertauschung R_2 gezogen werden, dann ist $c = \frac{1}{2}(R_1 + R_2)$. Wie man zu dieser Vertauschung einen Kommutator anzuordnen hat, zeigt Fig. 215.

Interpolation. Die Prüfung auf strenge Gleichheit erschöpft die wirklich vorkommenden Aufgaben nicht, die vielmehr oft darin bestehen, zwischen den beiden nahe gleichen Widerständen W und R den kleinen Unterschied zu ermitteln. Ebenso liefert der Rheostat im allgemeinen nicht den genau gleichen Widerstand, sondern es ist auch da die Differenz von W gegen das nächstliegende R zu bestimmen. Siehe Interpolation 5 oder S. 454.

Eine zur Vergleichung nahe gleicher Widerstände bequeme Verzweigungsbüchse mit zwei Hunderten nebst einem beiderseitig vorschaltbaren Zehntel deutet die Fig. 216 an. Die Einstellungen seien: ohne Strom e_0;

mit Strom ohne Vorschaltung e_1; wenn in dem zu W benachbarten Zweige 0,1 vorgeschaltet ist, e_2. Dann gilt $W/R = 1 + 0{,}001(e_0 - e_1)/(e_2 - e_1)$. — Vgl. Feußner und Lindeck, ZS f. Instr. 1895, 426.

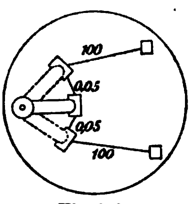


Fig. 216.

Interpolieren mit Anwendung des Kommutators. Man beobachtet bei Einschaltung von W und R die Einstellungen e_1 und e_2. Man ändert R um die relativ kleine bekannte Größe ϱ und beobachtet die Einstellungen e_1' und e_2'. Die Indizes 1 und 2 sollen die Kommutatorstellungen bezeichnen. Dann ist (Vorzeichen beachten!)

$$W = R + \varrho \frac{e_1 - e_2}{(e_1 - e_2) - (e_1' - e_2')}.$$

Vergleichung nach Foster. a und d bedeuten die zu vergleichenden Widerstände, b und c zwei einander nahe gleiche Widerstände. AB ist ein längs einer Teilung ausgespannter Draht mit Gleitkontakt, der zum Galvanoskop führt. Der Strom in G verschwinde, wenn der Kontakt bei x steht. Vertauscht man a und d, so verschwinde er bei einer neuen Einstellung x'. Bedeutet r den Widerstand von 1 Sk.-Teil des Meßdrahtes und wächst die Bezifferung von A nach B, so ist offenbar $a - d = r(x' - x)$.

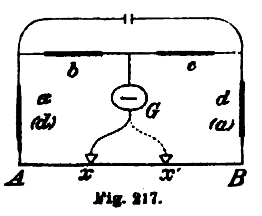


Fig. 217.

r bestimmt man nach Matthießen und Hockin, S. 466, oder man setzt einmal als a einen bekannten Widerstand, der etwas kleiner ist als AB, und für d einen dicken Kupferbügel. Der Gleitkontakt arbeitet sicherer, wenn in Fig. 217 Element und Galvanometer vertauscht werden.

Bestimmung sehr großer oder sehr kleiner Widerstände. Hierbei kann es notwendig oder vorteilhaft sein, die Zweige a und b der Fig. 213 in bekanntem Verhältnis (1 : 10, 1 : 100; bei Widerständen von Millionen Ohm auch wohl 1 : 1000) ungleich zu wählen; dann gilt dort $c : d = a : b$. Die Möglichkeit einer Kontrolle durch Vertauschen fällt hier fort. Vgl. auch **94a.**

Die Thomsonsche Brückenschaltung siehe unter II.

Über Fehler aus Induktion oder Kapazität vgl. S. 467.

II. Vergleichung von Widerständen in der Wheatstone-Kirchhoffschen Drahtbrücke.

Diese Methode, welche ungleiche Widerstände, also einen unbekannten Widerstand z. B. mit einer Einheit oder einem Zehner usw. zu vergleichen gestattet, wird wegen der Einfachheit ihrer Hilfsmittel besonders häufig gebraucht. Eingehende Anweisungen zum genauen Gebrauch z. B. bei Kohlrausch u. Holborn, Leitvermögen der Elektrolyte, 1898, S. 38—51; Graetz, Handbuch der Elektr.

In Fig. 218 sollen W und R die zu vergleichenden Widerstände, a und b zusammen einen ausgespannten, gut zylindrischen Draht bedeuten, an welchem man die Widerstände den Längen proportional setzen kann. An dem Drahte liegt ein Gleitkontakt, von dem aus die Leitung nach P_2 und von da zwischen die Widerstände W und R geführt ist. P_1 und P_2 bedeuten die Stromquelle und das Galvanoskop. Es ist im Prinzip gleichgültig, welchen von beiden Punkten man zum Galvanoskop oder zur Stromquelle wählt. Unter Umständen kann die Empfindlichkeit in dem einen oder anderen Falle größer sein. Bringt man die Stromquelle nach P_2, so funktioniert der Schleifkontakt sicherer, was eine große Annehmlichkeit beim Arbeiten ist; auch bleiben Thermokräfte des Kontaktes unschädlich. Fehler von einer Erwärmung des Drahtes durch den Strom werden bei der anderen Anordnung leichter vermieden.

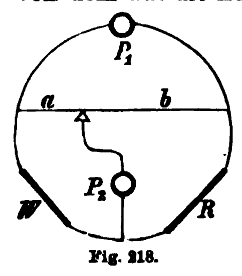


Fig. 218.

Durch Probieren wird nun das Verhältnis zwischen a und b gesucht, bei welchem das Galvanoskop keinen Strom anzeigt. Dann ist

$$W : R = a : b.$$

Den Quotienten a/b s. in Tab. 52 oder in den ausführlichen Obachschen Hilfstafeln, München 1879; lg a/b auch bei Kohlrausch u. Holborn, Leitvermögen der Elektrolyte, Tab. 18. Die Teilung am Meßdraht kann auch gleich das Zahlenverhältnis a/b geben.

Sind W und R klein, so müssen die Widerstände ihrer Anschlußdrähte beachtet werden. Sie haben offenbar keinen Einfluß, wenn sie sich wie $R : W$ verhalten. Nach einem Vorversuch gleicht man daher die beiderseitigen Gesamtlängen der Drähte (von derselben Sorte) ungefähr diesem Verhältnis entsprechend ab; bequem ist hierfür, die Leitung nach P_2 von einer auf einem blanken Drahte zwischen W und R verschiebbaren Klemme aus zu führen. Mitunter ist jedoch eine solche Abgleichung nicht ausführbar; dann muß der Widerstand der Anschlußdrähte durch besondere Messung ermittelt werden.

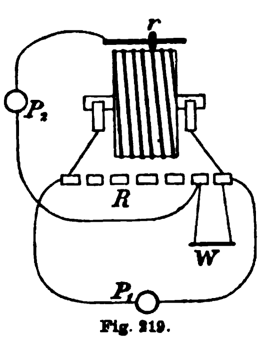


Fig. 219.

Walzenbrücke (Fig. 219). Handlicher und genauer als der gestreckte Meßdraht ist ein Draht,

der in 10 Windungen mit je 100 an einer Trommelteilung abzulesenden Unterteilen auf eine isolierende drehbare Walze gewunden und mit deren Achsenlagern leitend verbunden ist. An diese Enden kommen erstens der zu bestimmende Widerstand W und der Rheostat R (der oft gleich fest mit dem Instrument verbunden ist), und zweitens die Leitungen zu dem Stromprüfer P_1. Die Stromquelle P_2 wird an den Schleifkontakt (das Kontaktröllchen r) und die Verbindungsstelle von R und W gelegt.

Zusatzwiderstände. Die Genauigkeit läßt sich dadurch steigern, daß an den Brückendraht Widerstände geschaltet werden, die zur Bequemlichkeit der Rechnung passende Vielfache des Drahtwiderstandes sind. Um bei Vergleichungen in der Gegend von 1:1 bzw. 1:10 die Genauigkeit zu verzehnfachen, genügen zwei Widerstände, jeder gleich dem 4,5fachen des Drahtwiderstandes, die man beiderseitig bzw. beide einseitig zuschaltet; zur Ablesung addiert man dann 4500 bzw. 9000 und schiebt nun das Komma um eine Ziffer nach links. Vgl. F. K., Wied. Ann. 56, 177. 1895.

„Meßbrücken" bequemer und genauer Art u. a. von Siemens & Halske, Wolff, Edelmann, Hartmann & Braun, Ruhstrat.

Vergleichung nahe gleicher Widerstände. Man eliminiert die im allgemeinen vorhandene Ungleichheit beider Drahthälften, indem man auswechselt und aus den beiden abgelesenen a/b und b/a das Mittel nimmt.

Kalibrierung des Drahtes. Hierüber vgl. 95 II.

Anwendung von Rheostaten und Widerstandsbüchsen. Zur Erhöhung der Genauigkeit kann an die Stelle von b ein Rheostat, an die Stelle von a ein bekannter Widerstand (1 10 100 Θ) gesetzt werden; die größte Genauigkeit erhält man, wenn sowohl a als b aus genau bekannten Widerstandsbüchsen gebildet wird.

Sehr kleine Widerstände.

Die nicht erfüllbare Forderung, Verbindungen ganz widerstandsfrei herzustellen, wird in den folgenden Anordnungen umgangen.

a) Thomson-Brücke. Die zu vergleichenden Widerstände MN und PQ (Fig. 220), z. B. zwei miteinander zu vergleichende Metallzylinder, sind an ihren Enden N und P kurz miteinander, ferner aber mit den meßbar veränderlichen Rheostaten- oder Schleifdraht-Widerständen ab verbunden; ebenso die Enden M und Q mit AB. Die Zuleitwiderstände brauchen nur gegen ab bzw. AB klein zu sein. Die Quotienten

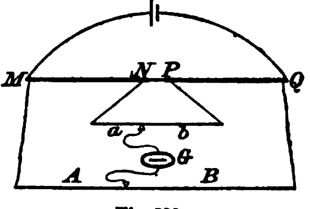


Fig. 220.

a/b und A/B hält man immer gleich groß; dann zeigt die Stromlosigkeit von G wieder das Verhältnis an

$$MN : PQ = A : B.$$

Denn die Stromstärken in MN und PQ, a und b, A und B sind dann offenbar paarweise gleich, etwa gleich I_0, i, I. Es folgt nun aus S. 413 B $MN \cdot I_0 + a \cdot i = A \cdot I$ oder $MN/A \cdot I_0/I + a/A \cdot i/I = 1$. Ebenso kommt $PQ/B \cdot I_0/I + b/B \cdot i/I = 1$; also, da $a/A = b/B$, $MN/A = PQ/B$.

Über die Behandlung der Korrektion, falls $a : b$ nicht genau $= A : B$ ist, sowie über genaue Messungen an Widerständen bis zu 0,0001 Ω hinab vgl. z. B. Jaeger, Lindeck u. Diesselhorst, ZS f. Instr. 1903, 33 u. 65; auch Wiss. Abh. d. P. T. R. IV, 118. 1903 u. Graetz, Handb. d. Elektr. II.

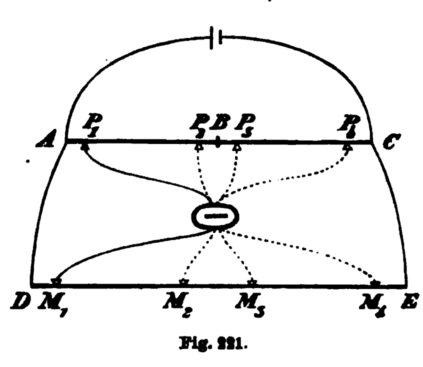


Fig. 221.

b) Vergleichung kleiner Widerstände nach A. Matthiessen und Hockin. AB und BC (Fig. 221) seien die zu vergleichenden Leiter, DE sei ein gespannter Draht. Man sucht zu einem Kontaktpunkte P_1 einen Punkt M_1, welcher den Strom im Galvanometer verschwinden läßt. Denselben Erfolg sollen die Paare P_2M_2, P_3M_3 und P_4M_4 geben. Dann verhalten sich die Widerstände

$$P_1P_2 : P_3P_4 = M_1M_2 : M_3M_4.$$

Auch hier werden Element und Galvanometer besser vertauscht.

Beweis. Der Strom Null zeigt an, daß in den zusammengehörigen Kontaktpunkten gleiches Potential herrscht (80 I Nr. 4).

S. auch ähnliche Methoden von Foster, Wied. Ann. 26, 240. 1885.

Empfindlichkeit der Messungen. Außer von der Normalempfindlichkeit des Galvanometers (S. 428) und von der bei der Messung angewandten Stromstärke hängt die Meßempfindlichkeit ab von den Widerstandsverhältnissen der Anordnung (Brücke usw.). Da für die Anordnung häufig verschiedene Möglichkeiten vorliegen, so ist es mitunter wichtig, zur Erreichung der größtmöglichen Empfindlichkeit bei gegebenen Verhältnissen die zweckmäßigste Meßanordnung zu wählen. Wenn sich das Galvanometer in der günstigsten, der getroffenen Verzweigung angepaßten Schaltung befindet (vgl. hierüber S. 431 u. 432), so ist die maximal erreichbare Empfindlichkeit bei der Messung eines mit der Stromstärke I „belasteten" Widerstandes R

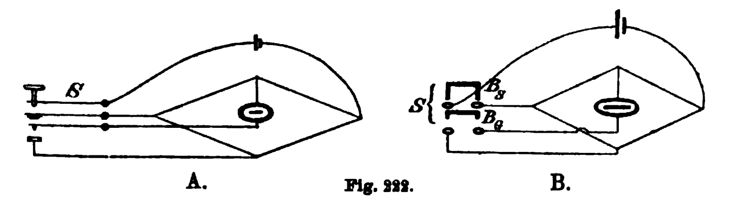
$$\alpha = c_0 I \sqrt{R} \cdot \varepsilon$$

worin α den Ausschlag bezeichnet für eine Widerstandsänderung ε, ausgedrückt in Bruchteilen von R, und c_0 den Ausschlag des Galvanometers für 1 Ω und 1 A. α stellt eine obere Grenze dar, die bei verzweigten Anordnungen (Wheatstonesche Brücke, Differentialanordnung usw.) noch mit einem von den Verzweigungsverhältnissen abhängigen Zahlenfaktor,

r kleiner als 1 ist, zu multiplizieren ist. Dieser Faktor ist z. B. $\frac{1}{2}$ bei r günstigen Anordnung der Wheatstonebrücke; bei der Thomsonbrücke ird er häufig 0,1 und noch kleiner. Wenn sich das Galvanometer nicht der günstigsten Schaltung befindet, so verringert sich die Empfindlichkeit noch weiter; doch ist dieser Umstand von geringerem Einfluß. Für n gegebenes Galvanometer hängt also die Meßempfindlichkeit außer von r Meßanordnung im wesentlichen von dem Faktor $\sqrt{RI^2}$ ab, ist also unabhängig von der Größe des zu messenden Widerstandes, wenn dieser Faktor ngeändert bleibt. Näheres hierüber und Literatur (A. Schuster, W. Jaeger, E. Smith) z. B. im Referat von Jaeger, ZS f. Instr. 1907, 27, sowie bei raetz, Handb. d. Elektr. II.

Momentaner Schluß. Wegen der Stromwärme ist es bei Brücke (oder ifferentialgalvanometer) oft geboten, kurz dauernde Ströme anzuwenden, ofür auch Induktionsstöße (**112**) dienen können. Dieses Verfahren kann egen Selbstinduktion oder Kapazität in aufgespulten längeren Widerständen oder gar bei der Anwesenheit von Eisenkernen Fehler bewirken.

Man vermeidet bei Batterieströmen die Fehler, wenn man durch einen Doppelschlüssel S (Fig. 222 A u. B) die Verbindung in der Brücke einen Augenblick später schließt als an der Säule. An dem Brücken-Doppelschlüssel mit Kontaktknöpfen (Fig. 222 A) drückt der zweite Federkontakt auf



A. Fig. 222. B.

den dritten durch einen isolierenden Knopf. Sicherer arbeitet die Quecksilberverbindung des anderen Schlüssels (Dorn) (Fig. 222B), von dessen zwei Bügeln (auf demselben isolierenden Brettchen an einem Federkontakt mit Druckknopf zu denken) der eine, längere B_S den Strom etwas früher schließt, als B_G das Galvanometer einschaltet.

Telephon. Dieses läßt sich anstatt des Galvanometers anwenden, falls die Widerstände genügend induktions- und kapazitätsfrei sind. Vgl. **96** I 1.

94. Widerstandsvergleichung durch Dämpfung.

In der geschlossenen Spule eines Galvanometers werden durch Schwingungen Ströme induziert, die auf die Bewegung verzögernd wirken. Das log. Dekrement (**27**) kleiner Schwingungen ist konstant; der von jenen Strömen herrührende Teil ist dem Gesamtwiderstande $\gamma + R$ des Galvanometers und des Schließungsdrahtes umgekehrt proportional (**108** Gl. 8).

R_1 und R_2 mögen die zu vergleichenden Widerstände bedeuten. Beobachtet man die logarithmischen Dekremente:

λ_0, wenn das Galvanometer kurz geschlossen ist,
λ_1 bzw. λ_2, wenn es durch R_1 bzw. R_2 geschlossen ist,
λ' bei geöffnetem Stromkreise, u. a. durch den Luftwiderstand,

so gilt
$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{\lambda_0 - \lambda_1}{\lambda_0 - \lambda_2} \frac{\lambda_2 - \lambda'}{\lambda_1 - \lambda'}.$$

Folgt aus $(\lambda_0 - \lambda') : (\lambda_1 - \lambda') : (\lambda_2 - \lambda') = 1/\gamma : 1/(\gamma + R_1) : 1/(\gamma + R_2)$.

Auch kann man mittels $\gamma : R_1 = (\lambda_1 - \lambda') : (\lambda_0 - \lambda_1)$ einen Widerstand R_1 auf γ zurückführen oder umgekehrt.

Schwingungsdauer und Dämpfung eines Nadelgalvanometers lassen sich durch Astasieren vergrößern (**72b**).

Wenn λ beträchtlich ist, so hat man eine Korrektion anzubringen, nämlich von jedem beobachteten λ abzuziehen $\frac{1}{4}\lambda^2$.

F. K., Pogg. Ann. 142, 430. 1871.

Anwendung auf körperliche Leiter. Das log. Dekr. langsamer Schwingungen, das einem bestimmten Magnetsystem in gleicher Lage neben gleichgestalteten Leitern erteilt wird, ist deren Leitvermögen proportional. Eine Anwendung bei R. H. Weber, Wied. Ann. 68, 705. 1899.

94a. Sehr große Widerstände; Isolationsmessungen.

Sehr große Widerstände, z. B. von ionisierten Gasen, oder die Isolationswiderstände von Kabeln oder von plattenförmigem Isoliermaterial, dem man weiche Elektroden anschmiegt, bedürfen oft besonderer Meßmethoden. — Falls, wie in den letzteren Fällen, mit den großen Widerständen erhebliche Kapazitäten verbunden sind, so muß die hohe Spannung der Meßbatterien recht konstant sein, damit nicht Ladungs- und Entladungsströme das Resultat fälschen. Auch darf man wegen der Kapazitäten oft nicht mit kurzem Stromschluß arbeiten.

Neben der zu messenden Leitung durch das Isolationsmaterial besteht häufig eine Oberflächenleitung, welche die erstere sogar übertreffen kann; über eine Schaltung, um beide zu trennen, s. Strecker, Hilfsbuch, 8. Aufl., S. 134.

S. auch die elektrometrischen Methoden **130 II**.

1. **Direkte Messung.** Wenn genügend empfindliche Galvanometer, bzw. vielpaarige Batterien, sowie große Vergleichswiderstände zur Verfügung stehen, so können die Methoden **90** bis **93** angewendet werden; insbesondere die Brückenschaltung S. 461 mit Zweigleitungen etwa im Verhältnis 1 : 1000, die dann für Widerstände bis zu 10 Millionen ausreicht, falls man Vergleichswiderstände bis 10000 besitzt.

2. **Durch Teilung einer Batterie**; meistens am einfachsten. Eine vielpaarige Batterie vom Widerstande w gebe, durch den

zu messenden Widerstand W und ein Galvanometer vom Widerstand γ geschlossen, den Strom I; der n^{te} Teil der Batterie, durch den bekannten Widerstand R ebenso geschlossen, gebe I'. Dann ist

$$W = (nR + n\gamma + w)I'/I - (\gamma + w).$$

Teilt man die Batterie so, daß I nahe $= I'$ wird, so fällt w heraus und es wird

$$W = n(R + \gamma)I'/I - \gamma.$$

γ wird meistens nur genähert bekannt zu sein brauchen.

Zum Zwecke genauer Messung bestimmt man I' für alle n Teile der Batterie und nimmt das Mittel.

3. **Mit einer Abzweigung am Galvanometer.** Eine Batterie (Widerstand w_0), durch den zu messenden Widerstand w und das Galvanometer (Widerstand γ) ohne Abzweigung geschlossen, gebe den Strom I. Sie gebe ferner, durch den bekannten großen Widerstand R und das mit einem Nebenschluß s versehene Galvanometer geschlossen, in diesem den Strom I'. Genau gilt

$$w = (I'/I)[(R + w_0)(s + \gamma)/s + \gamma] - \gamma - w_0.$$

Darf γ und w_0 gegen R und w vernachlässigt werden, so kommt

$$w = (I'/I)R(s + \gamma)/s.$$

4. **Aus Spannung und Stromstärke.** Beträgt die Spannung einer Batterie E V und erzeugt sie, durch den Widerstand und einen Strommesser geschlossen, den Strom I A, so bekommt man den Gesamtwiderstand der Leitung $W = E/I$ Θ.

Meistens wird ein Spiegelgalvanometer gebraucht werden. Dann ist bei dem Ausschlage e (88) in Nr. 4 $I = \mathfrak{C}e$ zu setzen; in Nr. 2 u. 3 $I'/I = e'/e$.

5. **Mit dem Kondensator** (Siemens). Widerstände von sogenannten „Nichtleitern" (Dielektriken), z. B. von verschiedenen Sorten Guttapercha u. dgl., sind unter Umständen für galvanometrische Methoden zu groß. Dann läßt sich die Ladungs- oder Entladungszeit eines Kondensators benutzen. Sinkt an einem Kondensator von der Kapazität C (132) das Potential (127) in der Zeit t von dem Werte V_1 auf V_2, so ist der Widerstand des Entladungsweges

$$R = \frac{1}{C} \frac{t}{\lg\operatorname{nat} V_1 - \lg\operatorname{nat} V_2}. \qquad 1.$$

Beweis. Dem Potentiale V entspricht die Entladungsstromstärke V/R, also im Zeitelement dt die abfließende El.-Menge $dt \cdot V/R$. Dieser Verlust drückt sich andrerseits aus als $-C dV$. Gleichsetzen und Integrieren liefert den obigen Ausdruck.

Findet man hiernach den Wert R_0, das Isolationsvermögen des Kondensators, wenn dieser für sich allein steht, und dann R', wenn die beiden Belegungen durch den zu bestimmenden Widerstand w miteinander verbunden sind, mithin der ganze Leitwert der Entladungswege $1/R' = 1/R_0 + 1/w$ ist, so kommt

$$w = R_0 R'/(R_0 - R'). \qquad 2.$$

Ist C in absolutem Maße (Farad) gegeben, so erhält man den Widerstand in ebensolchem Maße (Ohm). Das Maß von V ist gleichgültig.

Zum Beispiel sinkt in einer Zeit $t = RC$ nach 1. das Potential V_1 auf $V_1/2,718$. Ist etwa $R = 10^8\,\Theta$ und $C = 0,1$ Mikrofarad $= 10^{-7}$ Farad, so wird $RC = 10^8 \cdot 10^{-7} = 10$ sec.

Umgekehrt kann man aus bekanntem R und der Entladungsdauer die Kapazität bestimmen (Siemens & Halske).

Verfeinerungen der Methode und Formeln für den Verlauf der Entladung s. bei Klemenčič, Wien. Ber. 93, 470. 1886.

95. Kalibrierung eines Rheostaten oder eines Brückendrahtes.

I. Stöpselrheostat.

Die Prüfung bzw. Fehlerbestimmung eines Rheostaten geschieht am einfachsten mit einem Normalrheostaten. Mangels eines solchen vergleicht man, wie bei einem Gewichtsatz, die Stücke bzw. Summen von gleichem Nennwert miteinander und ein Stück noch mit einem Normalwiderstande.

Wir wollen Brückenschaltung annehmen. Man verbindet das Element mit einem Klotz der Stöpselvorrichtung, steckt, wenn Klemmen oder Löcher zu diesem Zwecke fehlen, etwa das Drahtende in die Lochschraube, die den Klotz mit den Rheostatendrähten verbindet (Fig. 223); der Kontakt braucht nicht ganz widerstandsfrei zu sein.

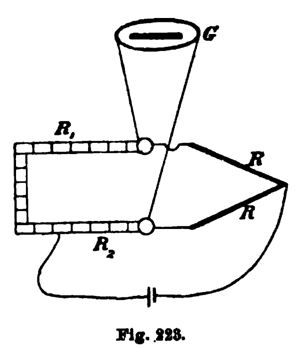


Fig. 223.

Vom anderen Pole des Elementes führt man eine Verbindung zwischen zwei gleiche Verzweigungswiderstände R (s. z. B. die Fig. 215 S. 462). Die kurzen Drähte von R nach R_1 und R_2 sollen gleichen Widerstand haben, bzw. sie können ev. benutzt werden, um eine Ungleichheit von R und R auszugleichen. Beiderseitig von der Verzweigungsstelle am Rheostaten werden nun die zu ver-

gleichenden, dem Nennwert nach gleichen Widerstände R_1 und R_2 gezogen. Man beobachtet die Nadeleinstellung α. Man schaltet dann zum Widerstande R_1 (womöglich dem kleineren) einen relativ kleinen bekannten Widerstand δ (1 oder 0,1 oder 0,01 usw.) zu und beobachtet die Nadeleinstellung α'. α_0 sei die Ruhelage ohne Strom. Dann ist

$$R_2 = R_1 + \delta \frac{\alpha - \alpha_0}{\alpha - \alpha'}.$$

Bequem ist es, die kleine Änderung statt an R_1 in konstantem Verhältnis an den R vornehmen zu können; vgl. die Verzweigungsbüchse S. 463 (Fig. 216).

Für RR kann auch ein Draht mit Schleifkontakt benutzt werden, dann findet man (vgl. S. 464) $R_1 : R_2$ durch eine einzige Einstellung. Anstatt mit der Obachschen Tafel läßt sich aus einer Einstellung, die um ε T.-Str. von der (richtigen) Mitte des Brückendrahtes abweicht, dieses Verhältnis auch berechnen als $R_1/R_2 = (500 + \varepsilon)/(500 - \varepsilon) = 1 + 0{,}004\,\varepsilon$ (Formel 8, S. 9).

Kommutator (C in Fig. 224). Dieser eliminiert Ungleichheiten der R durch Auswechseln von R_1 und R_2. Seine Kontakte müssen widerstandsfrei sein; die kurzen Drähte von C nach R_1 und R_2 sollen gleichen Widerstand haben. Man beobachte die Einstellungen α_1 und α_2 bei den Kommutatorstellungen I und II, schalte nun zu R_1 einen relativ kleinen bekannten Widerstand δ zu und beobachte die Einstellungen α_1' und α_2'; dann ist

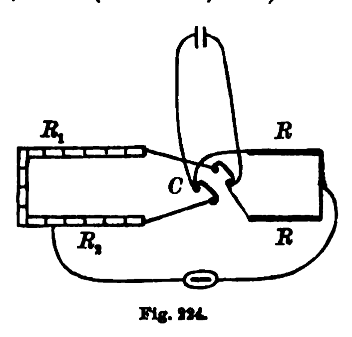


Fig. 224.

$$R_2 = R_1 + \delta \frac{\alpha_1 - \alpha_2}{(\alpha_1 - \alpha_2) - (\alpha_1' - \alpha_2')}.$$

Etwaige Thermokräfte fallen in obiger Anordnung heraus.

Auch auf eine Schleifbrücke läßt sich der Kommutator anwenden; der halbe Unterschied der Einstellungen vor und nach dem Kommutieren gibt die Abweichung der richtigen Einstellung vom Mittelpunkt des Drahtes.

Das Differentialgalvanometer vertritt die Brücke mit etwa gleicher Genauigkeit. Die Anordnung siehe 92 I bei „Kommutator". RW bedeutet dort den Rheostaten.

Kleine Widerstände. Die Stücke von 0,1 bis 1 oder 2 Θ werden zweckmäßig mittels des Differentialgalvanometers im Nebenschluß oder im übergreifenden Nebenschluß (S. 459) oder mit dem Kompensationsapparat gemessen; s. auch die Herstellung kleiner Widerstandsänderungen S. 421. — Einfacher und hier meist genau genug ist die Abzweigmethode **91 II 1**, welche alle notwendigen Bestimmungen auszuführen erlaubt, auch wenn der kleinste Widerstand nicht doppelt vorhanden ist. Man kann z. B. 1 mit 2 vergleichen, oder, nötigenfalls durch abwechselndes Ziehen der Stöpsel, 1 + 4 mit 2 + 3.

Verschraubungen an den Widerständen sind sorgfältig zu überwachen. Über die Behandlung der Stöpsel s. **80 IV**. — Von Zeit zu Zeit, besonders wenn starke Ströme durchgegangen sind, wiederhole man die Kalibrierung.

Berechnung der Korrektionstabelle; vgl. **14**. Es werde die übliche Anordnung 1, 2, 2, 5 vorausgesetzt; gleichnamige Stücke durch Indizes unterschieden. Wir nehmen noch einen zweiten Einer an, wofür etwa die Summe der Zehntel genommen werden kann. Die Beobachtung habe nun ergeben:

$$\begin{aligned} 5' &= 2' + 2'' + 1' + \alpha \\ 2'' &= 2' \qquad\qquad + \beta \\ 2' &= 1' + 1'' \qquad + \gamma \\ 1' &= 1'' \qquad\qquad + \delta. \end{aligned}$$

Außerdem sei anderweitig, nämlich durch eine Vergleichung mit einem Normalwiderstand oder mit der höheren Reihe der Rheostaten gefunden, daß die Summe einen Fehler ϱ besitzt,

$$5' + 2' + 2'' + 1' = 10 + \varrho.$$

Man berechne $\sigma = \frac{1}{10}(\alpha + 2\beta + 4\gamma + 6\delta - \varrho)$ und hiermit (vgl. **14**) die Korr.-Tabelle:

$$\begin{aligned} 5' &= 5 - 5\sigma + \alpha + \beta + 2\gamma + 3\delta \\ 2'' &= 2 - 2\sigma + \beta + \gamma + \delta \\ 2' &= 2 - 2\sigma + \gamma + \delta \\ 1' &= 1 - \sigma \quad + \delta \\ \text{und}\quad 1'' &= 1 - \sigma. \end{aligned}$$

Ebenso verfährt man mit den Zehnern, Hundertern usw.

Bei der Anordnung 4, 3, 2, 1 vergleicht man 4 mit 3 + 1, 3 mit 2 + 1, 2 mit 1 + 1′ und 1 mit 1′, wo unter 1′ die Summe der Zehntel verstanden ist, oder auch 4 + 1 mit 3 + 2 (vgl. oben).

Für Dekaden mit 10 gleichen Widerständen ergibt sich das Verfahren von selbst.

Drahtwiderstände werden von der P. T. Reichsanstalt geprüft.

II. Kalibrierung eines Drahtes.

Ausführlicheres z. B. bei Kohlrausch u. Holborn, Elektrolyte, S. 45 ff.

1. Mit dem Rheostaten. Am besten und einfachsten kalibriert man mit einem richtigen oder korrigierten Rheostaten

Man schaltet den Draht ab mit diesem zusammen, wie die Fig. 225 zeigt. Man zieht im Rheostaten Widerstandsverhältnisse $R_a : R_b$ (etwa nach und nach 1 : 9; 2 : 8; 3 : 7 usw.; nicht zu kleine Widerstände) und bestimmt so je das entsprechende Verhältnis $a : b = R_a : R_b$. Einige Punkte nahe den Enden werden außerdem mit $R_a : R_b = 1 : 99$ u. dgl. bestimmt. — Die Zuleitungen zu R_a und R_b wählt man so kurz und dick, daß man sie vernachlässigen darf.

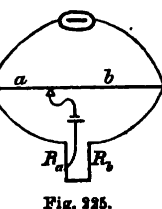


Fig. 225.

2. Mit wandernden Drahtstücken; vgl. S. 466. Es werden einzelne, nahe gleiche Widerstände r (Fig. 226) von der Anzahl der zu vergleichenden Drahtstrecken durch Quecksilbernäpfe hintereinander geschaltet. Man vergleicht eines jener Widerstandsstücke mit den verschiedenen Strecken des Drahtes, wozu man das erste Stück nach jeder Bestimmung um einen Platz vorschiebt. Dabei erhält man also auf dem Drahte lauter Stücke von gleichem Widerstande. Vgl. Strouhal u. Barus, Wied. Ann. 10, 326. 1880.

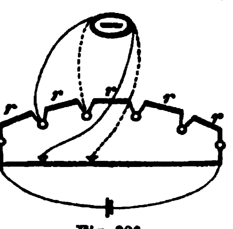


Fig. 226.

3. Mit einer Anzahl nahe gleicher Widerstände. Eine Anzahl N (etwa 10) nahe gleicher Widerstände (Drahtstücke mit amalgamierten Kupferbügeln), mit Quecksilbernäpfen beliebig hintereinander zu verbinden, liefert jedes Verhältnis $m : n$ des Drahtes, wo $m + n = N$ ist, in folgender Weise. Zwei Gruppen von m und n Stücken werden mit den Drahtabschnitten verglichen. Man vertauscht dann zwischen den beiden Gruppen einzelne Stücke, vergleicht wieder usf., bis jedes Stück sich n mal in der einen, m mal in der anderen Gruppe befunden hat. Man erhält so $m + n$ unabhängige Einstellungen des Kontakts, deren Mittel den Draht genau im Verhältnisse $m : n$ teilt. Vgl. Heerwagen, ZS f. Instr. 10, 170. 1889. Daselbst auch Erörterungen über die Genauigkeit verschiedener Methoden.

4. Mit einem Hilfsdraht. AB (Fig. 227) ist der zu kalibrierende Draht, $A'B'$ der Hilfsdraht. P_1 bedeutet Galvanoskop, P_2 Stromquelle. Der Widerstand R ist gleich einem Bruchteil, etwa $\frac{1}{10}$ oder $\frac{1}{20}$ von AB; R_0 bedeutet einen Bügel von dickem Kupferdraht. R und R_0 lassen sich widerstandsfrei auswechseln.

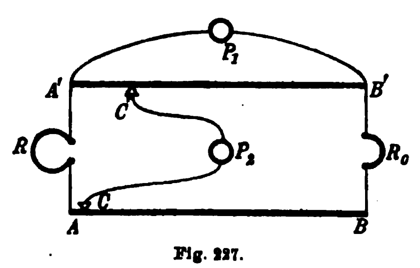


Fig. 227.

Man setzt den Kontakt C nahe an A und schiebt den Kontakt C' so, daß der Strom in P_1 verschwindet. Man wechselt R und R_0 aus, läßt C' stehen und verschiebt C, bis der Strom verschwindet: der Widerstand der Verschiebungsstrecke am Draht ist offenbar $= R - R_0$. Nun läßt man C

stehen, bringt R und R_0 an ihren früheren Ort, verschiebt C' bis zum Strome Null, wechselt dann R und R_0 wieder aus und bestimmt durch Verschieben von C die zweite Drahtstrecke, deren Widerstand $= R - R_t$ ist usf. Vgl. Carey Foster, Wied. Ann. 26, 239. 1885.

5. Mit einem wandernden Schneidenpaar. Man sendet durch den Draht einen konstanten Strom. Ein empfindliches Galvanometer von großem Widerstande sei mit zwei Schneiden verbunden, die einen konstanten Abstand voneinander haben. Man setzt das Schneidenpaar auf verschiedene Strecken des Drahtes; den Ausschlägen sind die Widerstände der Strecken proportional (91 II). Die Konstanz des Stromes wird am einfachsten geprüft, indem man von Zeit zu Zeit auf dieselbe Strecke zurückkommt. An Walzendrähten ist die Methode besonders leicht auf die einzelnen ganzen Windungen anzuwenden.

Um nur zu prüfen, ob ein Draht gutes Kaliber hat, bewegt man das Schneidenpaar längs des Drahtes und sieht, ob der Ausschlag konstant bleibt (Braun).

6. Mit dem Differentialgalvanometer. Man versieht die Zuleitungen zu jedem Galvanometerzweig mit Schneiden und setzt die letzteren auf den Draht so auf, daß die Nadel in Ruhe bleibt. Die beiden Strecken haben dann gleichen Widerstand (S. 459, oben). Vorausgesetzt ist in Nr. 5 und 6 ein so großer Widerstand der Galvanometerzweige, daß die Übergangswiderstände keine Fehler geben.

Korrektionstabelle. Der Brückendraht sei in 1000 Teile geteilt. Hat man durch eins der vorigen Verfahren ermittelt, daß dem Punkte a des Drahtes, welchem also ohne Korrektion das Widerstandsverhältnis $a:(1000-a)$ entsprechen würde, in Wirklichkeit das Verhältnis $(a+\delta):[1000-(a+\delta)]$ entspricht, was die Tafeln von Obach bequem angeben, so ist δ die zur Ablesung a zuzufügende Korrektion. Man trägt die δ zu den a in Koordinatenpapier ein und verbindet die Punkte durch eine Kurve, aus welcher die Korrektionen oder eine Korrektionstabelle genommen werden. Je dichter die Punkte, desto geringer ist die bleibende Unsicherheit.

Die dauernde Gültigkeit der Tabelle kontrolliere man hauptsächlich an den Enden. Vgl. über einfache Kontrollen K. u. Holborn, a. a. O. S. 50.

95a. Temperaturkoeffizient eines Leiters.

Der Widerstand fast aller metallischen Leiter wächst mit der Temperatur. Hat ein Leiter bei t und t' die Widerstände R und R', so nennt man Temperaturkoeffizient des Widerstandes zwischen t und t' den Faktor α in der Gleichung $R' = R[1+\alpha(t'-t)]$. Für t wählt man meist 18° oder 0°. (Formel mit quadratischem Glied s. unten.)

Zur Temperaturänderung dient etwa ein mit Filz umhülltes, vielleicht elektrisch geheiztes (8, 29) Petroleumbad. Sind R, t und R', t' beobachtet (92 und 93), so ist also

$$\alpha = \frac{1}{t'-t}\frac{R'-R}{R}. \qquad 1.$$

Soll der Koeffizient genau bestimmt werden, so ist eine entsprechend empfindliche Methode erforderlich. Ferner hat man, namentlich bei kleinen Widerständen, auf Konstanz der Verbindungen zu sehen, auch Thermoströme auszuschließen.

Untersuchung einer Drahtsorte. Man schneide zwei Stücke I und II ab, II ein wenig länger. I, dessen Widerstand $= R_{\mathrm{I}}$ sei, wird in ein auf konstanter, gewöhnlicher Temperatur zu haltendes, II (vom Widerstand R_{II}) in ein zu veränderndes Bad gebracht. Dem Drahte II wird ein Rheostat nebengeschaltet und jedesmal dessen Widerstand R gesucht, der mit II zusammen den gleichen Leitwert hat wie R_{I}. Findet man R für die Temperatur t und R' für t', so berechnet sich (aus den Beziehungen $1/R_{\mathrm{II}} + 1/R = 1/R_{\mathrm{I}}$ usw. leicht abzuleiten; S 413) die gesuchte Größe (Gl. 1)

$$\frac{R'_{\mathrm{II}} - R_{\mathrm{II}}}{R_{\mathrm{II}}} = \frac{R_{\mathrm{I}}}{R} \frac{R - R'}{R' - R_{\mathrm{I}}}. \qquad 2.$$

Stehen zwei Rheostaten zur Verfügung, so kann der eine von ihnen statt des Stückes R_1 dienen.

Vergleichung mit einem Normaldraht von bekanntem Temp.-K. ($\mathfrak{a}_0$). Man bringe das zu untersuchende Drahtstück auf nahe den Widerstand des Normaldrahts (R bei t) und erwärme beide miteinander. Ist bei den Temperaturen t bzw. t' der Widerstandsunterschied, untersuchter minus Normaldraht, $= \gamma$ bzw. γ', so gilt

$$\mathfrak{a} = \frac{1}{R + \gamma}\left(R\mathfrak{a}_0 + \frac{\gamma' - \gamma}{t' - t}\right), \quad \text{nahe} = \left(1 - \frac{\gamma}{R}\right)\left(\mathfrak{a}_0 + \frac{1}{R}\frac{\gamma' - \gamma}{t' - t}\right).$$

Bei manchen Legierungen sowie für große Temperaturänderungen ist der Koeffizient nicht konstant. Für genauere Darstellung setzt man

$$R_t = R_0(1 + \mathfrak{a}t + \mathfrak{b}t^2 \cdots).$$

Vgl. auch über Temperaturbestimmung durch Widerstandsänderung **48** II u. **72a** II; über Elektrolyte **96**.

Temperaturkoeffizienten einiger Körper in Tab. 3b, 30 u. 31.

95b. Quecksilberwiderstände (Siemens 1860).

Über Herstellung reinen Quecksilbers vgl. 8, 1.

Glasröhren. Der Querschnitt wird meist nahe 1 qmm gewählt; man sucht durch eine vorläufige Kalibrierung mit einem Quecksilberfaden möglichst gleichmäßige Röhren aus. Die Herstellung einer ebenen Endfläche geschieht durch Schleifen auf einer an der Drehbank rotierenden Kupferscheibe mit feinem wäßrigen Schmirgel; die Endflächen werden dann poliert.

Ausmessung (**21**). Die Länge l des Kanales wird mit dem Kontaktkomparator bei 0° gemessen. Man mißt den Abstand zweier oder mehrerer Punktpaare am inneren Rande, die sich gegenüberliegen. — Der mittlere Querschnitt q findet sich aus der Wägung einer eben abgegrenzten Quecksilberfüllung des ganzen Rohres (**23**, **24**); die Abgrenzung der Füllung

ist bei 0° auszuführen. Die Masse m des Rohres wird direkt zur Berechnung der Widerstandskapazität des Rohres benutzt, die bei streng zylindrischer Gestalt l/q betragen würde.

Kaliberkorrektion. Wegen des ungleichmäßigen Querschnitts kommt hierzu ein Kaliberfaktor K, welcher größer als 1 ist. Die Kalibrierung wird zweckmäßig nach den bei den Thermometern gebräuchlichen Methoden vor dem Abschneiden des Rohres ausgeführt. Aus den Kaliberkorrektionen werden die Querschnittskorrektionen abgeleitet, aus denen sich dann der Kaliberfaktor K in einfacher Weise berechnet. Doch sind auch spezielle Formeln zur direkten Berechnung des Kaliberfaktors angegeben worden (s. unten Lit.).

Temperatur. Der Widerstand eines Quecksilberfadens von konstanter Gestalt bei der Temperatur t ist (Guillaume; Kreichgauer u. Jaeger; Smith u. a.)

$$\gamma_t = \gamma_0 (1 + 0{,}000\,889\,t + 0{,}000\,000\,99\,t^2).$$

Mit Rücksicht auf die Ausdehnung des Glases hat eine Quecksilberfüllung des Rohres bei der Temperatur t den Widerstand (für Jenaer Glas 16^{III})

$$R_t = R_0 (1 + 0{,}000\,875\,t + 0{,}000\,001\,25\,t^2).$$

Endformel. Gemäß der gesetzlichen Definition ist der Widerstand R_0 des Rohres bei 0° (abgesehen von dem Ausbreitungswiderstand, s. unten) aus dem Kaliberfaktor K, der Länge l (in m) und der Masse m (in g) zu berechnen als

$$R_0 = K\frac{l^2}{m}\cdot\frac{14{,}4521}{(1{,}063)^2} = 12{,}789\,82\,K\frac{l^2}{m}\ \text{int. Ohm}$$

(vgl. 80, I).

Anordnung. Die Rohre sollen im Vakuum mit Quecksilber gefüllt werden; deshalb münden die Enden der Rohre in luftdicht aufgesetzte kugelförmige Gefäße von ca. 3 cm Durchmesser, die mit amalgamierten Platinelektroden versehen sind (8, 11). Zur elektrischen Messung werden die Rohre in ein Bad (am besten von 0°) gebracht. Übergangswiderstände fallen heraus, wenn man den Quecksilberwiderstand zwischen zwei Nebenelektroden mit übergreifendem Nebenschluß (92 I) bestimmt (wegen der Stromwärme mit sehr schwachen Strömen, etwa 0,01 Amp.).

Ausbreitungswiderstand. Nach 80 I 1 fügt man zur Länge des Kanals hinzu $0{,}80(r_1 + r_2)$, wobei r_1 und r_2 die Endhalbmesser des Kanals bedeuten. Genauere Formel s. Jaeger, a. a. O.

Über Kalibrierungsformeln und die Anordnung der Messungen s. u. a. Siemens, Pogg. Ann. 110, 1. 1860; Rayleigh u. Sidgwick, Phil. Trans. (A) 173, 661. 1883; Strecker, Wied. Ann. 25, 252. 456. 1885; Benoît, Construct. des Étalons prototypes etc. Paris 1885; Weinstein, Elt. ZS 1888, 25; Leman, Wiss. Abh. d. P. T. R. II, 359. 1895; Jaeger, ebd. 379; Jaeger u. Kahle, Wied. Ann. 64, 458. 1898; F. E. Smith, Ph. Trans. (A) 204, 57. 1905. Ferner Dorn, Wahrsch. Wert des Ohm, Wiss. Abh. d. P. T. R. II, 261, auch ZS f. Instr. 1893 Febr.-Beiheft.

96. Leitvermögen von Elektrolyten.

Über einige wäßrige Salzlösungen s. Tab. 31 bis 33.

Ausführliches bei K. u. Holborn, Leitvermögen der Elektrolyte und F. K., Ges. Abh. II, 1911.

Elektrolytisch, d. h. durch chemische Zersetzung (Wanderung der Ionen) leiten, außer geschmolzenen chemischen Verbindungen in höherer Temperatur, wesentlich nur die Lösungen von Salzen, Säuren und Basen. Bestimmungen des Leitvermögens können bezwecken die Kenntnis der Beschaffenheit des Körpers in Lösung (Dissoziation, Hydrolyse) oder der elektrolytischen Beweglichkeit seiner Ionen oder auch der Konzentration der Lösung, z. B. der Löslichkeit eines Körpers.

Das L.-V. wächst im allgemeinen stark mit der Temperatur; einem Temperaturfehler von 0,05° entspricht im allgemeinen ein Fehler von 1 Promille im L.-V. Häufig ist der Temperaturkoeffizient selbst von Interesse.

Ein Zylinder von der Länge l und dem Querschnitt q aus einem Leiter vom Leitvermögen (auch wohl „spez. L.-V.") $\varkappa$ hat den Widerstand $R = 1/\varkappa \cdot l/q$. — Das L.-V. von Elektrolyten wurde früher auf Quecksilber von 0° bezogen und ist dann immer eine kleine Zahl. In diesem Falle drückt sich R in Siemens-Einheiten aus, wenn l in Metern und q in qmm gemessen wird.

Man nimmt jetzt als Einheit des L.-V. das „$\mathrm{cm}^{-1}\,\mathrm{Ohm}^{-1}$", d. h. das L.-V. eines Körpers, dessen cm-Würfel den Widerstand 1 Θ hat; die bestleitenden wäßrigen Säurelösungen kommen bei Blutwärme dieser Einheit nahe. Da ein cm-Würfel Hg von 0° den Widerstand 1/10630 Θ hat, so ist ein auf Quecksilber bezogenes Leitvermögen, um es auf $\mathrm{cm}^{-1}\Theta^{-1}$ umzurechnen, mit 10630 zu multiplizieren.[1] — Der Widerstand eines Zylinders von l cm Länge und q qcm Querschnitt ist also nun $R = 1/\varkappa \cdot l/q\,\Theta$. Wenn man, um ein L.-V. $\varkappa$ zu bestimmen, den Widerstand dieses Zylinders mißt und $= R\,\Theta$ findet, so ist somit $\varkappa = l/q \cdot 1/R$; vgl. S. 412.

$1/\varkappa$ nennt man auch spezifischen Widerstand des Leiters. l/q, d. h. der Faktor, welcher mit $1/\varkappa$ multipliziert den Widerstand des zylindrischen Raumes liefert, heißt Widerstandskapazität dieses Raumes (80 I).

Auch ein beliebig gestalteter Raum zwischen zwei Elektroden hat in diesem Sinne eine Wid.-Kapazität (S. 412), nämlich eine Zahl C, die den Widerstand R zwischen den Elektroden dadurch finden läßt, daß man sie durch das Leitvermögen $\varkappa$ des ausfüllenden Leiters dividiert. Also

$$R = C/\varkappa \quad \text{oder} \quad C = R\varkappa \quad \text{oder} \quad \varkappa = C/R.$$

Das Leitvermögen einer Flüssigkeit wird nun so bestimmt, daß man einen Raum von bekannter Widerstandskapazität C (vgl. S. 481) mit ihr füllt und dann seinen Widerstand R ermittelt, worauf man hat

$$\varkappa = C \cdot \frac{1}{R}.$$

---

1) Wegen der Abweichungen der älteren Widerstandseinheiten und Temperaturskalen schwanken die Umrechnungsfaktoren früherer Resultate. Vgl. hierüber Kohlrausch, Holborn u. Dieſselhorst, Wied. Ann. 64, 452. 1898.

Dieses C ist dieselbe Zahl wie der in Siemens-Einheiten ausgedrückte Widerstand einer Füllung mit Quecksilber von 0°, mit 10000 multipliziert.

Wechselströme. Polarisation der Elektroden. Jeder Strom in einem Elektrolyt ist mit Zersetzung verbunden, wobei die an den Elektroden sich abscheidenden Ionen und die Konzentrationsänderung der Lösung an den Elektroden eine elektromotorische Gegenkraft gegen den Strom, die Polarisation der Elektroden, bewirken, durch welche der Strom geschwächt, also der scheinbare Widerstand vergrößert wird.

Die Polarisation wird unmerklich bei Wechselströmen rascher Periode zwischen Elektroden von hinreichend großer Oberfläche; diese erzielt man, ohne großer Dimensionen zu bedürfen, durch einen elektrolytischen Überzug der Elektrode mit fein verteiltem Platinmohr; 8, 18. — Wenn der Platinmohr durch Absorption usw. stört, kann man auch wohl blanke Elektroden anwenden, zwischen denen man vor oder unter Umständen während der Messung einen Gleichstrom fließen läßt. Vgl. Wolcott, Ann. d. Phys. 12, 653. 1903.

Stromerreger (Fig. 228). Der einfachste Erreger von Wechselströmen ist ein kleiner Induktionsapparat, bestehend aus Eisenkern und einer *primären* Spule mit einem Neeffschen Hammer als Unterbrecher und einer sekundären Spule, in welcher bei der Unterbrechung und Schließung des Primärkreises kurz dauernde Ströme gleicher Gesamtstärke, aber entgegengesetzter Richtung induziert werden. In der Durchschnittsfigur ist als Hammer ein Platinunterbrecher, in der Seitenansicht ein Quecksilberunterbrecher gezeichnet. Die richtige Stellung des Unterbrechers wird mit der Regulierschraube ausprobiert; das Quecksilber ist zum Schutze gegen die Verbrennung durch die Unterbrechungsfunken mit einer Schicht destillierten Wassers bedeckt, welches zeitweilig erneuert wird. Als Stromerreger dient ein Akkumulator oder ein bis zwei Daniellelemente. Ein richtig gebauter Unterbrecher hat, besonders wenn der Apparat auf Stückchen Kautschuk gestellt ist, einen leisen Gang. Sonst verstopft man das unbeschäftigte Ohr mit Watte oder einem Antiphon.

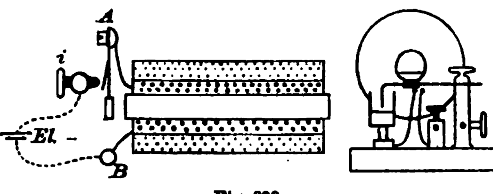


Fig. 228.

Ein origineller Vorschlag, den Bürstenton einer städtischen Lichtleitung zu benutzen, bei Athanasiadis, Ann. d. Ph. 23, 392. 1907.

Das Telephon als Stromprüfer. Vgl. 85a. Das gewöhnliche Galvanometer reagiert nicht auf die Wechselströme. Gebraucht wird zuweilen das Dynamometer oder der Bellatische Eisendraht (85, 3), auch wohl das Vibrationsgalvanometer oder optische Telephon (85a), meistens aber das Bellsche Hörtelephon. Ein solches ist fest ans Ohr zu drücken; der Induktionsapparat soll in einiger Entfernung (1 m) von ihm stehen, damit nicht etwa der Elektromagnet direkt wirkt. Die käuflichen Telephone ge-

nügen meistens, besonders wenn man ihre dünndrähtige Bewicklung durch eine von kleinerem Widerstande, etwa 5 bis 10 Θ, ersetzt.

Widerstandsgefäße. Für schlechte Leiter wie Wasser und verdünnte Lösungen (wo auf eine haltbare Glassorte zu achten ist; 8, 4) dienen z. B. die Formen A B C H I (Fig. 229) mit breiten, einander nahe stehenden Elektroden; für bessere Leiter die übrigen. Die Gefäße C bis H sind in ein Bad mit Thermometer zu stellen. Die Gefahr eines Nebenschlusses durch das Bad wird bei D durch angeblasene Glasröhren um die Zuleitungen verhindert; Verfertiger z. B. C. Richter, Glaswerkstätte, Berlin. —

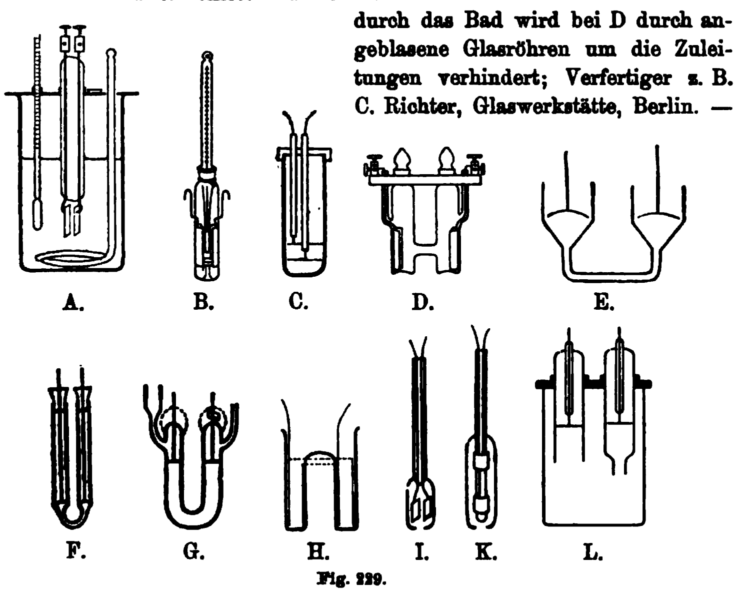


Fig. 229.

Man vermeide zu starke Ströme, die das L.-V. durch Erwärmen vergrößern.

I bez. K taucht man in schlecht bzw. gut leitende Flüssigkeiten ein. In L wählt man die Verjüngung unter der rechten Elektrode je nach dem L.-V.

I. Die Messung.

1. Mit Wechselstrom und Telephon (F. K.).

Man wendet meistens die Wheatstone-Kirchhoffsche Drahtbrücke an (98 II); vgl. Fig. 230.

F ist das Elektrodengefäß mit der Flüssigkeit, *R* der Satz von bekannten Drahtwiderständen, beide mit den Enden des Meßdrahtes und andrerseits miteinander verbunden. An die letztere Verbindungsstelle kommt der eine, an den Schleifkontakt der andere Pol des Induktoriums. Das Telephon liegt an den Enden des Meßdrahtes. Vgl. hierüber die Bemerkung S. 464, oben.

Man sucht nun die Stellung des Schleifkontaktes, wo der Ton im Telephon ganz oder zu einem Minimum ausgelöscht wird.

Ursachen eines schlechten Minimums entstammen bei kleinen Widerständen der Polarisation oder vielleicht der Selbstinduktion schlecht gewickelter Drahtrollen, bei großen der elektrostatischen Kapazität der Drahtrollen oder der Flüssigkeitszelle; letzteres läßt sich durch Nebenschaltung eines kleinen Kondensators in den anderen Zweig korrigieren. Beträge zwischen etwa 30 und einigen

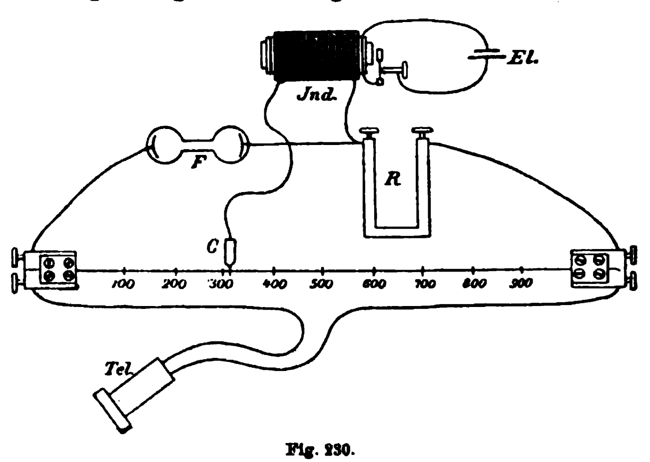


Fig. 230.

1000 Θ sind durchschnittlich am besten zu messen. Man sucht also womöglich Gefäße aus, welche solche Widerstände geben. Bei Widerständen von mehreren 100 000 Θ gelingt es nicht immer, die Quellen der Unschärfe genügend zu beseitigen.

Über die zur Verschärfung des Minimums und zu genauer Messung geeigneten Mittel vgl. u. a. F. K., Wied. Ann. 56, 177. 1895 (Kondensator, Zusatzwiderstände zum Schleifdraht); 60, 315. 1897 (Platinierung der Elektroden); F. K. u. Maltby, Wiss. Abh. d. P. T. R. III, 157. 1900 (besonders verdünnte Lösungen). Auch K. u. Holborn, S. 9, 48, 54 ff.

Unter den Vergleichswiderständen *R* bevorzugt man diejenigen, welche eine von der Mitte des Meßdrahtes nicht zu weit entfernte Einstellung ergeben. Dem gestreckten Brückendraht vorzuziehen ist die Walzenbrücke; Fig. 219 S. 464. Dort würde *W* das Elektrodengefäß vorstellen, P_1 das Telephon und P_2 die Stromquelle, d. h. die sekundäre Rolle des Induktoriums.

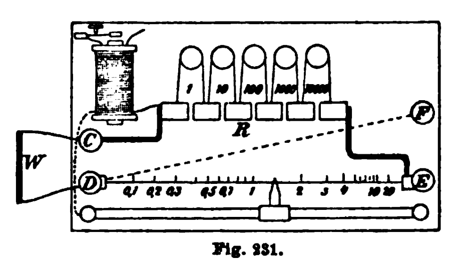


Fig. 231.

An der kleinen Brücke (Fig. 231; Ausführung von Hartmann & Braun) sind die zur Messung nötigen Teile vereinigt.

wischen C und D kommt der zu bestimmende Widerstand, an E und D v. an E und das mit dem Drahtende D verbundene F) wird das Telephon ıgelegt. Die Induktionsrolle ist mit dem Schleifkontakt und mit einem ınkte zwischen C und den Rheostatenwiderständen R verbunden. — Das lement kommt an zwei (nicht gezeichnete) Klemmen. (Ein Umschalter an ner von diesen läßt das Induktorium ausschalten und gewöhnliche Widerände mit konstantem Strome, also mit Galvanometer anatt des Telephons messen.) An der Teilung gibt die ıgelesene Zahl gleich das Verhältnis a/b.

Anordnung von Nernst (Fig. 232). Eine Brückenırzweigung besteht aus vier paarweise gleichen Glasıhren, gefüllt mit einer Lösung, deren Leitvermögen ın der Temperatur sehr wenig abhängt: 121 g Mannit ıd 41 g Borsäure mit 0,06 g KCl in Wasser zu 1 l ılöst; $\varkappa_{18}$ etwa $=$ 0,000 97. Ein Zweig enthält eine ngs einer Teilung verschiebbare Elektrode; der ım Skalenteil entsprechende Widerstand dient als Einıit, auch für die Widerstandskapazität des Meßgefäßes. - Ein zu messender Flüssigkeitswiderstand, den man iesem Zweige hinzufügt, ist dann durch die Verschieung der Elektrode gegeben, welche das Telephon ieder zum Schweigen bringt. Die Anordnung ist egen ihrer Symmetrie den Störungen des Minimums eniger ausgesetzt und eignet sich infolgedessen auch für sehr große Viderstände. Vgl. Nernst, ZS f. ph. Ch. 14, 642. 1894; M. E. Maltby ebd. 8, 133. 1895.

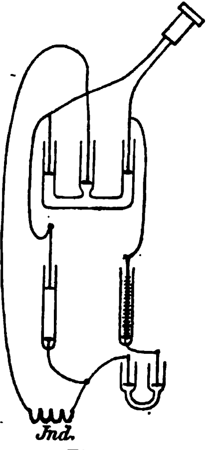


Fig. 232.

Optisches Telephon s. 85a; elektrometrische Methoden 130.

Über die Anwendung der sehr schnellen Schwingungen einer Funkenntladung vgl. Nernst, Wied. Ann. 60, 600. 1895; Nernst u. von Lerch, Gött. Nachr. 1904, 166.

Geschmolzene Salze s. z. B. R. Lorenz u. Kalmus, ZS f. ph. Ch. 59, 7. 1907; Goodwin u. Mailey, Phys. Review 26, 28. 1908; Arndt u. Geßler, ZS f. Elektroch. 1908, 662. — Lösungen in hoh. Temp. (Bombe, Isolation durch Quarzglas) Noyes u. Coolidge, ZS f. ph. Ch. 46, 323. 1903; Publ. Carn. Inst. Nr. 63. 1907.

Bestimmung der Widerstandskapazität C eines Gefäßes.

1. **Mittels Normalflüssigkeiten.** Man ermittelt C aus der Gleichung $C = \varkappa R$ durch Messung des Widerstandes $R\,\Theta$, den z. B. eine der folgenden Normalflüssigkeiten von bekanntem Leitvermögen $\varkappa$ in dem Gefäß zeigt:

Maximalleitende Schwefelsäure, 30% H_2SO_4; $s_{18} = 1{,}223$.

Gesättigte Chlornatriumlösung, etwa 26%; vor dem Gebrauch hinreichend mit einem Überschuß von Salz geschüttelt.

Maximalleitende Bittersalzlösung, 17,4% $MgSO_4$; $s_{18} = 1{,}190$.

Normale Chlorkaliumlösung, d. h. 74,60 g KCl im Liter Lösung enthaltend. — Ferner $\frac{1}{10}$, $\frac{1}{50}$, und $\frac{1}{100}$ normale KCl-Lösung.

Gesättigte Gipslösung. Geschabter Gips wird mit Wasser einige Male gewaschen; die zur Messung dienende Lösung zuvor hinreichend geschüttelt. Etwas Trübung schadet nicht. Verschiedene Sorten können, je nach ihrer Herkunft, bis gegen 1% höhere Zahlen geben als die unten für reinen Gips geltenden.

Die Leitvermögen $\varkappa$ dieser Flüssigkeiten sind (K., Holborn u. Dießelhorst, Wied. Ann. 64, 440. 1898):

	H_2SO_4 max.	NaCl gesätt.	$MgSO_4$ max.	KCl normal	KCl 1/10 norm.	KCl 1/50 norm.	KCl 1/100 norm.	Gips gesätt.
15°	0,7028	0,2015	0,04555	0,09254	0,01048	0,002243	0,001147	0,001734
16	,7151	,2063	4676	,09443	1072	2294	1173	1782
17	,7275	,2112	4799	,09633	1095	2345	1199	1831
18	,7398	,2161	4922	,09824	1119	2397	1225	1880
19	,7522	,2210	5046	,10016	1143	2449	1251	1928
20	,7645	,2260	5171	,10209	1167	2501	1278	1976
21	0,7768	0,2310	0,05297	0,10402	0,01191	0,002553	0,001305	0,002024

Bei den drei letzten, die für Gefäße von kleiner Kapazität dienen, kommt das L.-V. des lösenden Wassers in Betracht, welches zu den abgedruckten Zahlen addiert werden muß.

Gutes Wasser soll ein L.-V. $\varkappa \cdot 10^6 = 1$ bis 2 haben. Das beste Destillat in Luft hat 0,7. — Über die Behandlung von Wasser s. F. K., ZS f. phys. Ch. 42, 193. 1902.

2. Durch Vergleichung mit einem bekannten Gefäß. Man schaltet beide Gefäße mit derselben Flüssigkeit gefüllt und in demselben Bade stehend (wie F und R, Fig. 230 S. 480) ein. Das Widerstandsverhältnis gibt dann das Verhältnis der beiden Kapazitäten. Lösungen von $KHSO_4$ oder für kleinere Kapazitäten solche von Mannit und Borsäure (S. 481) sind wegen des geringen Temperatureinflusses zweckmäßig.

Bestimmung des Leitvermögens mit einem Gefäß von meßbar veränderlicher Kapazität.

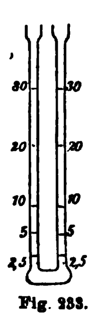


Fig. 233.

Eine U-förmige Röhre (Fig. 233) von $\frac{1}{2}$ bis 1 qcm Querschnitt hat verschiebbare, gut platinierte Elektroden (8, 18). Sie ist nach Kapazität geteilt, d. h. wenn die linke Elektrode auf dem Teilstrich c_l, die rechte zugleich auf c_r steht, so ist $C = c_l + c_r$ zu setzen. Für eine genauere Messung hängt man das Rohr in ein Bad mit Thermometer.

Eine Drahtbrücke ist überflüssig, es genügt z. B. die Wheatstonesche Verzweigung mit gleichen Widerstandspaaren (93) oder ein Differentialinduktor (Fig. 234). Für

den Vergleichswiderstand R wählt man eine runde Zahl (50 100 200 1000 Θ), stellt die linke Elektrode auf c_l und sucht an der rechten die Stellung c_r, bei welcher der Ton verschwindet. Wird $c_l + c_r = C$ gesetzt, so gibt $\varkappa = C/R$ das Leitvermögen ohne große Rechnung.

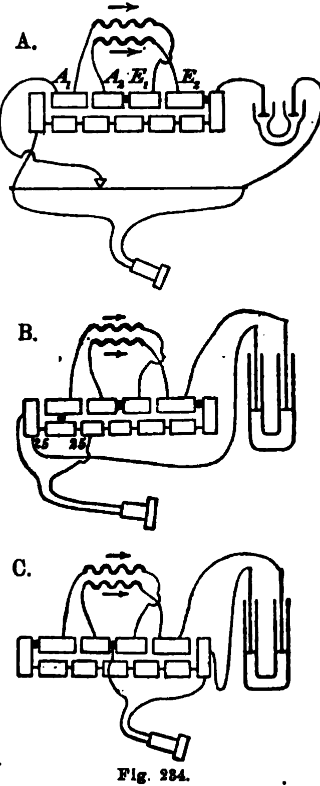


Fig. 284.

Universalinduktor mit Rheostat. Die sekundäre Rolle des Induktoriums besteht aus zwei gleichen Windungslagen. Zugefügt sind Stöpselklötze, welche erstens Vergleichswiderstände einzuschalten gestatten und zweitens zu den folgenden Schaltungen dienen.

1. Fig. 284 A gibt die ohne weiteres verständliche Schaltung zu einer Drahtbrücke. Sämtliche Widerstände sind als Meßwiderstände zu verwenden.

2. Brücke mit gleichen Widerstandspaaren. Die beiden 25er sind hierzu in Anspruch genommen. An ihnen liegt, wie an den Verzweigungswiderständen a und b in Fig. 211 S. 461, das Telephon; ferner einerseits der Rheostat, andrerseits das Elektrodengefäß.

3. Differentialinduktor. Die beiden Lagen der Induktionsrolle sind nicht wie in den anderen Fällen als Ganzes hintereinander geschaltet, sondern so, daß ihre Ströme das Telephon in entgegengesetzter Richtung durchfließen, also es nicht erregen, sobald sie gleiche Stärke haben (Fig. 284 C).

Bei Fig. 284 B und C zieht man einen passenden Widerstand R, verschiebt die Elektroden, bis der Ton verschwindet und liest $c_l + c_r$ ab; vgl. oben.

2. Bestimmung mit Wechselstrom und Elektrodynamometer.

Man leitet durch die eine Dynamometerrolle a (Fig. 235) den ungeteilten Strom des Induktors und schaltet nur die andere Rolle i in die Brücke. J bedeutet den Erzeuger der Wechselströme, F die Flüssigkeit, R den Rheostatenwiderstand, je nach Bedürfnis zwischen 10 und 1000 Θ. Die Strecke ABC kann einen Draht mit Schleifkontakt oder zwei konstante Widerstände bedeuten; vgl. 84 und 98.

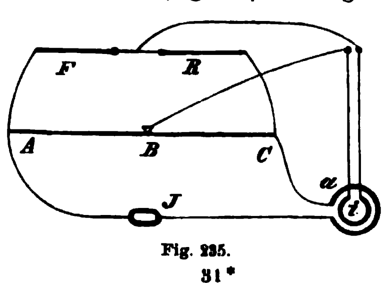


Fig. 235.

3. Bestimmung mit Gleichstrom. Vgl. auch **180** II.

a) Die Polarisation wird durch Differenzbestimmung mit konstanter Stromstärke eliminiert, indem man mittels Elektrodenverschiebung (Fig. 233 S. 482) verschieden lange Säulen einschaltet. Da die Pol. nur bei größerer Stromdichte konstant ist und da meist Gas entwickelt wird, so nimmt man ein Drahtnetz oder einen spiraligen Draht als Elektrode. — Man mißt in der Wheatstoneschen Brücke oder durch Substitution.

b) Zu genäherter Messung an sehr großen Widerständen – schlechten Leitern, oder auch besseren in langen Röhren —, mit so großen Spannungen, daß die Polarisation wenig in Betracht kommt, können die Abzweigmethoden **91** II, 2 oder 3 dienen. Vgl. auch **180** II. — Bei Stromquellen von Hunderten V (Lichtleitung) genügen noch einfacher **90** oder **91** I 1. — Fehler aus der Stromwärme sind zu beachten. — Über Eliminieren der Polarisation s. z. B. Grunmach, Ann. d. Ph. 28, 238. 1909.

c) Sehr schlechte Leiter, z. B. Eis, ganz reines Wasser. Kapazitätserscheinungen fälschen die Messungen mit Wechselstrom. Widerstände von mindestens mehreren 100000 Θ vorausgesetzt, arbeitet man mit platinierten (alsdann lange ausgewässerten) Elektroden, mit einer Stromquelle von hoher Spannung und ganz kurzem Stromschluß, so daß die Polarisation ohne Wirkung bleibt, etwa in gewöhnlicher Brückenschaltung. — S. z. B. F. K. u. Heydweiller, Wied. Ann. 53, 218. 1894.

Längerer Stromschluß kann, wenn in der Flüssigkeit nur wenige leitende Bestandteile gelöst sind, durch deren elektrolytische Verschiebung den Widerstand sowohl durch Bildung von Hydroxyden und Säuren aus Salzen verkleinern wie durch Hinaustreiben leitender Bestandteile vergrößern. — Auf dem letzteren Wege lassen sich manche Flüssigkeiten reinigen. — Vgl. F. K. u. Heydweiller, Wied. Ann. 54, 385. 1895; Warburg ebd. 54, 396.

Temperaturkoeffizient.

Das Leitvermögen eines Elektrolytes pflegt mit wachsender Temperatur stark zuzunehmen, in kleinen Intervallen der Temperaturänderung nahe proportional. Die relative Änderung $\mathfrak{c}$ des L.-V. auf 1° heißt Temperaturkoeffizient des L.-V. Es gilt also, wenn $\varkappa_1$ und $\varkappa_2$ den Temperaturen t_1 und t_2 entsprechen,

$$\frac{\varkappa_2 - \varkappa_1}{\varkappa} = \mathfrak{c}(t_2 - t_1) \quad \text{oder} \quad \mathfrak{c} = \frac{1}{\varkappa}\frac{\varkappa_2 - \varkappa_1}{t_2 - t_1}.$$

Als Temp. desjenigen $\varkappa$, in dessen Bruchteilen sich $\mathfrak{c}$ ausdrücken soll, wird man, je nach dem Zweck, z. B. t_1 oder $\frac{1}{2}(t_1 + t_2)$ oder auch 0° oder 18° wählen.

Für größere Intervalle genügt in mäßiger Temp. meist ein quadratischer Ausdruck, den man in der Form zu schreiben pflegt:

$$\varkappa_t = \varkappa_{18}[1 + \mathfrak{c}(t - 18) + \mathfrak{c}'(t - 18)^2];$$

in wäßrigen Lösungen starker Salze und Säuren läßt sich, für verdünnte Lösungen ziemlich genau, $\mathfrak{r}'$ aus $\mathfrak{r}$ schätzen, nämlich $\mathfrak{r}' = 0{,}0163(\mathfrak{r} - 0{,}0174)$. $\mathfrak{r}'$ ist meist positiv, denn selten (fast nur bei Säuren) findet sich $\mathfrak{r} < 0{,}0174$; das L.-V. wächst also in der Regel beschleunigt. — Anders in hoher Temp., wo das Anwachsen schließlich verzögert geschieht und, besonders bei Salzen mit mehrwertigen Ionen, sogar in ein Absteigen übergehen kann.

II. Äquivalentleitvermögen und Ionenbeweglichkeit in Lösungen (F. K.). Elektrolytische Dissoziation (Arrhenius).

Äquivalentleitvermögen Λ. So nennt man das Leitvermögen $\varkappa$, geteilt durch die Äquivalent-Konzentration der Lösung; diese ist gleich der in der Volumeinheit der Lösung enthaltenen Masse, dividiert durch das Äquivalentgewicht des Elektrolytes. Die gewöhnliche Definition rechnet die Konzentration, häufig unter der Bezeichnung m, nach g-Äqu./Liter; $v = 1/m$ ist die „Verdünnung" in Liter/g-Äqu. — Wegen der theoretischen Beziehungen rechnet man die Konzentration (η) besser nach dem, 1000mal kleineren, g-Äqu./ccm; eine gewöhnlich sog. „Normallösung" von 1 g-Äqu./Lit. hat (Tab. 3b) dann die Äqu.-Konzentration $\eta = 0{,}001$. Wir rechnen also, die Konz. η in g-Äqu./ccm messend (Tab. 32), das Äqu.-L.-V.

$$\Lambda = \varkappa/\eta.$$

Ionenbeweglichkeiten in Lösung. Der elektr. Strom besteht aus der Summe der mit den beiden Ionen wandernden Elektr.-Mengen; mit jedem Äqu. eines Ions wandert die gleiche Menge (Faraday; Hittorf. Über das elektr. „Elementarquantum" s. Anh. 28). Wir setzen das Äqu.-L.-V. einer Lösung gleich der Summe der „Beweglichkeiten" l_K und l_A des Kations und des Anions, also $\Lambda = l_K + l_A$. Einzeln ergeben sich diese Größen aus Λ und der durch Elektrolyse gemessenen relativen Ionen-Geschwindigkeit, gewöhnlich angegeben als Überführverhältnis $\mathfrak{n}$ des Anions (Hittorf), so daß $\mathfrak{n} = l_A/(l_K + l_A)$. Hiernach kommt

$$l_K = (1 - \mathfrak{n})\Lambda \quad \text{und} \quad l_A = \mathfrak{n}\Lambda.$$

Die in cm/sec ausgedrückten Geschwindigkeiten U und V beider Ionen für das Normalgefälle der Spannung von 1 V/cm findet man folgendermaßen. Ein cm-Würfel hat den Widerstand $1/\varkappa$ Ω; 1 V erzeugt hierin also den Strom $\varkappa$ A. Der Strom 1 A scheidet 0,000 010 36 g-Äqu./sec aus (S. 444), der obige Strom also 0,000 010 36 $\varkappa$ g-Äqu./sec. Nun enthält 1 ccm Lösung η g-Äqu. Sollen 0,000 010 36 $\varkappa$ von diesen in 1 sec an den Endflächen frei werden, so muß die gegenseitige Geschwindigkeit $U + V$ der Ionen in cm/sec betragen

$$U + V = 0{,}000\,010\,36\,\varkappa/\eta \quad \text{oder} \quad = 0{,}000\,010\,36\,\Lambda,$$

einzeln also $U = (1 - \mathfrak{n}) \cdot 0{,}000\,010\,36\,\Lambda$, $\quad V = \mathfrak{n} \cdot 0{,}000\,010\,36\,\Lambda$.

Über Lit. und Werte von $\mathfrak{n}$ s. K. u. Holborn a. a. O. und Landolt-B.-R. S. 1121 ff.

Äqu.-L.-V. und Ionenbeweglichkeiten in Wasser und verdünnten Lösungen: F. K., ZS f. Elch. 1907, 333; Temp.-Koeff. der Ionenbewegl. ebd., 1908, 129.

Die Äqu.-L.-V. Λ und die Einzelbeweglichkeiten nehmen mit wachsender Konzentration ab. Über Λ s. Tab. 32; Landolt-B.-R. S. 1102ff. — Tab. 33 gibt Ionenbeweglichkeiten im Wasser für 18° bei dem Grenzzustand äußerster Verdünnung, so gut sie bekannt sind. Die Zahlen für H, OH und für mehrwertige Ionen sind weniger sicher.

Elektrolytische Dissoziation. Die Fähigkeit einer Lösung, elektrolytisch zu leiten, entsteht durch eine ionisierende Wirkung des Lösungsmittels; Teile, die im chemischen Molekül aneinander gebunden sind, folgen den elektrischen Triebkräften nicht, für die Leitung ist vielmehr nötig, daß diese Kräfte zerspaltene, „dissoziierte" Moleküle vorfinden (Clausius; namentlich Arrhenius 1883). Der Dissoz.-Grad wächst mit zunehmender Verdünnung. Die getrennten Bestandteile, Kationen bzw. Anionen, sind mit gleichen positiven bzw. negativen El.-Mengen geladen; vgl. vor. S.

Schematisch faßt man den ionisierten Zustand so auf, als ob von der Gesamtmenge (η) der Moleküle ein Teil (η_1) fest gebunden, der übrige (η_2) in Ionen gespalten sei, die alle denselben Zustand freier Beweglichkeit besitzen. Elektrolytischer „Dissoziationsgrad" $\mathfrak{a}$ (vgl. auch S. 83 u. 178) heißt dann der Bruchteil $\mathfrak{a} = \eta_2/(\eta_1 + \eta_2) = \eta_2/\eta$.

Nimmt man ferner an, daß der elektrolytische Bewegungswiderstand eines Ions in der Lösung dieselbe Größe habe wie im reinen Lösungsmittel (Wasser als Beispiel), so folgt, daß der Diss.-Grad einer Lösung gegeben ist durch das Verhältnis ihres Äqu.-L.-V. (Λ) zu demjenigen (Λ_0), welches vorhanden sein würde, wenn die ganze gelöste Menge sich in Ionen gespalten hätte, die dieselbe Beweglichkeit besitzen wie im Wasser; $\mathfrak{a} = \Lambda/\Lambda_0$.

Kritisches über gut leitende (stark dissoziierte) Elektrolyte. In sehr verdünnten Lösungen trifft die letztere Annahme wahrscheinlich zu. In konzentrierteren kennt man den elektrolytischen Widerstand der Ionen nicht, darf demnach die Gl. $\mathfrak{a} = \Lambda/\Lambda_0$ nur als eine selbständige Definition des Zustandes elektrolytischer Dissoziation, keineswegs aber als eine Definition ausgeben, die von vornherein mit dem aus anderen Erscheinungen (Gefrierpunkt, Siedepunkt) abgeleiteten Diss.-Grad zu identifizieren wäre.

Man darf ferner die obige schematische Auffassung nicht mit dem wirklichen Zustand verwechseln. Denn in stark dissoziierten Lösungen befinden sich einesteils die Moleküle unter Bedingungen, in denen sie sich leicht spalten; andernteils besteht eine große Anzahl abgespaltener Ionen, die sich beim Zusammentreffen zu Molekülen vereinigen. Ohne Zweifel setzt sich eine solche Lösung nicht aus festen Molekülen und aus Ionen von gleichem, frei beweglichem Zustande zusammen, sondern es bestehen in jedem Augenblick unzählig viele Übergangszustände des Freiheitsgrades zwischen diesen beiden Extremen, und das einzelne Ion wechselt seinen Zustand in Zeiträumen, die wir als unmeßbar klein bezeichnen müssen.

Der elektrolytische Strom ist mithin nicht ein Vorgang, bei dem Anionen und Kationen mit konstanter Geschwindigkeit aneinander vorübergleiten, sondern die Einzelgeschwindigkeit wechselt; im Zusammenhang mit den Molekularbewegungen der Wärme führt das Ion auch Bewegungen nach anderer als der Stromrichtung aus. Der el. Strom bringt nur die Summe der mittleren Geschwindigkeitskomponenten nach der Stromrichtung zur Erscheinung, das einzige, worauf wir aus der Stromstärke schließen können.

Diese, auf alle vorhandenen, in Ionen spaltbaren Teile des gelösten Körpers, d. h. auf die ganze Konzentration des Elektrolytes bezogene Summe, mit Hilfe der Hittorfschen Zahlen in die Bewegungen der Kationen und der Anionen zerlegt, liegt den obigen Beweglichkeiten l_K und l_A sowie den, in absolutem Geschwindigkeitsmaß ausgedrückten U und V zugrunde.

Beweglichkeiten der freien Ionen im Lösungsmittel leiten wir durch Extrapolation auf den als vollkommen dissoziiert angenommenen Zustand in ∞ Verdünnung ab. Für eine Theorie des Stromes in konzentrierteren Lösungen ist hierdurch, selbst wenn man annimmt, daß freie Ionen hier eine Beweglichkeit von derselben Ordnungsgröße behalten, wenig gewonnen; denn der Strom wird nicht nur von solchen gebildet, sondern von Ionen verschiedener Freiheitsgrade, deren Verteilungsgesetz bis jetzt unbekannt ist.

Den Quotienten $\Lambda/\Lambda_0 = \mathfrak{a}$ versuchsweise für theoretische Zwecke als elektrolytischen Diss.-Grad zu definieren, ist natürlich gestattet. Diese Definition indessen, indem $\mathfrak{a}\eta$ als Ionenkonzentration η_2 und Λ_0 als Summe der Beweglichkeiten der freien Ionen bezeichnet wird, wie es oft geschieht, als Grundlage zu wählen und Λ, gerade die Größe, die durch Beobachtung ermittelt ist, rückwärts als $\Lambda_0\eta_2$ oder $\Lambda_0\mathfrak{a}\eta$ zu berechnen, stellt nur einen Zirkel dar und verleitet zum Übersehen des Umstandes, daß die Definition auf der Fiktion eines unzutreffenden Zustandes beruht und daß ferner Λ_0 keine beobachtete, sondern eine extrapolierte Zahl ist.

Formeln für die Abhängigkeit des Äqu.-L.-V. Λ von der Konzentration η. Die an gut leitenden Lösungen erfolglos angestellten Versuche, auf die genannten Begriffe eine Theorie zu gründen, bestätigen das eben Gesagte. Bis jetzt hat man nur empirische Formeln, die den Zusammenhang zwischen η und Λ mehr oder weniger zutreffend wiedergeben; hierzu gehören u. a. die folgenden, häufiger gebrauchten, in denen Λ das Äqu.-L.-V. bei der Konz. η, Λ_0 dasjenige in ∞ Verdünnung, A und p Konstanten des Elektrolyts bedeuten:

für verdünnte Lösungen:

$$(\Lambda_0 - \Lambda)/\Lambda^p = A\eta^{p-1} \quad 1. \qquad (\Lambda_0 - \Lambda)/\Lambda^p = A\eta^{\frac{1}{2}} \quad 2.$$

nur für konzentriertere Lösungen:

$$\Lambda_0 - \Lambda = A\eta^{1/3} \quad 3. \qquad \Lambda_0 - \Lambda_m = A\eta_m \quad 4.$$

In Formel 4 bedeutet η_m die Konzentration der Gewichtseinheit der Lösung und es ist $\Lambda_m = \varkappa/\eta_m$.

1. Storch, ZS f. phys. Ch. 19, 13. 1896; Bancroft, ebd. 31, 188. 1899; angew. von Noyes a. a. O. (S. 481) 2. u. 3. F. K. 4. Gibson, Edinb. Trans. 45 I, 241. 1906.

Das Gesetz für schlechte Leiter (Ostwald 1888). Solche, z. B. schwache Säuren oder Basen in Lösung, sind Elektrolyte von kleiner Diss.-Konstante ($\mathfrak{k}$). Die geschlossenen Moleküle dissoziieren selten, und die Dichte der freien Ionen ist gering; der Zustand nähert sich der schematischen Auffassung (S. 486) und läßt sich in der Tat hier aus dieser mit Erfolg berechnen. Und zwar folgt für den Diss.-Grad $\mathfrak{a}$ und das Äqu.-L.-V. Λ, wenn $\Lambda_0 \mathfrak{k} = A$ bezeichnet wird,

$$\eta \frac{\mathfrak{a}^2}{1-\mathfrak{a}} = \mathfrak{k} \quad \text{oder} \quad \frac{\Lambda^2}{\Lambda_0 - \Lambda} = \frac{A}{\eta} \qquad 5.$$

Für sehr schwach dissoziierte Leiter (z. B. Fettsäuren, Ammoniak) ist Λ sehr klein. Durch seine Vernachlässigung gegen Λ_0 entstehen die in mäßiger Verdünnung gültigen Formeln, wenn $\Lambda_0 \mathfrak{k}^{1/2} = B$ bezeichnet wird.

$$\Lambda = B/\sqrt{\eta} \qquad \varkappa = B\sqrt{\eta} \qquad 6.$$

Ableitung. Es seien in der Volumeinheit η_2 in Ionen gespaltene, also $\eta - \eta_2$ unzersetzte elektrolytische Moleküle gelöst. In der Zeiteinheit zerfalle die Anzahl $P(\eta - \eta_2)$ und es bilde sich durch Zusammentreffen entgegengesetzter Ionen die Anzahl $Q\eta_2^2$, wo P und Q Konstanten des Elektrolytes sind. Der beharrliche Zustand der Lösung verlangt also $P(\eta - \eta_2) = Q\eta_2^2$. Führt man den Diss.-Grad $\mathfrak{a} = \eta_2/\eta$ ein und bezeichnet $P/Q = \mathfrak{k}$, so kommt

$$\mathfrak{k}/\eta = \mathfrak{a}^2/(1-\mathfrak{a}), \quad \text{und aus} \quad \mathfrak{a} = \Lambda/\Lambda_0 \quad \Lambda_0 \mathfrak{k}/\eta = \Lambda^2/(\Lambda_0 - \Lambda).$$

Zu 5. Ostwald, ZS f. phys. Ch. 2, 36 u. 270. 1888; zu 6. F. K., Wied. Ann. 6, 190. 1879.

Über andere Lösungsmittel als Wasser s. z. B. Walden, ZS f. phys. Ch. 54, 129. 1906; Hantzsch, ebd. 61, 257. 1907; Turner, Amer. Ch. J. 40, 558. 1908; Carrara, Elektroch. der nicht wäßr. Lösungen, übers. von Arndt, 1908.

96a. Konzentration einer Lösung aus ihrem Leitvermögen. Löslichkeit.

1. Sehr verdünnte Lösungen. Löslichkeit schwer löslicher Elektrolyte.

1 mg eines Salzes, in 1 Liter Wasser gelöst, vermehrt dessen L.-V. durchschnittlich um etwa 10^{-6}; Körper wie Chlorsilber oder Bariumsulfat bewirken eine noch gut meßbare Vermehrung.

Tab. 33 gibt die auf $\text{cm}^{-1}\Theta^{-1}$ bezogenen Beweglichkeiten l_K und l_A von Ionen in äußerst verdünnter wässeriger Lösung bei 18°. Hat man nun das Leitvermögen der gesättigten Lösung bei 18° um $\mathfrak{k}$ größer gefunden als das L.-V. des lösenden Wassers, so berechnet man die in 1 ccm gelösten g-Äquivalente als $\eta = \mathfrak{k}/(l_K + l_A)$. Ist A das Äquivalentgewicht des gelösten Körpers, so gibt dann $A\eta$ oder $A \cdot \mathfrak{k}/(l_K + l_A)$ die Konzentration

in g/ccm und $1000\,\Lambda \cdot \mathfrak{k}/(l_K + l_A)$ in g/Liter. — Bei stärkeren Lösungen ist die Abnahme von Λ mit wachsender Konzentration zu berücksichtigen.

Man wässert den gepulverten Körper aus, bringt ihn in das Gefäß (Fig. 229 B S. 479), gießt vorsichtig Wasser von bekanntem Leitvermögen auf, schüttelt, und bestimmt das Leitvermögen abermals. Meistens wird wegen der Verunreinigungen noch einmal oder mehrere Male von dem Pulver abgegossen und Wasser aufgegossen werden müssen, bis konstante Leitvermögen entstehen.

Beispiel: $BaSO_4$ bei 18°; $l_K = 55$, $l_A = 68$, also $\Lambda = l_K + l_A = 123$. Gefunden wurde $\mathfrak{k}_{18} = 2{,}4 \cdot 10^{-6}$, also $\eta = 2{,}4 \cdot 10^{-6}/123 = 0{,}020 \cdot 10^{-6}$ g-Äqu./cm³ $= 0{,}000\,020$ g-Äqu./Liter. — Äqu.-Gew. $\frac{1}{2}$ Ba $= 69$, $\frac{1}{2}\,SO_4 = 48$; also $\Lambda = 117$, woraus der Gewichtsgehalt $= 117 \cdot 0{,}000\,020 = 0{,}0023$ g/Liter.

Nur bei Anwendung sehr reinen Wassers (8, 2) und bei neutralen Salzen ist für so verdünnte Lösungen das Verfahren gestattet.

Über einzelnes s. F. K. u. Holborn, a. a. O. S. 129 ff.; F. K., ZS f. phys. Ch. 44, 197. 1903; 64, 129. 1908; W. Böttger, ebd. 46, 521. 1903.

Über Löslichkeitsbestimmungen durch Spannungsmessung s. 104.

2. Starke Lösungen. Man ermittelt die Konzentration mittels des beobachteten L.-V. aus Tab. 31 oder aus K. u. Holborn, Tab. 1 u. 2 oder Landolt-Börnst.-Roth. Zweideutigkeiten, die etwa aus einem Maximum des L.-V. entspringen, sind besonders zu berücksichtigen.

Über die Bestimmung stärkerer Löslichkeiten auf chemischem Wege vgl. Ostwald-Luther.

97. Widerstand galvanischer Elemente.

Die Methoden 1 und 2 lassen sich nur auf sehr konstante Elemente von nicht zu kleinem Widerstande anwenden; 3 und 4 sind in der Ausführung nicht einfach; 5 ist einfacher und meistens genauer. Allgemein anwendbar, freilich bekannte Kondensatorkapazitäten voraussetzend, ist Nr. 6.

Mittels des eigenen Stromes.

1. In gewöhnlicher Schaltung. Man bewirkt mit dem Element oder der Batterie, nötigenfalls mit Widerstandsballast, an einem Strommesser einen passenden Ausschlag; die Stromstärke sei I. Durch Zuschaltung von Rheostatenwiderstand R schwächt man die Stromstärke auf I', am besten etwa auf die Hälfte von I. Dann hatte der Stromkreis bei der ersten Beobachtung den Widerstand $W = RI'/(I - I')$, von dem man den Galvanometerwiderstand sowie ev. den konstanten Ballast abzieht.

2. Durch Paar- und Einzelschaltung. Eine gerade Anzahl gleicher Elemente wird erstens in Hinterschaltung, zweitens in paarweiser Nebenschaltung (Fig. 236) durch denselben

z k z k
z k z k
Fig. 236.

Stromzeiger und je so viel Rheostatenwiderstand R_1 bzw. R_2 geschlossen, daß dieselbe Nadelstellung entsteht. Dann betrug der Batteriewiderstand bei der Hinterschaltung $4R_2 - 2R_1$.

Durch momentanen Stromschluß.

3. In der Wheatstoneschen Brücke (Mance) (Fig. 237). Bei W ist das Element, bei R ein Rheostatenwiderstand eingeschaltet. Man sucht die Stellung, bei der das abgelenkte Galvanometer in Ruhe bleibt, wenn man den Kontakt momentan schließt; dann ist der Widerstand des Elements $W = R \cdot a/b$. Durch einen konstant genäherten Magnet kann man eine Galvanoskopnadel in der Nähe der Ruhelage halten.

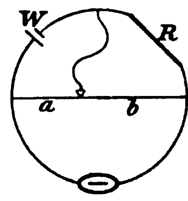


Fig. 237.

Man mißt hier einwandfrei den Widerstand des geschlossenen Elements.

4. Kompensationsverfahren (v. Waltenhofen; Beetz) (Fig. 238). ab ist ein dünner Draht von bekanntem Widerstand mit zwei Gleitkontakten oder ein Rheostat mit zwei Abzweigungen. Der Widerstand R von E soll bestimmt werden. e ist ein schwächeres, konstantes Hilfselement. Das Galvanoskop G sei stromlos bei den Abzweigungswiderständen a und b und ebenso bei a' und b'. Dann ist einschließlich der Zuleitungen $R = (a'b - ab')/(a - a')$. Gibt keine Stellung den Strom Null, so muß der disponible Widerstand vermehrt oder ein schwächeres e genommen werden.

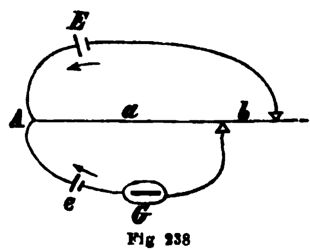


Fig 238

Beweis. Der Kreis $AabE$ habe den Strom I. Es ist (80 I B) $E = (R + a + b)I$; ferner $e = aI$, also $E/e = 1 + (R + b)/a$. Ebenso $E/e = 1 + (R + b')/a'$; also $(R + b')/a' = (R + b)/a$, woraus obiges folgt.

Durch Wechselströme.

5. Am einfachsten ist die Messung mit dem Telephon nach 96. Elemente von nicht zu kleinem Widerstande verhalten sich den Wechselströmen gegenüber ähnlich wie gewöhnliche Leiter. Der konstante Strom des Elementes schadet nicht, wenn er nicht zu stark ist (in Fig. 230 S. 480 den Meßdraht von großem Widerstande wählen!) Am besten untersucht man eine gerade Anzahl von Elementen, halbiert gegeneinander geschaltet.

6. Verfahren mit Kondensatoren (Nernst und Haagn). Indem man ein Widerstandsverhältnis auf das Verhältnis zweier Kondensator-Kapazitäten zurückführt und zugleich vor das Induktorium einen großen Kondensator einschiebt, der wohl die Induktionsschwingungen über-

rägt, aber keinen Gleichstrom zustande kommen läßt, werden Dauerströme iberall vermieden.

J (Fig. 239) ist das Induktorium, C der übertragende Kondensator (beegtes Guttaperchapapier). Die Kondensatoren n den Brückenzweigen haben Kapazitäten c_1 ind c_2 von bekanntem Verhältnis (132). E ist las Element, dessen Widerstand r gemessen werden soll, R ein meßbar veränderlicher Widerstand, z. B. ausgespannter Draht mit widerstandsfreiem Kontakt. Schweigt das Telephon T, so gilt

$$r : R = c_2 : c_1 .$$

Fig. 239.

c_2/c_1 kann man in derselben Anordnung bestimmen, sobald man E durch einen bekannten Widerstand ersetzt (132 II 3).

Nernst und Haagn, ZS f. Elch. 2, 493. 1896; auch Haagn, ZS f. phys. Ch. 23, 97. 1897.

Verbindet man in obiger Verzweigung so, wie in Fig. 240 A, so braucht der Kontakt nicht widerstandsfrei zu sein. Es ist dann $(r + R_1) : R_2 = c_2 : c_1$ (Dolezalek u. Gahl).

Endlich kann man Widerstände r_1 und r_2 zweier Elemente E_1 und E_2 von gleicher E. K. stromfrei mittels $r_1 : r_2 = a : b$ in der Brückenverzweigung (Fig. 240 B) miteinander vergleichen.

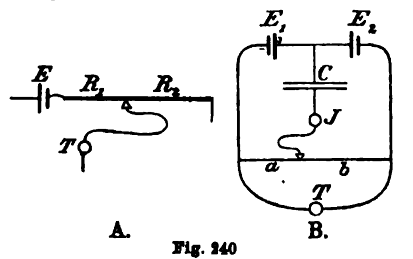


Fig. 240

98. Widerstand eines Galvanometers.

Die Methoden bezwecken, einen Galvanometerwiderstand (γ) ohne den Bedarf eines fremden Strommessers zu bestimmen. — Nr. I wird selten genau ausführbar sein.

I. Direkter Schluß.

Man schließt durch das Galvanometer ein konstantes Element von bekanntem oder sehr kleinem Widerstande (großer Daniell, Akkumulator), wenn nötig unter Vorschaltung eines bekannten Widerstandsballastes; R_0 sei die Summe dieses Ballastes und des Elementwiderstandes. Die Stromstärke sei I. Man bringe durch Zuschaltung von Rheostatenwiderstand R den Strom auf etwa die halbe Stärke I'. Dann ist $\gamma = RI'/(I - I') - R_0$.

Denn es ist $(\gamma + R_0)I = (\gamma + R_0 + R)I'$.

II. Bestimmung durch Stromabzweigung.

Dadurch, daß man einen Strom durch einen Rheostaten schickt, das Galvanometer in zwei verschiedenen Weisen an diesen Strom anschließt und die Ausschläge mißt, erhält man zwei Gleichungen, aus denen γ abgeleitet wird. Man kann, besonders bei empfindlichen Galvanometern, mit schwachen, unter Umständen auch wenig verschiedenen Strömen arbeiten, so daß die Konstanz der Stromquelle gewahrt bleibt.

Ein Element oder eine Batterie von bekanntem Widerstande sei geschlossen durch eine Leitung, die sich in zwei Zweige teilt, von denen der eine aus dem Galvanometer γ, der andere aus einem bekannten Widerstande z bestehe. z sei von γ womöglich nicht sehr verschieden.

R sei der Gesamtwiderstand des unverzweigten Teiles der Leitung, also einschließlich des Widerstandes des Elements. Es ist vorteilhaft, R groß wählen zu können. I sei die Stromstärke im Galvanometer (vgl. 83, 85; es genügen relative Messungen), wenn die Widerstände R, z und γ sind.

Allgemeiner Fall. Es werde R in R', z in z' verwandelt und zu γ ein Widerstand r zugeschaltet; dadurch entstehe die Stromstärke I' in γ. Dann ist

$$\gamma = \frac{I'[r(R'+z')/z' + R'] - IR}{I(R+z)/z - I'(R'+z')/z'}. \qquad 1.$$

Denn es ist

$$I = \frac{Ez}{\gamma(R+z)+Rz}; \qquad I' = \frac{Ez'}{(\gamma+r)(R'+z')+R'z'} \quad \text{(S. 413)}.$$

Aus dieser allgemeinen Formel ergeben sich leicht die folgenden Methoden. Die Figuren 241 bis 248 zeigen an, wie man die Anordnung mit einem Rheostaten (stark gezeichnet) treffen kann, wenn man einige Stöpsel mit Klemmschrauben besitzt. Besonders Nr. 3, 4 und 7 werden sich leicht ausführen lassen.

Einzelne Fälle für den Gebrauch.

1. Man lasse R und z (Fig. 241) ungeändert, schalte aber in den Galvanometerzweig γ noch einen von γ nicht sehr verschiedenen Widerstand r. Die Stromstärke sei nunmehr $= I'$. Über I, R, z siehe oben. Dann ist

$$\gamma = \frac{I'[r(1/z + 1/R) + 1] - I}{(I - I')(1/z + 1/R)}.$$

Ist R sehr groß gegen z, so hat man

$$\gamma = r\frac{I'}{I - I'} - z.$$

Fig. 241.

2. Man läßt beim zweiten Versuche R (Fig. 242) ıd den Galvanometerzweig ungeändert ($r = 0$), rwandelt aber z in den größeren Wert z', wo- ırch in γ die Stromstärke I' entstehe. Es ist

$$\gamma = \frac{I' - I}{I(1/z + 1/R) - I'(1/z' + 1/R)}.$$

Fig. 242.

ür großes R entsteht $\gamma = \dfrac{I' - I}{I/z - I'/z'}$.

3. Bei dem zweiten Versuche (Fig. 243) werde R in R' ver- andelt und durch das Galvanometer der ganze Strom I' geleitet l. h. $r = 0$ und $z' = \infty$). Dann ist

$$\gamma = \frac{I'R' - IR}{I(R + z)/z - I'}.$$

Ist der Widerstand des ungeteilten Bogens bei beiden Ver- ıchen der nämliche geblieben ($R' = R$), so gilt

$$\gamma = \frac{I' - I}{I(1/z + 1/R) - I'/R},$$

nd wenn R sehr groß ist, $\gamma = z(I' - I)/I$.

Im allgemeinen mag man die eine Strom- ärke etwa halb so groß wählen wie die andere. - Ein Kommutator am Element ist zweckmäßig.

Fig. 243.

Besonders auf Spiegelgalvanometer von nicht roßem Widerstande, bei denen die gewöhnlichen Methoden ver- agen, sind Nr. 1 bis 3 anwendbar.

Abzweigung mit gleicher Stromstärke.

Um die Methode auf ein Galvanoskop anwenden zu können, welches eine eigentliche Messung erlaubt, wähle man die Widerstände bei dem weiten Versuche so, daß die beiden Stromstärken **gleich** sind ($I' = I$), robei der genau abgleichende Widerstand nötigenfalls aus zwei benach- arten interpoliert wird (5).

Dann gilt allgemein (Gl. 1, S. 492)

$$\gamma = z\frac{r(R' + z') + z'(R' - R)}{Rz' - R'z}. \qquad 2.$$

Man hat zwischen folgenden Ausführungen die Wahl:

4. Der Widerstand R der unverzweigten Leitung bleibe, wie in Nr. 1, konstant ($R' = R$). Man schalte in den Galvanometer- zweig γ noch einen Widerstand r, der die Stromstärke erheblich

(etwa auf die Hälfte) sinken läßt. Alsdann vergrößere man z in z', bis die frühere Stromstärke entsteht. Dann ist

$$\gamma = \frac{rz}{z'-z}\left(1+\frac{z'}{R}\right)$$

und für sehr großes R einfach $\gamma = rz/(z'-z)$.

5. Man lasse z ungeändert, schalte r zu γ und vermindere R in R', bis die alte Stromstärke erreicht ist. Man hat

$$\gamma = r(R'+z)/(R-R') - z.$$

6. Man läßt den Galvanometerzweig bei beiden Beobachtungen ungeändert ($r = 0$). Wenn z und R dieselbe Stromstärke geben wie z' und R' (vgl. Fig. 242), so ist

$$\gamma = \frac{R-R'}{R'/z' - R/z}.$$

7. Mit dem Widerstande R der Hauptleitung und dem Zweigwiderstande z (Fig. 242) entstehe derselbe Ausschlag wie mit dem größeren Widerstand R' ohne Abzweigung (also $r = 0$, $z' = \infty$, Fig. 243). Dann ist

$$\gamma = z(R'-R)/R.$$

III. Bestimmung in der Wheatstoneschen Brücke (Thomson).

Das Galvanometer kommt in einen der vier Brückenzweige. Als Brücke genügt ein Verbindungsdraht mit Unterbrecher. Wenn der Ausschlag sich bei Schließung und Öffnung der Brücke nicht ändert, so stehen die Widerstandspaare in Proportion. Zu große Ausschläge kann man durch einen genäherten Magnet vermindern. In der Ausführung kostet das Ausprobieren der Proportion einige Zeit.

IV. Durch Dämpfung.

Nach 94. Wenn die log. Dekremente des Galvanometers sind: λ_0 kurz geschlossen, λ durch einen bekannten Widerstand R geschlossen, λ' unterbrochen, so ist der Galvanometerwiderstand $= R(\lambda - \lambda')/(\lambda_0 - \lambda)$. Das Verfahren ist anwendbar auf alle Spiegelinstrumente, die nicht schon im offenen Zustande eine zu große Dämpfung haben. Bei raschen Schwingungen überspringt man zwischen den Beobachtungen eine gerade Anzahl von Umkehrpunkten.

99. Vergleichung elektromotorischer Kräfte oder Spannungen.

Über Gebrauchselemente vgl. 80 II.

Inkonstanz der Elemente. Im ungebrauchten, stromlosen Zustande ist die E. K. eines Elementes eine durch seine Zusammensetzung definierte Größe; mit wachsender Stromstärke verringert sie sich aber im allgemeinen wegen der mit der Stromdichte an den Elektroden zunehmenden Polarisation. Die zum nachherigen Depolarisieren nötige Zeit ist verschieden, unter Umständen beträchtlich.

Nahe konstant verhalten sich bei mäßiger Stromstärke das Daniell- und Bunsenelement mit starker Kupfer- und Chromsäurelösung bzw. Salpetersäure, sowie der gut geladene Akkumulator; selbstverständlich um so vollkommener, je größer die Polplatten sind und je rascher sich elektrolytische Änderungen an diesen ausgleichen können. Die Zink- und Cadmium-Normalelemente dagegen vertragen, ohne sich zu ändern, nur geringe Stromstärken. — „Inkonstante" Elemente, zu denen die meisten Elemente mit einer Flüssigkeit gehören, z. B. die vom Typus Smee und Leclanché und die Trockenelemente, zeigen mit starkem Strome eine viel schwächere E. K. als stromlos oder mit ganz schwachem Strome.

Verkleinerung einer Spannung in bekanntem Verhältnis. Sehr ungleiche E. Kräfte direkt zu vergleichen, ist oft unmöglich und mindestens ungenau. Man verkleinert die größere E. K. auf einen bekannten Bruchteil, indem man sie durch einen Rheostatenwiderstand R schließt und von einem Widerstand r dieses Kreises abzweigt. $r/(R+\gamma)$ gibt den Bruchteil, wenn γ der Widerstand des Elements, der gegen R oft zu vernachlässigen ist. Vorteilhaft wählt man den Teil so, daß er der anderen E. K. nahe kommt. — Eine Anwendung s. im Beispiel unter 2.

Vergleichung in gewöhnlicher Schaltung.

1. Mittels des Rheostaten.

Es wird das eine Element E_1 durch einen Rheostaten und einen Stromzeiger geschlossen und durch Ziehen von Widerstand ein passender Nadelausschlag auf einen runden Teilstrich bewirkt. Dann ersetzt man E_1 durch das andere Element E_2 und bewirkt mit dem Rheostaten denselben Ausschlag. Der Gesamtwiderstand sei im ersten Falle $= R_1$, im zweiten $= R_2$. Dann verhalten sich die Spannungen

$$E_1 : E_2 = R_1 : R_2.$$

R_1 und R_2 enthalten außer dem Rheostatenwiderstand den des Stromzeigers und des Elementes. Nimmt man aber den ersteren groß gegen die übrigen Teile, was durch einen empfindlichen

Stromzeiger immer ermöglicht wird, so kann man die letzteren vernachlässigen, oder es genügt für sie eine Schätzung.

2. Mittels eines Strommessers.

Man schließt erst die eine, dann die andere E. K. durch einen empfindlichen Strommesser unter Vorschaltung eines und desselben Widerstandes; die Stromstärken seien I_1 und I_2. Ist der Widerstand der Elemente gegen die anderen Widerstände zu vernachlässigen, so verhält sich $E_1 : E_2 = I_1 : I_2$. Andernfalls hat man, mit R_1 und R_2 die jeweiligen Gesamtwiderstände bezeichnet,

$$E_1 : E_2 = I_1 R_1 : I_2 R_2.$$

Die Widerstände fallen heraus, wenn beide Elemente zusammen, einmal gleichgerichtet (Strom I), dann entgegengerichtet (Strom I') in denselben Stromkreis geschaltet werden. Man hat dann das Verhältnis des stärkeren zum schwächeren Element $E_1 : E_2 = (I + I') : (I - I')$. Doch darf der Strom I', der das schwächere Element verkehrt durchfließt, in einem nicht umkehrbaren Element, z. B. mit Zink in Schwefelsäure (Daniell oder Bunsen), nur verschwindend schwach sein, wozu in diesem Falle demnach ein sehr großer Widerstand, also ein sehr empfindliches Galvanometer gehört. Auch dann schließe man tunlichst kurze Zeit.

Beispiel: Vergleichung der Spannung (E_l) einer Gleichstromlichtleitung von angeblich 110 V mit der eines Akkumulators (E_a). E_l wird, wie eingangs angegeben, abgeschwächt gemessen. — Der Stromwärme wegen schließt man nur kurze Zeit. — Die Skizze (Fig. 244) zeigt eine Anordnung, wie sie mit einem einzigen Rheostaten mit trennbaren Dekaden (z. B. mit dem technischen Rheostaten von Hartmann u. Braun) getroffen werden kann. Die Lichtleitung l ist durch die Tausender- und Zehnerdekade geschlossen; in diesem Kreis seien 5000 + 100 Θ gezogen und an die 100 Θ ein Spiegelgalvanometer von 25 Θ mit 1000 Θ Ballast angelegt. Der Ausschlag war = 88,4. — Der Akkumulator gab direkt mit 1000 Θ Ballast an demselben Galvanometer den Ausschlag 91,1.

Fig. 244.

Ohne Rücksicht auf Korrektionen rechnet man

$$E_l : E_a = \frac{5100}{100} \cdot (1025 + 100) \cdot 88,4 : (1025 \cdot 91,1) = 54,32.$$

Den genauen Ansatz liefern die Kirchhoffschen Gleichungen (S. 413), nämlich:

aus dem Kreise ohne E. K. 100, 25, 1000 Θ mit den Stromstärken $I - I_0, -I_0, -I_0$ } $0 = 100(I - I_0) - 1025\,I_0$ oder $0 = 100\,I - 1125\,I_0$; 1.

aus dem Kreise mit der E. K. E_l 5000, 25, 1000 Θ mit den Stromstärken $I, \; I_0, \; I_0$ } $E_l = 5000\,I + 1025\,I_0$ 2.

Elimination von I liefert $E_l = 57275 I_0 = 57275 \cdot 88{,}4 = 5063000$.

Für den Akkumulator gilt $E_a = \ \ 1025 I_a = \ \ 1025 \cdot 91{,}1 = \ \ \ \ 93380$.

Also

$$E_l : E_a = 5063000 : 93380 = 54{,}22.$$

Die Widerstände der Lichtleitung und des Akkumulators sind vernachlässigt und für I_0 ist einfach der Galvanometerausschlag genommen.

Setzt man die E. K. des Akkumulators $E_a = 2{,}01$ V, so wird die Spannung der Lichtleitung $E_l = 109{,}2$ V nach der genäherten und 109,0 V nach der genaueren Berechnung.

Kompensationsverfahren.

Die Anwendung des Kompensationsapparats s. in 108.

Von einem inkonstanten Element kann man die volle Spannung dadurch bestimmen, daß man es durch Kompensation stromlos macht. Das genaue Kompensieren ist oft zeitraubend, weil das Element beim Ausprobieren Strom bekommt, dessen Einfluß auf die Spannung eine Zeitlang nachwirkt. Man schalte also während des Probierens einen Widerstandsballast zu dem zu kompensierenden Element und schließe nur kurze Zeit, überzeuge sich aber bei der definitiven Beobachtung durch längeren Schluß ohne Ballast, ob die Kompensation wirklich erreicht ist.

3. Kompensation mit Strommessung (Poggendorff).

Das Verhältnis der Spannungen e und e' zweier Elemente zueinander wird dadurch ermittelt, daß jedes an dem Stromkreis derselben konstanten und stärkeren E. K. E im Nebenschluß kompensiert wird.

G (Fig. 245) ist ein Stromprüfer, S ein Strommesser, der hier nur relativ zu messen braucht, R ein Rheostat oder ein Meßdraht. Man schaltet e in die Leitung von G, reguliert R so, daß G stromlos wird, und beobachtet die Stromstärke I in S. Nach dem Ersatz von e durch e' seien R' und I' diese Werte. Dann ist

$$e : e' = IR : I'R'.$$

Fig. 245.

Denn es ist $e = IR$ und $e' = I'R'$ (80 I B), da der Strom in G Null ist. (Vgl. auch die Verwendung von $e = IR$ zur absoluten Bestimmung S. 501.)

Im allgemeinen ist es vorteilhaft, mit großen Widerständen und entsprechend empfindlichen Galvanometern zu arbeiten.

4. Verfahren nach Bosscha.

Ein Element e (Fig. 246) sei mit einem stärkeren konstanten Element E (Akkumulator; ein oder mehrere Daniell) zu vergleichen. a und b sind veränderliche Rheostatenwiderstände, oder ab ist ein

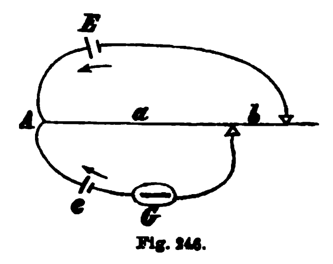


Fig. 246.

dünner Meßdraht mit zwei Schleifkontakten, an welche die beiden Elemente einander entgegengerichtet angeschlossen werden, das inkonstante e mit einem Stromprüfer G. Der Kontakt hinter b wird als widerstandskonstant vorausgesetzt. Man sucht Widerstände oder Drahtabschnitte a und b, für welche G stromlos wird, und wiederholt dies für ein anderes Paar a' und b'. Dann ist

$$\frac{E}{e} = 1 + \frac{b - b'}{a - a'}.$$

Die Schaltung kann auch mit Verzweigung von der Mitte eines Rheostaten oder mit einem Doppeldraht (Fig. 247), dessen beide Kontakte widerstandskonstant sein müssen, angeordnet werden. Es gilt die obige Beziehung. Vgl. 97, 4, wo auch der Beweis und die Bedingung der Ausführbarkeit

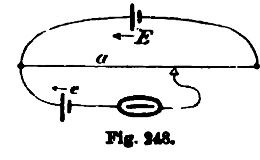


Fig. 247.

5. Verfahren nach du Bois-Reymond.

Man läßt den in der Fig. 246 mit $a + b$ bezeichneten Widerstand konstant $= l$ (Fig. 248) und verschiebt nur den Kontakt des Elementes e. R bedeute den Widerstand des konstanten Elements E samt Zuleitungen; dann ist $e = aE/(R + l)$, d. h. dem Widerstande a, welcher den Strom in G verschwinden läßt, einfach proportional. — Also kann man schreiben $e = \mathfrak{R} \cdot a$, wo $\mathfrak{R} = E/(R + l)$ ist.

Fig. 248.

Der Reduktionsfaktor $\mathfrak{R}$ läßt sich, ohne Kenntnis des Widerstandes R, auch dadurch bestimmen, daß man, unter Belassung des Vergleichselementes E an seinem Platze, an die Stelle von e einmal ein Normalelement von bekannter Spannung e_0 setzt. Wird hierbei der Widerstand a_0 beansprucht, so ist offenbar

$$\mathfrak{R} = e_0/a_0.$$

Die Methode läßt sich mit einem Rheostaten ausführen, meist wird ein Draht mit Schleifkontakt benutzt.

6. Direkte Vergleichung inkonstanter Elemente.

Mittels zweier Stromprüfer G_1 und G_2 (Fig. 249) und eines stärkeren konstanten Hilfselements E (Akkumulatoren) werden E_1

und E_2 direkt miteinander verglichen. Es sei $E > E_1 > E_2$. Durch Einschalten von Widerstand in R und gleichzeitiges Regulieren des Schleifkontaktes kann man die Ströme in G_1 und G_2 zum Verschwinden bringen. Dann ist offenbar (Clark) $E_1 : E_2 = (a + b) : a$.

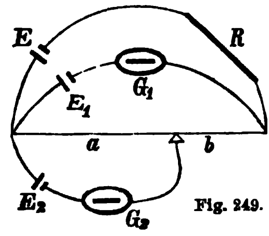


Fig. 249.

Der Rheostat R ist unnötig, wenn die Kontakte beider Elemente beweglich sind (Fig. 250). Stromlosigkeit in beiden Zweigen gibt wieder $E_1 : E_2 = (a + b) : a$. Geeignete Schneiden lassen sich nötigenfalls dicht zusammenschieben.

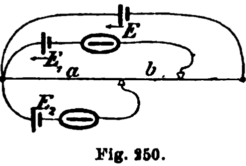


Fig. 250.

Die Stromlosigkeit läßt sich bei diesen Methoden, anstatt mit einem Galvanometer, auch mittels eines Telephons mit vorgeschaltetem Selbstunterbrecher (Relais) prüfen; vgl. Fischer, ZS f. Elch. 1903, 18.

Über die Anwendung des Kapillarelektrometers und über besondere Rheostatenanordnungen zu den Messungen vgl. Ostwald-Luther, 3. Aufl., S. 396 ff.

Elektrostatische Methoden s. in **127** oder **130**.

100. Elektromotorische Kraft.

I. Die in **99** aufgezählten Methoden der Vergleichung liefern E. Kräfte in absolutem Maße, sobald das Vergleichselement in diesem Maße bekannt ist (**80** II).

II. Bestimmung durch Strommessung.

Eine E. K. E wird in Volt gemessen mittels des Stromes I A, den sie im Widerstande R Ω bewirkt (vgl. **80** I 4), als

$$E = RI \text{ V}.$$

1. Direkte Messung.

Man schließt durch ein Galvanometer, ev. mit vorgeschaltetem Ballast. Die Summe dieser Widerstände sei $= R_1$, der Widerstand des Elements $= R_0$, die Stromstärke $= I$; dann ist

$$E = (R_0 + R_1) I.$$

Bei empfindlichen Galvanometern kann R_0 und häufig auch der Galvanometerwiderstand vernachlässigt werden.

Ist das Element nicht konstant, so gilt E für die vorhandene Stromstärke und kann also durch Variieren des Versuchs, insofern nicht etwa auch der Elementwiderstand von der Stromstärke beeinflußt wird, als Funktion der letzteren bestimmt werden.

Vgl. auch **102** und die elektrometrische Methode **127**. Über Klemmspannung **101**.

Spannungsmesser. So heißen Strommesser von sehr großem Widerstande, ev. einschließlich eines konstant vorgeschalteten Widerstandes (so daß der Widerstand der Stromquelle dagegen vernachlässigt werden kann), falls die Ablesung am Instrument gleich das Produkt Stromstärke $\times$ Widerstand, also die Spannung des Elements angibt. — Das Leitungsmaterial soll von der Temperatur wenig beeinflußt werden (Tab. 30).

Vorschaltwiderstände. Ist der Widerstand des Spannungsmessers $= \gamma$, so wird durch Vorschalten von 9γ, 99γ usw. der Wert der Teilung 10, 100 usw. mal größer. — Moderne Instrumente, besonders Westonzeiger (85) haben häufig zu Spulenwiderständen von rundem Betrage Vorschalt und Nebenschlußwiderstände (86), die den bequemen Gebrauch sowohl als Spannungs- wie als Strommesser mit einem in weiten Grenzen (z. B. 1 : 1000) abzuändernden Skalenwert bieten.

Die Prüfung eines Spannungsmessers kann mittels Strom- und Widerstandsmessung oder mit einer Stromquelle von bekannter E. K. (80 II) geschehen.

„Ohmsche Methode". Durch doppelte Messung eliminiert man den Widerstand von Stromquelle + Galvanometer. Man schließt durch Rheostat und Galvanometer (Tangentenbussole oder einen geeichten Stromzeiger) und beobachtet die Ströme I_1 und I_2 bei den Rheostatenwiderständen R_1 und R_2. Dann ist

$$E = I_1 I_2 (R_1 - R_2)/(I_2 - I_1).$$

Der eine Strom mag ungefähr die Hälfte des anderen sein. 35° und 55° Ausschlag sind für die Tangentenbussole am besten.

Die Methode ist auf „konstante" Elemente beschränkt.

2. Poggendorffsche Kompensationsmethode (vgl. **99**, 3).

Ist die Stärke des in S gemessenen Stammstromes (Fig. 245 zu **99**, 3, S. 497) gleich IA, wenn gleichzeitig die zu bestimmende

E. K. e an den Enden des Widerstandes $R\Theta$ durch diesen Strom kompensiert wird, d. h. wenn G stromlos ist, so hat man

$$e = RI\mathfrak{V}.$$

Bei inkonstanten Elementen beachte man S. 495 u. 497.

Zur Vereinfachung der Rechnung kann man R von konstanter runder Zahl wählen (Fig. 251), je nach der Größe von e etwa $= 1\,\Theta$ oder $= 0{,}1\,\Theta$. Das Verschwinden des Stromes in G wird dann nur durch den Rheostatenwiderstand des Hauptstromkreises bewirkt.

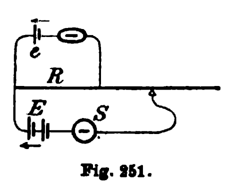


Fig. 251.

Anwendung auf Thermokräfte (vgl. F. K., Pogg. Ann. 141, 456. 1870). Eine besonders für die Eichung von Thermoelementen bestimmte Ausführung mit $R = 0{,}1\,\Theta$ und einem nach Milli-$\mathfrak{A}$ geteilten Westonstrommesser s. bei Lindeck u. Rothe, ZS f. Instr. 1900, 293.

Anordnung mit Spannungsmesser. Der hier nicht zum Messen, sondern nur zum Regulieren bestimmte Draht oder Rheostat wird von dem konstanten Strome einer Hilfsbatterie (Akkumulatoren) durchflossen. Das zu messende Element e (Fig. 252) bildet einen Stromkreis mit einem Spannungsmesser Sp (S. 500) und einem Galvanometer G, liegt aber zugleich an dem Hilfsstrom. Der Spannungsmesser zeigt, vorausgesetzt wieder, daß die Widerstände von e und G gegen seinen Widerstand zu vernachlässigen sind, die E. K. von e in dem Zustande an, welcher dem durch e fließenden Strome entspricht, also im stromlosen Zustande, wenn der Kontakt auf Verschwinden des Stromes in G gestellt ist.

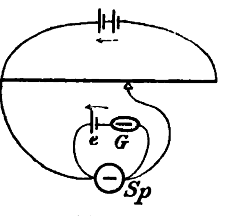


Fig. 252.

101. Potentialdifferenz im Stromkreise. Klemmspannung.

Um die Potentialdifferenz oder Spannung zu finden, welche zwischen zwei Punkten A und B eines Stromes (Fig. 253) besteht, zweigt man zwischen diesen Punkten durch ein empfindliches Galvanometer mit zugefügtem großem Widerstand ab. Ist γ der Gesamtwiderstand und I die Stromstärke in der Abzweigung, so ist die Spannung P für sehr großes γ einfach $P = I\gamma$. Ein Spannungsmesser gibt P direkt.

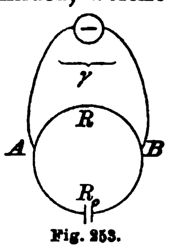


Fig. 253.

Sind die übrigen Widerstände gegen γ nicht zu vernachlässigen, so kommt eine Korrektion hinzu. Es sei R der Widerstand der Hauptleitung zwischen den beiden Punkten, R_0 ihr übriger Widerstand einschließlich der Stromquelle, dann war die Spannung P vor dem Anlegen des Zweiges, wenn der Versuch P' ergibt,

$$P = I\left(\gamma + \frac{R_0 R}{R_0 + R}\right) = P'\left(1 + \frac{1}{\gamma}\,\frac{R_0 R}{R_0 + R}\right).$$

Wie man eine für direkte Messung zu große Spannung meßbar abschwächt, siehe in **99**, 2; vgl. auch das Beispiel daselbst.

Klemmspannung. Darunter versteht man die Potentialdifferenz an den Polen (Klemmen) der Stromquelle (Batterie, Dynamomaschine), während diese Strom gibt. Die Messung geschieht so wie oben; nur wählt man als Abzweigepunkte die Pole der Stromquelle. Die Bestimmung ist besonders bei Dynamomaschinen von Bedeutung, da deren E. K. von der Stromstärke abhängt, bei Serienmaschinen überhaupt nur vorhanden ist, wenn sie geschlossen laufen; (**119**). Nur bei großem äußeren Widerstande R ist die Klemmspannung P mit der ganzen E. K. E identisch. Bei Batterien und Serienmaschinen ist, wenn R_0 den inneren Widerstand der Stromquelle bedeutet, zu setzen

$$E = P(R_0 + R)/R \quad \text{oder} \quad = I[R_0 + \gamma(R_0 + R)/R].$$

Denn wenn I_0 der Strom in der Stromquelle, so ist $(I_0 - I)R = \gamma I$ oder $I_0 = I(R + \gamma)/R$. Also $E = I_0 R_0 + I\gamma = I[R_0 + \gamma(R_0 + R)/R]$.

Messung großer Stromstärken mit dem Spannungsmesser.

Die Messung namentlich von starken Strömen wird häufig auf die Messung der Spannung an den Enden eines eingeschalteten Leiters von bekanntem Widerstande in folgender Form zurückgeführt (vgl. **88** u. **180** III). Die Methode ist von großer Bedeutung.

An einen Teil des Stromkreises, etwa an einen eingeschalteten Starkstrom-Meßwiderstand (80 IV) vom bekannten Betrage R legt man einen Spannungsmesser an. Aus der Spannung P findet man den Strom in R gleich P/R. Der Stammstrom ergibt sich hieraus durch Multiplikation mit $1 + R/\gamma$, wenn γ den Widerstand des Spannungszweiges bedeutet; häufig wird R/γ zu vernachlässigen sein.

Wenn z. B. $R = 0{,}01$ Ω und $P = 0{,}2$ V, gemessen mit einem Sp.-Messer vom Widerstande $\gamma = 1000$ Ω, so ist $I = \frac{0{,}2}{0{,}01}\left(1 + \frac{0{,}01}{1000}\right) = 20{,}0002$ A.

Die Anwendung des Kompensationsapparats s. in **108** I.

102. Universalgalvanometer und Torsionsgalvanometer (Siemens & Halske).

Die Instrumente dienen zu Strom-, Widerstands- und Spannungsmessung. Über die neuere Form des Universalgalvanometers vgl. Raps, Elt. ZS 1897, 196, wo auch Isolations- und Fehlerbestimmungen an Leitungen behandelt werden.

I. Universalgalvanometer (Fig. 254).

G ist der Stromzeiger, *R* bedeutet die durch Herausziehen von Stöpseln einzuschaltenden Widerstände 1, 10, 100 oder 1000 Θ, *a* und *b* den kreisförmig gespannten Brückendraht. I, II, III, IV, V sind Klemmschrauben, von denen III und IV durch einen Stöpsel direkt miteinander verbunden werden können. Klemme V mit einem Kontakttaster nach II dient für momentanen Schluß statt II. *c* bedeutet den Schleifkontakt (die wirkliche Verbindung von *c* nach I liegt unter dem Instrument.)

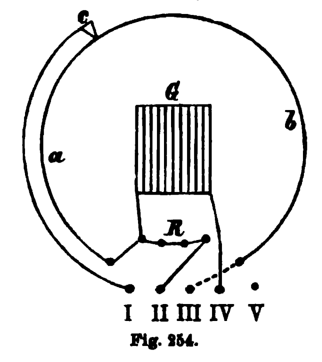


Fig. 254.

Neue Form. (Man vermeide starke Ströme, die das Instrument verbrennen können.) — Hier ist eine bestimmte Stromrichtung innezuhalten; die ursprüngliche Sinusbussole ist durch einen Westonzeiger ersetzt, der durch einen, mittels des (nicht gezeichneten) Stöpsels *y*. anzuschaltenden Nebenschluß auf 1 Θ Widerstand und den Skalenwert 0,001 A kommt. Um nur relativ oder mit Nullmethoden zu beobachten, kann man durch Offenlassen von *y* die Empfindlichkeit vergrößern.

R hat Rollen von 1 9 90 900 Θ, die man für Spannungsmessung als Vorschalter zu 9 99 999 und für Widerstandsbestimmungen zu 1 10 100 1000 gruppiert; der Einer läßt sich durch Einsetzen eines gespaltenen Nebenschlußstöpsels von $\frac{1}{9}$ Θ in 0,1 verwandeln. An dem Schleifdraht ist die Bezifferung nach a/b angegeben, so daß nicht gerechnet zu werden braucht.

1. Strommessung. Klemmen II (V) und IV bilden die Pole. *R* kann als Vorschaltwiderstand dienen. Das alte Instrument ist mit der Gradeinteilung am Brückendraht als Sinusbussole (82) zu gebrauchen. — Neue Form. Der Westonzeiger (85, 2) gibt, wenn das Loch *y* gestöpselt ist, Milliampere an. Starkstromnebenwiderstände von $\frac{1}{9}$ bis $\frac{1}{19999}$ Θ, um den Skalenwert mit 10 bis 20000 zu multiplizieren, werden geliefert.

2. Widerstandsbestimmung. Man schaltet zwischen I und II (V) das Element, zwischen II und III den Widerstand und

setzt den Stöpsel zwischen III und IV. Man hat dann die gewöhnliche Brückenschaltung S. 463. Als Vergleichswiderstand R wählt man die dem zu messenden Widerstande R_0 nächstliegende Größe. Wird C so gestellt, daß der Kontakt keinen Ausschlag gibt, so ist $R_0 = R \cdot b/a$. An älteren Instrumenten ist $b + a = 300$; der Nullpunkt der Teilung liegt in der Mitte. Eine Tabelle erleichtert die Rechnung.

Neue Form. III ist, anstatt mit b, mit dem Ende a verbunden, also $R_0 = R \cdot a/b$.

3. Vergleichung von E. Kräften; Verfahren nach du Bois-Reymond (99, 5). Man entfernt den Stöpsel zwischen III und IV, setzt die Stöpsel von R aber ein, und schaltet das zu bestimmende Element e zwischen I und IV, das (stärkere und konstante) Vergleichselement E zwischen II (V) und III, und zwar gleichnamige Pole von e und E mit I und III verbunden. Dann sucht man die Strecke a, bei der die Nadel in Ruhe bleibt; das Element e wird dabei, wenn es inkonstant ist, nur momentan geschlossen, was man mit dem Kontaktröllchen selbst oder an der Klemme I ausführt. Wenn der Widerstand R_0 des Elements E bekannt ist, so hat man $e : E = a : (a + b + R_0)$.

Um das Element e mit einem anderen e' zu vergleichen, schaltet man nun e' statt e ein. Findet man jetzt die Einstellung a', so ist, von R_0 unabhängig, $e : e' = a : a'$.

4. Spannungsmessung; neues Instrument. Die Löcher y sowie 1 Θ werden immer gestöpselt gehalten; 9, 99 oder 999 dienen ev. zur Vorschaltung. 1 Teilintervall entspricht 0,001, 0,01, 0,1 oder 1 V Spannung an den Polen des Instruments.

II. Torsionsgalvanometer.

Im T.-G. wird die Stromstärke durch das Torsionsmoment einer Aufhängefeder gemessen, durch deren Drehung man die im Multiplikator hängende, durch den Strom abgelenkte Magnetnadel in ihre Nullstellung zurückführt.

Das T.-G. dient sowohl zur Strom- wie zur Spannungsmessung.

Vom Erdmagnetismus sind die Angaben bei Orientierung in den Meridian unabhängig. Änderungen des Nadelmagnetismus dagegen, welche mit der Zeit oder durch einen zu starken Strom eintreten können, ändern die Konstante, die also häufig neu zu bestimmen ist. — Ferner ist, wenn nicht Spule und Nebenwiderstände aus einem gegen Wärme unempfindlichen Materiale bestehen, auf die Temperatur zu achten.

Strommessung. Man führt die Nadel durch Drehung des Torsionskopfes auf ihre den Windungen parallele Nullstellung zurück. Bedeutet α den hierzu nötigen Drehungswinkel, so ist die Stromstärke $I = C \cdot \alpha$. Die Konstante C wird mit dem Silbervoltameter (87 I), oder dem Normalelement (88), oder durch Vergleichung mit einem Normalgalvanometer bestimmt (89). Die von Siemens & Halske ausgegebenen zwei Arten von Instrumenten sollen $C = 0{,}001$ bzw. $0{,}0001$ A/Grad haben.

Stärkere Ströme werden mit Abzweigung (86) gemessen. Der Spulenwiderstand der Instrumente ist auf 1 bzw. 100 Ω abgeglichen. Es macht also ein Nebenschluß s den Reduktionsfaktor $= 0{,}001(s+1)/s$ bzw. $0{,}0001(s+100)/s$ A. Runde Faktoren erhält man durch die den Instrumenten beigegebenen Zweigwiderstände $s = \frac{1}{9}\ \frac{1}{99}$ usw. bzw. $s = \frac{100}{9}\ \frac{100}{99}$ Ω usw., nämlich 0,01 0,1 usw. bzw. 0,001 0,01 usw.

Spannungsmessung. Die Vorschaltung von R Ω zu den Instrumenten bewirkt den Wert eines Skalenteiles bei dem einen Instrument $= 0{,}001(R+1)$ V, bei dem anderen $= 0{,}0001(R+100)$ V. Bei Vorschaltung von 9, 99, 999 Ω bzw. 900, 9900, 99900 Ω bedeutet also 1 Sk.-T. 0,01 0,1 1 bzw. 0,1 1 10 V.

103. Kompensationsapparat (K. Feußner).

Die früher gegebenen Regeln zur Strom-, Widerstands- und Spannungsmessung mittels Normalelements sollen hier mit Bezug auf den K.-App. spezialisiert werden, der hauptsächlich dazu bestimmt ist, die Zurückführung einer Stromstärke auf Widerstand und Spannung (88) handlich zu machen, der aber auch zur Widerstands- (91, 180) und Spannungsmessung (99 bis 101) gebraucht werden kann.

An Genauigkeit werden die Nullmethoden des K.-App., die Richtigkeit der Widerstandsrollen und eine angemessene Behandlung der Normalelemente vorausgesetzt, die gewöhnlichen Mittel nicht selten übertreffen. Bequem sind die Anordnungen, welche fast ohne Zahlenrechnung zu arbeiten gestatten, zum Teil freilich einen beträchtlichen Aufwand an verfügbaren Präzisionsrheostaten bedingend.

Die Kurbelkontakte wollen sorgfältig behandelt sein, denn nur an den eigentlichen Abzweigpunkten bleiben Übergangswiderstände außer Betracht. Schützen vor Staub, häufiges Abwischen mit etwas Petroleum, auch wohl ständige Bedeckung mit ein wenig feinem Mineralöl, Zudecken des Apparats im ungebrauchten Zustand ist anzuraten.

Dem K.-App. ist eigentümlich, daß ein aus Rollenwiderständen bestehender Gesamtwiderstand (ähnlich wie sonst ein Schleifdraht; vgl. Fig. 255) automatisch konstant bleibt, obwohl im Teile AB des Stromkreises, von dem man abzweigt, Änderungen vorgenommen werden. Diese geschehen nämlich an Dekadenwiderständen mittels Kurbeln, von denen die mittleren je eine von ihnen isolierte, aber sich mitdrehende Rückwärtsverlängerung haben, die auf den Knöpfen eines Zwillingsrheostaten den Widerstand, welchen die erstere

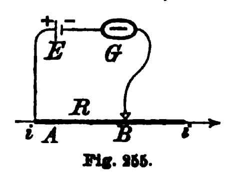


Fig. 255.

Kurbel zwischen A und B ein- oder ausschaltet, gleichzeitig in dem äußeren Teile der Stromleitung aus- oder einschaltet.

An einem Rheostaten, der aus zusammen nahe 1000 Ω, nämlich aus je neun Zehnteln, Einern, Zehnern und Hundertern besteht, zeigt dies schematisch Fig. 256. Die Abzweigung mit dem Normalelement liegt an den Kurbeln A und B, zwischen denen durch passende Stellung der vier Kurbeln jeder Widerstand zwischen 0,1 und 999,9 eingeschaltet werden kann. Der zu messende Strom i fließt dabei aber konstant durch den Widerstand 999,9, denn der mittels der Doppelkurbeln oben ausgeschaltete Betrag der Einer und Zehntel wird durch die unteren Kurbeln von selbst eingeschaltet. Der Kompensationswiderstand beträgt in Fig. 256 $R = 233{,}1$ Ω.

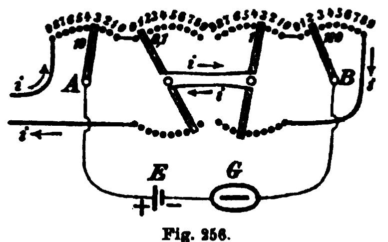


Fig. 256.

Neue Form s. Feußner, Elt. ZS 1911, 187 u. 215.

Komp.-App. nach Raps (Fig. 257). Der Hauptstrom durchfließt hintereinander nur je zehn Hunderter und Einer. Außerdem ist noch je eine Gruppe von neun Hundertern bzw. Einern vorhanden, von denen vermöge der Doppelradien A und A' die eine stets einem der Hunderter, die andere einem der Einer parallel liegt, also mit ihrem Partner zusammen 90 bzw. 0,9 Ω bedeutet. Der ganze Widerstand im Hauptstrom beträgt hiernach, wie in Fig. 256, konstant $900 + 90 + 9 + 0{,}9 = 999{,}9$ Ω.

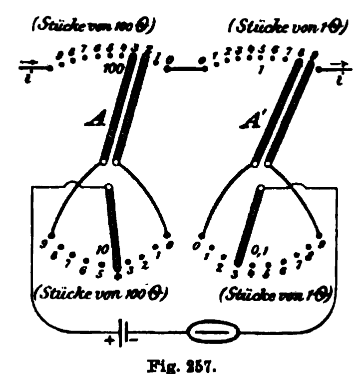


Fig. 257.

Die Abzweigung mit Normalelement und Galvanometer liegt an Kurbeln der beiden Nebengruppen. Den Doppelradien gibt man die Stellungen, bei denen der in der Hauptleitung eingeschaltete Komp.-Widerstand noch eben zu klein ist, und rückt dann die Kurbeln auf genaue Kompensation; in der schematischen Figur ist der Komp.-Wid. äquivalent 248,3 Ω im Hauptstrom.

Vorteilhaft ist die kleinere Gesamtzahl der Widerstände und ihre leichtere Kontrollierbarkeit, da nur zweierlei Größen vorkommen und da kleine Stücke vermieden sind. Nachteilig wirkt der Umstand, daß der Widerstand des Galvanometerkreises sich unter Umständen sprungweise um das Zehnfache ändert.

Vgl. Raps, Elt. ZS 1895, 507. — Ferner Konstruktionen u. a. von Bruger, Franke, Harker, Lehfeldt. Komplexer Kompensator, Larsen, Elt. ZS 1910, 1039.

Häufig sind sämtliche Widerstände 10mal größer, und es ist in die Verbindung zwischen den mittleren Kurbeln noch eine Zehntel-

Dekade gebracht, deren Ein- oder Ausschaltung den Gesamtstrom nicht wesentlich ändert.

Thermokraftfreie Anordnung mit kleinem Widerstand zur Messung kleiner Spannungen (unter 0,1 V). In dieser Schaltung sind Kurbelkontakte im Meßzweige, wo sie bei kleinem Widerstand durch ihre Thermokräfte und Übergangswiderstände Fehler geben können, vermieden.

Schema (Fig. 258). Das Wesen der Anordnung (Hausrath) besteht in folgendem. Der Hauptstrom von konstanter Stärke i verzweige sich in zwei ungleiche Teile von dekadischem Zahlenverhältnis, hier 10 : 1, also in $\frac{10}{11}i$ und $\frac{1}{11}i$. (Die Mechanismen, welche die Konstanz von i und dem Zweigverhältnis automatisch erhalten, werden in der Figurenskizze nicht berücksichtigt.) Man denke sich die Strecke AB als einen Schleifdraht, der aus einem Mittelteil von großem und aus zwei Flügeln von kleinem Widerstand pro Längeneinheit (in der Ausführung Mitteldekade aus Ohm- und zwei Seitendekaden aus Zehntelohmstücken) besteht.

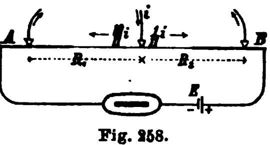


Fig. 258.

Werden die Kontakte auf Stromlosigkeit des Galvanometers geschoben, so besteht zwischen den Endpunkten A und B des Galvanometerzweiges eine Spannung $= i(\frac{10}{11}R_1 - \frac{1}{11}R_2)$, welche der des kompensierenden Elementes E gleich ist. Die Regulierung von $R_1 : R_2$ geschieht mit den drei Kontakten, die grobe [die Ganzen und 1. Dezimale] mit dem mittleren, die nächst feinere [2. Dez.] mit dem linken, die feinste [3. Dez.] mit dem rechten Kontakt. Da der Widerstand des Galvanometerzweiges sich wenig ändert, so können schließlich die Galv.-Ausschläge zur Interpolation [weiterer Dezimalen] dienen — ähnlich wie an der Wage zuerst mit großen, demnächst mit kleinen Gewichtstücken, dann mit dem Reiter abgeglichen und endlich nach der Zeigerstellung interpoliert wird.

Ausführung mit 3 Dekaden nach Dießelhorst (Fig. 259). Diese haben, jede mit einem Zwilling, die mittlere 11 Ohmstücke[1]), die äußeren je 10 Stücke von 0,11 Ω. Über den Zweck der konstanten Widerstände b, c, d vgl. unten.

Der Hauptstrom i tritt bei A ein, teilt sich am Kontaktklotz x in i_1 und i_2, die bei B vereinigt wieder austreten. Die von den Kurbelstellungen unabhängigen Widerstände der Zweige sind

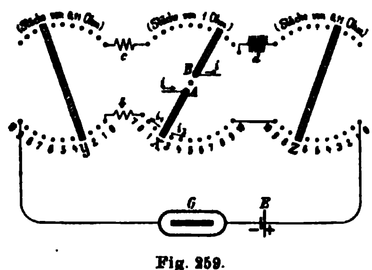


Fig. 259.

$$w_1 = 12{,}1 + b + c \quad \text{und} \quad w_2 = 12{,}1 + d\,.$$

b ist $= 0{,}11$ Ω (Zweck siehe unten). c und d sind wegen der Übergangs-

1) Der Kontaktklotz — 1 dient zur Eichung, nämlich zur Kontrolle des Stromverzweigungsverhältnisses und der Widerstände; ohne diesen Zweck könnte man dieses 1 Ω in den Widerstand b eingerechnet haben.

widerstände hinreichend groß und so bemessen, daß $w_2 = 10\,w_1$ (z. B. $c = 80\,\Theta$, $d = 910\,\Theta$), so daß

$$i_1 = \tfrac{10}{11}\,i \qquad i_2 = \tfrac{1}{11}\,i\,.$$

Bezeichnen nun $P_x P_y P_z$ die Potentiale an den Kontaktklötzen xyz, an denen die Kurbeln stehen (in der Figur $x = 2$, $y = 3$, $z = 7$), so kommt, mit Rücksicht auf $b = 0{,}11$,

$$P_x - P_y = \tfrac{10}{11}\,i\,[x + 1 + b + 0{,}11\,y] \qquad = i(\tfrac{10}{11}x + 0{,}1\,y \;+ \tfrac{10}{11} + 0{,}1)$$
$$P_x - P_z = \tfrac{1}{11}\,i\,[(10 - x) + 0{,}11\,(10 - z)] = i(-\tfrac{1}{11}x - 0{,}01\,z + \tfrac{10}{11} + 0{,}1);$$

also die Komp.-Spannung $P_z - P_y = i(x + 0{,}1\,y + 0{,}01\,z)$ Ψ.

Hiernach kann man, durch Anlegen eines Westonelements an einen passenden Widerstand im Stromkreis, zunächst i auf eine geeignete Potenz von 10 bringen und dann andere an den Apparat angelegte Spannungen, die an i kompensiert sind, direkt in drei Dezimalen ablesen. Die weiteren erhält man, nachdem die Kurbeln tunlichst richtig gestellt sind, aus dem dann noch bestehenden Galvanometerausschlag; am bequemsten, wenn man die Empfindlichkeit, mittels Widerstände oder Skalenabstand, so reguliert, daß 100 Sk.-T. einer Einheit der dritten Dekade entsprechen.

Kurbelkontakte liegen nur in dem zum Abzweigwiderstande ($y\,x\,z$) parallelen Nebenschluß ($ycdz$) und sind wegen der Größe von c und d unschädlich. Damit das Verzweigungsverhältnis sich nicht ändert, bestehen c und d aus derselben Drahtsorte.

Nullpunktsfehler des Apparates: Zeigt das ohne Element angelegte Galvanometer einen Ausschlag, obwohl alle Kontakte auf Null stehen, so ist dieser, in Einheiten der letzten Dezimale umgerechnet, von allen gemessenen Werten abzuziehen.

Unsymmetrien eliminiert man durch Kommutieren von i.

Hausrath, Ann. d. Phys. 17, 735. 1905; ZS f. Instr. 1907, 309; Dießelhorst, ebd. 1906, 297; 1908, 1; hier auch über einen Apparat mit 5 Dekaden. White, ebd. 1914, 71.

In jedem Falle ist also ein konstanter Gesamtwiderstand vorhanden, innerhalb dessen man durch Kurbeldrehungen von einem beliebigen, in vier oder fünf Ziffern angebbaren Teile abzweigen kann. — Andere, mehrseitig für besondere Zwecke konstruierte K.-Apparate (Potentiometer) unterscheiden sich von den hier beschriebenen grundsätzlich nicht.

Über die als Unterlage absoluter Messungen dienenden Normalelemente s. 80 II und über die für sie nötigen Vorsichtsmaßregeln S. 497. Im folgenden wird für die Zahlenbeispiele die Spannung des Normalelements zu 1,018 Ψ unterstellt, eine Zahl, die im Einzelfalle nach den Angaben S. 419 zu berichtigen ist.

Herstellung einer bekannten Stromstärke von runder Zahl im Komp.-Apparat.

Diese wird als bequemes Zwischenmittel zur Messung häufig angewendet. Man lege ein Normalelement von der Spannung E_0 Ψ an einen Widerstand $10^n E_0\,\Theta$ [z. B. $= 100\,E_0$, also $101{,}8\,\Theta$ für $E_0 = 1{,}018$]. Man

schließt eine konstante Batterie durch den Apparat und einen vorgeschalteten Hilfsrheostaten und macht mittels des letzteren das Element stromlos. Dann ist die Stromstärke $I_0 = 10^{-n}$ A [z. B. $= 0{,}01$ A]. Damit die Kontrolle von I_0 nicht ein jedesmaliges Wiederanlegen des Elements erfordert, sind den Apparaten häufig für die Stromstärken 0,01, 0,001 und 0,0001 A besondere Widerstände von 101,8, 1018 und 10180 Θ beigegeben, an denen man das Element liegen läßt. Ein Umschalter erlaubt, das Galvanometer jederzeit in diese Abzweigung zu schalten und die Konstanz von I_0 zu kontrollieren.

Ganz schwache Ströme [etwa 10^{-5} A] kann man durch Parallelschalten eines kleineren Widerstandes s zum Widerstande R des Apparates herstellen. Von der Stromstärke der unverzweigten Leitung erhält der Apparat dann (S. 443) den Bruchteil $s/(R+s)$ [z. B. durch $s = 10{,}1$ Θ zu den 999,9 Θ der Figur $10{,}1/(999{,}9+10{,}1) = 1/100$].

I. Messung einer Stromstärke

a) eines durch den K.-App. fließenden Stromes (wie in 88). Der Strom kompensiere (Fig. 255 S. 505) ein Normalelement von der Spannung E_0 am Widerstande R, dann ist seine Stärke

$$I = E_0/R.$$

Beispiel: In der Fig. 256 S. 506 sei $E = E_0 = 1{,}018$ V; dann ist $I = 1{,}018/233{,}1 = 0{,}00437$ A.

b) eines außerhalb gegebenen Stromes. Das Verfahren stimmt wesentlich mit 88 I u. II überein. Im K.-App. sei so wie oben eine bekannte Stromstärke I_0 hergestellt. Der zu messende Strom I durchfließe den bekannten Widerstand r (Fig. 260). Wird die Endspannung in r durch Anlegen an den auszuprobierenden Widerstand R des K.-App. kompensiert, so ist $I = R \cdot I_0/r$. Der Reduktionsfaktor I_0/r kann auf einen runden Betrag gebracht werden, z. B. $I_0 = 0{,}01$ A, $r = 1$ Θ, $I_0/r = 0{,}01$. r als Starkstromwiderstand von kleinem Betrage [0,001 Θ] läßt starke Ströme [bis 1000 A] messen. Rechnung kann ganz gespart werden.

Fig. 260.

II. Messung einer Spannung.

a) Hohe Spannungen. Man schließt diese durch den K.-App. und einen vorgeschalteten Rheostaten von großem Betrage. Ist R der Widerstand des K.-App. (ev. + Element), muß außerdem R' vorgeschaltet werden, damit das Normalelement E_0, an die Strecke

R_0 angelegt, kompensiert ist, so beträgt die gesuchte Spannung $E = (R + R') \cdot E_0/R_0$.

Der Reduktionsfaktor E_0/R_0 kann wie früher durch die Wahl von R_0 [1018, 101,8 Θ usw.] zur Rechnung bequem gemacht werden. R' wird in diesem Falle zuletzt ausprobiert.

In Ermangelung des geeigneten Hilfsrheostaten R' probiert man, ev. unter Vorschaltung eines konstanten großen Widerstandes R', den Abzweigwiderstand R_0 aus und rechnet nach der Formel. Doch verliert man hierbei unter Umständen an Empfindlichkeit.

Über das Verkleinern hoher Spannungen auf einen bekannten Bruchteil s. noch S. 495 u. 496.

b) Kleine Spannungen. Die gesuchte Spannung E wird auf E_0 zurückgeführt, indem man durch den K.-App. einen konstanten Strom schickt und an diesem E bzw. E_0 einzeln kompensiert. Bedeuten R bzw. R_0 die hierfür nötigen Abzweigwiderstände, so kommt $E = R \cdot E_0/R_0$. Der Faktor E_0/R_0 (der die Stromstärke im Apparat darstellt) kann wieder auf einen für die Rechnung bequemen Betrag (0,01 usw.) gebracht worden sein; vgl. darüber S. 508.

III. Widerstandsbestimmung.

Man läßt den K.-App. von einem konstanten Strome durchfließen, die zu vergleichenden Widerstände hintereinander geschaltet von einem anderen. Beide Ströme werden auf ihre Unveränderlichkeit geprüft, was besonders bei kleinen Widerständen und infolgedessen stärkeren Strömen nötig ist. Die Endspannungen der zu vergleichenden Widerstände werden am K.-App. verglichen; wie sie verhalten sich die Widerstände. Die Empfindlichkeit richtet sich nach der Stromstärke; je kleiner die Widerstände, desto stärker sucht man den Strom zu nehmen, muß aber die durch die Stromwärme gesteckte Grenze innehalten. Das Verfahren entspricht den Methoden von **91** II u. **130** II.

Die Meßempfindlichkeit des K.-A. wächst cet. par. (vgl. S. 431) bei günstigster Schaltung des Galvanometers umgekehrt proportional $\sqrt{R} + r$ (s. Fig. 260). Es ist daher zweckmäßig, bei kleinem r auch kleine Kompensationswiderstände und Galvanometer von kleinem Widerstand zu wählen; vgl. Jaeger, ZS f. Instr. 26, 69. 1906 und Graetz, Handb. d. El. II, 218.

104. Beziehungen der Spannung zur Chemie der Lösungen.

Die Grundlagen zu I und II s. bei Nernst, ZS f. ph. Ch. 4, 147. 1889. S. ferner Nernst, Theor. Ch. 7. Aufl. 1913; Jahn, Elektroch. 2. Aufl., 442 ff.

1905; Le Blanc, Elektroch. 5. Aufl.; Arrhenius, Elektroch. 1901. 191; 207; Sackur, Chem. Affinität, Brschw. 1908. — Endlich besonders Ostwald-Luther, Phys.-ch. Messungen, 3. Aufl., 419ff. 1910, auch Roth, Phys.-ch. Übungen, 147ff. 1907.

Die Gleichungen gelten nur für verdünnte Lösungen (bis etwa 2n).

I. Konzentrationsspannung in Lösungen („Diffusionsketten").

In der Lösung eines Elektrolytes aus einwertigen Ionen besteht zwischen zwei Punkten I und II von den Ionenkonzentrationen α_1 und α_2 nach Nernst eine in der Lösung von I nach II gerichtete E. K. (d. h. im stromlosen Zustande eine „Diffusions"-Potentialdifferenz $E_2 - E_1$)

$$= 8610\, T(l_K - l_A)/(l_K + l_A) \cdot \lg \mathrm{nat}\, (\alpha_1/\alpha_2) \quad \text{el.-magn. CGS.} \qquad 1.$$

Über 8610 s. unter II; $T = 273 + t =$ abs. Temp.; l_K und l_A = Ionenbewegl. des Kations und Anions; S. 485. Um Volt zu erhalten, ist statt 8610 zu setzen $8610 \cdot 10^{-8} = 0{,}0000861$.

II. Konzentrationsspannung auf Elektroden.

Aus der osmotischen Theorie der Stromerzeugung folgt nach Nernst das Gesetz, daß zwischen einer verdünnten Lösung, welche die freien Ionen eines chemisch n-wertigen Metalles in der Konzentration α enthält, und einer Elektrode aus demselben Metall bei der absol. Temperatur T eine vom Metall zur Lösung gerichtete E. K. (d. h. eine Potentialdifferenz Lösung minus Metall) besteht:

$$1/n \cdot R_0\, T \lg \mathrm{nat}\, (A/\alpha); \qquad 2.$$

A, eine Konstante des Metalles, heißt seine elektrolytische Lösungstension. (Man beachte, daß $\lg A/\alpha$, also der ganze Wert $\gtrless 0$ ist, je nachdem $A \gtrless \alpha$.)

R_0 ist die Gaskonstante, aber bezogen auf die Menge der mit der Elektrizitätsmenge Eins wandernden Ionen, d. h. im elektromagnetischen CGS-System die Zahl (Anh. 9a und 87) $R_0 = 83100000 : 9650 = 8610$.

Die Spannung wird dabei in el.-magn. CGS-Einheiten erhalten, durch Multiplikation mit 10^{-8} also in Volt (Anh. 26). Führt man zugleich den gewöhnlichen Logarithmus ein, indem man $\lg \mathrm{nat} = 2{,}303 \cdot \lg \mathrm{brigg}$ setzt, so wird die Konstante $R_0 = 8610 . 10^{-8} \cdot 2{,}303 = 0{,}0001983$.

Stehen also in überbrückten Lösungen von den Ionenkonzentrationen α_1 und α_2 zwei gleiche Elektroden I und II, so gilt für die Spannung E zwischen diesen, im Sinne $E_2 - E_1$ (von der Diffusionskette abgesehen; s. unten),

$$E = 1/n \cdot 0{,}0001983\, T \lg \mathrm{brigg}\, (\alpha_2/\alpha_1)\ \mathrm{V}. \qquad 3.$$

Für $t = 18^\circ$, also $T = 291$, berechnet sich $E = 1/n \cdot 0{,}0577 \lg (\alpha_2/\alpha_1)$, was bei $n = 1$ z. B. für $\alpha_2/\alpha_1 = 10$ bzw. 100 die Spannung 0,058 bzw. 0,115 V, also gut ausmeßbare Größen ergibt.

Vgl. Nernst, ZS f. phys. Ch. 4, 147. 1889; über die logarithmische Abhängigkeit auch Eccher, Cim. (3) 5, 5. 1879. — Über andere Anschauungen s. z. B. Pellat, J. de phys. (4) 7, 195. 1908; Hesehus, ebd. S. 530.

Aus einer bei t° C. gemessenen Spannung E V zwischen zwei gleichen

Elektroden eines n-wertigen Metalles in zwei Lösungen dieses Metalles ergibt sich somit nach Gl. 3 für das Konzentrationsverhältnis α_2/α_1 der Ionen ihres Metalles in den umgebenden Lösungen

$$\lg(\alpha_2/\alpha_1) = n \cdot 5040/(273 + t) \cdot E; \quad \text{z. B. bei} \quad 18^0 = n \cdot 17{,}3\, E. \qquad 4.$$

Aus einer bekannten Ionenkonzentration α_1 läßt sich also auf eine unbekannte α_2 schließen, falls es sich um ein Metall handelt, das als Elektrode brauchbar ist. Man überbrückt die Lösungen durch einen Heber, der, um die Mischung zu erschweren, einen Glaswollepfropf enthält oder, bei Messungen mit dem Elektrometer, sogar durch einen ungefetteten Hahn abgesperrt werden darf, längs dessen Wänden die Lösungen in Kontakt bleiben. — Die Elektroden werden zuvor in einer homogenen Lösung auf Gleichheit geprüft bzw. durch dauernden Kurzschluß gleich gemacht.

Die im allgemeinen auftretende Korrektion durch die entstehende Diffusionskette kann man dadurch verschwinden lassen, daß sämtlichen Lösungen gleichmäßig ein indifferenter Elektrolyt (KNO_3) in großem Überschuß zugesetzt wird. Oder man schaltet zwischen die beiden Gefäße mittels Hebern, die mit den Lösungen gefüllt sind, ein drittes Gefäß mit der indiff. Lösung; vgl. Abegg u. Cumming, welche (außer für alkalische Lösungen) NH_4NO_3 empfehlen, ZS f. Elektroch. 1907, 17.

Eine Ionenkonzentration α setzt man zu der größeren Gesamt-Äquiv.-Konzentration η des Salzes in die Beziehung $\alpha/\eta = \Lambda/\Lambda_0$; vgl. **96** II.

Löslichkeit schwer löslicher Salze. Das Verfahren ist auf ein Salz anwendbar, dessen Metall als konstante Elektrode gebraucht werden kann. Die zu bestimmende gesättigte Lösung wird mit einer bekannten Lösung eines Salzes von demselben Metall verbunden. Kleine Verunreinigungen sind meistens nur dann von Einfluß, wenn sie dieselben Metallionen enthalten. Zur Beseitigung dieser kann eine gemessene kleine Menge eines löslichen Salzes mit demselben Anion hinzugefügt sein, z. B. KCl bei der Untersuchung von AgCl (d. h. man fällt die schädlichen Verunreinigungen aus).

Über den Einfluß des Zusatzes auf die Löslichkeit und über die Anordnung vgl. Ostwald, Lehrb. d. allg. Ch. 2. Aufl. II, 879; Goodwin, ZS f. phys. Ch. 13, 641. 1894.

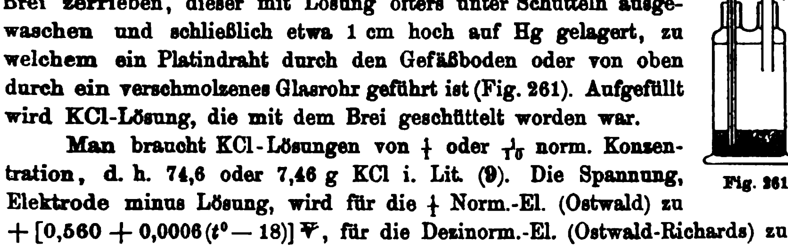
Spannung einer einzelnen Elektrode gegen einen Elektrolyt. Quecksilbertropfelektrode. Direkt meßbar ist nur die Spannung zwischen zwei Elektroden. Um die Spannung einer Elektrode gegen ihren Elektrolyt zu erhalten, muß eine andere Elektrode vorliegen, von der man weiß, daß sie gegen diesen die Spannung Null besitzt. Diese Bedingung erfüllt nach der Theorie die Tropfelektrode, nämlich nach dem Satze (Helmholtz), daß ein Quecksilberstrahl, der in eine Lösung einfließend sich in Tropfen auflöst, das Potential der Lösung annimmt.

Bei der Ausführung legt Paschen Gewicht darauf, daß der Strahl in die Flüssigkeit unmittelbar über der Stelle eintritt, wo er in Tropfen bricht. — Palmaer setzt, unter Luftabschluß, der Lösung so viel (sehr wenig) eines Quecksilbersalzes, z. B. $Hg(CN)_2$, zu, daß zwischen dem Quecksilbervorrat, welcher abtropft, und dem sich unten in dem Elektrolyt ansammelnden

Quecksilber die Spannung (die bei einer bestimmten Konzentration der Hg-Ionen ihr Vorzeichen wechselt) Null wird; „Null-Lösungen".

Vgl. Paschen, Wied. Ann. 41, 42 u. 801. 1890; Palmaer, ZS f. ph. Ch. 59, 129. 1907; am Schluß die umfangreiche Literatur.

Normalelektroden. Hierunter versteht man zuverlässige und zum Anschluß anderer, zu messender, Elektroden geeignete Elektroden, deren Spannung gegen ihre Lösung durch Anschluß an die Tropfelektrode bekannt ist.



Gebräuchlich ist die Kalomel-Elektrode (Ostwald), nämlich Quecksilber in einer mit Kalomel (HgCl, Quecksilberchlorür) gesättigten KCl-Lösung. Kalomel wird mit Hg unter der Lösung zu einem Brei zerrieben, dieser mit Lösung öfters unter Schütteln ausgewaschen und schließlich etwa 1 cm hoch auf Hg gelagert, zu welchem ein Platindraht durch den Gefäßboden oder von oben durch ein verschmolzenes Glasrohr geführt ist (Fig. 261). Aufgefüllt wird KCl-Lösung, die mit dem Brei geschüttelt worden war.

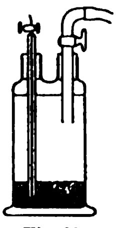


Fig. 261.

Man braucht KCl-Lösungen von $\frac{1}{1}$ oder $\frac{1}{10}$ norm. Konzentration, d. h. 74,6 oder 7,46 g KCl i. Lit. (9). Die Spannung, Elektrode minus Lösung, wird für die $\frac{1}{1}$ Norm.-El. (Ostwald) zu $+[0{,}560 + 0{,}0006(t^{\circ} - 18)]$ V, für die Dezinorm.-El. (Ostwald-Richards) zu $+[0{,}613 + 0{,}0008(t^{\circ} - 18)]$ V angenommen.

In nicht neutraler Lösung wird häufig angewendet die Wasserstoffelektrode: platiniertes Platin (8, 18), beladen mit daran vorübergeleitetem Wasserstoff von Atmosphärendruck. In einer Lösung von norm. Konz. der H$^{\cdot}$-Ionen wird die Spannung, Elektrode minus Lösung, um 0,283 V kleiner als die der $\frac{1}{1}$n-Kalomel-El. (also = + 0,277 V bei 18°) angenommen. Zur Umrechnung einer in einer Lösung von der Konzentration α der H$^{\cdot}$-Ionen beobachteten Spannung in die für die Konz. 1 geltende Spannung benutzt man nach Nernst Gl. 3; für 18° also mit dem Faktor 0,0577.

Auch eine Elektrode der Normalelemente 80 II, z. B. die Merkurosulfat-El. in $ZnSO_4$, $CdSO_4$ oder H_2SO_4 kann gebraucht werden.

Näheres in Ostwald-Luther, 3. Aufl. S. 419ff. 1910. Über Kalomel-El. auch Palmaer a. a. O., wo die Dezinormal-El. bei 18° zu 0,573 V gefunden wird. Kritik dieser Zahl bei Smith u. Moss, Phil. Mag. (6) 15, 478. 1908. — Über Wasserstoff.-El. Wilsmore u. Ostwald, ZS f. ph. Ch. 36, 91. 1901; Merkurosulfat-El.: Luther u. Michie, ZS f. Elch. 1908, 828.

Vorschläge zur vorläufigen Einigung über die zur Zeit auseinandergehenden Messungen wie Ansichten über anzunehmende Nullpunkte und Vorzeichengebung bei Abegg, Auerbach u. Luther, ZS f. Elch. 1908, 818; auch Abegg, Hdb. d. anorg. Ch. III 3, 1907, Vorwort.

III. Polarisation von Elektroden; Zersetzungsspannung.

Man schaltet den Elektrolyt zwischen indifferenten Elektroden — meist Platin — mit einem empfindlichen Strommesser in einen Stromkreis, dessen Widerstand oder E. K. (vgl. 80, Fig. 171 S. 415) regulierbar ist, und mißt die mit allmählich steigender Stromstärke anwachsende Spannung der Pola-

risation an den Elektroden (99 bis 101, 180 I). An dem Punkte, welchem die eintretende Zersetzung entspricht, soll das Anwachsen einen Knick zeigen, der aber nur bei der Abscheidung fester Stoffe (Metalle, Oxyde) ausgeprägt ist.

Man pflegt die Resultate graphisch darzustellen und die gestreckten Teile der Kurve bis zu ihrem Schnittpunkte auszuziehen, den man als Zersetzungspunkt ansieht.

In wäßrigen Lösungen sind meist mehrere solche Punkte gefunden worden, die als Zersetzungspunkte für verschiedene Paare von Ionen betrachtet werden.

Um die Polarisation am einzelnen Pol zu erhalten, mißt man gegen eine dritte, stromfreie, Hilfselektrode; vgl. II.

Die gemessene Größe enthält außer der Polarisationsspannung die dem Ohmschen Gesetz entsprechende Spannung IR, die, falls sie bei den kleinen in Betracht kommenden Stromstärken überhaupt merklich wird, abzuziehen ist.

Über Theorie und Versuchsanordnungen vgl. u. a. Krüger, ZS f. Elch. 1910, 522; Le Blanc, Lehrb. d. Elektrochemie 4. Aufl., 278. 1906; Ostwald-Luther, S. 454. S. auch die S. 510 genannte Lit.

105. Bestimmung der erdmagnetischen Feldstärke H durch Strommessung.

Eine magnetische Feldstärke wurde in 78 mit Magneten ermittelt, deren Moment sich durch die Kombination zweier Beobachtungen eliminiert. Ähnlich kann man elektrische Ströme benutzen. — Über die Bestimmung großer Feldstärken s. 114.

I und II enthalten zugleich Methoden zur absoluten Strommessung; vgl. 88a.

I. Mit Bifilargalvanometer und Tangentenbussole (W. Weber).

Ein Strom I CGS lenke gleichzeitig ein Bifilargalvanometer (88a) von der Direktionskraft D (27a) und der Windungsfläche f (106) um den Winkel φ ab, eine Tangentenbussole (81) mit n Windungen vom Halbmesser r um α; dann gilt $I = D/(fH) \cdot \operatorname{tg}\varphi = Hr/2\pi n \cdot \operatorname{tg}\alpha$, woraus sich ergibt

$$H^2 = \frac{D}{f}\frac{2\pi n}{r}\frac{\operatorname{tg}\varphi}{\operatorname{tg}\alpha} \quad \text{und} \quad I^2 = \frac{D}{f}\frac{r}{2\pi n}\operatorname{tg}\alpha\operatorname{tg}\varphi. \qquad 1.$$

Der Strom wird in beiden Instrumenten kommutiert. Über Korrektionen der Tangentenbussole vgl. S. 426. — Zu $\operatorname{tg}\alpha$ kommt ev. überall der Torsionsfaktor $1 + \Theta$.

Vgl., auch über Korrektionen, F. K., Pogg. Ann. 138, 1. 1869.

II. Mit dem Bifilargalvanometer und einer Magnetnadel (F. K.).

In 1. Hauptlage (S. 388) zur Bifilarrolle, also östlich oder westlich von ihr in gleicher Höhe, sei im Abstande a cm von ihrem Mittelpunkt eine kurze Magnetnadel aufgehängt. Ein Strom I im Bifilar lenke gleichzeitig

dieses um φ, die Nadel um ψ ab. — Auf einen Einheitspol am Orte der Nadel würde der Stromkreis von der Fläche f und vom Halbmesser r, wenn er zur Verbindungslinie a senkrecht stände, die Kraft $2fI(a^2+r^2)^{-3/2}$ ausüben; Anh. 24, 1. Da er um den Winkel φ geneigt ist, tritt der Faktor $\cos\varphi$ hinzu. Mithin gilt $H \operatorname{tg}\psi = 2fI\cos\varphi(a^2+r^2)^{-3/2}$. Dies kombiniert mit $\operatorname{tg}\varphi = HfI/D$ (vgl. I), erhält man, indem für H die Windungsfläche und Stromstärke herausfallen,

$$H^2 = 2\frac{D}{(a^2+r^2)^{3/2}}\frac{\sin\varphi}{\operatorname{tg}\psi}; \quad I^2 = \frac{1}{2}\frac{(a^2+r^2)^{3/2}}{f^2}\frac{\operatorname{tg}\varphi \operatorname{tg}\psi}{\cos\varphi}. \qquad 2.$$

Multiplikation von $\operatorname{tg}\psi$ mit $1+\Theta$ berücksichtigt die Fadentorsion (77).

Für die 2. Hauptlage (Nadel nördlich oder südlich) gelten dieselben Ausdrücke, wenn anstatt $\frac{1}{2}(a^2+r^2)^{3/2}$ eingeführt wird $a^3(1-\frac{3}{8}r^2/a^2)$.

Man stellt das Magnetometer folgeweise (oder zwei Magnetometer gleichzeitig) symmetrisch auf beiden Seiten auf, nimmt aus den Ablenkungen die Mittel und setzt a gleich dem halben Abstande der Fäden.

F. K., Wied. Ann. 17, 737. 1882 u. Ges. Abh. 1, 1910.

III. Mit Voltameter und Tangentenbussole.

Aus der Ablenkung α einer Tangentenbussole (n Windungen vom Radius r) durch einen Strom, dessen Stärke I in CGS-Einheiten anderweitig bekannt ist, läßt sich (81) H ableiten als

$$H = \frac{2n\pi}{r}\frac{I}{\operatorname{tg}\alpha}\ \text{Gauß}. \qquad 3.$$

I kann durch ein gleichzeitig eingeschaltetes Voltameter (87) bestimmt werden, wobei das auf CGS bezogene elektrochemische Äquivalent einzusetzen ist, also für Silber 11,18 mg/sec.

Auch irgendein geeichter, vom Erdmagnetismus unabhängiger Strommesser, z. B. ein Westonzeiger (85, 2) kann I liefern. Angaben in A werden durch 10 geteilt.

106. Bestimmung der Windungsfläche einer Drahtspule.

I. Aus den gemessenen Durchmessern. Am direktesten, aber entweder mühsam oder weniger genau ist die Ausmessung des Durchmessers jeder Windungslage an mehreren Stellen (mit dem Kathetometer oder dem Zirkel) oder auch des Umfanges (mit dem Bandmaß). Von einem an der äußeren Oberfläche der Schicht gemessenen Durchmesser ist die Drahtdicke abzurechnen.

Ist nur die Windungszahl n sowie der innere und der äußere Halbmesser r_0 und r_1 gemessen, so hat man bei gleichmäßiger Wickelung

$$f = \frac{1}{3}\pi n(r_0^2 + r_0 r_1 + r_1^2).$$

II. Aus der Drahtlänge. Für eine nicht zu feine Drahtsorte kann man die Summe der Windungsflächen einer Spule messen, indem man bei dem Aufwinden die Windungszahl und die Länge des Drahtes bestimmt.

Bilden kreisförmige Windungen eine Lage von rechteckigem Querschnitt, ist l die Drahtlänge, n die Anzahl der Windungen, h die Höhe der Windungslage, so gilt für die Windungsfläche f

$$f = l^2/4\pi n + \tfrac{1}{12}\pi n h^2.$$

Wegen des Einsinkens der Drähte und des Zusammenpressens der Bespinnung wird der so gemessene Wert mehr oder weniger zu groß ausfallen.

Vgl. z. B. H. Weber, der Rotationsinduktor, Leipzig 1882.

III. Durch magnetische Fernwirkung.

Man vergleicht die Fernwirkung eines Stromes in der Spule mit der Wirkung desselben Stromes in einer bekannten Normalrolle aus definierten Lagen zu einer Magnetnadel. Zur Nullmethode läßt das Verfahren sich dadurch gestalten, daß die Abstände geeignet gewählt werden, oder auch dadurch, daß die beiden Ströme durch Verzweigung in das geeignete Verhältnis ihrer Stärken gesetzt werden (Maxwell § 754).

Mittels der Tangentenbussole. Derselbe Strom durchfließe die Spule und eine Spiegel-Tangentenbussole mit einer Windung vom Halbmesser r. Auf die kurze Nadel wirken beide Teile des Stromes gleichzeitig. Die Stromleiter sollen folgende Stellung gegeneinander haben.

Die Spulenachse liegt ostwestlich. Ihr Mittelpunkt habe den Abstand a von der Nadel und liege von dieser entweder östlich oder westlich (1. Hauptlage), oder nördlich oder südlich (2. Hauptlage). Den Abstand wählt man so, daß die beiden Wirkungen auf die Nadel, wenn sie entgegengesetzt gerichtet sind, sich nahe aufheben. Ist letzteres genau der Fall, so hat man in erster H.-L. $f = a^3\pi/r$. — Andernfalls sei φ der Ausschlag, wenn bei entgegengesetzt wirkenden Strömen, und Φ, wenn bei gleichsinnig wirkenden Strömen kommutiert wird. Dann ist (Vorzeichen von φ!)

$$f = \frac{a^3\pi}{r}\,\frac{\operatorname{tg}\Phi + \operatorname{tg}\varphi}{\operatorname{tg}\Phi - \operatorname{tg}\varphi}.$$

In der zweiten H.-L. kommt der Faktor 2 hinzu.

Messung von a. Man stellt z. B. die Tangentenbussole folgeweise auf beiden Seiten der Spule auf und setzt für a den halben Abstand der beiden Lagen des Nadelfadens.

F. K., Wied. Ann. 18, 518. 1883. (Mit $\mathfrak{l}$ wird daselbst die ganze Nadellänge bezeichnet. In den Formeln für 1. H.-L. muß 0,52 statt $\frac{1}{3}$ stehen.)

Beweis. Da die Drehmomente des Stromes I auf die Nadel M von der Spule und von der Tangentenbussole zusammen dem des Erdmagnetismus H das Gleichgewicht halten, so hat man (für die 1. H.-L.)

$$2MIf/a^3 \cdot \cos\Phi + MI2\pi/r \cdot \cos\Phi = MH \sin\Phi \quad \text{oder}$$

$$2I(f/a^3 + \pi/r) = H \operatorname{tg}\Phi;$$

ebenso:

$$2I(f/a^3 - \pi/r) = H \operatorname{tg}\varphi.$$

Hieraus folgt durch Division der obige Ausdruck.

Korrektionen (vgl. auch F. K., a. a. O. oben). 1. Wegen des Polabstandes $\mathfrak{l}$ der Nadel ist der Ausdruck für f in der 1. H.-L. mit $1 + \frac{3}{4}\mathfrak{l}^2/a^2 + \frac{3}{16}\mathfrak{l}^2/r^2$, in der 2. H.-L. mit $1 - \frac{3}{2}\mathfrak{l}^2/a^2 + \frac{3}{16}\mathfrak{l}^2/r^2$ zu multiplizieren.

2. Die Abnahme der Kraft mit $1/a^3$ ist nicht streng richtig. L soll die Länge, r_1 und r_0 den äußeren und inneren Halbmesser der Spule bezeichnen. a sei so groß, daß L^4 und r^4 gegen a^4 zu vernachlässigen sind. $(r_1^5 - r_0^5)/(r_1^3 - r_0^3)$ heiße k. Dann dividiert man den obigen Ausdruck für f in der 1. H.-L. durch $1 + (\frac{1}{2}L^2 - \frac{9}{10}k)/a^2$, in der 2. H.-L. durch $1 + (\frac{27}{40}k - \frac{3}{8}L^2)/a^2$.

3. Wegen Korrektionen der Tangentenbussole s. 81, S. 426.

Über **gestreckte** Spulen s. z. B. Heydweiller, Wied. Ann. 41, 876. 1890.

Über Vergleichung zweier Windungsflächen in **bifilarer Aufhängung** s. Himstedt, Wied. Ann. 18, 433. 1883.

Zur Bestimmung von f läßt sich auch der **Induktionsstoß in bekanntem Magnetfelde** bei dem Drehen oder Herausziehen benutzen; s. Gl. 2 in 114 II.

Verhältnis des Halbmessers von Drahtringen.

Die Aufgabe kommt z. B. in 84 III vor. — Man stellt die Ringe als Galvanometerspulen mit kurzen Nadeln auf und läßt sie von demselben Strom durchfließen. Sind r_1, r_2 die Halbmesser, $n_1 n_2$ die Windungszahlen, $\varphi_1 \varphi_2$ die Ablenkungen, so ist $r_1 : r_2 = n_1\varphi_2 : n_2\varphi_1$. Ordnet man konzentrisch an und mißt die Ausschläge Φ und φ bei gleich- und entgegengerichtetem Strom, so kommt, wenn Ring I die stärkere Wirkung hat,

$$r_1 : r_2 = n_1(\Phi - \varphi) : n_2(\Phi + \varphi).$$

Vgl. Rayleigh, sowie Heydweiller, a. a. O. (84 III). — Korrektionen aus Ringquerschnitten und Nadellängen s. auch in 81.

107. Elektromagnetische Drehung des Lichtes (Faraday); Verdetsche Konstante.

Ein polarisierter Lichtstrahl durchsetze einen „magnetooptisch aktiven" Körper von der Länge l in der Richtung der Kraftlinien eines magnetischen Feldes $\mathfrak{H}$. Der Drehungswinkel α des Lichtstrahles ist dann

$$\alpha = C \cdot \mathfrak{H} l.$$

C heißt die magnetooptische oder Verdetsche Konstante des Körpers. Die Drehung heißt positiv, wenn sie, wie in den meisten Körpern, in der Richtung des Stromes erfolgt, welcher das magnetische Feld durch Umkreisen hervorruft.

Für Natriumlicht bei 18° ist (u. a. Arons, H. Becquerel, Gordon, Köpsel, Quincke, Rayleigh, Rodger u. Watson, Siertsema, Borel, Stierlin)

	Schwef.-Kohlst.	Wasser	Quarz ‖ Achse	Quarzglas	Schwer. Glas	
C_{Na} bei 18° =	0,0420′	0,0131′	0,0168′	0,0146′	0,08′	$\Big\}\dfrac{\text{sec}}{\text{cm}^{\frac{1}{2}}\,\text{g}^{\frac{1}{2}}}$.
auf + 1°	− 0,000 07′	0025′	002′	0007′		

Für Wasser steigt der Temp.-Koeff. beschleunigt stark an.

C wächst bei abnehmender Wellenlänge beschleunigt (rascher als λ^{-2}), aus rot bis violett auf das 3- bis 4-fache. Aus Beobachtungen von Verdet (CS_2), Siertsema (H_2O), Landau (H_2O, ultraviolett) interpoliert, kommt für C_λ/C_{Na}

$\lambda =$	0,25	0,30	0,35	0,40	0,45	0,50	0,55	0,60	0,65	0,70 · 10^{-3} mm	
$\dfrac{C_\lambda}{C_{Na}} =$	3,0	4,7	3,2	2,29	1,79	1,42	1,16	0,96	0,80	0,70	(H_2O)
				(2,7)	1,98	1,50	1,18	0,95	0,79	(0,68)	(CS_2).

In dünnen Schichten stark magnetischer (ferromagnetischer) Metalle findet keine Proportionalität, sondern ein Anwachsen zu einer Grenze statt (Kundt). Die Wellenlänge hat hier den entgegengesetzten Einfluß.

Das magn. Feld (**114**) erzeugt man für absolute Messungen in einer langen Drahtspule, für relative zwischen breiten Elektromagnetpolen mit engen Bohrungen. Im letzteren Falle kann man, bei gleich dicken und gleich gelagerten Schichten, durch einmalige Messung an einem bekannten Körper (CS_2, H_2O) die relativen Zahlen in absolute umrechnen.

Die Methode zur Messung von α s. in **71**. Da die Drehungsrichtung durch die Richtung des umkreisenden Stromes bestimmt, also, auf den Raum bezogen, von der Richtung des Strahls unabhängig ist, so summieren sich die Drehungen, wenn man den Strahl zwischen spiegelnden Endflächen mit Ein- und Austrittsöffnungen, ein wenig schräg, hin und her reflektieren läßt.

Lit.: Voigt, Magneto- und Elektrooptik, S. 5ff., Leipz. 1908, Geschichte, Theorie, Methoden, auch betr. Fehlerquellen z. B. durch Reflex an Seitenwänden, Siertsema, Arch. Néerl. (2) 2, 291. 1899 (Gase; zuerst 1878 von Kundt

u. Röntgen); ebd. 6, 825. 1901 (Wasser); Landau, Phys. ZS 9, 417. 1908 (Ultraviolett). — Drehung in Salzlösungen: Jahn, Wied. Ann. 43, 280. 1891.

Über Anomalien an Absorptionsbanden vgl. u. a. J. Becquerel, Phys. ZS 8, 640. 1907; Wood, ebd. 9, 148. 1908; Elias, Verh. D. Phys. Ges. 1908. 869.

Drehung der Pol.-Ebene durch Reflexion an magnetischen Oberflächen (Kerr 1876). Über die Erscheinungen und Messungen bei senkrechtem und schrägem Einfall (außer Kerr u. a. Fitzgerald, Kundt, Righi, du Bois, Sissingh) s. Voigt, a. a. O., 262 ff.

Elektrische Strommessung. Sehr starke Ströme lassen sich durch die Drehung z. B. in CS_2 innerhalb einer ausgemessenen Spule (114 I) nach den angegebenen Konstanten genähert messen.

108. Die Bewegungsgesetze eines schwingenden Körpers mit elektromagnetischer Dämpfung (Ballistisches Galvanometer).

Die Schwingungen werden so klein vorausgesetzt, daß das rücktreibende Drehmoment dem Ausschlage und das dämpfende Drehmoment der Winkelgeschwindigkeit proportional bleibt.

Es soll bedeuten:

K das Trägheitsmoment des schwingenden Körpers (29).

D die Direktionskraft (Anh. 11a), für eine einzelne Magnetnadel $D = MH(1+\Theta)$ (Anh. 21); für einen Körper mit Direktion durch einen elastischen Aufhängedraht (Tors.-M. $=\Phi$; 55) $D = \frac{1}{2}\pi\Phi r^4/l$.

p die Dämpfungskonstante, d. h. den Faktor, mit welchem die jeweilige Winkelgeschwindigkeit das der Bewegung widerstehende Drehmoment ergibt. — Zunächst werde $p < 2\sqrt{KD}$ vorausgesetzt, wobei periodische Schwingungen stattfinden.

u_0 die Winkelgeschwindigkeit bei dem Durchgang durch die Ruhelage.

α den Ausschlag, welcher ohne Dämpfung darauf erfolgen würde,

$\alpha_1\,\alpha_2\,\alpha_3\ldots$ die Ausschläge, welche mit Dämpfung erfolgen.

$k = \alpha_1/\alpha_2 = \alpha_2/\alpha_3 = \cdots$ oder auch $k = u_0/u_1 = u_1/u_2 = \cdots$ } das Dämpfungsverhältnis (27).

$\lambda = \lg k$ das briggische logarithmische Dekrement, also $k = 10^\lambda$.

$\Lambda = \lg\operatorname{nat} k = 2{,}3026\,\lambda$ (Tab. 29) das natürliche logarithmische Dekrement (welches für schwache Dämpfung $= k-1$ ist), also $k = e^\Lambda$.

τ die (halbe) Schwingungsdauer ohne Dämpfung (28).

T die (halbe) Schwingungsdauer mit Dämpfung.

t_1 die Umkehrzeit nach dem Durchgange durch die Ruhelage.

Für die periodische Bewegung gelten folgende Sätze (Beweise s. S. 521):

$$\Lambda = \frac{\pi}{2}\frac{p}{\sqrt{KD-\frac{1}{4}p^2}} = \frac{1}{2}\frac{p}{K}T. \quad 1. \qquad \tau = \pi\sqrt{\frac{K}{D}}. \quad 2.$$

$$T = \pi\frac{K}{\sqrt{KD-\frac{1}{4}p^2}} \quad \text{oder} \quad T = \tau\sqrt{1+\frac{\Lambda^2}{\pi^2}}. \quad 3.$$

Die Schwingungsdauer wächst also mit der Dämpfung. Für schwache Dämpfung kann man schreiben, da π^2 nahe $= 10$ und $\Lambda = k - 1$ ist, $T = \tau[1 + \frac{1}{40}(k-1)^2]$. Eine Dämpfung von einigen Prozenten beeinflußt die Schwingungsdauer nicht merklich. Vgl. Tab. 29.

Die Umkehr trifft auf die Zeit $t_1 = \frac{T}{\pi} \operatorname{arctg} \frac{\pi}{\Lambda}$.

Bedeutet u_1 die Geschwindigkeit bei der ersten Rückkehr in die Gleichgewichtslage, so ist

$$u_0 = k \cdot u_1 . \qquad 4.$$

Ferner ist

$$\alpha = \alpha_1 k^{1/\pi \cdot \operatorname{arctg} \pi/\Lambda} \quad \text{oder} \quad = \alpha_1 e^{\Lambda/\pi \cdot \operatorname{arctg} \pi/\Lambda}. \qquad 5.$$

Endlich erhält man aus dem Ausschlage die Anfangsgeschwindigkeit[1])

$$u_0 = \frac{\pi}{\tau}\alpha = \frac{\pi}{\tau}\alpha_1 k^{1/\pi \cdot \operatorname{arctg} \pi/\Lambda}. \qquad 6.$$

Der zu π/Λ als $\operatorname{arctg} \pi/\Lambda$ in Bogengraden entnommene Winkel ist durch 57,30 dividiert in die Formel einzusetzen. — Der Faktor $k^{1/\pi \cdot \operatorname{arctg} \pi/\Lambda} = e^{\Lambda/\pi \cdot \operatorname{arctg} \pi/\Lambda}$ ist für schwache Dämpfung $= \sqrt{k}$; bis $k = 2$, d. h. bis $\lambda = 0{,}3$ oder $\Lambda = 0{,}7$ hinreichend genau $= 1 + 1{,}160\,\lambda$; er nähert sich für sehr starke Dämpfung, wo $\operatorname{arctg} \pi/\Lambda = \pi/\Lambda$ wird, der Zahl $e = 2{,}718$. Vgl. hierüber und über $\sqrt{\pi^2 + \Lambda^2}/\pi$ auch Tab. 29.

Über Korrektionen bei größerer Schwingungsweite s. K. Schering, Wied. Ann. 9, 471. 1880.

Die aperiodische Bewegung s. auf S. 523.

Dämpfung, Galvanometerfunktion und Widerstand.

Handelt es sich um Galvanometer ohne besonderen Dämpfer, also um die Dämpfung einer Magnetnadel durch eine Spule oder um die Dämpfung einer im Magnetfeld schwingenden geschlossenen Spule ohne leitenden Rahmen (S. 431), so besteht zwischen dem log. Dekrement der elektromagnetischen Dämpfung (also vom Luftwiderstande usw. abgesehen; vgl. hierüber S. 521) und der Galvanometerkonstante eine nahe Beziehung. Es sei

q das von dem Strome Eins bewirkte Drehmoment, die sogenannte dynamische Galvanometerkonstante.

Für die Magnetnadel (Magnetismus $= M$) bedeutet G die „Spulenfunktion", d. h. das Drehmoment des Stromes Eins auf eine Nadel vom Magnetismus Eins, welches bei gegebener Gestalt der Windungszahl proportional ist; dann ist

$$q = GM. \qquad 7a.$$

Für die drehbare Spule ist q = Feldstärke $\times$ Windungsfläche

$$q = \mathfrak{H} f. \qquad 7b.$$

1) Man beachte, daß α und α_1 nicht demselben A (Konstante in Gl. 11a), sondern demselben u_0 entsprechen. Es ist ohne Dämpfung $u_0 = A \cdot \pi/\tau$, mit Dämpfung aber $u_0 = A \cdot \pi/T = A \cdot \pi/(\tau\sqrt{1 + \Lambda^2/\pi^2})$.

In beiden Fällen gibt nach dem Induktionsgesetz (Anh. 26) qu die E. K., welche durch die Winkelgeschwindigkeit u entsteht. Nennt man R den Widerstand des Stromkreises in abs. Maße, so entsteht also der Strom qu/R, und von diesem eben stammt das dämpfende elektromagnetische Drehmoment, welches danach die Größe $q \cdot qu/R = u \cdot q^2/R$ hat. Hiernach ist also q^2/R die Dämpfungskonstante, die wir oben p nannten und die nach Gl. 1 gleich $2KA/T$ ist. Also gilt

$$p = q^2/R = 2KA/T. \qquad 8.$$

Die Dämpfungskonstante p ist nach den Gleichungen 7a oder 7b dem magn. Moment der Nadel, welche in der Spule schwingt, oder der Stärke des Feldes, in welchem die Spule schwingt, quadratisch proportional. Außerdem hängt sie von der Gestalt der Spule ab, aber (bei Kurzschluß) nicht von dem Querschnitt des Wicklungsdrahtes. Denn wenn man diesen Querschnitt kleiner, also die Windungszahl in demselben Verhältnis größer nimmt, so ändert sich offenbar q im gleichen Verhältnis, R aber mit dessen Quadrate. q^2/R bleibt also konstant. $q/\sqrt{R}$ bedeutet die „dynamische Galvanometerkonstante" für eine Wickelung, welche den Widerstand $= 1$ ergibt. Hierbei ist der Raum der Bespinnung sowie der Widerstand der Zuleitungsdrähte einer aufgehangenen Spule nicht berücksichtigt.

Aus K, A und T läßt sich q bzw. R nach obigem einzeln bestimmen, wenn R bzw. q bekannt ist.

Zur statischen Empfindlichkeit steht q in folgender Beziehung. Es sei, wie in 81ff.:

C der gewöhnliche „Reduktionsfaktor" des Galvanometers, welcher aus der Ablenkung α (bzw. $\operatorname{tg} \alpha$) die Stromstärke I in abs. Maße als $I = C\alpha$ gibt, d. h.

$$C = D/q. \qquad 9.$$

Also gilt: für ein Nadelgalvanometer — für ein Drehspulengalvanometer

$$C = \frac{MH}{q}(1 + \Theta) = \frac{H}{G}(1 + \Theta), \qquad C = \frac{D}{\mathfrak{H} f}. \qquad 10.$$

In Wirklichkeit stammt die Dämpfung nicht nur von dem Spulenstrom, sondern auch vom Luftwiderstande oder anderen Ursachen, z. B. vom Spulenrahmen. Ist dieser hinzukommende Teil mäßig, so darf man im allgemeinen in Gl. 8 statt A setzen $A - A'$, wo A das ganze und A' das log. Dekrement ist, welches bei geöffnetem Stromkreise gilt.

Vgl. aber über Ausnahmen z. B. Peirce, Proc. Am. Acad. 44, 63. 1908.

Man setzt hier überall kleine Bewegungen voraus, bei denen Nadel bzw. Drehspule nicht in Stellungen kommen, für welche die Spulenfunktion bzw. das magnetische Feld sich ändern (vgl. 83).

Beweise.

Das Drehmoment, welches der schwingende, um den Winkel x abgelenkte Körper nach seiner Ruhelage hin erfährt, setzt sich aus dem Drehmomente Dx der Direktionskraft und dem vom induzierten Strome aus-

geübten (vgl. S. 521) pu oder $p\,\mathrm{d}x/\mathrm{d}t$ zusammen. Also ist $-(Dx+p\,\mathrm{d}x/\mathrm{d}t)/K$ seine Beschleunigung. Hiernach gilt als Differentialgleichung der gedämpft schwingenden Nadel

$$\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2}+\frac{p}{K}\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}+\frac{D}{K}x=0, \qquad 11.$$

wo x die zur Zeit t bestehende Ablenkung bedeutet. Die Integration ergibt, wie man durch Rückwärtsbehandlung leicht verifiziert, für den Fall $p<2\sqrt{KD}$ den periodischen Zustand:

$$x=Ae^{-\frac{1}{2}p/K\cdot t}\sin\left(\frac{\sqrt{KD-\frac{1}{4}p^2}}{K}t\right). \qquad 11a.$$

Daraus lassen sich die Sätze Nr. 1 bis 6 ableiten, wie folgt.

Schreibt man Gl. 11a durch Einführung der Schw.-Dauer T (S. 519) in der Form

$$x=Ae^{-\frac{1}{2}p/K\cdot t}\cdot\sin(\pi/T)t, \qquad 12.$$

so sieht man, daß

$$T=\pi\frac{K}{\sqrt{KD-\frac{1}{4}p^2}} \quad \text{oder} \quad =\pi\sqrt{\frac{K}{D}}\cdot\frac{1}{\sqrt{1-\frac{1}{4}p^2/(KD)}}. \qquad 3.$$

Die Schw.-Dauer ohne Dämpfung ($p=0$) ist

$$\tau=\pi\sqrt{K/D}. \qquad 2.$$

Hieraus findet sich leicht die Beziehung

$$T=\tau\sqrt{1+\frac{1}{4}\frac{p^2T^2}{K^2\pi^2}}. \qquad 13.$$

Die Geschwindigkeit zur Zeit t ergibt sich durch Differenzieren von Gl. 12

$$\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}=Ae^{-\frac{1}{2}p/K\cdot t}\left(\frac{\pi}{T}\cos\frac{\pi}{T}t-\frac{1}{2}\frac{p}{K}\sin\frac{\pi}{T}t\right). \qquad 14.$$

Sie ist also bei dem ersten Durchgang ($t=0$)

$$u_0=\left(\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\right)_0=A\frac{\pi}{T} \qquad 15.$$

und bei der ersten Rückkehr ($t=T$)

$$u_1=-\left(\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\right)_T=A\frac{\pi}{T}e^{-\frac{1}{2}p/K\cdot T}.$$

Das Dämpfungsverh. ist also

$$k=u_0:u_1=e^{\frac{1}{2}p/K\cdot T} \qquad 16.$$

und sein nat. Log.

$$\varLambda=\lg\operatorname{nat}k=\tfrac{1}{2}p/K\cdot T. \qquad 1.$$

Es gilt also die Beziehung

$$\frac{1}{2}\frac{p}{K}=\frac{\varLambda}{T},$$

so daß man Gl. 12 auch schreiben kann

$$x=A\cdot e^{-\varLambda/T\cdot t}\sin\frac{\pi}{T}t; \qquad 12a.$$

rner wird Gl. 13

$$T = \tau \sqrt{\pi^2 + \Lambda^2}/\pi \qquad 8.$$

ıd endlich Gl. 14

$$\frac{dx}{dt} = A \frac{1}{T} e^{-\Lambda/T \cdot t} \left(\pi \cos \frac{\pi}{T} t - \Lambda \sin \frac{\pi}{T} t\right). \qquad 14a.$$

Die erste Umkehr ($dx/dt = 0$) trifft also auf eine Zeit t_1, für welche ilt:

$$\operatorname{tg} \frac{\pi}{T} t_1 = \frac{\pi}{\Lambda}, \quad \text{also} \quad t_1 = \frac{T}{\pi} \operatorname{arc tg} \frac{\pi}{\Lambda} \quad \text{und} \quad \sin \frac{\pi}{T} t_1 = \pi/\sqrt{\pi^2 + \Lambda^2}.$$

iermit kommt aus Gl. 12a

$$\alpha_1 = A \cdot k^{-1/\pi \cdot \operatorname{arc tg} \pi/\Lambda} \, \pi/\sqrt{\pi^2 + \Lambda^2},$$

nd also wegen 15

$$\alpha_1 = u_0 T/\pi \cdot k^{-1/\pi \cdot \operatorname{arc tg} \pi/\Lambda} \, \pi/\sqrt{\pi^2 + \Lambda^2}.$$

lit Rücksicht auf Gl. 8 folgt hieraus

$$u_0 = \pi/\tau \cdot \alpha_1 k^{1/\pi \, \operatorname{arc tg} \pi/\Lambda}. \qquad 6.$$

)hne Dämpfung wäre gewesen

$$\alpha = u_0 \tau/\pi,$$

lso kommt

$$\alpha = \alpha_1 k^{1/\pi \cdot \operatorname{arc tg} \pi/\Lambda}. \qquad 5.$$

Aperiodischer Zustand; $p^2 \geq 4KD$.

Wie oben bedeute τ die Schw.-D. ohne Dämpfung, u_0 die in der Ruheage zur Zeit $t = 0$ erteilte Geschw., α den nach der Zeit $\frac{1}{2}\tau$ darauf folgenlen Ausschlag ohne Dämpfung, während mit Dämpfung nach der Zeit t_1 ler Ausschlag α_1 folgt. $e = 2{,}7183$ ist die Basis der nat. Log.

1. Grenzzustand; $p^2 = 4KD$.

Die Bewegung folgt der Gleichung

$$x = u_0 \cdot e^{-(\pi/\tau)t} \cdot t. \qquad 17.$$

Es ist

$$t_1 = \tau/\pi \quad \text{und} \quad \alpha_1 = \alpha/e = u_0 \tau/(\pi e) = u_0 \cdot \tau/8{,}540.$$

Bei dem Rückgang besteht zur Zeit ϑ nach der Umkehr noch ein Bruchteil des Ausschlages:

$$= e^{-\frac{\pi}{\tau}\vartheta}\left(1 + \frac{\pi}{\tau}\vartheta\right),$$

z. B. nach	$\vartheta/\tau = 2{,}1$	2,9	3,7	18.
noch	1/100	1/1000	1/10000.	

Dem Grenzzustande entspricht die möglichst rasche Beruhigung.

Vgl. Dießelhorst, Ann. d. Phys. 9, 458. 1902.

2. Allgemeiner Fall; $p^2 > 4KD$.

Wir bezeichnen kürzend $\frac{1}{2}\frac{p}{K} = a$ und $\frac{1}{2K}\sqrt{p^2 - 4KD} = b$.

Der Bewegungszustand wird dargestellt durch

$$x = u_0 \frac{1}{2b} e^{-at}(e^{bt} - e^{-bt}). \qquad 19.$$

Es ist

$$t_1 = \frac{1}{2b} \lg \text{nat} \frac{a+b}{a-b}; \quad \alpha_1 = u_0 \frac{1}{2b} \left(\frac{a+b}{a-b}\right)^{-\frac{1}{2}\frac{a}{b}} \left[\left(\frac{a+b}{a-b}\right)^{\frac{1}{2}} - \left(\frac{a+b}{a-b}\right)^{-\frac{1}{2}}\right]. \qquad 20.$$

Zur Zeit ϑ nach der Umkehr besteht noch der Bruchteil des Ausschlages

$$\frac{1}{2b} e^{-a\vartheta}\left[(a+b)e^{b\vartheta} - (a-b)e^{-b\vartheta}\right]. \qquad 21.$$

Für sehr hohe Dämpfung („Kriechen"), wo p sehr groß ist, a und b wenig verschieden sind und nahe $a - b = D/p$ wird, geht Gl. 21 über in (vgl. Gl. 8)

$$e^{(b-a)\vartheta} = e^{-D/p \cdot \vartheta} = e^{-DR/q^2 \cdot \vartheta}. \qquad 22.$$

Je kleiner der Faktor von ϑ, desto träger kriecht das Instrument. Die Anwendung auf Drehspulen s. in 88.

109. Messung kurzdauernder Ströme oder entladener Elektrizitätsmengen.

I. Mit dem ballistischen Galvanometer.

Ballistisch nennt man ein Galvanometer, wenn mit ihm kurze hindurchgeleitete Ströme durch Umkehrpunkte der Ausschläge gemessen werden; es muß zu diesem Zweck hinreichend langsam schwingen.

Wird durch ein Galvanometer, in einer gegen die Schwingungsdauer sehr kurzen Zeit, eine Elektrizitätsmenge Q entladen, so entsteht eine, der Größe Q (Stromintegral, $\int I dt$, Stromstoß, Strommenge, Entladungsmenge) proportionale Anfangsgeschwindigkeit und ein erster Skalenausschlag, der dieser Geschwindigkeit, also ebenfalls der El.-Menge Q nahe proportional ist. Hiernach kann man Entladungsmengen leicht vergleichen. Aber auch absolut lassen sie sich nach folgenden Regeln messen.

Wenn C der gewöhnliche Reduktionsfaktor (81, 89) und τ die Schw.-D. des Galvanometers, so gilt, ohne Dämpfung, für den ersten, in absolutem Maße (S. 106) gemessenen Ausschlagswinkel α, falls die Direktionskraft bewirkt wird durch:

Torsionselastizität (Drehspule; vollkommen astatisches System)	magnetisches Feld oder durch bifilare Aufhängung
1. $Q = C\frac{\tau}{\pi} \cdot \alpha.$	$Q = C\frac{\tau}{\pi} \cdot 2 \sin \frac{1}{2}\alpha.$ 1a.

Für kleine Winkel werden beide Ausdrücke gleich (25).

Beweis der Gl. 1a. Ist x die Ablenkung zur Zeit t, also $u = dx/dt$ die Winkelgeschwindigkeit, bedeutet ferner D die Direktionskraft, K das Trägheitsmoment, so gilt $-du/dt = D/K \cdot \sin x$. Durch Multiplikation mit $u = dx/dt$ entsteht $-u\,du = D/K \cdot \sin x\,dx$. Integration ergibt (Tab. 50a)

$$-\int_{u_0}^{u} u\,du = \tfrac{1}{2}(u_0^2 - u^2) \quad \text{und} \quad \int_0^x \sin x\,dx = 1 - \cos x = 2\sin^2 \tfrac{1}{2}x.$$

[H]ieraus folgt, wie bei dem Pendel,

$$\tfrac{1}{2}(u_0^2 - u^2) = D/K \cdot 2 \sin^2 \tfrac{1}{2}x,$$

[w]o u_0 die Geschwindigkeit für $x = 0$ ist. Für den Augenblick des größten [A]usschlages ($x = \alpha$) ist $u = 0$, also $\tfrac{1}{2}u_0^2 = 2D/K \cdot \sin^2 \tfrac{1}{2}\alpha$. Mit Rücksicht [d]arauf, daß $D/K = \pi^2/\tau^2$, entsteht hieraus die wichtige Gleichung

$$u_0 = 2\pi/\tau \cdot \sin \tfrac{1}{2}\alpha\,.$$

Andrerseits sei q die dynamische Galv.-Konstante (S. 520); es erteilte [a]lso die El.-Menge Q die Winkelgeschwindigkeit $u_0 = Qq/K$. Da endlich [(]108 Gl. 9) $q/K = 1/C \cdot D/K = 1/C \cdot \pi^2/\tau^2$, so ist $u_0 = Q/C \cdot \pi^2/\tau^2$. Gleich[s]etzung beider Ausdrücke für u_0 liefert $Q = C\tau/\pi \cdot 2 \sin \tfrac{1}{2}\alpha$.

Gl. 1 wird einfach mit x statt $\sin x$ bewiesen.

Man mißt so gut wie immer mit dem Spiegelgalvanometer. [I]st $\mathfrak{C}$ dessen für den Skalenabstand geltender statischer Reduk[t]ionsfaktor (**83**, **89**), so entspricht dem ersten Ausschlage s das [S]tromintegral

$$Q = \mathfrak{C}\frac{\tau}{\pi} \cdot s\,. \qquad 2.$$

[D]er ballistische Reduktionsfaktor ($\mathfrak{P}$) wird also aus dem [s]tatischen $\mathfrak{C}$ abgeleitet als

$$\mathfrak{P} = \mathfrak{C}\frac{\tau}{\pi}\,. \qquad 3.$$

Am Nadelgalvanometer reduziert man größere Schwingungen [g]emäß Gl. 1a auf den Sinus des halben einseitigen Ausschlages; [v]om beobachteten Ausschlage $= s$ Sk.-T. zieht man also die Größe $\tfrac{11}{32}s^3/A^2$ ab, wo A den Skalenabstand bedeutet (**25**, 2 u. Tab. 28).

Gedämpfte Schwingung. In Wirklichkeit tritt die Dämpfung hinzu, die indessen, solange sie konstant ist, bei vergleichenden Bestimmungen außer Betracht gelassen werden kann, weil die Proportionalität des Ausschlages mit dem Stromintegral bestehen bleibt. Bei Beobachtungen in einem dauernd geschlossenen Stromkreise beachte man jedoch, daß die Dämpfung vom eingeschalteten Widerstande abhängt! Hier sowie bei einer absoluten Messung von Q kommt also noch das Dämpfungsverhältnis k (**27**; vgl. auch **108** Gl. 5) in Betracht. Es sei das natürliche log. Dekrement $\Lambda = \lg \mathrm{nat}\, k = 2{,}3026 \cdot \lg \mathrm{brigg}\, k$. Dann ist (vgl. zur Rechnung Tab. 29)

$$Q = \mathfrak{C}\frac{\tau}{\pi} k^{1/\pi \cdot \mathrm{arctg}\, \pi/\Lambda} \cdot s \quad \text{oder} \quad = \mathfrak{C}\frac{T}{\sqrt{\pi^2 + \Lambda^2}} k^{1/\pi \cdot \mathrm{arctg}\, \pi/\Lambda} \cdot s\,, \qquad 4.$$

wenn τ die Schwingungsdauer der ungedämpften, T diejenige der gedämpften Schwingung ist.

Folgt aus **108** Gl. 6. Siehe ebenda die Vereinfachungen der Rechnung.

Im aperiodischen Grenzfall (S. 431 u. 523) gilt $Q = \mathfrak{C}(\tau/\pi) e \cdot s$, wo e die Basis 2,718 der natürlichen Logarithmen bedeutet.

Die El.-Menge Q wird in der Einheit erhalten, welche dem Reduktionsfaktor C oder $\mathfrak{C}$ zugrunde liegt, z. B. in CGS oder auch in Amperesekunden oder Coulomb.

Korrektion wegen der Dauer ϑ des Stromstoßes. Ist ϑ nicht hinreichend klein gegen die Schw.-Dauer T, so wird der Ausschlag um einen Bruchteil $F \cdot \vartheta^2/T^2$ zu klein gefunden; der Faktor F hängt von der Stromform ab und ist für konstanten Strom $= 0,4$. Für andere Stromformen (wenn sie kein Minimum haben) ist F kleiner. Vgl. Dorn, Wied. Ann. 17, 654. 1882; Dießelhorst, Ann. d. Phys. 9, 458 u. 712. 1902.

Über Entladungsmengen von Leidener Flaschen s. auch **131**.

Schwingungsdauer; **28**. Man bestimmt diese bei unterbrochenem Stromkreise. Ist auch dann wegen der Dämpfung eine größere Reihe von Schwingungen nicht zu erhalten, so beobachtet man mehrere Reihen mit jeweilig neuer Anregung durch einen Stromstoß. Bei sehr starker Dämpfung nimmt man diesen ebenfalls sehr stark und beobachtet dann den ersten und einige folgende Rückkehrdurchgänge durch die Ruhelage, die man zweckmäßig durch einen kräftigen Faden oder dgl. markiert hat.

Dämpfungsverhältnis. Man regt durch einen kurzen Strom Schwingungen an und beobachtet und reduziert die Umkehrpunkte nach **27**. Nötigenfalls wiederholt und mittelt man. — Um den in Gl. 4 einzusetzenden Wert von Λ zu erhalten, muß der Galvanometerkreis denselben Widerstand (R) haben wie bei der Messung der Elektrizitätsmenge. Man kann aber auch, falls der übrige Teil der Dämpfung nicht zu groß ist, aus dem bei einem Gesamtwiderstande R_1 beobachteten log. Dekr. Λ_1 das bei dem richtigen (R) geltende Λ berechnen. Wenn nämlich bei unterbrochener Leitung Λ' gilt, so ist $\Lambda = \Lambda' + (\Lambda_1 - \Lambda')R_1/R$. Vgl. **94** u. S. 521.

Vgl. auch **110** Multiplikation und Zurückwerfung.

Empirische Bestimmung des ballistischen Reduktionsfaktors. In der Galvanometerleitung vom Widerstande R bewirke ein bekanntes E. Kraftintegral $\int E\,dt$ den ersten Ausschlag s, dann ist $\mathfrak{P} = \int E\,dt/(Rs)$. Der Stoß läßt sich erzeugen mit dem Erdinduktor (**111** I), mit dem Magnetinduktor (**112**, Einleitung) oder durch gegenseitige Induktion zweier Spulen (**118**).

II. Messung mit Dauerablenkung.

Wird eine Elektrizitätsmenge Q regelmäßig rasch wiederholt (n mal in 1 sec) durch das Galvanometer geschickt, so entsteht eine dauernde Ablenkung α. Dann ist $Q = C \cdot \alpha/n$ oder $= \mathfrak{C} \cdot s/n$. Hier ist ev. das Korrektionsglied mit $\mathfrak{C}'$ zu berücksichtigen (**83**). Zum Zählen der Entladungen wird häufig das phonische Rad (**57**, 7) gebraucht.

S. z. B. Himstedt, Wied. Ann. 22, 279. 1884.

III. Anwendungen.

Eine E. K. E wirke während der Zeit t; das Produkt Et heißt Zeitintegral oder kurz Integral der E. K. Ist E nicht konstant, z. B. bei einer Induktionsmaschine, einem Erdinduktor usw., so hat man anstatt Et die Summe der Produkte $E \cdot dt$ über alle Zeitelemente dt, also $\int E\,dt$ zu setzen.

Wenn R der Widerstand des Kreises, so ist die Stromstärke in jedem Augenblick $I = E/R$ und die in der Zeit t hindurchgegangene Elektrizitätsmenge

$$Q = \frac{Et}{R} \quad \text{bzw.} \quad Q = \frac{1}{R}\int_0^t E\,dt. \qquad 5.$$

Es ist nicht zu vergessen, daß auch der von einer konstanten E. K. hervorgebrachte Strom im Anfang inkonstant ist, wenn der Stromkreis Selbstinduktion enthält. Die Fehlerquelle läßt sich dadurch vermindern, daß man induktionsfreien Widerstandsballast einschaltet und dadurch die Verzögerungskonstante L/R (Anh. 28) verkleinert.

Durch Messung eines Stromstoßes Q, der ev. mit Multiplizieren (**110** I) bestimmt wird, sind folgende Aufgaben lösbar:

1. Bestimmung eines Widerstandes. Entweder in absolutem Maße, wenn Et oder $\int E\,dt$ gegeben ist (**116** II, III, V), oder vergleichsweise durch Einschaltung der Widerstände in denselben Induktionskreis (**112**).

2. Bestimmung eines E. K.-Integrals; wenn der Widerstand bekannt ist, in absolutem Maße (**114** II; **115** II; **117** II 1 u. 2; **118** II 2) oder vergleichend (**111**). — Hierher gehört die

Bestimmung magnetischer Momente. Zu vergleichende Stäbe werden einzeln in die Mitte einer längeren engen Spule plötzlich hineingeschoben oder herausgezogen. Die magn. Momente sind den Stromintegralen, d. h. den Ausschlägen proportional. — Hat die lange Spule eine gleichmäßige Wickelung von n Windungen/cm und ist R der Widerstand des Kreises, ebenso wie Q in CGS gemessen ($1\,\Theta = 10^9$ cm/sec), so erhält man das magn. Moment eines Stabes (vgl. Anh. 26)

$$M = Q \cdot R/(4\pi n) \text{ CGS}. \qquad 6.$$

3. Messung kurzer Zeiten (Pouillet), z. B. Schuß-, Fall- oder Stoßzeiten. Der Strom einer konstanten E. K. E wird zu Anfang der Zeit (z. B. wenn der Hahn des Gewehrs aufschlägt oder die stoßenden Kugeln sich berühren) geschlossen, zu Ende derselben (z B. wenn das Geschoß die Scheibe trifft oder einen gespannten Draht durchschneidet usw.) unterbrochen. Ist E und

der Widerstand R des Stromkreises in CGS bekannt, so bekommt man die Zeit (vgl. aber die Bemerkung vor. S.)

$$t = Q \cdot R/E \text{ sec.} \qquad 7.$$

Siehe auch über eine auf sehr kleine Zeiten anwendbare Methode mit partieller Kondensatorentladung Radakovič, Wien. Sitz. Ber. 109 (2a) 276 u. 941. 1900; Edelmann, Phys. ZS 5, 461. 1904.

Pendelunterbrecher (Helmholtz). Ein schweres Pendel bewegt bei der ursprünglichen Form des Apparates in kurzen Zeitintervallen zwei Kontakthebel. In der modifizierten neueren Form (s. unten Holborn) wird der eine Stromkontakt von einem mit dem Pendel verbundenen Arm gebildet, der in Quecksilber taucht. Die Kontakte sind mikrometrisch verstellbar. Man kann so z. B. einen Strom eine beliebige kurze Zeit hindurch schließen.

Das Zeitintervall läßt sich erstens aus dem Abstande der Kontakte und der Geschwindigkeit des Pendels ableiten, die man aus der Fallhöhe des Pendels berechnet (29a, 3).

Zweitens kann man die Skalenteile am Schlitten des Kontakts nach Gl. 4 empirisch auswerten, muß dabei aber die Zeit des allmählichen Stromanstieges (S. 527) berücksichtigen. Entweder drückt man diese durch Einschalten eines großen induktionsfreien Widerstandes unter Verstärkung der E. K. der Batterie genügend herab, oder man eliminiert sie auf folgendem Wege durch zwei Beobachtungen, unter Anwendung eines Nebenschlusses am Galvanometer (Helmholtz, Ges. Abhandl. I 429):

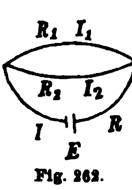


Fig. 262.

R_1 (Fig. 262) bedeute die Galvanometerleitung, R_2 ihren Nebenschluß. Durch einen Kommutator bewirkt man, daß der Kontakt einmal in der Leitung R der Batterie E, das andere Mal in R_1 geschlossen und geöffnet wird. Die Dauer t des Stromschlusses ist zu messen. — Es ist (80, S. 413 u. Anh. 28), wenn L der Selbstindukt.-Koeff. des Galvanometers,

$$I = I_1 + I_2, \qquad E - IR = I_2 R_2 = I_1 R_1 + L\,\mathrm{d}I_1/\mathrm{d}t,$$

oder

$$[R(R_1 + R_2) + R_1 R_2] I_1 = E R_2 - (R + R_2) L\,\mathrm{d}I_1/\mathrm{d}t.$$

Zur Zeit t nach dem Stromschluß werde

1. I_1 selbst unterbrochen. Dann folgt aus obigem, wenn I_t den Wert von I_1 im Augenblick des Unterbrechens bedeutet,

$$Q = \int_0^t I_1\,\mathrm{d}t = \frac{E R_2 t - (R + R_2) L I_t}{R(R_1 + R_2) + R_1 R_2}. \qquad 8.$$

2. Die Unterbrechung geschehe im Batteriekreise. Dann ist die durch das Galvanometer entladene El.-Menge Q' größer als Q um

$$Q' - Q = L I_t / (R_1 + R_2). \qquad 9.$$

Q und Q' werden nach Gl. 4 aus den Ausschlägen abgeleitet. Aus Gl. 9 kann man dann $L I_t$ berechnen. Gl. 8 u. 9 zusammen liefern die Zeit

$$t = \frac{1}{E} \frac{Q'(R + R_2)(R_1 + R_2) - Q R_2^2}{R_2}. \qquad 10.$$

Helmholtz, Berl. Mon. Ber. 1871, 295; Schiller, Pogg. Ann. 152, 535. 74, Anwendung auf oszillierend entstehende Ströme; Holborn, Berl. Sitz.-r. 1896, 173, Entstehungszeit von Magnetismus. — Formen des Pendelterbrechers auch bei Edelmann, Ann. d. Ph. 3, 274. 1900; Gildemeister Weiß, ZS f. Instr. 1905, 175.

10. Die Multiplikations- und die Zurückwerfungsmethode (Gaufs und Weber).

Wiederholt man gleiche Stöße auf den gedämpft schwingenden Körper gelmäßig, so entsteht schließlich eine sich konstant erhaltende Bewegung , wie die Amplitude eines Uhrenpendels, welches bei jeder Schwingung ien Stoß durch das treibende Gewicht erhält, aber durch Reibung und iftwiderstand gedämpft wird, nach einer Reihe von Schwingungen kon-int wird). Aus wiederholten Ablesungen dieses Endzustandes gewinnt in einen genauen Mittelwert. — Beim Beginn der Beobachtungen braucht cht notwendig Ruhe zu bestehen.

Wir nehmen an, daß die Schwingungen so klein bleiben, bzw. daß r Dämpfer so breit oder bei einem Spulengalvanometer das magnetische ild so homogen sei, daß ein konstantes Dämpfungsverhältnis besteht.

Größere Ausschläge von Magnetnadeln reduziert man nach S. 525 auf n Sinus des halben Winkels. Vgl. 25, 2 u. Tab. 28.

I. Multiplikationsmethode.

Das Verfahren ist dem Beispiel des Uhrpendels analog. Man erteilt n Impuls; der Körper schwingt hinaus und kehrt zurück. Im Augenblicke, o er seine Gleichgewichtslage rückwärts durchschreitet, erteilt man einen oß in entgegengesetzter Richtung wie den ersten, bei dem folgenden urchgange wieder in der Richtung des ersten usf. Der Grenzwert, den ır Bogen zwischen den beiden Umkehrpunkten, je stärker die Dämpfung, sto früher, erreicht, heiße p.

Kleine Schwingungen vorausgesetzt, ist dieser Grenzbogen proportional m Geschwindigkeitszuwachs durch den einzelnen Stoß, also auch der jedes-al durch das Galvanometer geflossenen Elektrizitätsmenge.

Der Ausschlag durch einen einmaligen Stoß wird aus der renzschwingung p und dem Dämpfungsverhältnis k (27) erhalten $= \frac{1}{2}p\cdot(k-1)/k$. — Der erste Ausschlag α, der ohne Dämpfung ntstehen würde, ist, wenn $\Lambda = \lg\operatorname{nat} k$ (vgl. Tab. 29 u. 51),

$$\alpha = \tfrac{1}{2}p\frac{k-1}{k}k^{1/\pi\cdot\operatorname{arctg}\pi/\Lambda}; \quad \text{für ein mäßiges } k \quad \alpha = \tfrac{1}{2}p\frac{k-1}{\sqrt{k}}. \quad 1.$$

Beweis. Nennt man im Endzustande u_0 die Anfangsgeschwindig-eit nach erteiltem Stoße, so gilt (108 Gl. 6) $u_0 = \pi/\tau\cdot\frac{1}{2}p\cdot k^{1/\pi\cdot\operatorname{arctg}\pi/\Lambda}$. Bei der Rückkehr in die Ruhelage ist die Geschwindigkeit $u_1 = u_0/k$ (108, Gl. 4). Die Differenz $u_0 - u_1 = u_0(k-1)/k$ ist der durch den Stoß geleistete

Ersatz. Diesem allein würde ohne Dämpfung entsprechen der Ausschlag $\alpha = \tau/\pi \cdot u_0 (k - 1)/k$. Obiges u_0 eingesetzt, gibt den Ausdruck.

Abgekürzte Multiplikation. Bei manchen Aufgaben (s. 111, 112, 118) genügen **Verhältniszahlen** von Stromintegralen. Die Herbeiführung des stationären Endzustandes ist nun bei schwacher Dämpfung zeitraubend. Man kann dann, wobei man aber mit ruhendem Galvanometer beginnen muß, so verfahren, daß man bei beiden Beobachtungssätzen dieselbe Anzahl von Stößen erteilt; die Summe einer gleichen Anzahl von Bögen gleicher Ordnungszahl ist dem Stromintegral proportional.

II. Zurückwerfungsmethode.

Das Verfahren liefert zugleich das Dämpfungsverhältnis.

Man erteilt einen Stoß, läßt hinaus-, zurück-, nach der anderen Seite hinaus- und wieder zurückschwingen (Fig. 263). In dem Augenblick, in welchem alsdann die Gleichgewichtslage passiert wird, erteilt man den zweiten Stoß in entgegengesetzter Richtung wie den ersten. Dadurch tritt, weil durch die Dämpfung Geschwindigkeit eingebüßt worden ist, Zurückwerfung ein. Nun läßt man abermals zweimal umkehren und wirft bei der nächsten Erreichung der Gleichgewichtslage wieder zurück, usf. Schließlich nehmen die Ausschläge konstante Werte an. Dann herrschen also Schwingungen von der in der Figur dargestellten Form, wo die Zeiten als Abszissen, die Skalenteile, von der Ruhelage der Nadel an gerechnet, als Ordinaten gelten.

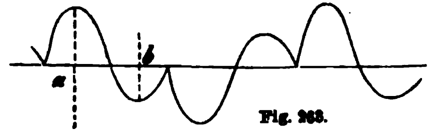


Fig. 263.

Die Herbeiführung dieses stationären Zustandes kann dadurch beschleunigt werden, daß man den **ersten Stoß geeignet abschwächt**.

Die Zurückwerfungsmethode liefert also, nachdem man den Mittelwert je aus den entsprechenden Beobachtungen genommen hat, vier Umkehrpunkte auf der Skale. Die Differenz a der beiden äußeren heiße der **große**, die Differenz b der inneren Umkehrpunkte der **kleine Schwingungsbogen**.

Das Dämpf.-Verh. ist

$$k = a/b. \qquad 2.$$

Der Ausschlag α, den ein einzelner Stoß ohne Dämpfung hervorbringen würde, ist

$$\alpha = \frac{1}{2}\frac{a^2+b^2}{\sqrt{ab}}\, k^{-1/\pi \cdot \operatorname{arctg} \Lambda/\pi} \quad \text{oder} \quad = \frac{1}{2}\frac{a^2+b^2}{\sqrt{ab}}\,\frac{k^{1/\pi \cdot \operatorname{arctg} \pi/\Lambda}}{\sqrt{k}}. \qquad 3.$$

Der Faktor von $\frac{1}{2}(a^2+b^2)/\sqrt{ab}$ darf mit höchstens 1/1000 Fehler bis zu $k = 1,1$ vernachlässigt und bis zu $k = 2$ gleich $k^{-\Lambda/\pi^2}$ gesetzt werden (vgl. Tab. 29).

Beweis ähnlich wie oben.

Bei schwächerer Dämpfung kann es zweckmäßig sein, den Stoß je ach der dritten oder vierten Schwingung zu erteilen; vgl. z. B. Wied. Ann. 5, 752. 1888.

Aus α erhält man durch Multiplikation mit π/τ oder $\sqrt{\pi^2 + \Lambda^2}/T$ (wo τ ohne, T mit Dämpfung gilt) die durch den inzelnen Stoß mitgeteilte Winkelgeschwindigkeit. Das Stromntegral Q des Stoßes wird nach **109**, Gl. 1 oder 2 berechnet.

W. Weber, Abh. Sächs. Ges. d. Wiss. I, 341. 1846; oder Webers Werke, II, 438 u. 441. 1893. — Über den Einfluß der Dauer und Rechtzeitigeit der Stromstöße siehe S. 526 und Dorn, Wied. Ann. 17, 654. 1882.

111. Erdinduktor (W. Weber).

I. Erzeugung bekannter Integrale elektromotorischer Kraft.

Eine Spule von der Windungsfläche f (**106**) werde im magnetischen Felde H gedreht; die Fläche bilde vor und nach der Drehung die Winkel φ_1 und φ_2 mit der Richtung von H. Dann ist $\int E\,dt = Hf(\sin\varphi_1 - \sin\varphi_2)$ (Anh. 26). φ ist von 0 bis 360° durchzuzählen. Man kann so beliebige Integrale von E. Kraft hervorbringen. Bei vertikaler Windungsfläche ist H die Horizontalintensität und φ das Azimut gegen den magnetischen Meridian.

Gewöhnlich dreht man um 180° aus der einen in die andere Ostwestlage, dann ist

$$\int E\,dt = 2Hf.$$

II. Bestimmung der Inklination.

Die Bestimmung beruht auf der Vergleichung der durch die vertikale und horizontale Komponente des Erdmagnetismus in der Spule induzierten Stromstöße, wenn man die Windungen aus der einen zur Komponente senkrechten Lage rasch in die andere umlegt. Das Verhältnis der Galvanometerausschläge beider Komponenten gibt die Tangente des Inklinationswinkels.

Das Galvanometer ist durch die Spule bzw. noch durch einen Kupferrahmen gedämpft. Die Dämpfer sollen hinreichend breit oder das Magnetfeld einer Drehspule hinreichend homogen sein, daß das Dämpfungsverhältnis bei beiden Induktionen gleich groß ist. Andernfalls entstehen bei der Multiplikationsmethode Korrektionen, bei der Zurückwerfung weniger.

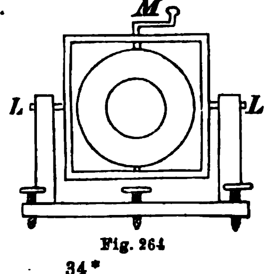


Fig. 264

Vertikale Komponente. Man legt die Achse M (Fig. 264) horizontal und orientiert sie mit Hilfe einer Magnetnadel in den magn. Meridian. Mittels einer Wasserwage wird die Achse LL horizontal gemacht und als-

dann mit der hinteren Fußschraube die Drehachse M genau horizontal gelegt, d. h. so, daß die Luftblase der Wasserwage bei dem Umsetzen auf den beiden gleich dicken Zapfen von M dieselben Teilstriche einnimmt. Jetzt wird ein Satz von Induktionsbeobachtungen ausgeführt, wobei man die Spule rasch vom einen zum anderen Anschlag um 180° dreht.

Horizontale Komponente. Man stellt die Spule aufrecht, lehnt sie an einen der Anschläge und versieht das Ende der vertikalen Achse M mit einer nordsüdlichen Libelle. Die hintere Fußschraube wird so gedreht, daß die Luftblase in den beiden Anschlagstellungen der Spule dieselben Teilstriche einnimmt. Nun wird wie vorher ein Satz Induktionsbeobachtungen ausgeführt, möglichst unter Innehaltung der Drehgeschwindigkeit.

Berechnung. Beide Induktionssätze seien in gleicher Weise ausgeführt, am sichersten mit Zurückwerfung (**110** II). Es werde in diesem Falle der Ausdruck $(a^2 + b^2)/\sqrt{ab}$, im Falle der Multiplikation der stationären Endbogen (vgl. auch die Schlußbemerkung zu **110** I) mit S bezeichnet, in den beiden Achsenstellungen durch den Index v und h unterschieden; dann ist die Inklination i gegeben durch

$$\operatorname{tg} i = S_v/S_h.$$

Prüfungen. Die Windungsfläche soll in den Anschlagstellungen senkrecht auf der zu bestimmenden Komponente stehen. Daß die Stellungen um 180° differieren, wird mit einem versilberten Planglase auf der Achse M erkannt. Im übrigen wird die Prüfung mit einer Libelle und einer Bussole meistens ausreichen. Wenn nicht, so beschränkt man mit dem Ringsektor (Fig. 265) den Spielraum der Drehung auf etwa 30°; Induktionsbeobachtungen geben dann, wenn die Anschläge unrichtig stehen, an den beiden Stellungen einen ungleichen Nadelausschlag. — Ein Fehler von 1° in den Stellungen kommt kaum in Betracht. Die Achse M dagegen ist sorgfältig zu orientieren.

Fig. 265.

Man vermeidet Fehlerquellen leichter, wenn man nicht mit vertikaler und horizontaler Drehachse arbeitet, sondern wenn man aus einigen Beobachtungen mit einer der Inklination nahe gelegenen Achsenrichtung die genaue Inklinationsrichtung der Achse bestimmt, in welcher keine Induktion stattfinden würde (Schering). Die Achsenneigung wird mit aufgesetztem Spiegel durch den Theodolit oder bei kleinen Instrumenten mit Hilfe eines Vertikalkreises ermittelt, der am einen Ende der Achse LL befestigt ist.

Vgl. W. Weber, Werke II, 277. 1892; Schering, Gött. Nachr. 1882, 345.

Über eine Nullmethode, die die Achsenneigung in die Richtung der Inklination mittels des Telephons aus dessen Schweigen bei rascher Rotation des Induktors beurteilt, vgl. G. Meyer, Wied. Ann. 64, 742. 1898.

Ein Differential-Erdinduktor, dessen zwei gleiche Rollen mit vertikaler und horizontaler Drehachse synchron rasch rotieren und das Verhältnis der E. Kräfte E_h und E_v geben, welches auf Widerstandsmessungen zurückgeführt wird, bei L. Weber, Berl. Sitz.-Ber. 1885, S. 1105.

112. Magnetinduktor (Gauſs; Weber).

Integrale elektromotorischer Kraft von beliebigem Betrage kann man durch die gegenseitige Verschiebung eines Magnets und einer Spule erhalten. Wechselt man zwischen zwei bestimmten Stellungen, so entstehen je nach der Richtung entgegengesetzte Integralwerte von gleicher Größe.

Absoluter Integralwert. Das Einschieben eines Magnets oder einer Stromspule vom magn. Moment M (76; Anh. 24, 1) aus großer Entfernung in die Mitte einer längeren, engen Spule von n Windungen auf der Längeneinheit, liefert den Wert $\int E\,dt = 4\pi n \cdot M$ (Anh. 26).

Doppelmagnetinduktor (Fig. 266); als Etalon konstanter Induktionsstöße besonders geeignet. Der Doppelmagnet wird zwischen Anschlägen durch die Spule oder die Spule über den Magnet geschoben. Im ersteren Falle ist ein Nadelgalvanometer durch hinreichenden Abstand und günstige Lage des Induktors (z. B. Vertikalbewegung, die der Beobachter vom Fernrohr aus durch Schnurbetrieb leitet) vor Fernwirkung zu schützen. — Die Anschläge reguliert man, durch Verstellung oder durch Filzscheiben u. dgl., so, daß in der Nachbarschaft der Endstellungen die Induktion Null wird (ihr Vorzeichen wechselt). — Widerstandsänderungen durch Temperatur sind zu vermeiden oder in Rechnung zu setzen.

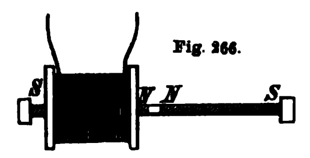


Fig. 266.

Widerstandsbestimmung; nur von historischem Interesse. R_0 sei der Widerstand Induktor + Galvanometer; zugeschaltet werde R; die Ausschläge seien bezüglich α_0 und α. Dann ist $R = R_0 (\alpha_0 - \alpha)/\alpha$. Wenn endlich R_1 statt R zugeschaltet den Ausschlag α_1 gibt, so ist $R = R_1 \cdot \alpha_1/(\alpha_0 - \alpha_1) \cdot (\alpha_0 - \alpha)/\alpha$. Über Rücksichtnahme auf die mit dem Widerstande veränderliche Dämpfung s. **109** I, **108** Gl. 5 oder **110** II.

Auch für Nullmethoden (**92** u **93**) sind Induktionsstöße brauchbar, falls nicht die Widerstände stärkere Selbstinduktion haben.

113. Magnetischer Induktionskoeffizient eines Stabes in schwachem Felde.

Das magn. Moment m, welches in einem Stabe von der Gestalt gewöhnlicher Magnete durch ein magnetisches Feld $\mathfrak{H}$ induziert wird, ist bei Feldstärken von der Ordnung des horizontalen Erdmagnetismus bis zu vielleicht 4 Gauſs nahe der Feldstärke proportional $m = p \cdot \mathfrak{H}$. Verstärkungs- und Schwächungskoeffizienten permanenter Magnete sind nahe gleich. Bei gewöhnlichen Magneten beträgt die Änderung für die Feldstärke 1 Gauſs

etwa 1,5 bis 2 CGS auf 1 ccm Stahl, oder 0,2 bis 0,3 auf 1 g. Die Zahl hängt von Gestalt, Härte, chemischer Beschaffenheit ab; sie ist für unmagnetisches Material ein wenig größer als für magnetisiertes.

Ein Magnet hat also in der Nordsüdlage einen um einige Hundertel CGS auf das Gramm Stahl größeren Magnetismus als in der Ostwestlage. Das Verhältnis $\Delta = m/M$ des Überschusses m zum magn. Moment M des Stabes heißt Koeffizient der Induktion durch die Horizontalkomponente (Lamont); vgl. S. 391.

1. Messung mit dem Erdmagnetismus (Weber). Eine um 180° drehbare enge Spule, welche länger sein soll als der Magnetstab, ist durch ein Galvanometer geschlossen. Man dreht aus der einen Meridianlage in die andere. Der Ausschlag betrage: α_0, wenn die Spule allein gedreht wird; α, wenn sie mit dem in der Spulenachse befestigten Stabe gedreht wird; α_1, wenn ein kleiner Magnet vom bekannten Moment M_1 (76) aus einiger Entfernung in die leere Spule bis zur Mitte rasch eingeschoben oder von hier herausgezogen wird.

Das durch die nordsüdliche Lage im Stabe induzierte Moment ist dann $m = \frac{1}{2} M_1 (\alpha - \alpha_0)/\alpha_1$; das durch das Feld Eins induzierte Moment ist $p = m/H$, wenn H das Erdfeld bedeutet (78; Tab. 38); endlich der relative erdmagn. Induktionskoeffizient Δ, wenn M das ganze Moment bedeutet, $\Delta = m/M$.

Man wird meistens die Multiplikation gebrauchen (110 I; vgl. auch die Schlußbemerkung dort).

2. Untersuchung mit einem Strom. Anstatt Spule und Magnet im magn. Felde umzulegen, läßt man ein Feld dadurch entstehen oder verschwinden, daß man in einer zweiten übergewickelten oder geschobenen Spule einen gemessenen Strom I schließt oder öffnet (oder rasch kommutiert). Man beobachte die Ausschläge: 1. α_0, wenn nur der Strom I induziert; 2. α, während zugleich der Stab eingelegt ist; 3. α_1, wenn ein kleiner Magnet vom bekannten Moment M_1 plötzlich eingeschoben wird. Alsdann rechnet man wie unter 1. Für H daselbst ist das magn. Feld $4\pi n I$ des Stromes I in der äußeren Spule (n = Windungszahl/cm) einzusetzen. — Zur Vergrößerung der Genauigkeit läßt sich auch hier Multiplikation anwenden.

Vgl. F. K., Wied. Ann. 22, 417. 1884; Sack, ebd. 29, 53. 1886.

114. Bestimmung eines starken magnetischen Feldes.

Erzeugung starker Felder.

In einer Kupferspule kann man ohne erhebliche Kühlung dauernd bis zu einer Feldstärke von etwa 800 Gauſs oder CGS kommen, mit starker Kühlung bis etwa 1500.

Zwischen den Polen eines Elektromagnets mit kegelförmig zugestutzten Polschuhen erreicht man Feldstärken von der Ordnung 40000. Die höchste Stärke liefert ein Kegel vom halben Winkel 55°, ein möglichst gleichmäßiges Feld ein solcher von 40°; durch Anwendung von Wasserkühlung und Polstücken aus Ferrokobalt (Weiß) werden jetzt Feldstärken bis 55 Kilogauſs

erreicht. — Wegen der Selbstinduktion verstreicht bis zur Erreichung des höchsten Wertes nach dem Stromschluß eine merkliche, unter Umständen Minuten erreichende Zeit. Der Extrastrom beim Unterbrechen kann die Isolation gefährden, weswegen starke Ströme nicht zu plötzlich unterbrochen oder kommutiert werden sollen (Kohleausschalter). — du Bois, Ann. d. Phys. 42, 903 u. 953. 1913 (hier auch die ältere Literatur) u. Verh. D. Phys. G. 1913, 301; Weiß, C. R. 156, 1970. 1913.

I. Bestimmung in einer Spule durch Rechnung.

In einer im Verhältnis zu ihrer Länge engen gleichmäßig bewickelten Spule von n Windungen auf jedem cm der Länge bewirkt der Strom I CGS (81; 87; 88; 89) das magnetische Feld $\mathfrak{H} = 4\pi n I$ Gauſs.

Vorausgesetzt wird hierbei eine so große Entfernung a vom Ende, daß r^2/a^2, wenn r der Spulenhalbmesser, gegen 1 verschwindet. Sonst ist das Feld in der Achse um den Bruchteil $\frac{1}{2}(\sqrt{r^2+a^2}-a)/\sqrt{r^2+a^2}$ kleiner; in den Endflächen ($a=0$) beträgt es also $2\pi n I$.

In einem Punkte der Achse einer kürzeren Spule von der Länge l, der um a von der einen Endfläche absteht, ist die Feldstärke

$$2\pi n I(a(r^2+a^2)^{-1/2} + (l-a)[r^2+(l-a)^2]^{-1/2}), \qquad 1.$$

also in der Mitte $4\pi n I \cdot l/\sqrt{l^2+4r^2}$ und am Ende $2\pi n I \cdot l/\sqrt{l^2+r^2}$.

Über die empirische Zurückführung von Feldstärken auf die eines Kreisstromes vgl. Paschen, Phys. ZS 1905, 371. u. 1907, 522. — Über Etalons aus fast geschlossenen Elektromagnetkreisen, deren Feldstärke in weiten Grenzen der Stromstärke nahe prop. ist, Gans, ebd. 1907, 523. — Einen Magnetic Standard von Duddell, geprüft im Nat. Phys. Lab., s. Katalog der Cambridge Scient. Instr. Co. Nr. 53.

II. Durch Induktion (Verdet).

Ein kleiner ebener Leiter (Kreisdraht) von der Windungsfläche f (106) wird, mit seiner Ebene senkrecht zu den Kraftlinien, plötzlich aus größerer Entfernung in das Feld hineingestoßen oder aus diesem herausgezogen. Er ist mit einem ballistischen Galvanometer (S. 432; 108; 110) verbunden. — Die induzierte E. K. hat den Integralwert $f\mathfrak{H}$ (Drehen um 180° würde das doppelte geben).

Der erste Skalenausschlag sei $= s$; über Multiplikation s. 110 I. Dann gilt

$$\mathfrak{H} = P \cdot s/f. \qquad 2.$$

Bestimmung der Versuchskonstante P.

1. Mit dem Erdinduktor (111). In derselben Leitung befinde sich ein Erdinduktor von der Fläche f_0 konstant eingeschaltet. Drehung des Induktors um 180° erzeuge den Ausschlag s_0; H sei die erdmagn. Feldstärke senkrecht zur Windungsebene (73). Dann gilt

$$P = 2Hf_0/s_0. \qquad 3.$$

2. Mit dem Magnetinduktor. Eine gestreckte Drahtspule mit der Windungsdichte n/cm sei konstant eingeschaltet. Ein kurzer Magnet vom Moment M (76) werde rasch in die Mitte der Spule eingeschoben oder von dort herausgezogen. Die Nadel mache den ersten Ausschlag s'. Dann ist (vgl. 109 III 2 u. Anh. 26)

$$P = 4\pi n M/s'. \qquad 4.$$

3. Aus dem Reduktionsfaktor des Galvanometers. Der gewöhnliche Red.-F. auf CGS sei $= C$ (81; 89), derjenige für den Skalenabstand (A) $\mathfrak{C} = C/(2A)$; ferner Λ das natürl. log. Dekrement (27) und τ die Schw.-Dauer ohne Dämpfung; endlich R der Widerstand der Leitung in CGS ($1\,\Theta = 10^9$ CGS). Dann ist

$$P = \mathfrak{C} \cdot R\tau/\pi \cdot k^{1/\pi \cdot \operatorname{arc\,tg} \pi/\Lambda}. \qquad 5.$$

Über die Rechnung s. Tab. 29 und die Bemerkung zu 108 Gl. 6.

Beweise. Das E. K.-Integral ist $= \mathfrak{H} f$ bei der Messung von $\mathfrak{H}$, bei der ersten P-Bestimmung $2Hf_0$ (111 I), bei der zweiten $4\pi n M$ (Anh. 26). Hieraus folgt

$$P = \mathfrak{H} f/s = 2Hf_0/s_0 = 4\pi n M/s'.$$

Der Ausdruck unter 3 ergibt sich daraus, daß das Stromintegral $Q = \mathfrak{H} f/R$, andererseits nach 109 Gl. 4 $= \mathfrak{C}\tau/\pi \cdot s \cdot k^{1/\pi \cdot \operatorname{arc\,tg} \pi/\Lambda}$ ist.

4. Durch Induktionsstöße in einem durch Rechnung oder Eichung bekannten Felde; vgl. I.

III. Aus der Kraftwirkung auf Stromleiter.

Die Methoden a und b sind auf horizontale Felder beschränkt.

a) Mit einem kleinen Bifilargalvanometer; nach der Methode von Weber, 105 II.

Ein kleines, mit seiner Windungsfläche f den Kraftlinien paralleles Bifilargalvanometer (Direktionskraft D; 88 a) erfahre, vom dem Strome I CGS durchflossen, durch das Feld die Ablenkung φ; dann ist

$$\mathfrak{H} = \operatorname{tg}\varphi \cdot D/(fI). \qquad 6.$$

Zur Strommessung kann z. B. ein Westonzeiger (85, 2) dienen.

Vgl. Himstedt, Wied. Ann. 11, 828. 1880; Stenger ebd. 33, 312. 1888.

b) Mit geradlinigem Leiter und Wage. Ein rechteckig geknickter Leitungsdraht hängt mit zwei langen parallelen Schenkeln an einer Wage, das kurze Mittelstück (Länge $= l$ cm), $\perp$ zu den Kraftlinien, im Felde. Wird die Wirkung eines Stromes I CGS durch m g äquilibriert, so setzt man (g = Erdschwere in cm/sec²)

$$\mathfrak{H} = gm/lI \text{ Gauſs}. \qquad 7.$$

Cotton, J. de phys. (3) 9, 384. 1900; vgl. Färber, Ann. d. Phys. 9, 892. 1902; Sève, J. de phys. (5) 1, 580. 1911.

IV. Aus der Dämpfung einer schwingenden Spule.

Eine kleine eisenfreie Spule von der Windungsfläche f cm², der Schwing.-D. τ und vom Trägheitsmoment K cm²·g, die Windungsebene

parallel der Feldrichtung, habe mit einem Gesamtwiderstand $R\,\Theta = 10^9 R$ cm/sec geschlossen das nat. log. Dekr. Λ, ungeschlossen Λ_0 (27). Dann ist (108 Gl. 7b u. 8 u. Tab. 29)

$$\mathfrak{H} = \frac{1}{f}\sqrt{\frac{2R \cdot 10^9 K(\Lambda - \Lambda_0)}{\tau\sqrt{(1 + \Lambda^2/\pi^2)}}}\ \text{Gaufs.} \qquad 8.$$

V. Mit einer im Felde rotierenden Scheibe.

Eine in sich n/sec mal umlaufende, die Kraftlinien senkrecht schneidende Scheibe hat zwischen zwei Punkten vom Halbmesser r_1 und r_2 eine el. Spannung (116 IV)

$$= \mathfrak{H}\pi n(r_1^2 - r_2^2)\ \text{CGS} = 10^{-8}\mathfrak{H}\pi n(r_1^2 - r_2^2)\ \text{V}. \qquad 9.$$

K. T. Fischer, Verh. D. Ph. Ges. 1905, 434.

VI. Aus der Steighöhe magnetischer Flüssigkeiten (Quincke).

In dem magnetischen Felde befinde sich die Oberfläche einer Lösung eines Eisen-, Mangan- oder Nickelsalzes in einem Steigrohre, welches mit einem außerhalb des Feldes liegenden, relativ sehr weiten Rohre kommuniziert. Durch das magnetische Feld werde die Höhenänderung h bewirkt Dann ist

$$\mathfrak{H} = C \cdot \sqrt{h}. \qquad 10.$$

C wird für die betr. Flüssigkeit in einem bekannten Felde bestimmt. Kennt man den Magnetisierungskoeffizienten $\varkappa$ (Anh. 22; Tab. 36a) der Flüssigkeit, so berechnet man, wenn σ ihr spez. Gew. und g die Schwere, $C = \sqrt{2g\sigma/\varkappa}$. Konzentrierte Eisenchloridlösung hat etwa (h in cm) $C = 7000$.

Vgl. Quincke, Wied. Ann. 24, 347. 1885; du Bois, Magnetische Kreise S. 383. 1894; Liebknecht u. Wills, Ann. d. Phys. 1, 178. 1900, viele Beispiele.

VII. Aus Widerstandsänderungen des Wismuts.

Der Widerstand von Wismut wächst im magn. Felde (Righi) für kleines $\mathfrak{H}$ beschleunigt, von etwa $\mathfrak{H} = 10\,000$ Gaufs oder CGS an fast gleichförmig, bis $\mathfrak{H} = 20\,000$ etwa sich verdoppelnd. Mit wachsender Temp. sinkt der Einfluß.

Man stellt eine ebene Spirale aus (gepreßtem) Wismutdraht, zur Vermeidung von Induktion bifilar gewunden, quer gegen die Kraftlinien.

Tabelle nach Henderson für den Widerst. reinen gepreßten Wismuts:

$\mathfrak{H} =$	0	2000	4000	6000	8000	10000	12000 CGS
bei 18°	1,00	1,046	1,14	1,24	1,36	1,48	1,59
bei 0°	1,00	1,064	1,18	1,32	1,46	1,59	1,73

$\mathfrak{H} =$	0	15000	20000	25000	30000	35000	40000 CGS
bei 18°	1,00	1,30	2,09	2,39	2,70	3,03	3,37.

(Ferner $R_{18}/R_0 = 1{,}070$ im unmagnetischen Felde.)

du Bois und Wills fanden für $\mathfrak{H} = 37\,500$ das Widerstandsverhältnis 4 bei 0°, 6 bei −79°, 10 bei −115°, 280 bei −180°.

Spiralen mit Einzeltabellen geben Hartmann & Braun aus.

Bei der Widerstandsmessung ist Stromwärme zu vermeiden.

Vgl. Lenard, Wied. Ann. 39, 619. 1890; Henderson, Wied. Ann. 53, 912. 1894; du Bois, Magnet. Kreise S. 333, 1894; du Bois u. Wills, Verh. D. Ph. Ges. 1, 168. 1899; auch Blake, Ann. d. Phys. 28, 449. 1909. — Über die Nichtanwendbarkeit auf Wechselfelder wegen Trägheit s. Pallme König, Ann. d. Phys. 25, 921. 1908.

VIII. Aus der Drehung der Polarisationsebene nach 107.

Man benutzt z. B. Platten aus schwerem Flintglase in durchgehendem oder zwischen den versilberten Endflächen reflektiertem Licht. Schwach keilförmige Gestalt gestattet, störende Reflexe abzublenden. Die Platte wird in dem bekannten magnetischen Felde einer Spule oder durch Vergleichung mit einer Schwefelkohlenstoffschicht geeicht.

Vgl. Quincke a. a. O. (S. 537), 606; du Bois, Wied. Ann. 51, 549. 1894.

IX. Aus der Spaltung von Spektrallinien; Zeeman-Effekt.

Die „normale" Spaltung einer im magnetischen Felde entstehenden Spektrallinie, gesehen in einer Richtung senkrecht zu den Kraftlinien („Transversaleffekt"), erzeugt ein Triplet, bestehend aus einem $\perp$ zu den Kr.-L. polarisierten Mittelstrahl von der natürlichen Wellenlänge (λ) und aus zwei $\parallel$ den Kr.-L. polarisierten von der W.-L. $\lambda + \Delta\lambda$ und $\lambda - \Delta\lambda$. Für „normale" (vgl. 124 II) Linien ist (Zeeman, Lorentz)

$$\Delta\lambda = C\mathfrak{H}\lambda^2.$$

Die Konstante C wurde, alles in CGS gemessen, $C = 4{,}7 \cdot 10^{-5}$ gefunden; s., auch Lit., A. Stettenheimer, Ann. d. Phys. 24, 395. 1907. (Die dortige Messung betrifft Linien, deren Aufspaltung das doppelte der „normalen" beträgt. λ ist in Ångström-E. $= 10^{-8}$ cm ausgedrückt; die Potenz 10^5 bezieht sich aber nicht hierauf.)

Die Wirkung ist sehr klein, nur mit vollkommenen Hilfsmitteln in hohem Felde meßbar; denn für $\mathfrak{H} = 30\,000$ Gauſs berechnet sich aus obigem für äußerstes Rot bzw. Violett ($\lambda = 7{,}7 \cdot 10^{-5}$ bzw. $4{,}0 \cdot 10^{-5}$ cm) $\Delta\lambda = \pm 8{,}4 \cdot 10^{-9}$ bzw. $\pm 2{,}3 \cdot 10^{-9}$ cm. Das Intervall der Na-Doppellinie beträgt $60 \cdot 10^{-9}$ cm.

Vgl. über Zeeman-Effekt auch 124.

115. Untersuchung magnetisierbaren Materials. Magnetisierungskoeffizient, Permeabilität, Induktion.

Vgl. auch Anh. 21 bis 22b.

Entsteht in einem magnetischen Material durch eine daselbst herrschende magnetische Feldstärke $\mathfrak{H}$ die „Magnetisierung", d. h. das magnetische Moment der Volumeinheit, $\mathfrak{J}$, so nennt man $\varkappa = \mathfrak{H}/\mathfrak{J}$ den Magnetisierungs-Koeffizienten (Suszeptibilität) des Körpers.

$\mu = 1 + 4\pi\varkappa$ heißt Permeabilität, $\mathfrak{B} = \mathfrak{H}\mu$ Induktion. Vgl. S. 542.

$\varkappa$ (oder μ) ist nur für dia- und paramagnetische Körper (Bi, Cu ...; Pt, Al ...; Salze; Flüssigkeiten; Gase s. Tab. 12a), aber nicht für „ferromagnetische" Körper (Fe, Ni, Co ..., Heuslersche Legierungen) eine Konstante.

Für die letzteren, namentlich für Eisen, steigt $\varkappa$ mit wachsender Feldstärke von einem kleinen, den schwächsten Feldern zukommenden Anfangswerte zunächst zu einem Höchstwerte, nimmt dann wieder ab und nähert sich schließlich der Null, da auch durch eine unendlich starke magnetisierende Kraft nur ein endlicher Grenzwert der Magnetisierung erzielt wird.

Über den Anfangswert s. Gumlich u. Rogowski, Elt. ZS 1911, 180.

Der Grenzwert beträgt bei Zimmertemperatur etwa 1700 CGS für Schmiedeeisen, 1250 für Gußeisen und Kobalt; 540 für Nickel. — Beste Heuslersche Legierung (aus Mn, Al, Cu), längere Zeit bei etwa 110° behandelt, nähert sich bezüglich des Maximums von $\varkappa$ dem geglühten Gußeisen und erreicht etwa $\frac{1}{4}$ von dessen Grenzwert. Über Literatur s. Take, Ann. d. Phys. 20, 849. 1906 und Asteroth, Diss. Marburg 1907; Verh. D. Ph. Ges. 1908, 21. Auch Heusler u. Richarz, ZS f. anorg. Ch. 61, 265. 1909; Heusler u. Take Ph. ZS 1912, 897. Knowlton, Phys. Rev. 32, 54. 1911.

Mit steigender Temperatur nimmt der Grenzwert ab; Eisen ist bei 800°, Kobalt bei 1150°, Nickel schon bei 360° nicht mehr magnetisierbar.

Der Koeffizient der Magnetisierung durch geringere Kräfte wächst bei mäßiger Temperaturerhöhung zunächst.

Größe und Gang des Magnetisierungs-Koeffizienten werden, außer durch den mechanischen Zustand, durch chemische Beimengungen besonders stark beeinflußt. — Über einige Eisensorten s. Tab. 37. Für technische Zwecke ist besonders wichtig geworden das „legierte Eisen“ (mit Silicium), welches in mäßigen Feldern dem Schmiedeeisen nahe kommt, aber eine kleinere elektr. Leitfähigkeit (geringeren Energieverlust durch Wirbelströme) zeigt.

Manche Manganstahl- und Nickelstahllegierungen haben zwei Zustände kleiner bzw. höherer Magnetisierbarkeit, die ihnen durch Erhitzung bzw. Abkühlung über oder unter gewisse Umwandlungstemperaturen erteilt werden. Griffiths. Inst. El. Eng, 47, 771. 1911; Colver, Grauert u. Hilpert ZS f. Elch. 1911, 750.

Geringe Remanenz und Hysterese besitzt das reine sog. Elektrolyteisen (F. Fischer; erhältlich bei den Langbein-Pfannhauser Werken in Leipzig), ferner Schild, Ann. d. Phys. 25, 586. 1908. Einfluß der Temperatur auf Elektrolyteisen s. Terry, Phys. Rev. 30, 133. 1910.

Entmagnetisierende Intensität. In einem Körper mit freiem Magnetismus bestehen vermöge des eigenen magnetischen Zustandes Kräfte, die der Magnetisierung entgegenwirken und die man aus der Verteilung des freien Magnetismus als dessen Wirkung nach innen gemäß dem Coulombschen Gesetz würde berechnen können. Es besteht also, mit Ausnahme eines gleichförmig nach seiner Achse magnetisierten Ringes oder unendlich langen Stabes, in jedem magnetischen Körper eine innere „entmagnetisierende Intensität“ $\mathfrak{H}_i$.

Das äußere magn. Feld $\mathfrak{H}_0$ ist folglich um $\mathfrak{H}_i$ zu verkleinern, um die wirkliche magnetisierende Intensität $\mathfrak{H}$ zu erhalten:

$$\mathfrak{H} = \mathfrak{H}_0 - \mathfrak{H}_i . \qquad 1.$$

$\mathfrak{H}_i$ ist im allgemeinen durch den Körper hindurch in ungleicher, von der Gestalt und auch von der Feldstärke abhängiger Weise verteilt. Nur in einem gleichförmig magnetisierten Ellipsoid herrscht nach der Theorie ein konstanter, der Magnetisierung proportionaler Wert $\mathfrak{H}_i = P \cdot \mathfrak{J}$, wo P in jedem Falle eine Konstante ist. Hier gilt also

$$2.\quad \mathfrak{H} = \mathfrak{H}_0 - P\mathfrak{J} \text{ und } \mathfrak{J} = \varkappa\mathfrak{H} = \varkappa(\mathfrak{H}_0 - P\mathfrak{J}) \text{ oder } \mathfrak{J} = \varkappa\mathfrak{H}_0/(1 + \varkappa P).\quad 3.$$

Ein Ellipsoid magnetisiert sich demnach in einem homogenen magn. Feld gleichförmig.

Der „Entmagnetisierungsfaktor" P hängt von der Lage zu den Kraftlinien und vom Achsenverhältnis ab.

Rotationsellipsoid. Die Magnetisierung finde nach der Rotationsachse l statt, der Rotationsdurchmesser sei $= d$. Es sei $d < l$, also die Exzentrizität $e = \sqrt{1 - d^2/l^2}$. Dann ist nach Neumann (Vorles. üb. Theor. d. Magn. S. 74)

$$P = 4\pi(1 - e^2)/e^2 \cdot [\tfrac{1}{2} \lg \text{nat} (1 + e)/(1 - e) - e].\quad 4.$$

Ist das Ellipsoid sehr lang gestreckt, d. h. d/l klein und also e fast gleich 1, so gilt nahe $P = 4\pi d^2/l^2 \cdot [\lg \text{nat}\, 2l/d - 1]$. — Für eine Kugel ist $P = \frac{4}{3}\pi = 4{,}19$, für einen relativ unendlich langen Stab $= 0$; für eine dünne, breite, der Dicke nach magnetisierte Platte hat P den größten Wert 4π.

Zylinder. Für einen Zylinder l, d gilt dieselbe Formel um so näher, je größer l/d ist (Kirchhoff, Oberbeck). Die Abweichungen hängen u. a. von der Feldstärke und Magnetisierbarkeit ab.

Tabelle für den Entmagnetisierungsfaktor P (Ellipsoid).

l/d	P	$P \cdot l^2/d^2$	l/d	P	$P \cdot l^2/d^2$	l/d	P	$P \cdot l^2/d^2$
5	0,701	17,5	40	0,0266	42,5	100	0,0054	54,0
10	,255	25,5	50	,0181	45,3	150	,0026	58,3
15	,135	30,4	60	,0132	47,5	200	,0016	64,0
20	,085	34,0	70	,0101	49,5	300	,0007	67,5
25	,059	36,7	80	,0080	51,2	400	,0004	72,0
30	,043	38,8	90	,0065	52,5	500	,0003	75,0

Aus du Bois, Magn. Kreise S. 45 und Verh. D. Ph. Ges. 1913, 305. Über Zylinder s. Shuddemagen, Proc. Amer. Acad. 43, 185. 1907; Silv. Thompson u. Moss, Proc. R. S. 21, 622. 1909.

Graphische Darstellung. Scherung (Rayleigh). (Fig. 267.) Man stelle die beobachteten Magnetisierungen $\mathfrak{J}$ als Ordinaten zur Feldstärke $\mathfrak{H}_0$ in der Kurve OS dar, die nun aber nach dem früheren nicht nur vom Material, sondern auch von der Gestalt des Körpers abhängt. Zu $\mathfrak{J}$ als bloßer Eigenschaft des Materials gehört als Abszisse die wirkliche magnetisierende Intensität $\mathfrak{H} = \mathfrak{H}_0 - P\mathfrak{J}$ (Gl. 2). Die entsprechende Kurve OT kann aus OS durch folgende „Scherung" erhalten werden. Man ziehe eine Gerade OG so, daß $\operatorname{tg} JOG = P$ ist; dann gehört zu jedem Punkte auf OG von der Ordinate $\mathfrak{J}$ die Abszisse

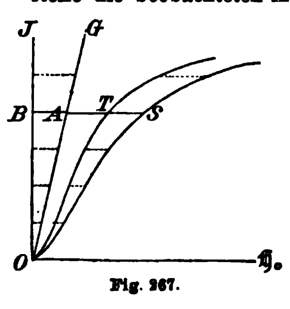


Fig. 267.

$P\mathfrak{J}$. Durch jeden Punkt (S) der Kurve lege man eine Parallele SAB zur Abszisse und trage eine Strecke $ST = AB$ von S aus nach links ab; dann ist offenbar T ein Punkt der gesuchten Kurve. Denn die Abszisse zu T ist ja gegen $\mathfrak{H}_0$ um AB, d. i. um $P \cdot \mathfrak{J}$ verkleinert. — Phil. Mag. 22, 175. 1886.

Streng gilt diese Betrachtung nur für das Ellipsoid, welches daher den Ausgangspunkt für Untersuchungen bildet.

Koerzitivkraft, Hysterese. Wegen der magnetischen Härte gehört zu einer bestimmten Feldstärke bei absteigender Magnetisierung ein stärkerer Magnetismus als bei zunehmender. Geht man mit der Magnetisierung also wiederholt aufwärts, dann abwärts durch Null hindurch zu entgegengesetztem Magnetismus und wieder rückwärts, so stellen die Beobachtungen sich durch zwei Kurven dar, welche eine Schleife bilden etwa von der Gestalt der Fig. 268, falls man hoch hinauf magnetisiert hat. (Zwischen diesen Kurven würde der am frischen Material erhaltene, durch Null gehende „jungfräuliche" Kurvenast verlaufen.)

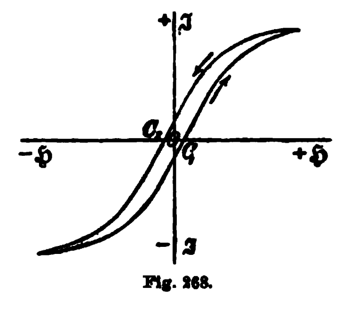


Fig. 268.

Als Maß der Koerzitivkraft betrachtet man die Intensität OC_1 oder OC_2 (Fig. 268), welche in einem Stabe, der ganz ruhig gehalten wird, nach einer Magnetisierung in der anderen Richtung den unmagnetischen Zustand herstellt (Hopkinson). Bei weichem Eisen etwa $= 1$, steigt sie für gehärteten Wolframstahl auf etwa 50—70; vgl. Tab. 37.

Die Höhe der Ordinate am Nullpunkte von $\mathfrak{H}$ stellt die nach dem Aufhören der magn. Kraft zurückbleibende Magnetisierung des Materials, seine „Remanenz" dar.

Das Flächenstück zwischen den beiden Kurven ist die molekulare Arbeit, welche der magnetisierende Kreisprozeß in der Volumeinheit des Materials verrichtet; sie äußert sich in Wärmeentwicklung und kommt bei dem Betriebe elektromagnetischer Maschinen als „Energieverlust" in Betracht. Vgl. Warburg, Wied. Ann. 13, 141. 1881. Man mißt die Fläche mit dem Planimeter (S. 97) oder ausgeschnitten mit der Wage.

Als Ordinate wird, besonders für technische Anwendungen, statt der Magnetisierung die Induktion $\mathfrak{B} = \mathfrak{H} + 4\pi\mathfrak{J}$ gewählt; Anh. 22b. Die Remanenz gilt dann auch für $\mathfrak{B}$. Das Flächenstück der Schleife gibt, durch 4π dividiert, den Energieverlust durch Hysterese.

Namentlich für die Technik sind die Verluste durch „drehende Hysterese" von Interesse; sie entstehen durch ein Feld von unveränderlicher Größe, das sich mit konstanter Winkelgeschwindigkeit dreht. Herrmann, Elt. ZS 1910, 363; ebd. auch weitere Lit.

Näheres über die Messungen und über andere Methoden, besonders auch für technische Untersuchungen s. bei du Bois, Magn. Kreise 1894;

Ewing, Magn. Induktion, übers. v. Holborn u. Lindeck 1892; Erich Schmidt, Magn. Untersuchung d. Eisens usw., Halle 1900; Gumlich, Handw. d. Naturwiss. 6, 650. 1913.

I. Bestimmung mit dem Magnetometer.

Man wendet langgestreckte Stäbe an, damit die entmagnetisierende Kraft klein ist; Erschütterungen sind zu vermeiden.

Der Stab wird in einer längeren Spule magnetisiert, die für die Strecke des Stabes ein gleichförmiges Feld gibt (**114 I**), und das magn. Moment M bei verschiedener Feldstärke gemessen (**76**). Wenn V das Stabvolumen, so ist die Magnetisierung $\mathfrak{J} = M/V$.

Der Magn.-Koeff. (Suszeptibilität) $\varkappa$ findet sich dann aus der Feldstärke $\mathfrak{H}_0$ als $\varkappa = \mathfrak{J}/(\mathfrak{H}_0 - P\mathfrak{J})$, und zwar gültig für die magnetisierende Intensität $\mathfrak{H} = \mathfrak{H}_0 - P\mathfrak{J}$. Über den Entmagnetisierungsfaktor und über das Verfahren der Scherung s. S. 540. — Zu genauen Bestimmungen werden gestreckte Rotationsellipsoide angewandt.

Die der Stromstärke proportionale Ablenkung durch die Spule selbst wird für eine passende Stromstärke gemessen und danach in Rechnung gesetzt; oder man kompensiert sie durch eine jenseit des Magnetometers angebrachte zweite Spule, durch die derselbe Strom fließt.

Der Strom in den Spulen sowie der Magnetismus des Stabes ändert, wenn nicht genau orientiert ist, auch die Direktionskraft der Nadel. Um für die Spulen die Abwesenheit dieses Fehlers festzustellen, beobachte man, einmal ohne Strom und demnächst mit starkem Strom in den Spulen, die Schwingungsdauer oder einen durch dasselbe ablenkende Moment bewirkten Ausschlag der Nadel. Erhard, Ann. d. Phys. 9, 724. 1902; Gray u. Ross, Proc. R. S. Edinb. 29, 182. 1909. — Beim Kommutieren fallen die Fehler heraus.

II. Bestimmung durch induzierte Ströme.

„Induktion". In einem Querschnitt des Stabes sei $\mathfrak{J}$ die Magnetisierung, das sie bewirkende Feld im Sinne von S. 539 $= \mathfrak{H}$. Dann ist $\mathfrak{B} = 4\pi\mathfrak{J} + \mathfrak{H}$ die Dichte der magn. Kraftlinien und heißt die magnetische Induktion im Stabe; s. Anh. 21a und 22b. Der Körper sei an der betrachteten Stelle von einer kurzen engen Spule von der Windungszahl N umgeben, dann wird in dieser durch das Entstehen oder Verschwinden des Feldes und des Magnetismus ein E. K.-Integral (**109**) induziert

$$\int E\,dt = q(4\pi\mathfrak{J} + \mathfrak{H})N = q\mathfrak{B}N, \qquad 5.$$

wo q der Querschnitt, $q\mathfrak{J}$ also das magn. Moment der Längeneinheit des Stabes ist. Statt $(4\pi\mathfrak{J} + \mathfrak{H})$ kann man auch schreiben $\mathfrak{H}(1 + 4\pi\varkappa)$.

$q\mathfrak{B} = q(4\pi\mathfrak{J} + \mathfrak{H})$ heißt Induktionsfluß; vgl. Anh. 26a.

Man mißt nach **109** mit einem in den Stromkreis eingeschalteten ballistischen Galvanometer die Elektrizitätsmenge Q des Induktionsstoßes, dann ist (R = Gesamtwiderstand)

$$QR = \int E\,\mathrm{d}t = q(4\pi\mathfrak{J} + \mathfrak{H})N,$$

also

$$\mathfrak{J} = \frac{1}{q}\frac{1}{4\pi}\left(\frac{QR}{N} - \mathfrak{H}q\right). \qquad 6.$$

Alle Größen sind in CGS auszudrücken.

Das magnetisierende Feld wird in der Regel durch eine enge lange Spule hervorgebracht (**114**). Die kleine sekundäre befindet sich gewöhnlich, dicht schließend über den Eisenstab geschoben, innerhalb der ersteren. Ist sie außen über die magnetisierende Spule geschoben, so wie in Fig. 269, so ist in Gl. 6 statt $-\mathfrak{H}q$ zu setzen $-\mathfrak{H}(q+q')$, wenn q' den nicht mit Eisen ausgefüllten Querschnitt der Spule bedeutet.

Die Dauer des Induktionsstromes muß kurz gegen die Schwingungsdauer des Galvanometers sein, was bei Elektromagneten mit großen Eisenmassen sowie bei Magnetisierungen in schwachen Feldern nicht immer der Fall ist.

Anstatt das magn. Feld verschwinden zu lassen kann man die kleine Spule plötzlich abziehen.

Schlußjoch. (Hopkinson.) Um den freien Magnetismus des Stabes und die daraus entspringende entmagnetisierende Kraft zu umgehen, kann man die Enden mittels gut schließender Klemmbacken mit großen Eisenmassen verbinden, welche die aus dem Stabe austretenden Kraftlinien weiter führen. Bei der Form eines Doppeljochs (Fig. 269) genügen vermöge des magnetischen Schlusses kleine Eisenmassen.

Fig. 269.

Die lange magnetisierende und die kurze Induktionsspule sind über den Stab geschoben, in der Regel die letztere nicht über die primäre wie in Fig. 269, sondern innerhalb oder auch zwischen zwei Hälften.

Der Apparat wird mit Stäben von bekannten Magn.-Koeffizienten, die nach I bestimmt sind, geeicht. Besser vergleicht man eine Probe von bekannten Eigenschaften durch eine Differentialschaltung mit einer solchen von unbekannten. Vgl. Lonkhuyzen, Elt. ZS 1911, 1131.

Zur Untersuchung in sehr hohen Feldern kann man das Material als „Isthmus“ zwischen Elektromagnetpole schalten (Ewing). Vgl. du Bois, S. 354 oder Ewing, Kap. VII, a. a. O. (S. 524); Gumlich, Elt. ZS 1909, 1065 u. 1096.

Permanenter Magnet. Die Magnetisierung läßt sich für jeden Querschnitt dadurch messen, daß man, so wie oben, von dem Querschnitt eine kurze, enge Spule rasch abzieht. Das magn. Moment der Längeneinheit ist $= QR/(4\pi N)$; vgl. Formel 6.

III. Bestimmung durch Polwirkungen.

Magnetische Wage (du Bois). Der von der Magnetisierungsspule umgebene Stab ist mit seinen Enden in eiserne Backen gespannt, über denen sich sehr dicht ein starker eiserner Bügel als Wagebalken mit zwei ungleichen Hebelarmen befindet (Fig. 270), zugleich den magnetischen Schluß vermittelnd. Die Differenz der durch Anziehung entstehenden Drehmomente, durch Laufgewichte gemessen, ist dem Quadrate der Induktion (vgl. II) genähert proportional. Zur Eichung auf absolutes Maß dient ein anderweitig untersuchter Stab.

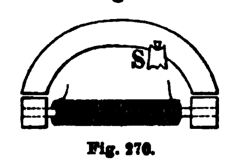


Fig. 270.

du Bois, Magnetische Kreise S. 367; eine vervollkommnete Form und eingehende Theorie ZS f. Instr. 1900, 1.

Drehbare Spule (Koepsel, Kath; Fig. 271 Grundriß). Der in der Magnetisierungsspule liegende zu untersuchende Stab ist durch ein Joch geschlossen, aber mit einer Unterbrechungsstelle, die durch einen Eisenzylinder unter Freilassung eines Luftringes ausgefüllt ist, in welchem eine drehbare Spule, wie in den Westonstrommessern (85, 2), aufgehängt ist. Man leite durch diese Spule einen anderweitig gemessenen Strom von der Stärke C/q, wo q der Querschnitt des zu untersuchenden Stabes und C eine empirische Konstante des Instruments ist.

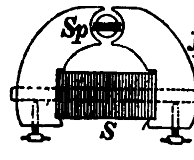


Fig. 271.

Die im Stabe erzeugte Magnetisierung pflanzt sich zu den Polflächen fort und lenkt den Spulenzeiger über einer Teilung ab, die nach Induktion des Stabquerschnitts beziffert ist, d. h. die Größe $\mathfrak{B} = 4\pi\mathfrak{J} + \mathfrak{H}$ angibt; vgl. S. 542. Hergestellt bzw. geprüft wird diese Teilung mit einem Normalstabe.

Einige hier nicht gezeichnete Windungen auf den Schenkeln kompensieren den Einfluß, welchen die Spule schon ohne Eisen hat. — Der Apparat ist so aufzustellen, daß der Erdmagnetismus die drehbare Stromspule nicht beeinflußt.

Koepsel u. Kath, ZS f. Instr. 1894, 391; 1898, 33; Elt. ZS 1894, 214; 1898, 411; Orlich, ZS f. Instr. 1898, 39.

Schwach magnetisierbares (para- oder diamagnetisches) Material. (Frühere Bestimmungen z. B. von W. Weber, Tyndall, Stenger, v. Ettingshausen, W. König.) Eine Methode bifilarer Aufhängung im Magnetfeld, besonders auch für Kristalle s. bei Voigt u. Kinoshita, Ann. d. Phys. 24, 492. 1907. — Über die Wage von Curie u. Chéneveau s. Phil. Mag. (6) 20, 357.

1910. — Über Gase z. B. Tänzler, Ann. d. Phys. 24, 931. 1907. — Zahlenwerte Tab. 12a und, nebst neuerer Literatur, in Landolt-B.-R., S. 1241.

Je schwächer magnetisierbar der Körper, desto notwendiger ist es, die Magnetisierbarkeit der Luft in Rechnung zu setzen.

IV. Untersuchung mit Wechselströmen.

Häufig genügt es, durch Magnetisierung mit Wechselstrom nur die zu einer maximalen Induktion $\mathfrak{B}$ gehörenden Hysteresis- und Wirbelstromverluste zu messen. Den Energieverlust mißt man mit einem Leistungsmesser, den Höchstwert von $\mathfrak{B}$ durch die Spannung an den Enden der Magnetisierungsspule unter Berücksichtigung des Formfaktors. Da die Hysteresisverluste proportional der Frequenz, die Wirbelstromverluste proportional dem Quadrat der Frequenz wachsen, so kann man durch Messung bei zwei oder mehr Frequenzen den Gesamtverlust in seine beiden Bestandteile zerlegen. Über diese für die Technik besonders wichtig gewordene Methode s. Epstein, Elt. ZS 1911, 334. 369. 1314; Campbell, Electrician 63, 937. 1909; Gumlich u. Rogowski, Elt. ZS 1911, 180 u. 613; 1912, 262; Schmiedel, ebd. 1912, 370; Lonkhuyzen, ebd. 1912, 531; Hausrath, Phys. ZS 1909, 756.

116. Absolute Widerstandsmessung (W. Weber 1852).

Vgl. 108—111 und Anhang 24—29.

Hier soll nur eine Übersicht der Methoden gegeben werden. Eine ausführliche Darstellung aller bis 1893 ausgeführten Messungen s. Dorn, ZS f. Instr., Beiheft, Febr. 1893; Wiss. Abh. d. P. T. Reichsanst. II, 257. 1895.

R bezeichnet den Widerstand im elektromagnetischen Maßsystem; $R \cdot 10^{-9}$ gibt ihn also in Ohm.

I. Aus der Dämpfung eines schwingenden Magnets.

Es bedeute, alle benannten Größen in CGS gemessen,

k das Dämpfungsverhältnis einer Magnetnadel in der geschlossenen Spule (27); $\Lambda = \lg\mathrm{nat}\, k$ das natürliche log. Dekrement,

Λ' dasselbe bei unterbrochener Leitung (Luftdämpfung),

τ die Schwingungsdauer der ungedämpften Nadel (28),

G die statische Galvanometerkonstante, d. h. das Verhältnis des (kleinen) Ausschlags zur Stromstärke, wenn das magn. Feld = 1 wäre, ohne Fadentorsion,

M den Magnetismus, Θ das Torsionsverhältnis der Nadel (77),

H die erdmagnetische Horizontalintensität.

1. Dann gilt für den absoluten Widerstand Spule + Schlußleitung

$$R = \frac{\pi^2}{2\tau} \frac{G^2}{\Lambda - \Lambda'} \frac{M}{H(1+\Theta)} \sqrt{\left(1 + \frac{\Lambda^2}{\pi^2}\right)}. \qquad 1.$$

Über die Bestimmung von M/H s. 73 II.

Galvanometerkonstante. Für eine kreisförmige Spule von n Windungen vom Halbmesser a mit kurzer Nadel würde $G = 2\pi n/a$ sein; vgl., auch über Korrektionen, 81.

Für eine enge Spule bestimmt man G empirisch mittels eines Stromes, den man ganz durch eine Tangentenbussole und abgezweigt durch die Spule gehen läßt (Dorn). Sind die Ablenkungswinkel bzw. φ und φ', die Torsionskoeffizienten bzw. Θ und Θ', während G' die Konstante der Tangentenbussole, v der Abzweigungsfaktor (86) ist, so hat man

$$G = v\,G' \cdot \operatorname{tg}\varphi/\operatorname{tg}\varphi' \cdot (1+\Theta)/(1+\Theta').$$

S. F. K., Wied. Ann. 35, 710 u. 745. 1888 u. Ges. Abh. I, 1910; Dorn, Wied. Ann. 36, 22. 1889.

II. Durch Induktionsstöße mit dem Erdinduktor.

Ein Erdinduktor mit vertikaler Drehachse (111) sei durch das Galvanometer geschlossen. Außer den obigen Bezeichnungen sei
f die Windungsfläche des Induktors (106),
α der Ausschlag durch einen einzelnen Induktionsstoß ohne Dämpfung im Sinne von S. 519 u. 524,
K das Trägheitsmoment der Nadel.

2. Ist die Galvanometerkonstante G bekannt oder wie oben bestimmt, so braucht man das Dämpfungsverhältnis nur so weit, wie es zur Berechnung von α gefordert wird. Es gilt

$$R = \frac{2\pi}{1+\Theta}\,\frac{fG}{\alpha\tau}. \tag{2.}$$

3. Statt der Kenntnis von G genügt eine genaue Kenntnis der Dämpfung und des Trägheitsmomentes. Es ist

$$R = \frac{8}{\pi}\,\frac{f^2 H^2 \tau}{\alpha^2 K}\,\frac{\varLambda-\varLambda'}{\sqrt{(\pi^2+\varLambda^2)}}. \tag{3.}$$

4. Mit Hilfe der bekannten Beziehung (Anhang Nr. 12) $K = MH(1+\Theta)\tau^2/\pi^2$ kann man K eliminieren und erhält

$$R = \frac{8\pi}{1+\Theta}\,\frac{f^2}{\alpha^2\tau}\,\frac{H}{M}\,\frac{\varLambda-\varLambda'}{\sqrt{(\pi^2+\varLambda^2)}}. \tag{4.}$$

Die Größe α wird bei 2. durch Multiplikation oder Zurückwerfung, bei 3. und 4. durch Zurückwerfung bestimmt, um zugleich die Dämpfung zu erhalten. Über die Rechnung vgl. 110, Gl. 1 bis 3.

Bei 2. und 3. kann man mit astatischer Nadel arbeiten.

Die vorigen Methoden leiten sich aus 108 ab. Denn es ist $G = q/M$, lso nach Gl. 7a, 8 und 3 daselbst

$$M^2 G^2/R = 2K(\Lambda - \Lambda')/T, \quad \text{wo} \quad T = \tau\sqrt{(1 + \Lambda^2/\pi^2)};$$

ieraus folgt

$$R = \frac{1}{2}\frac{M^2\tau}{K}\frac{G^2}{\Lambda - \Lambda'}\sqrt{\left(1 + \frac{\Lambda^2}{\pi^2}\right)}.$$

Indem man K durch $MH(1 + \Theta)\tau^2/\pi^2$ ersetzt, folgt unsere Gl. 1.

Ein Induktionsstoß durch die Horizontalkomponente H liefert ferner as Stromintegral $2fH/R$ und teilt hierdurch der Nadel eine Winkel- eschwindigkeit mit (Gl. 8):

$$u_0 = \frac{2fH}{R}\frac{q}{K} = \frac{2f}{R}\frac{H}{K}\sqrt{\left(2RK\frac{\Lambda - \Lambda'}{T}\right)} = \frac{fH}{\sqrt{R}}\sqrt{\frac{8(\Lambda - \Lambda')}{KT}}.$$

Hieraus folgt $R = f^2H^2/u_0^2 \cdot 8(\Lambda - \Lambda')/(KT)$. Indem man noch (108 Gl. 6 u. 3) $u_0 = \pi/\tau \cdot \alpha$ und $T = \tau\sqrt{(1 + \Lambda^2/\pi^2)}$ setzt, kommt Gleichung 3.

Gl. 2 endlich folgt aus 3, wenn man hier nach 108 Gl. 8, 7a u. 3

$$\Lambda - \Lambda' = q^2 T/(2RK) = G^2 M^2 \tau\sqrt{\pi^2 + \Lambda^2}/(2RK\pi)$$

einsetzt und dann noch statt K schreibt $MH(1 + \Theta)\tau^2/\pi^2$.

F. K., Pogg. Ann. Erg.-Bd. VI, 1. 1874, Zusatz: Gött. Nachr. 1882, 660; Mascart, de Nerville u. Benoît, Ann. chim. phys. (6) 6, 5. 1885.

Über inkonstantes Dämpfungsverhältnis vgl. K. Schering, Wied. Ann. 9, 471. 1880. Auch die Selbstinduktion der Spulen bewirkt eine Korrektion; s. Dorn, ebd. 17, 783. 1882.

III. Mit dem rotierenden Erdinduktor (W. Weber).

Die Methode wurde von der British Association ausgebildet.

Ein Kreisring vom mittleren Halbmesser a mit n Windungen rotiere um eine vertikale Achse Nmal in 1 sec, d. h. mit der Winkelgeschwindigkeit $2\pi N$.

In einem Augenblick, wo die Achse des Ringes mit dem magn. Meridian den Winkel φ bildet, wird in dem Ringe induziert die E. K. $E = 2\pi N \cdot na^2\pi \cdot H\sin\varphi$, also der Strom E/R. Der Strom erzeugt in seinem Mittelpunkt ein magn. Feld $E/R \cdot 2\pi n/a$, dessen zum Erdmagnetismus senkrechte Komponente $E/R \cdot 2\pi n/a \cdot \sin\varphi = 1/R \cdot 4\pi^3 Nn^2 aH\sin^2\varphi$ beträgt.

Ihr Mittelwert während einer halben Umdrehung, dadurch erhalten, daß statt $\sin^2\varphi$ eingesetzt wird $\frac{1}{\pi}\int_0^\pi \sin^2\varphi\, d\varphi = \frac{1}{2}$ (Tab. 50a), ist $= 1/R \cdot 2\pi^3 Nn^2 aH$.

Eine Magnetnadel im Mittelpunkt werde durch die Rotation um den Winkel α dauernd abgelenkt. Dann ist

$$1/R \cdot 2\pi^3 Nn^2 aH\cos\alpha = H\sin\alpha, \quad \text{woraus} \quad R = 2\pi^3 Nn^2 a \operatorname{ctg}\alpha. \qquad 5.$$

Korrektionen stammen aus dem Querschnitt der Windungslage, der Fadentorsion, der Selbstinduktion und der Induktion der Magnetnadel auf die Spule.

Report Brit. Ass. 1862, 125 bis 1865, 308; Rayleigh u. Schuster, Proc. R. S. 32, 104. 1881; Rayleigh, Phil. Trans. 173, 661. 1882. Ferner mit horiz. Achse H. Weber, Der Rotat.-Induktor 1882.

IV. Mit einer im magnetischen Felde rotierenden Scheibe (Lorenz).

Ein Strom i durchfließt eine lange Drahtspule (in Fig. 272 im Durchschnitt gezeichnet) von n Windungen/cm. Im Magnetfelde der Spule, $= 4\pi n i$ Gaufs, rotiert eine Metallscheibe vom Halbmesser a mit N/sec Umdrehungen, die Kraftlinien senkrecht schneidend. Ein Kontakt drückt gegen das Zentrum, ein zweiter schleift an der Peripherie der Scheibe. Zwischen diesen Punkten wird dann, da ein Radius der Scheibe in der Zeiteinheit eine Fläche $N a^2 \pi$ beschreibt, also $4\pi n i \cdot N a^2 \pi$ Kraftlinien schneidet, eine E. K. induziert $4\pi^2 n N a^2 i$.

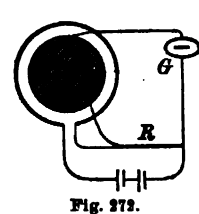


Fig. 272.

Derselbe Strom i durchfließt den zu messenden Widerstand R, erzeugt also an dessen Enden die Spannung Ri. Die Umdrehungszahl N wird so reguliert, daß diese Spannung der obigen gleich ist, was am Strome Null in G erkannt wird. Dann ist also

$$R = 4\pi^2 N n a^2. \qquad 6.$$

In Wirklichkeit verlangt die endliche Länge der Spule eine erhebliche Korrektion; vgl. **114** I.

Lorenz, Wied. Ann. 25, 1. 1885; Rayleigh u. Sidgwick, Phil. Trans. 174, 295. 1883; Rowland, vgl. Elt. ZS 1887, 480; Duncan, Wilkes u. Hutchinson, Phil. Mag. (5) 28, 98. 1889. — Eine eingehende theoretische Behandlung s. bei J. V. Jones, Proc. Roy. Soc. 63, 192. 1898. — Eine instrumentelle Ausführung bei Ayrton u. Jones, Electrician 40, 150. 1897; ZS f. Instr. 1898, 91. — Eine neue Messung mit wesentlich veränderter Anordnung bei Smith. Phil. Trans. A. 214, 27.

Anstatt der rotierenden Scheibe kann eine geeignet rotierende Spule angewandt werden (Lippmann).

V. Aus der Wechselinduktion zweier Stromleiter (Kirchhoff).

Der wechselseitige Induktionskoeffizient (**118**) zweier Spulen sei $= L$.

In der primären Spule entstehe oder verschwinde der Strom i. Das hierbei induzierte Integral E. K. ist

$$\int E dt = Li.$$

Das in dem sekundären Stromkreis induzierte Stromintegral beträgt also $Q = Li/R$. Dieses wird nach **109** gemessen und liefert dann R in absolutem Maße.

Rowland, 1878, s. R., Physical Papers, p. 145; Glazebrook, Dodds u. Sargant, Phil. Trans. 174, 323. 1883; Mascart, de Nerville u. Benoît, a. a. O. (S. 547); Campbell, Proc. Roy. Soc. 87, 391. 1912.

Mit Hilfe eines Stromunterbrechers im primären Stromkreis, welcher den Strom i in 1 sec Nmal unterbricht (57), wobei aber mittels eines Disjunktors nur die Schließungs- oder die Öffnungsströme in der induzierten Spirale zustande kommen, kann man die Bestimmung von Q auf dauernde Ablenkungen zurückführen.

Die Ablenkung eines Galvanometers im sekundären Stromkreis sei hierbei $= \alpha_1$, der induzierende Strom i gebe an demselben Galvanometer die Ablenkung α_2, dann ist

$$R = NL \cdot \operatorname{tg} \alpha_2 / \operatorname{tg} \alpha_1 .$$

Denn es ist $NLi/R = C \operatorname{tg} \alpha_1$ und $i = C \operatorname{tg} \alpha_2$.

Himstedt, Wied. Ann. 26, 547. 1885; Ròiti, Nuovo Cim. (3) 15, 97. 1884.

VI. Aus der Stromwärme (vgl. 49 II).

Nach dem Satze (Anh. Nr. 30): Die Einheit des Widerstandes im CGS-System hat ein Leiter, in dem der Strom 1 CGS die Leistung Eins verrichtet, d. h. in 1 sec die der Arbeit 1 cm $\times$ Dyn äquivalente Wärmemenge $= 239 \cdot 10^{-10}$ g-Kal. entwickelt.

Bezüglich der Ausführung werde auf **49** II verwiesen.

116a. Kritische Geschwindigkeit „v“; Verhältnis der Einheiten für die Elektrizitätsmenge im elektromagnetischen und elektrostatischen Maßsystem (R. Kohlrausch und W. Weber 1856).

v ist nach der Maxwellschen elektromagnetischen Lichttheorie gleich der Lichtgeschwindigkeit im Äther.

Die Aufgabe besteht darin, irgendeine elektrische Größe (Elektrizitätsmenge, Stromstärke, Spannung, Widerstand oder Kapazität) in den beiden Maßsystemen zu messen; vgl. Anh. 14ff., 24ff. und Tab. 41. — Im folgenden soll der Index $_m$ bzw. $_s$ bedeuten, daß die Größe in el.-magn. bzw. in el.-stat. CGS-Einheiten ausgedrückt ist.

1. **Ladungsmenge eines Kondensators.** R. Kohlrausch u. W. Weber; Rowland 1879. Die Menge wird el.-magn. gemessen (q_m) mittels Entladung durch ein ballistisches Galvanometer (**109**). El.-stat. bestimmt man sie (q_s) durch die Messung, einerseits ihres Potentiales [K. u. W. mittels Übertragung des Pot. auf eine kleine Kugel und abs. Messung in der Coulomb-

schen Drehwage; R. mit einem abs. Elektrometer (**127**; **128**)]. andrerseits der Kondensator-Kap. [K. u. W. mittels Ladungsteilung zwischen dem Kond. und einer großen Kugel (**182** II 1); R. aus den Dimensionen eines Kugelkondensators (**182** I)].

Dann gilt

$$v = q_s / q_m .$$

R. Kohlrausch u. W. Weber, Abh. Sächs. Ges. d. Wiss. V, 278, auch Pogg. Ann. 99, 10. 1856.

2. **Stromstärke.** Der erste Plan von R. Kohlrausch 1852.

Man lasse einen mit einer el.-stat. gemessenen El.-Menge geladenen vertikalen, in sich selbst rotierenden Ring auf eine Magnetnadel in seinem Mittelpunkte wirken. Aus der Ladung und der Umlaufszeit ergibt sich i_s, aus der Ablenkung der Nadel i_m, endlich

$$v = i_s / i_m .$$

(Daß dies zu keiner genauen Bestimmung der ungeheuer großen Zahl v führen kann, ließ sich damals, wo noch kein Anhaltspunkt für diese Größe vorlag, nicht voraussehen.)

S. auch Eichenwald, Ann. d. Phys. 13, 919. 1904.

3. **Widerstand.** Vorschlag: Maxwell u. Jenkin 1862; ausgearbeitet von Rosa u. Dorsey, a. a. O. unten. Bis jetzt nicht ausgeführt.

Ein Kondensator von der Kap. c_s (**182** I) entlade sich durch einen großen Widerstand R in der Zeit t vom Pot. P_1 auf P_2; dann gilt (**94a** 5; **182** II) $R_s = \frac{t}{c_s(\lg\operatorname{nat} V_1 - \lg\operatorname{nat} V_2)}$. Andrerseits ist R_m (**116**) das 10^9fache des in Ohm gemessenen Widerstandes. Man hat (Tab. 41)

$$v^2 = R_m / R_s .$$

4. **Spannung.** Maxwell 1868; W. Thomson u. King 1869; Mc Kichan 1874; Shida 1880; Thomson, Ayrton u. Perry 1888; Pellat 1891; Hurmuzescu 1896; Perot u. Fabry 1898.

Der Strom i_m (**81**, **88a**, **84**) erzeugt in einem Leiter vom Widerstande R_m (s. unter 3) die Endspannung $E_m = i_m R_m$. Wird diese Spannung zugleich elektrometrisch (**127**, **128**) $= E_s$ gefunden, so gilt

$$v = E_m / E_s .$$

5. **Kapazität.** Vorschlag bei Maxwell u. Jenkin 1862. Ausgeführt von Ayrton u. Perry 1879; Hockin 1879; Stoletow 1881; Klemenčič 1881 u. 1884; J. J. Thomson 1883; Himstedt 1886—1888; Colley 1886; Rosa 1888; J. J. Thomson u. Searle 1890; Abraham 1892; M. Maltby 1897; Webster 1898; Lodge u. Glazebrook 1899; Rosa u. Dorsey 1904—1907.

c_s ist aus den Dimensionen des Kondensators zu berechnen (**182** I); c_m läßt sich nach den Methoden **182** II bis IV messen, genau namentlich nach IV Nr. 9a u. 10. — Man findet $v^2 = c_s / c_m$.

Die genauesten Resultate verdankt man der Methode 5. Aus den Messungen bis 1900 leitet Abraham als Mittel $v = 3{,}0001 \cdot 10^{10}$ cm/sec ab.

Rosa u. Dorsey finden seitdem $2{,}9963 \cdot 10^{10}$; auf das Vakuum umgerechnet (**133**) $2{,}9971 \cdot 10^{10}$.

Zu beachten ist, daß die nach 3 bis 5 erhaltenen Resultate auf dem intern. Ohm beruhen. Sollte dieses um $\frac{5}{100000}$ zu groß sein (Anm. S. 411), so ist das aus Nr. 5 abgeleitete v um die Hälfte dieses Fehlers, also um $\frac{25}{1000000}$ zu vergrößern.

Eingehendes und Lit. bei Abraham, Rapp. au Congr. 1900, II, 247; Rosa u. Dorsey, Bull. Bur. of Stand. III, 605. 1907; bis 1892 kurz übersichtlich in Heydweiller, El. Messungen S. 219.

117. Selbstinduktivität oder Selbstpotential (Maxwell).

Selbstinduktivität oder Koeffizient der Selbstinduktion (elektromagnetische Kapazität; elektrodynamisches Potential eines Leiters auf sich selbst oder kurz Selbstpotential) L heißt der Faktor, mit welchem die negative Änderungsgeschwindigkeit $-di/dt$ des Stromes in dem Leiter zu multiplizieren ist, um die E. K. der Induktion zu erhalten. — Im el.-magn. Maßsystem hat L die Dimension einer Länge.

Drückt man die zur Messung dienenden Größen im CGS-System aus, so wird der Ind.-Koeffizient in „cm" erhalten; aus Ohm, Farad usw. in „Erdquadrant" oder „Henry". $\doteq$ Vgl. Anh. 28.

Über die Konstruktion von Normalrollen der Selbstinduktion s. J. Fröhlich, Wied. Ann. 63, 142. 1897; M. Wien, ebd. 58, 553. 1896; Rosa, Bull. Bur. of Stand. 1, 337. 1905.

Sätze von Ind.-Koeffizienten. Solche können, wie Gewichtsätze, aus einzelnen Stücken bestehen, aus (eisenfreien) Rollen, die nach Art der Rheostaten durch Stöpselung geschaltet werden. Bequemer, auch deswegen, weil der Widerstand konstant bleibt, ist ein Paar konzentrischer Rollen, die meßbar gegeneinander verschoben oder gedreht werden können (Brillouin, Ayrton). Dadurch, daß die Wicklungen noch aus mehreren Abteilungen bestehen, die man gleich- oder entgegengeschaltet, entsteht ein System mit Selbst-Ind.-Koeff. von weitem Bereich, z. B. zwischen $L = 0{,}4 \cdot 10^6$ und $120 \cdot 10^6$ cm; M. Wien, Wied. Ann. 57, 249. 1896.

Widerstandserhöhung durch Hautwirkung (Skineffekt). Dickere Leiter stellt man als Litzen aus dünneren Drähten her; andernfalls können Fehler entstehen, die mit wachsender Frequenz von Wechselströmen rasch steigen. Vgl. z. B. Dolezalek, Ann. der Phys. 12, 1142. 1903; M. Wien, ebd. 14, 1. 1904; Sommerfeld, ebd. 15, 673. 1904; 24, 609. 1907; Hausrath, ZS f. Instr. 1907, 302. S. auch ebd. 1907, 153; Meißner, Jahrb. d. drahtl. Telegr. 3, 57. 1909; Lindemann ebd. 4, 561. 1911; Esau, Ann. der Phys. 34, 57. 1911; Lenz, ebd. 37, 923. 1912.

Anwesenheit von Eisen bedingt vermöge der von der Feldstärke abhängigen magn. Permeabilität (**115**) eine Abhängigkeit des Ind.-K. von der Stromstärke.

I. Berechnung.

Über allgemeinere und genauere Formeln als die folgenden, meist nur genäherten Ausdrücke, sowohl für Selbst- wie für gegenseitige Potentiale, und Tafeln zur Berechnung s. Rosa u. Cohen, Bull. Bur. of Stand. 8, 1. 1911; Orlich, Kapazität und Induktivität, Brschw. 1909; auch K. Waitz in Winkelmanns Handbuch V, 592, 1908.

Gestreckte Spule mit N Windungen von dem gegen die Länge l kleinen Halbmesser r. Genähert ist $L = 4\pi^2 N^2 \left(\sqrt{l^2+r^2} - r\right) r^2/l^2$, also, wenn r sehr klein gegen l ist, $L = N^2 4\pi^2 r^2/l$, oder, wenn λ die Länge des auf die Längeneinheit der Spule gewickelten Drahtes bedeutet, $L = l \cdot \lambda^2$; s. auch Esau, Jahrb. d. drahtl. Telegr. 5, 378. 1912.

Kurze Spule vom mittleren Halbmesser r mit N Windungen in einer rechteckigen Lage von der Breite (Länge) b und der Dicke c; b und c seien klein gegen r. Wir bezeichnen $b/r = \beta$ und $c/r = \gamma$. Ferner bedeute Δ den Durchmesser des besponnenen und Δ_0 den des nackten Drahtes. Dann gilt (Stefan, Wied. Ann. 22, 114. 1884), solange N hinreichend groß ist,

$$L = 4\pi r N^2 \left([1 + \tfrac{1}{96}(3\beta^2 + \gamma^2)] \lg\text{nat}\left(8/\sqrt{\beta^2+\gamma^2}\right) - y_1 + \tfrac{1}{16}\beta^2 y_2\right)$$
$$+ 4\pi r N\left(\lg\text{nat}(\Delta/\Delta_0) + 0{,}1381 + E\right).$$

y_1 und y_2, letzteres von geringem Einfluß, sind durch das Verhältnis c/b der Seiten des rechteckigen Querschnitts nach folgender Tabelle (ausführlicher bei Stefan a. a. O.) bestimmt. Bei y_1 ist es gleichgültig, ob c/b oder b/c als Argument gewählt wird.

$c/b =$	0,0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
$y_1 =$	0,500	0,592	0,665	0,722	0,765	0,796	0,818	0,833	0,842	0,847	0,848
$y_2 =$	0,12	0,13	0,15	0,19	0,24	0,31	0,38	0,47	0,58	0,69	0,82.

Die Korrektionszahl E liegt zwischen etwa 0,01 und, für ein sehr großes N, 0,0181. — Vgl. über Spulen Rosa u. Cohen, a. a. O. S. 38 ff.

Über eine Formel für kleine N, wo die Stefansche Formel zu große L liefert (Drude), vgl. Strasser, Ann. d. Phys. 17, 763. 1905.

Flachspulen s. Esau, Jahrb. d. drahtl. Telegr. 5, 212. 1911 und Emde, Elektrotechnik u. Maschinenbau 30, 221, 246, 267. 1912.

Einfache Figuren aus Draht von der Dicke 2ϱ; nach Maxwell, Kirchhoff, Mascart. Vgl. M. Wien, Wied. Ann. 53, 928. 1894 unter Beachtung für die daselbst öfters vorkommende Zahl 0,7788, daß $\lg\text{nat}\, 0{,}7788 = -\tfrac{1}{4}$ ist. Auch Drude, Physik des Äthers; Rayleigh, Proc. R. S. 66, 562. 1912.

1. Gerader Draht, l = Länge, groß gegen ϱ;
$$L = 2l\,[\lg\text{nat}(2l/\varrho) - 0{,}75].$$

2. Einfacher Kreis, R = Halbmesser, groß gegen ϱ;
$$L = 4\pi R\,[\lg\text{nat}(R/\varrho) + 0{,}33].$$

3. Rechteck mit den gegen ϱ großen Seiten a und b; $\sqrt{a^2+b^2} = p$ bezeichnet;

$$L = 4\left[a \lg\text{nat}\frac{2ab}{\varrho(a+p)} + b \lg\text{nat}\frac{2ab}{\varrho(b+p)} - 2(a+b-p)\right] + (a+b).$$

Hieraus Quadrat von der Seite a; $L = 8a\,[\lg\text{nat}(a/\varrho) - 0{,}52]$.

4. Sy**stem zweier langer paralleler Drähte für Hin- und Rückleitung eines Stromes**; a = gegenseitiger Abstand ihrer Achsen. In hinreichendem Abstande von den Enden beträgt die S.-I. der Längeneinheit des Paares $4 \lg \operatorname{nat}(a/\varrho) + 1$.

Die Ausdrücke 1 bis 4 gelten für langsame Änderungen des Stromes, solange nämlich dieser den Querschnitt gleichmäßig ausfüllt; vgl. S. 551.

Für so schnelle el. Schwingungen, daß die Ströme nur in der Oberfläche verlaufen (vgl. **120** II), ist zu ersetzen:

in 1. $-0{,}75$ durch -1; in 2. $+0{,}33$ durch $+0{,}079$; in 3. $+(a+b)$ durch Null; endlich in 4. a durch $\frac{1}{2}a + \sqrt{\frac{1}{4}a^2 - \varrho^2}$ und ferner $+1$ durch Null.

Über schnelle Schwingungen vgl. auch Sommerfeld, Wied. Ann. 67, 233. 1899; Ann. der Phys. 15, 673. 1904; Mie, ebd. 2, 201. 1900.

Die Längen in cm gemessen, erhält man L ebenfalls in cm. Division durch 10^9 gibt L in Henry; vgl. Anh. 28. Letzteres Maß ist im folgenden stets zu wählen, wenn R in Ohm ausgedrückt wird; für die elektrostatische Kapazität gilt dann das Farad als Einheit.

II. Messungen.

Allgemeines. Zuleitungen sind möglichst bifilar zu führen, gegebenenfalls ist ihre Selbstinduktion bzw. Kapazität als Korrektion zu berücksichtigen. Die Gegeninduktivität der einzelnen Spulen ist entweder durch großen Abstand oder geeignete Lage unschädlich zu machen. Es sind möglichst induktions- und kapazitätsfreie Widerstände (**80** IV) zur Messung zu benutzen. Bei sehr genauen Messungen oder auch bei sehr hohen Frequenzen sind leitende Schutzhüllen anzubringen, um den Einfluß der Kapazität gegen die Umgebung zu definieren.

A. Messung aus dem Scheinwiderstande.

1. Aus dem Scheinwiderstande oder aus der Phasenverschiebung. 1. Ein Leiter vom Ohmschen Widerstande R und der Selbstind. L zeigt einem Sinusstrome von der Frequenz n gegenüber den Scheinwiderstand (die „Impedanz") $R' = \sqrt{(R^2 + 4\pi^2 n^2 L^2)}$; **120** II. Messung von R und R' ergibt mithin L aus $4\pi^2 n^2 \cdot L^2 = R'^2 - R^2$.

2. Der Phasenverschiebungswinkel φ (**120** II) zwischen Endspannung und Stromstärke im Leiter ist gegeben durch $\operatorname{tg} \varphi = 2\pi n L/R$, woraus durch Messung von φ erhalten wird $2\pi n \cdot L = R \operatorname{tg} \varphi$.

Die erste Messung von Nr. 1, 1, durch Variieren von n, wohl bei F. K., Pogg. Ann. 148, 148. 1873.

Genauere Ausführungen, z. B. die folgenden, benutzen Abzweigungen:

a) (Joubert; Gray.) Ein Leiter vom Widerstand R und der Induktivität L wird mit einem induktionslosen Widerstande R' in den Kreis eines Sinusstromes von der Frequenz n geschaltet (Fig. 273). Man legt ein Elektrometer in Doppelschaltung (127 II), oder ein Dynamometer von verschwindender Selbstinduktion bzw. mit vorgeschaltetem großem Widerstande, oder endlich ein Hitzdrahtgalvanometer, zuerst an die Enden von R, dann von R', und mißt die mittleren Quadrate F bzw. F' der Klemmspannungen oder der Zweigströme: am besten wird F' durch geeignete Wahl von R' etwa gleich F gemacht. Dann ist $F:F' = (R^2 + 4\pi^2 n^2 L^2):R'^2$, also

R′ R

Fig. 273.

$$4\pi^2 n^2 \cdot L^2 = R'^2 F/F' - R^2.$$

Mit einem in den Hauptstrom eingeschalteten Wechselstrommesser hält man die Stromstärke konstant.

Nicht sinusförmiger Strom verlangt eine Korrektion. Vgl. hierüber und über Schaltungen für sehr genaue Messung Rosa u. Grover, Bull. Bur. of Stand. 1, 125. 1905.

b) Man schaltet die eine Dynamometerrolle konstant in den Sinushauptstrom und zweigt von einem induktionsfreien Widerstande r nur durch die andere Rolle ab (Fig. 274). In der Abzweigung wird der zu bestimmende Leiter (W, L) mit einem induktionslosen Widerstand R vertauscht, den man so aussucht, daß der Ausschlag der gleiche bleibt. Dann ist, wenn γ der Widerstand der Rolle in der Abzweigung,

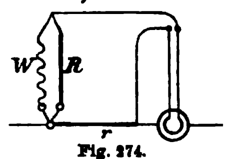


Fig. 274.

$$4\pi^2 n^2 \cdot L^2 = (R - W)(W + r + \gamma).$$

Rowland und Penniman, Sill. Journ. (4) 8, 35. 1899; ZS f. Instr. 1900, 369. Daselbst noch einige Anordnungen mit dem Dynamometer. Über die Theorie auch Oberbeck, Wied. Ann. 17, 826. 1882.

B. Messung in der Brücke.

Die Bedingung für die Stromlosigkeit in der Brücke besteht bei veränderlichem Strome darin, daß der Spannungsverbrauch in korrespondierenden Zweigen nicht nur, wie bei Gleichstrom, der Größe, sondern auch der Phase (Zeitfolge) nach der gleiche ist; vgl. 120. Man erhält daher bei Anwesenheit von Induktion oder Kapazität (182) zwei Bedingungen, von denen bei vielen Anordnungen die eine mit der Wheatstoneschen Proportion der Widerstände übereinstimmt. — Die Methoden 2 und 3 stellen die letztere Bedingung her, messen die alsdann noch bleibende Wirkung in der Brücke und leiten daraus die Induktivität ab. Dann folgen Nullmethoden, bei denen den beiden Bedingungen genügt wird.

2. Nach Dorn. Der zu bestimmende Leiter sei in c enthalten (Fig. 275); γ ist ein ballistisches Galvanometer vom Widerstande γ. Die übrigen Zweige seien induktions- und kapazitätsfrei. In den ungeteilten Strom kommt ein Gleichstrommesser T. Die Widerstände werden so abgeglichen, daß in γ kein Strom, also daß $a:b = c:d$ ist. T zeige die Ablenkung φ. Der Hauptstrom wird unterbrochen; durch den dabei in c entstehenden Extrastrom mache die Nadel von γ den Ausschlag s. Ihre Schwingungsdauer und ihr Dämpfungsverhältnis seien τ und k (27); $\Lambda = \lg \operatorname{nat} k$. Wir bezeichnen

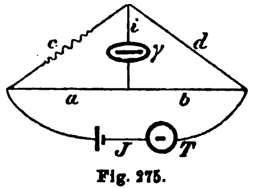


Fig. 275.

$$h = [(a+c)(b+d) + \gamma(a+b+c+d)]/b.$$

Dann ist das Selbstpotential L des Leiters in c

$$L = h \cdot \frac{\tau}{\pi} \frac{\mathfrak{r}}{\mathfrak{C}} \frac{s}{\varphi} k^{1/\pi \cdot \operatorname{arc\,tg} \pi/\Lambda}.$$

$\mathfrak{C}$ und $\mathfrak{r}$ bedeuten den Reduktionsfaktor (**81, 83, 89**) des Hauptgalvanometers bzw. Brückengalvanometers. Es genügt, das Verhältnis $\mathfrak{r}/\mathfrak{C}$ zu kennen; vgl. hierzu besonders 89c und d. Ist T eine Tangentenbussole, so hat man für φ zu setzen $\operatorname{tg}\varphi$; ist T ein Instrument mit direkter Ablesung der Stromstärke I, so gilt I anstatt $\mathfrak{C}\varphi$.

Beweis: Ist $I = \mathfrak{C}\varphi$ der Stammstrom, i_c der Strom in c, so hat man zunächst $i_c = I(a+b)/(a+b+c+d)$. Während des Verschwindens von i_c hat die E. K. in c zur Zeit t die Größe $L \cdot \mathrm{d}i_c/\mathrm{d}t$, der Strom i in γ ist also (S. 413, Gl. 4) $i = L \dfrac{\mathrm{d}i_c}{\mathrm{d}t} \dfrac{b+d}{(a+c)(b+d)+\gamma(a+b+c+d)}$. Drückt man hier i_c durch I aus und berücksichtigt ferner, daß $a:b = c:d$ oder $ad = bc$ gemacht war, also $(a+b)(b+d) = (a+b+c+d)b$, so findet man $i = L \cdot \mathrm{d}I/\mathrm{d}t \cdot 1/h$. Also ist (S. 525, Gl. 4)

$$\int i\,\mathrm{d}t = LI/h \quad \text{oder} \quad L = h\int i\,\mathrm{d}t \cdot 1/I = h \cdot \mathfrak{r}\tau/\pi \cdot s \cdot k^{1/\pi \cdot \operatorname{arc\,tg} \pi/\Lambda} \cdot 1/(\mathfrak{C}\varphi),$$

wenn $\mathfrak{r}$ und $\mathfrak{C}$ die Reduktionsfaktoren der beiden Galvanometer sind.

Dorn, Wied. Ann. 17, 783. 1882. — Zur Rechnung vgl. S. 520 u. Tab. 29.

3. Nach Rayleigh. Anstatt den Stammstrom I zu messen, kann man einfacher an γ selbst den Ausschlag s' bei Dauerstrom beobachten, nachdem man einen kleinen Widerstand r in den Zweig c zugeschaltet hat.

Dann ist $L = r \cdot \tau/\pi \cdot s/s' \cdot k^{1/\pi \cdot \operatorname{arc\,tg} \pi/\Lambda}$.

Denn nach dem Zufügen von r entsteht ein Strom in der Brücke

$$\mathfrak{c} \cdot s' = I \cdot \frac{r b}{(a+c)(b+d) + \gamma(a+b+c+d)} = I \frac{r}{h}.$$

Phil. Trans. A. 173, 661. 1882; Zeleny, ZS f. Instr. 1907, 167.

4. Vergleichung zweier Selbstpotentiale (Maxwell). In den Zweigen c und d (Fig. 275) mögen sich, hinreichend weit voneinander aufgestellt, die Leiter mit den Selbstpotentialen L und L' nebst Rheostaten- oder Drahtwiderständen befinden; a und b seien induktionsfrei. Die Widerstände werden derartig abgeglichen, daß die Nadel von γ sowohl bei Dauerstrom wie bei der Schließung oder Öffnung ruhig bleibt.

Dann ist $L/L' = a/b = c/d$.

Diese Beziehung folgt aus Nr. 2, vor. S., denn man kann den Ausschlag Null ansehen als aus den beiden entgegengesetzt gleichen von L und L' herrührenden Ausschlägen $\alpha = A \cdot L/h$ und $\alpha = A \cdot L'/h'$ zusammengesetzt, wo $1/A$ den gemeinsamen Ausdruck $\mathfrak{r}/\mathfrak{C} \cdot \tau/\pi \cdot 1/\varphi \cdot k^{1/\pi \cdot \operatorname{arc\,tg} \pi A}$ bezeichnet und wo h und h' sich nur durch die Nenner b und a unterscheiden. Also ist $L/L' = h/h' = a/b$. — Maxwell, Electr., Art. 757.

Diese und andere Nullmethoden werden genauer durch Beobachtung mit periodisch rasch unterbrochenem Strom. Mittels eines „Disjunktors“ (z. B. rotierender Kontakt) wird bewirkt, daß nur die Öffnungs- oder die Schließungsströme durch das Galvanometer gehen. Vgl. auch 6.

5. Vergleichung einer Selbstinduktivität mit der Kapazität eines Kondensators (Maxwell). a) Der Zweig c (Fig. 275) enthalte die Selbstinduktivität L; dem Zweige b wird ein Kondensator von der in elektromagnetischen Einheiten ausgedrückten Kapazität C (**132**) parallel geschaltet, d. h. die Enden von b werden durch kurze Drähte mit den beiden Belegungen verbunden. Bleibt die Nadel von γ sowohl bei Dauerstrom wie bei Schließung oder Öffnung ruhig, so ist $L/C = a \cdot d = b \cdot c$. Die Widerstände und C elektromagnetisch in CGS gemessen, erhält man L in [cm]. Ohm und Farad geben Henry; s. Anh. 27, 28, 29; Maxwell, Electr. § 778.

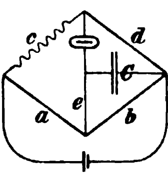


Fig. 276.

b) Nach Anderson; die für die Messung bequemere Schaltung ist aus der Fig. 276 verständlich. Man stellt mittelst Gleichstrom die Bedingung her $a/b = c/d$. Demnächst wird der

Widerstand e so geregelt, daß die Stromlosigkeit auch bei veränderlichem Strom besteht; dann gilt

$$L = C[bc + e(c + d)].$$

Phil. Mag. (5) 31, 329. 1891.

6. Messungen mit Wechselstrom. Sehr genaue Messungen erhält man, wenn in 4 und 5 die Batterie im Hauptzweige durch eine Wechselstromquelle, das Galvanometer durch Hörtelephon oder Vibrationsgalvanometer ersetzt wird (S. 441). Ist auf Verschwinden des Brückenstromes eingestellt, so gelten die oben aufgestellten Gleichungen. Obwohl in ihnen die Frequenz nicht auftritt, wird wegen der stets vorhandenen störenden Induktivitäten und Kapazitäten einwelliger Wechselstrom gefordert.

Für Messungen mit dem Hörtelephon muß die Stromquelle die Sinusform liefern. Ist der Strom nicht einwellig, so muß er entweder durch geeignete Resonanzschaltungen praktisch von Oberschwingungen gereinigt werden, oder man benutzt als Stromindikator abgestimmte Meßgeräte wie optisches Telephon oder Vibrationsgalvanometer. Ein Sinusinduktor für Frequenzen bis 100 bei F. K., Pogg. Ann. Jubelband, 290. 1874. Schnelleren annähernd sinusförmigen Wechsel liefert ein Neeffscher Hammer, wenn man seinen Unterbrecher durch einen Mikrophonkontakt („Summer") ersetzt, der nur Widerstandsschwankungen im Primärkreis bewirkt. Für sehr hohe Frequenzen (über 1000/sec) benutzt man am besten Hochfrequenzmaschinen vgl. **120** (Eingang).

Lorenz, Wied. Ann. 7, 167. 1879 (wohl die erste erfolgreiche Messung mit einem Telephon). — M. Wien, Wied. Ann. 44, 689. 1891; 53, 928. 1894, besonders die Bestimmung kleiner L, die am genauesten mit hoher Frequenz gemessen werden. Vgl. hierüber auch Prerauer, ebd. 53, 772 und Strasser, Ann. d. Phys. 17, 763. 1905. Ein abgeändertes Verfahren bei Giebe, ebd. 24, 941. 1907; für Hochfrequenz auch ZS f. Instr. 1909, 150.

Einstellungsverfahren für Nr. 4, 5 u. 6. Da zwei Bedingungsgleichungen zugleich zu erfüllen sind, so empfiehlt es sich, zwei kontinuierlich veränderbare Größen in die Brückenverzweigung zu schalten. Z. B. sowohl in a, b wie in c, d Schleifdrähte mit passenden Zusatzwiderständen (Stöpselrheostaten), oder statt des Schleifdrahtes in c, d einen Selbstinduktionsvariator in c. Die Einstellung erfolgt derart, daß man zunächst durch Verändern der einen der beiden Größen ein Minimum im Telephon sucht, dann durch Verändern der zweiten Größe ein zweites kleineres Minimum usf., bis die Nullstellung erreicht ist. Kann der Brückenstrom überhaupt nicht zum Verschwinden gebracht werden, so sind meist störende Induktivitäten oder Kapazitäten in der Anordnung, die in geeigneter Weise kompensiert werden müssen. Vgl. hierüber Giebe, ZS f. Instr. 1911, 6 u. 33.

Absolute S.-I.-Messung nach M. Wien. Schaltung wie beim Vergleich zweier Selbstinduktivitäten (Nr. 4), nur daß einer der Induktivitäten

L_1 ein Widerstand r parallel geschaltet ist. Der Strom in der Brücke verschwindet, wenn folgende Bedingungen erfüllt sind:

$$\frac{\omega^2 L_1 L_2}{r + R_1} = R_2 - \frac{R_4}{R_3} \cdot \frac{r R_1}{r + R_1}$$

$$L_1 : L_2 = \left(1 + \frac{R_1}{r}\right) : \left(\frac{R_4}{R_3} - \frac{R_2}{r}\right).$$

Aus den Widerständen und der Frequenz des Wechselstromes ist der Absolutwert von L_1 und L_2 berechenbar. Näheres Wied. Ann. 58, 553. 1896.

Über die Messung sehr kleiner Induktivitäten s. Prerauer, Wied. Ann. 53, 772. 1894; Giebe, Ann. d. Phys. 24, 941. 1907; Orlich, ZS f. Instr. 29, 241. 1909; Grover u. Curtis, Bull. Bur. of Stand. 8, 1. 1912. Schering u. Schmidt, Arch. f. Elektr. 1, 423. 1913.

7. Auch die sehr schnellen, in der Funkenentladung einer Leidener Flasche enthaltenen Schwingungen lassen sich mittels Verzweigung (Differentialerreger) zur Vergleichung sehr kleiner Selbstpotentiale benutzen; vgl. **133**, 6. — Nernst, Wied. Ann. 60, 620. 1897.

Vgl. auch die Methoden am Schluß von **125**.

Andere Methoden u. a.: mit Stromstößen eines Magnetinduktors F. K., Wied. Ann. 31, 594. 1887; mit optischem Telephon in der Brücke, z. B. gleichzeitige absol. Messung zweier Ind.-K., M. Wien, ebd. 44, 689. 1891 (Heydweiller, El. Mess. S. 192); mit einem rotierenden Umschalter, auf Leiter mit Eisen anwendbar, Heydweiller, Ann. d. Phys. 15, 179. 1904. — Eine Zusammenstellung vieler Methoden, Berechnungsformeln und der Literatur in Heydweiller, Elektr. Messungen S. 179ff. Leipzig 1892; Orlich, Kapazität und Induktivität, Brschw. 1909.

118. Gegenseitiger Induktionskoeffizient.

Die Mitwirkung von Eisen werde ausgeschlossen.

In einem Leiter I ändere sich eine Stromstärke mit der Geschwindigkeit di/dt. In einem benachbarten Leiter II werde hierdurch eine E. K. $L_{12}\, di/dt$ induziert, dann heißt L_{12} der Ind.-Koeff. von I auf II. Es ist immer $L_{12} = L_{21}$. — Die Größe kann auch definiert werden als das E. K.-Integral $\int E\, dt$, welches im einen Leiter auftritt, während im anderen der Strom Eins entsteht oder verschwindet.

In der Sprache der Kraftlinien ist L_{12} definiert als die Anzahl aller Schnittpunkte der magn. Kraftlinien, die dadurch entstehen, daß der Strom Eins den einen Leiter durchfließt, mit jeder Windungsfläche des anderen Leiters (Vorzeichen!); Anh. 21a. Ferner Anh. 28 und den Eingang zu 117.

Über meßbar zu ändernde Vergleichsnormale s. Campbell, Ph. Mag. 15, 155. 1908; ZS f. Instr. 1908, 222.

1. Berechnung.

Sammlung allgemeinerer Formeln bei Rosa u. Cohen, vgl. ferner auch Maxwell, El. § 677ff.

Für zwei beliebige geschlossene Leiter ist der gegenseitige Ind.-K. $L_{12} = \int\int \frac{1}{r} \cos(dl_1, dl_2)\, dl_1\, dl_2$, wenn dl_1 und dl_2 die in einer bestimmten Richtung herum gezählten Längenelemente der Leiter bedeuten und r den gegenseitigen Abstand von dl_1 und dl_2 (Neumann).

Parallel übereinandergeschobene lange und kurze Spule. Die gegen ihren Halbmesser r lange (oder ringförmig geschlossene) Spule trage gleichmäßig n Windungen auf ihrer Längeneinheit. Die kurze Spule habe die Gesamtwindungszahl N und die Gesamtwindungsfläche f; sie liege entfernt von den Endflächen der anderen:

a) die kurze Spule liege innen; dann gilt

$$L_{12} = 4\pi n f. \tag{1}$$

(Denn die Stromeinheit in der langen Spule würde in dieser das Feld oder die Kraftliniendichte $\mathfrak{H} = 4\pi n$, mithin die Anzahl $\mathfrak{H} f = 4\pi n f$ Schnittpunkte von Kraftlinien mit Windungsflächen der kurzen Spule erzeugen; 114 I.)

b) die kurze Spule liege außen; sie umschließe die innere, wenn diese freie Enden hat, hinreichend dicht, daß von den aus der inneren Spule austretenden und außen zusammenlaufenden Kraftlinien kein merklicher Bruchteil durch die äußere Spule dringt. Dann ist

$$L_{12} = 4\pi^2 n r^2 N. \tag{2}$$

(Denn der Stromeinheit in der langen Spule vom Querschnitt $r^2\pi$ entsprechen $4\pi n \cdot r^2\pi = 4\pi^2 n r^2$ innere Kraftlinien, die alle gleichsinnig durch die N Windungsflächen der äußeren Spule hindurchtreten.)

Setzt sich die lange Spule aus mehreren (k) gleich dicht gewickelten Lagen von den Halbmessern $r_1 r_2 \cdots r_k$ zusammen, so ist $r^2 = (r_1^2 + r_2^2 + \cdots + r_k^2)/k$ zu berechnen, wobei dann n für die Summe der Windungen gilt.

Um einen Fall der Mitwirkung von Eisen zu betrachten, werde angenommen, daß der Strom in der inneren langen Spule der primäre sei und zugleich einen eingeschobenen langen Eisenstab vom Querschnitt q und dem Magnetisierungskoeffizienten $\varkappa$ (115; Anh. 22) magnetisiere; dann tritt die Kraftlinienzahl $4\pi\varkappa\mathfrak{H}$ hinzu und es wird, vorausgesetzt, daß die Magnetisierung mit dem Strome gleichzeitig entsteht und verschwindet, $L_{12} = 4\pi n(r^2\pi + 4\pi\varkappa q)N$. Da $\varkappa$ von der Feldstärke abhängt, so ist L_{12} hier keine Konstante.

Zwei konzentrische koaxiale gleich lange (l) Solenoide von n_1 bzw. n_2 Windungen/cm und r_1 bzw. r_2 Halbmesser; es sei $r_1 > r_2$ und beide klein gegen l. — Ohne Endflächenkorrektion würde gelten

$$L_{12} = 4\pi^2 n_1 n_2 r_2^2 \cdot l. \tag{3}$$

Die Korrektion wird berücksichtigt, indem man von l abzieht

$$2r_1\left(\tfrac{1}{2} - \tfrac{1}{16}(r_2/r_1)^2 - \tfrac{1}{128}(r_2/r_1)^4 - \cdots\right).$$

Genaueres in Maxwell, El. § 678; über Solenoide aus mehreren Lagen § 679.

Zwei benachbarte koaxiale Kreise (Maxwell, El. 2. Aufl. § 705). r der kleinere, r' der größere Radius; $x = r' - r$; $y =$ gegenseit. Abstand der Kreisflächen; $d = \sqrt{(x^2 + y^2)}$.

$$L_{12} = 4\pi r[1 + \tfrac{1}{2}x/r + \tfrac{1}{16}(x^2 + 3y^2)/r^2 - \tfrac{1}{32}(x^3 + 3xy^2)/r^3 + \cdots]\,\mathrm{lgnat}(8r/d)$$
$$+ 4\pi r[-2 - \tfrac{1}{2}x/r + \tfrac{1}{16}(3x^2 - y^2)/r^2 - \tfrac{1}{48}(x^3 - 6xy^2)/r^3 + \cdots]. \qquad 4.$$

Die Formel vereinfacht sich in speziellen Fällen, z. B. für $r = r'$ ($x = 0$) oder $y = 0$ ($d = x$), sowie für kleine Werte von $r' - r$ und y; vgl. Rosa und Cohen a. a. O., S. 10.

Benachbarte koaxiale **kurze Rollen** lassen sich in erster Annäherung auf einen Ausdruck für Einzelkreise durch Multiplikation mit dem Produkte der beiden Windungszahlen zurückführen. Über genauere Rechnung, z. B. durch Einführung „äquivalenter Radien" (Lyle, Phil. Mag. (6) 3, 310. 1902, s. Rosa u. C., S. 12 ff. Nagaoka, Proc. Phys. Soc. 25, 31. 1912.

2. Absolute Messung.

Durch den einen Leiter werde der gemessene Strom i geschickt, der andere sei durch ein ballistisches Galvanometer (**109**) zu einem Kreise vom Widerstande r geschlossen. Unterbrechung oder Schließung des primären Kreises bewirke im sekundären den Stromstoß Q, dann ist

$$L_{12} = r \cdot Q/i.$$

Denn es ist $\int E\,dt = L_{12} \cdot i$ und $Q = 1/r \cdot \int E\,dt$.

Q/i läßt sich ersetzen durch den Ausdruck $\frac{\tau}{\pi}\frac{\mathfrak{T}}{\mathfrak{C}}\frac{s}{\varphi}\,k^{1/\pi \cdot \mathrm{arctg}\,\pi/\Lambda}$; vgl. über die Bedeutung dieser Größen **117** II 1.

Bei den folgenden **Nullmethoden** lassen sich Batterie und Galvanometer, mit ähnlichen Gesichtspunkten wie in **117**, durch Wechselstromquelle und Telephon usw. ersetzen; bei Nr. 4 darf dabei das Verhältnis der Selbstind. in den Zweigen 2 und 4 sich nicht zu stark von dem Verh. der beiden Gegenind. unterscheiden.

Vgl. hierüber und über die Anwendung zu absoluten Messungen auf Grund Oberbeckscher und Rayleighscher Formeln in mannigfaltiger Anordnung z. B. M. Wien, Wied. Ann. 44, 697. 1891; Heydweiller, ebd. 53, 499. 1894.

3. Zurückführung auf eine Selbstinduktivität.

I, II — A. B.

Fig. 277.

a) Man schalte die beiden gegenseitig induzierten Leiter I und II hintereinander, erstens so wie Fig. 277 A, dann wie Fig. 277 B andeutet, wobei im ersteren Falle die gegenseitige Induktion der Selbstinduktion entgegenwirkt, und bestimme in beiden Fällen nach **117** den Selbstind.-Koeff. des Systems. Ist dieser gleich L_a bzw. L_b, so gilt offenbar

$$L_a = L_1 + L_2 - 2L_{12} \quad \text{und} \quad L_b = L_1 + L_2 + 2L_{12},$$

woraus $L_{12} = \frac{1}{4}(L_b - L_a)$; zugleich auch $L_1 + L_2 = \frac{1}{2}(L_a + L_b)$.

b) Von zwei Rollen vom gegens. I.-K. L_{12} habe die eine den Selbstind.-K. $L \geq L_{12}$. Diese Rolle kommt in die unverzweigte Leitung, die andere in den Zweig c der Brücke (Fig. 278), und zwar so gerichtet, daß L und L_{12} sich entgegenwirken. In d befinde sich ein Rheostat. Sind die Widerstände so ausprobiert, daß das Galvanometer bei Dauerstrom und bei Stromunterbrechung ruhig bleibt, so gilt

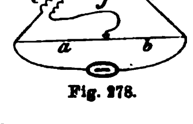
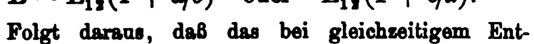


Fig. 278.

$$L = L_{12}(1 + a/b) \quad \text{oder} \quad L_{12}(1 + c/d).$$



Folgt daraus, daß das bei gleichzeitigem Entstehen des Stammstromes I und des Zweigstromes i_c in c induzierte E. Kraftintegral $L_{12}I - Li_c$ auf Null gebracht und daß außerdem (S. 413, Gl. 5) $I : i_c = (a + b + c + d):(b + d)$ ist.

Ohne zeitraubendes Probieren läßt sich so ein Normal aus verstellbaren Rollen für gegens. I.-K. (z. B. M. Wien, Wied. Ann. 57, 249. 1896) in einer Anzahl von Stellungen eichen. Man wählt zuerst die Widerstandsverhältnisse, die bei Dauerstrom das Galvanometer ruhen lassen und stellt nachher die Rollen auf Ruhe bei Stromwechsel ein.

4. Vergleichung zweier gegenseitiger Ind.-Koeffizienten.

Man schaltet die induzierenden Rollen 1 und 3 mit einer Batterie und einem Stromschlüssel zu einem Stromkreise (Fig. 279), die induzierten 2 und 4 mit induktionsfreien Rheostatenwiderständen, deren Verhältnis man ändern kann, zu einem zweiten Kreis, den man durch ein Galvanoskop überbrückt. Bleibt das letztere bei Stromwechsel ruhig, so ist $\quad L_{12} : L_{34} = r_2 : r_4,$

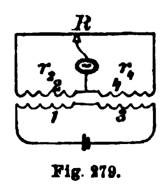


Fig. 279.

wenn r_2 und r_4 die Gesamtwiderstände links und rechts von der Brücke bezeichnen. Vgl. Maxwell, Electr. § 755.

Beweis: Die E. Kräfte in den Zweigen durch die Entstehung usw. des primären Stromes stehen jederzeit im Verhältnis $L_{12} : L_{34}$.

Sind die Widerstände der Rollenpaare ungleich, so schaltet man vorteilhaft die weniger ungleichen in denselben Stromkreis.

5. Zurückführung auf eine Kapazität (Ròiti-Foster-Campbell). C bedeutet eine Kondensatorkapazität (Fig. 280). Die Widerstände werden abgeglichen, bis das Galvanometer bei Schluß oder Öffnung des Stammstromes ruhig bleibt; dann gilt $L_{12} = Cr_1 r_3$.

Große Genauigkeit gewährt das Vibrationsgalvanometer mit darauf abgestimmtem periodischem Strom. Zugleich erhält man hierbei den Selbstind.-K. von I $L_1 = L_{12}(1 + r_2/r_3)$. (Man beachte, daß hiernach $L_1 \geq L_{12}$ sein muß.)

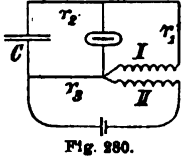


Fig. 280.

Näheres bei Campbell, Ph. Mag. (6) 14, 494. 1907; ZS f. Instr. 1907, 351.
Weitere Methoden bei Heydweiller, sowie Orlich a. a. O. (S. 540); Campbell, Nat. Ph. Lab., Coll. Res. IV, 215. 1908.

Für massive Leiter wird der gegens. Ind.-K. in ähnlicher Weise Funktion der Geschwindigkeit der Stromänderung wie der Selbstind.-K. Vgl. S. 551.

119. Messungen an Gleichstromdynamomaschinen.

Über vollständigere Darstellungen vgl. die Literaturangabe S. 423; namentlich Arnold, die Gleichstrommaschine; Pichelmayer, Handbuch der Elektrotechnik, V, Leipzig 1908; kurze Übersicht bei Rüdenberg im Handw. d. Naturw. 2, 1173. Jena 1912.

Die Maschine kann als Stromerzeuger (Generator) oder als Krafterzeuger (Motor) laufen. Das Folgende betrifft hauptsächlich die Generatoren.

Wartung. Der Kollektor ist von Metallstaub frei zu halten, zuweilen mit Schmirgelpapier überlaufen zu lassen und darauf zu reinigen. Ist er stärker angefressen oder unrund, so wird er abgedreht. Das Anfressen vermeidet man durch geeigneten Bürstendruck und Einstellung auf Funkenfreiheit. Die Funken rühren wesentlich von der Selbstinduktion in dem Teile des Ankers her, welcher einen Augenblick zuvor durch die Bürsten kurz geschlossen war.

Die funkenfreie Stellung liegt nun, wenn die Maschine Strom hat, nicht genau in der Mittellinie benachbarter Elektromagnetpole, sondern ist dadurch verschoben, daß der Ankerstrom die Magnetisierungsrichtung des Ankerkernes gegen die Feldrichtung verdreht, um so stärker, je stärker der Strom ist. Die zur Funkenfreiheit nötige Verdrehung der Bürstenbrücke aus der Symmetrielage (bei dem Generator in, beim Motor entgegen dem Lauf) wächst also durch die „magnetische Rückwirkung des Ankerstromes" mit der Stromstärke (mit „der Belastung"), und zwar um so stärker, je größer bei einer Maschine die magnetisierende Kraft des Ankerstromes im Verhältnis zur Feldstärke der Schenkelpole und je kürzer der Luftspalt ist. Man probiert die funkenfreie Stellung für die jeweilige Stromstärke durch Verdrehen des Bürstenhalters aus. Bei Doppelbürsten kann weiter eine kleine gegenseitige Verschiebung der Bürsten eines Paares helfen. — Wenn keine ständige Wartung vorhanden ist, stellt man nahe für die größte Stromstärke ein.

Die jetzt vorwiegend angewandten Kohlebürsten lassen Funken leichter vermeiden als die Kupferbürsten. Moderne Maschinen mit „Wendepolen" laufen, mit richtiger Bürstenstellung, auch bei wechselnder Drehungszahl und Belastung — selbst bei starker Überlastung (Generatoren und Motoren im Straßenbahnbetrieb) — funkenfrei.

Namentlich für sehr große Stromstärken bei niedriger Spannung kommen die Unipolarmaschinen in Frage, die auf der sog. unipolaren Induktion beruhen; der Strom wird hierbei von Schleifringen abgenommen.

Am ruhigsten laufen Maschinen mit direkt gekuppelten Achsen. Bei

iemenantrieb stehen sie, um nachspannen zu können, am besten auf chienen.

Gemäß der Schaltung der Magnetwicklung teilt man ein in:

1. Nebenschlußmaschine (am verbreitetsten; Zentralen; Parallel- :haltung mit Akkumulatorenbatterien; Motoren von annähernd konstanter mlaufszahl). Der Anker ist durch die relativ dünndrähtigen und zahl- ichen Magnetwindungen und die äußere Leitung nebeneinander ge- :hlossen; Schema in Fig. 281, *A*. Die Klemmspannung ist bei kleinem äußeren Viderstande gleich Null und steigt mit dessen Anwachsen zuerst schnell, päter langsam zu einem Grenzwert.

2. Hauptstrom- oder Reihenschlußmaschine (als Generator elten mehr gebraucht, in der Regel aber als Hebezeug- und Straßenbahn- notor; die Zugkraft im An- auf groß, mit wachsender Jmlaufzahl abnehmend. Bei eerlauf Durchgehen mit Ge- ahr der Zerstörung des Mo- ors). Die dickdrähtige Ma- gnetwicklung von wenigen

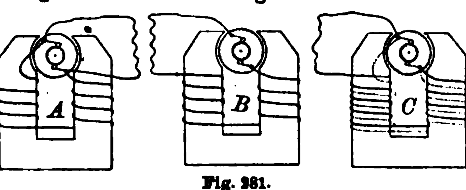


Fig. 281.

Windungen liegt mit Anker und Außenleitung im einfachen Stromkreise Fig. 281, *B*). Mit wachsendem äußeren Widerstand nimmt die E. K. des Gene- rators bis auf Null ab. Die Klemmspannung hat für einen bestimmten äußeren Widerstand, also für eine bestimmte Leistung ein Maximum.

3. Doppelschluß- oder Verbund-(Compound-)Maschine. Der Elektromagnet hat zwei Wicklungen. Die eine dünndrähtige liegt wie bei der Nebenschlußmaschine an den Bürsten (in Fig. 281, *C* punktiert gezeichnet), oder auch an den Klemmen der Maschine. Die andere dickdrähtige liegt mit dem Anker und der äußeren Leitung in Reihenschaltung. Bei geeig- neten Verhältnissen wird bei normaler Umlaufzahl die Klemmspannung vom äußeren Widerstande, d. h. von der Leistung, wenig beeinflußt.

Bezeichnungen: i = Außenstrom, i_A = Ankerstrom;
i_N = Nebenschluß-, i_S = Reihenwicklungsstrom;
r, r_A, r_N, r_S die entsprechenden Widerstände;
E = elektrom. Kraft, P = Klemmspannung.

Bei der Reihenmaschine ist $r_A + r_S$ der Maschinenwiderstand und die i sind alle gleich, bei der Nebenschlußmaschine ist $i_A = i + i_N$.

Den Zusammenhang zwischen i und P für die drei Schaltungsarten zeigen die Kurven (Fig. 282). Der Umkehrpunkt in der Kurve 1 kann bei den meisten Maschinen wegen unzulässiger Erwärmung nicht erreicht werden.

Technische Betriebe arbeiten meist auf konstante Spannung (an Glühlampen usw.), selten auf konstanten Strom. Um die Spannung konstant zu erhalten, dienen Regulierwiderstände, welche in Nebenschlußwicklungen oder neben Reihenwicklungen geschaltet werden kön- nen, sowie nebengeschaltete „Pufferbatterien" aus Akkumulatoren.

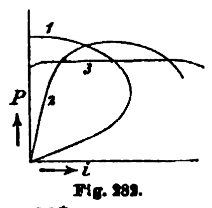


Fig. 282.

I. Stromstärke.

Über die hier in Betracht kommenden direkten Strommesser vgl. 81, 84, 85, 102, 120 I, über die Zuhilfenahme der Abzweigung 86 und über die für sehr große Stromstärken besonders in Betracht kommende Methode der Spannungsmessung an den Enden eines Starkstrom-Präzisionswiderstandes 101.

Direkt meßbar sind der Außenstrom und der Nebenschlußstrom.

Um von mehreren Größen (Strom, Spannung, Lichtstärke) zusammengehörige Werte zu erhalten, werden gut gedämpfte Instrumente mit kurzer Schwingungsdauer gleichzeitig abgelesen. — Vgl. auch 121 V.

II. Widerstand.

Technisch sind hauptsächlich die betriebswarmen Widerstände von Bedeutung. Deren Messung (vgl. 90 bis 98 u. 101) kann, mit Ausnahme des Ankerwiderstandes, während des Betriebes durch Messung von Stromstärke und Spannung nach 91 II 1 oder sicherer nach 91 II 3 mit Einschaltung eines Starkstrom-Präzisionswiderstandes geschehen.

Den Ankerwiderstand mißt man in derselben Weise sofort nach Stillsetzen der Maschine mit einem Strom von naher gleicher Stärke. Während der Messung werden Magnet- und Ankerwicklung voneinander getrennt. Um die Abhängigkeit der Übergangswiderstände an den Bürsten von der Stromdichte, Stromrichtung, vom Auflagedruck und der Geschwindigkeit zu messen, schließt man die Lamellen des Kollektors durch einen um den Anker gelegten Widerstand kurz. Die Bürsten sollen gut eingelaufen, der Kollektor frisch geschmirgelt sein.

Aus den Widerständen r_0 kalt und r warm berechnet sich die Temperaturerhöhung in Graden etwa $= 250(r - r_0)/r_0$. Die Erhöhung darf für die verschiedenen Maschinenteile 50—80° erreichen. Vgl. Normalien des Verbandes Deutscher Elektrotechniker f. Bewertung und Prüfung von el. Maschinen usw.

III. Elektromotorische Kraft.

Direkt meßbar nach 101, 102 ist die Spannung P zwischen den Klemmen, oder P_B zwischen den Bürsten der Maschine. Es gilt für die Nebenschlußmaschine

$$P_B = P,$$

Reihen- und Doppelschluß-M. mit kurzem, d. h. von den Bürsten abgezweigtem Nebenschluß

$$P_B = P + i r_S.$$

Die gesamte E. K. E ist gleich der Bürstenspannung, vermehrt um den (kleinen) Spannungsverlust im Anker

$$E = P_B + i_A r_A.$$

Außerdem kann in den Bürsten und deren Laufflächen ein Spannungsverlust auftreten, der bei Kohlebürsten unter Umständen bis zu 50 Prozent des Ankerverlustes steigt.

IV. Leistung oder Effekt.

Einheit ist das Watt; vgl. Anh. 30.

Die äußere, nutzbare Leistung ist $A = Pi$, **die gesamte elektrische Leistung** $= Ei_A$ oder $= Pi + V$, wo V die Summe der Verluste durch Stromwärme in der Anker- und Magnetwicklung bedeutet. Es gilt bei Nebenschlußmaschinen $V = i_N P + i_A^2 r_A$, bei Reihenschluß-M. ohne Berücksichtigung des Bürstenverlustes $= i^2(r_A + r_S)$; bei Doppelschluß-M. entsteht ein aus diesen zusammengesetzter Ausdruck.

Über Leistungsmessung vgl. auch **120 IV**.

Elektrisches Güteverhältnis γ. So heißt das Verhältnis der äußeren zur gesamten elektrischen Leistung. Es ist also

$$\gamma = A/(Ei_A) = Pi/(Pi + V).$$

Bei modernen Maschinen von	über 10,	von 5,	von 1 kW
beträgt γ	über 90,	knapp 90,	etwa 80 %.

V. Wirkungsgrad η.

So nennt man das Verhältnis der von der Maschine gelieferten äußeren elektrischen Leistung A zu der ihr zugeführten mechanischen Leistung A_0, beide in gleichem Maße ausgedrückt; also

$$\eta = A/A_0 = Pi/A_0 .$$

1 Pferdestärke = 75 kg-Gew·m./sec = 0,736 Kilowatt (rund ³/₄).

Moderne Maschinen von	100	10	2	1	0,1 kW Leistung
haben etwa $\eta =$	über 90	85—90	80	70—75	60—70 %.

Elektrische Bestimmung der mechanischen Leistung A_0. Außer dem Verlust V durch Stromwärme (s. oben) wird eine Verlustsumme V' durch Reibung, Hysterese (S. 541) und Wirbelströme im Eisen bewirkt, und es ist

$$A_0 = Pi + V + V' .$$

Zuerst belastet man die Maschine bei normaler Geschwindigkeit (Umlaufzähler s. S. 566) mit vollem, oder halbem, viertel usw. Strom, mißt i_N und bestimmt Pi und V nach Nr. IV. Dann trennt man die Magnetwicklungen vom Anker und führt ihnen denselben Strom i_N von außen zu, wobei die Maschine nahe denselben Magnetismus erhält wie vorher. Nach Wegnahme des Antriebes wird an die Bürsten von außen allmählich eine so hohe Spannung P' angelegt, daß der Anker, nun als Motor leerlaufend, die vorige Geschwindigkeit bekommt. Dabei nehme er den Strom i' auf, so ist (von Riemendruck und Änderung der Ankerrückwirkung abgesehen) $V' = i'P' - i'^2 r_A$, worin das zweite Glied meist zu vernachlässigen ist.

Damit ist A_0 gefunden und η berechenbar.

Beispiel. Eine Nebenschlußmaschine gab bei 500 Dreh./min $P = 250$ V, $i = 212$ A, also $A = 53,0$ Kilowatt. Dabei war $i_N = 3,9$ A, also $i_A = 216$;

ferner, einschließlich Bürsten, $r_A = 0,0662\ \Theta$. Hieraus findet sich der Verlust durch Stromwärme

$V = 216^2 \cdot 0,0662 + 3,9 \cdot 250 = 3090 + 970 = 4060$ Watt (also 7,7 % von A), also das elektr. Güteverhältnis

$$\gamma = 53,0/(53,0 + 4,06) = 0,929\,.$$

Als Motor leerlaufend mit 3,9 A im Nebenschluß brauchte die Maschine, um auf 500 Dreh./min zu kommen, eine Bürstenspannung $P' = 252$ V, einen Ankerstrom $i' = 6,40$ A. Also ist

$$V' = 6,40 \cdot 252 - 6,4^2 \cdot 0,066 = 1610 \text{ Watt (d. h. } 3,0\,\% \text{ von } A)$$

und der Wirkungsgrad

$$\eta = 53,0/58,7 = 0,903\,.$$

Mechanische Messung des Arbeitsverbrauchs. Man multipliziert die Umfangsgeschwindigkeit der Riemenscheibe der Dynamomaschine mit der Differenz der Spannungen des ablaufenden und des auflaufenden Riementeils. Multiplikation mit 9,81 verwandelt die kg-Gew.m/sec in Watt. Zur Messung dient z. B. das Hefnersche oder das Fischingersche Transmissionsdynamometer. Bessere Resultate erhält man, wenn die Maschine mit dem Antriebsmotor durch eine Stahlstange direkt gekuppelt und die Verdrillung der Stahlstange gemessen wird; s. z. B. Görges, Elt. ZS 1910, 332; Vieweg, ZS Ver. D. Ing. 1913, 1227.

Messung der von einem Motor erzeugten mechanischen Leistung. Seilbremse; Pronyscher Zaum; Wirbelstrombremse. An der Peripherie einer mit dem Motor umlaufenden Scheibe vom Halbmesser r wirke eine Bremskraft k. Der Umlaufszahl N/sec entspricht dann die abgegebene mechanische Leistung $A = N \cdot 2\pi r k$. Die Bremskraft bewirkt man z. B. durch ein Seil oder Gurt; in den auflaufenden Teil des Bandes ist ein Federdynamometer eingefügt, der ablaufende Teil wird mit einem Gewicht belastet; die Differenz beider Kräfte ist gleich k.

Der Pronysche Zaum besteht aus zwei Klemmbacken, deren Druck so reguliert wird, daß die gewünschte Umlaufzahl bezw. Leistung entsteht. Das beim Umlauf auf den Zaum übertragene Drehmoment werde am Hebelarme r durch eine zu diesem senkrechte Kraft k äquilibriert, die als schwebend getragenes Gewicht oder bequemer als die Zugkraft eines Federdynamometers gegeben ist. Dann gilt die obige Formel. Das aus der Schwere des Hebelarmes entspringende Drehmoment ist balanziert oder wird, als Kraft am Arme r ausgedrückt, zu k addiert.

Ruhiger und zuverlässiger arbeiten Wirbelstrombremsen, Kupferscheiben, die mit der Motorwelle zwischen den Polen eines Elektromagnets umlaufen; das auf diesen ausgeübte Drehmoment wird durch Gewichte gemessen. Vgl. Rüdenberg, Energie der Wirbelströme usw., Stuttgart 1906. Bei größeren Leistungen werden sog. Bremsdynamo angewandt.

Umlaufzähler.

Für viele Zwecke genügt ein Zählwerk, dessen Achse während einer bestimmten Zeit mit einem Dreikantdorn an die rotierende Welle faßt.

Tachometer zeigen an einer Skale den Augenblickswert der Umlaufzahl an. Die T. im Handel benutzen das Prinzip entweder des Zentrifugalpendels oder des Kurzschlußankers im rotierenden Magnetfeld; bei letzterem hängt natürlich die Ausschlagsrichtung von der Umlaufrichtung ab. — Im Braunschen Gyrometer wirkt die Zentrifugalkraft auf eine Flüssigkeit (Glycerin) in einem Glaszylinder. Die Kuppe der ein Rotationsparaboloid bildenden Oberfläche wird an einer Teilung abgelesen. — Man eicht durch selbstregistrierende Zählwerke oder schreibende Stimmgabeln (29 a 2; s. z. B. Göpel, ZS f. Instr. 1896, 33).

Andere Tachometer beruhen auf der Messung von Tonhöhen, die bei dem Umlauf entstehen. Ähnlich läßt sich die Resonanz kleiner abgestimmter Streifen aus Uhrfederstahl verwenden, die, in einen Kamm angeordnet, auf die Welle gesetzt werden und von denen diejenige Feder in starke Schwingung gerät, deren Schwingungszahl der Umdrehungszahl der Welle am nächsten kommt. Nötigenfalls erregt man den Kamm durch ein auf die Welle gesetztes Exzenter an der Welle mechanisch oder durch Unterbrechung eines Stromes elektromagnetisch. Vgl. auch S. 575.

Über eine Anwendung des Hippschen Chronoskops (S. 116), mit schräg gestelltem Spiegel mittels Photographie s. Tuma, Phys. ZS 1908, 565.

Über die Messung des Ungleichförmigkeitsgrades einer Rotation vgl. Göpel, ZS d. Ver. D. Ing. 1900, 1359 u. 1431; Franke, Elt. ZS 1901, 887. — Über einen, die Gleichförmigkeit auf $\frac{1}{10000}$ verbürgenden Zentrifugalregulator (8, 26) s. Giebe, ZS f. Instr. 1909, 205.

120. Messungen an Wechselströmen.

Der Wechselstrom bedarf für die Begriffe Stromstärke und Spannung besonderer Definitionen. Auch die Messungen sind, erstens wegen der Veränderlichkeit des Zustandes überhaupt, zweitens aber auch wegen der zu den stromerregenden Kräften hinzutretenden E. Kraft der Induktion und wegen der Ladung der Leiter vermöge ihrer Kapazität besonders zu behandeln.

Die der Theorie am einfachsten zugängliche Form ist der Sinusvorgang, dargestellt durch $A \sin \frac{2\pi}{\tau} t$, wenn t die Zeit, τ die Dauer der Periode und A den Maximal- oder Scheitelwert einer Spannung oder einer Stromstärke bedeutet. Die Zahl n der Perioden in der Sekunde wird die Frequenz genannt, die Größe $2\pi n = \omega$ die Kreisfrequenz; also ist $n = 1/\tau$ und der Sinusvorgang

$$A \sin 2\pi n t = A \sin \omega t.$$

Sinusspannungen liefert z. B. ein Stahlmagnet, der in einer engen, hinreichend langen Spule rotiert; τ bedeutet dann seine Umlaufszeit. A hat in diesem Falle einen mit τ umgekehrt proportionalen Betrag, ist für ein bestimmtes τ also eine Konstante. Vgl. über einen Sinusinduktor F. K., Pogg. Ann. Jubelbd., 290. 1875. (Daselbst auch ein geometrischer Ausdruck der in II gegebenen Ableitung, zugleich mit Rücksicht auf eine

Kapazität in der Leitung.) — Bei Betriebsmaschinen sucht man Sinusverlauf durch angemessene Formgebung der Polflächen zu erreichen. Ankernuten bewirken Oberschwingungen.

Sehr schnelle sinusähnliche Schwingungen gibt ein Kranz aus Eisenstückchen auf der Peripherie eines Kreises, welcher rasch zwischen Magnet- oder Elektromagnetpolen umläuft, die mit Induktionsspulen bewickelt sind. Verstärkt und zugleich von Oberschwingungen gereinigt werden diese Schwingungen, wenn man zu den Induktionsspulen vom Selbstind.-Koeff. L eine solche Kondensatorkapazität C zuschaltet, daß die dem Systeme eigene (siehe II) Schwingungsperiode $2\pi\sqrt{CL}$ mit der des induzierten Stromes in Resonanz tritt. — Über derartige Maschinen für Frequenzen bis 8000 s. M. Wien, Ann. der Ph. 4, 425. 1901; Dolezalek, ZS f. Instr. 1903, 240; Hartmann-Kempf, Phys. ZS 1909, 1018. Für noch höhere Frequenzen Duddell, Ph. Mag. (6) 9, 299. 1905; Alexanderson Proc. Am. Inst. of el. Eng. 28, 655. 1909. Die Goldschmidtsche Hochfrequenzmaschine (Elt. ZS 1911, 54) benutzt eine mehrfache Frequenzwandlung in der Maschine; außerdem die nach dem von Vallauri (Elt. ZS 1911, 988) aufgestellten Prinzip gebauten Hochfrequenzmaschinen der Telefunkengesellschaft.

Vgl. ferner über die schnellen Schwingungen des elektr. Lichtbogens mit parallel dazu geschalteter Kapazität und Selbstinduktion 125.

I. Stromstärke und Spannung.

Effektive (wirksame) Stromstärke I_e oder Spannung P_e, oder auch Stromstärke (Spannung) schlechthin heißt die Wurzel aus dem zeitlichen Mittelwerte der Quadrate der Augenblicksstromstärken i, bzw. Spannungen p. Also wenn τ die Periodendauer ist

$$I_e = \left[\frac{1}{\tau}\int_0^\tau i^2 dt\right]^{\frac{1}{2}} \qquad P_e = \left[\frac{1}{\tau}\int_0^\tau p^2 dt\right]^{\frac{1}{2}}. \qquad 1.$$

Für einen Sinusvorgang, wenn also i bzw. p gleich $A \sin \frac{2\pi}{\tau} t$ ist, wird aus Gl. 1 I_e bzw. P_e gleich $A/\sqrt{2} = 0{,}707\, A$ gefunden.

Messung. Die Instrumente mit quadratischer Empfindlichkeit, Elektrodynamometer (84), Hitzdrahtstrommesser (85, 4), Elektrometer in Doppelschaltung (127, 128) geben unabhängig von der Wechselzahl und der Gestalt der Spannungskurve, direkt die „effektiven“ Größen. Strommesser mit weichem Eisen (85, 3) müssen für die verschiedenen Periodenzahlen geeicht werden; geeignete Formen des Eisens können jedoch die Differenz der Angaben für Gleich- und Wechselstrom bis hinauf zu Periodenzahlen von 50/sec auf 1 bis 2% vermindern.

Von geringerer Bedeutung ist die sog. elektrolytische Stromstärke, d. h. der mit Rücksicht auf die Richtung gebildete algebraische

Mittelwert der Augenblicksstromstärken, also $= \frac{1}{\tau}\int_0^\tau i\,dt$. Diese wird von einem gewöhnlichen Galvanometer angegeben; sie ist bei den gebräuchlichen Maschinen mit symmetrischem positiven nnd negativen Stromverlauf gleich Null.

Mittlere Stromstärke nennt man dasselbe Integral, wenn i immer als positive Größe eingesetzt wird, also ohne Rücksicht auf die Stromrichtung. Die m. Str. kann nicht direkt gemessen, aber aus der Stromkurve abgeleitet werden. Sie ist von Bedeutung für die magnetisierende Wirkung.

Scheitelstromstärke heißt der größte Wert der Augenblicksstromstärke.

Der Quotient aus Effektivwert und arithmetischem Mittelwert wird Formfaktor genannt; er ist für eine Sinuslinie 1,111, für eine flache Kurve kleiner, für eine spitze größer.

Zur Erweiterung der Meßbereiche von Strom- und Spannungsmessern werden vielfach „Meßwandler" angewandt; vgl. z. B. Orlich, Helios 18, 225. 1912.

II. Scheinwiderstand und Phasenverschiebung.

Leitung mit Selbstinduktion. Für einen unverzweigten Leiter vom Ohmschen Widerstande r und der konstanten Selbstinduktivität L (117; Anh. 28) mit sinusförmiger Endspannung von der Frequenz $n = 1/\tau$ ist, wenn wieder

$$2\pi/\tau \quad \text{oder} \quad 2\pi n = \omega$$

gesetzt wird, die eff. Stromstärke I_e durch die eff. Spannung P_e gegeben als

$$I_e = \frac{P_e}{\sqrt{r^2 + \omega^2 L^2}} = \frac{P_e}{r_e}. \qquad 2.$$

$$r_e = \sqrt{r^2 + \omega^2 L^2} \quad \text{oder} \quad = r\sqrt{1 + \omega^2 L^2/r^2} \qquad 2a.$$

heißt Scheinwiderstand (Impedanz).

Bei sehr großer Wechselzahl wird auch für einen geradlinigen guten Leiter der Scheinwiderstand größer als der Ohmsche, nämlich im Verhältnis $(1 + \frac{1}{12}\omega^2/\gamma^2 - \frac{1}{180}\omega^4/\gamma^4 \cdots) : 1$, wenn γ den Widerstand von 1 cm in CGS bedeutet (Anh. 29). Falls das Leitmaterial magnetisch ist, hat man μ/γ statt $1/\gamma$ einzuführen, wo μ die magn. Permeabilität ist; Anh. 22a. Vgl. Rayleigh, Phil. Mag, 21, 387. 1886.

In dicken Leitern bewirkt die Selbstinduktion eines Wechselstromes zugleich, daß die inneren Stromfäden gegen die äußeren abgeschwächt und verzögert werden; vgl. S. 551.

Die Stromstärke ist, wie die Spannung, sinusförmig, ihr Verlauf bleibt aber zeitlich hinter der Spannung zurück; der Be-

trag dieser Zeit im Verhältnis zur Periodendauer heißt **Phasenverschiebung**. Indem man den periodischen Vorgang als einen Umlauf auf einem Kreise auffaßt, kann man diese Verschiebung als einen Winkel ansehen, der sich zu 2π oder, wenn φ wie gewöhnlich in Bogengraden ausgedrückt wird, zu 360^0 verhält, wie die zeitliche Verschiebung zur Periodendauer. In diesem Sinne soll der „Phasenverschiebungswinkel" durch φ bezeichnet werden. Dann gilt

$$\operatorname{tg}\varphi = \omega L/r \quad \text{oder} \quad \varphi = \operatorname{arc}\operatorname{tg}(\omega L/r). \tag{3.}$$

Hiernach darf, wenn die Konstante E die **Scheitelspannung** darstellt, geschrieben werden:

$$i = \frac{E\cos\varphi}{r}\sin(\omega t - \varphi). \tag{3a}$$

Der Verschiebungswinkel φ bleibt, da $\operatorname{tg}\frac{1}{2}\pi = \infty$, stets $< \frac{1}{2}\pi$, d. h. die zeitliche Verschiebung kleiner als eine Viertelperiode.

Ableitung. Der Augenblickswert der Spannung ist dargestellt durch $p = E\sin\omega t$. Die E. K. der Selbstinduktion $-L\,\mathrm{d}i/\mathrm{d}t$ summiert sich mit p, so daß die Stromstärke i der Differentialgleichung unterliegt

$$ri = E\sin\omega t - L\,\mathrm{d}i/\mathrm{d}t. \tag{4.}$$

Dieser Gleichung entspricht der periodische Vorgang

$$i = \frac{E}{\sqrt{r^2 + \omega^2 L^2}}\sin(\omega t - \varphi), \quad \text{wo } \varphi = \operatorname{arc}\operatorname{tg}\frac{\omega L}{r}. \tag{5.}$$

Aus Gl. 5 folgt: 1. Der Strom bleibt sinusförmig (er hat ferner in der ganzen Leitung zur gleichen Zeit den gleichen Wert).

2. Der Quotient aus Spannung und Strom ist nicht r, sondern der größere sog. Scheinwiderstand

$$r_s = \sqrt{r^2 + \omega^2 L^2} \quad \text{oder auch} \quad r/\cos\varphi.$$

Also verhält sich der Scheinwiderstand zum Ohmschen

$$= 1 : \cos\varphi. \tag{6.}$$

3. Der Strom bleibt hinter der Spannung um die Zeit $\tau' = \varphi/\omega$ oder, da $\omega = 2\pi/\tau$ gesetzt wurde, um $\tau' = \tau\cdot\varphi/(2\pi)$ zurück. Also verhält sich $\varphi : 2\pi = \tau' : \tau$ oder, wenn φ in Bogengraden gemessen werden soll,

$$\varphi : 360 = \tau' : \tau.$$

Graphische Darstellung. Der zeitliche Verlauf von i und p werde durch die Höhe von Ordinaten dargestellt, wobei die Höhe für i so gewählt werden soll, daß, wenn keine Selbstinduktion vorhanden wäre, die Kurven für i und p zusammenfallen. Durch Mitwirkung

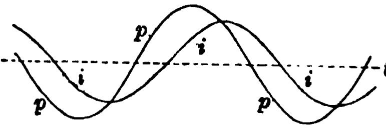


Fig. 283.

der Selbstinduktion entsteht dann nach Gl. 3a für i eine gegen p niedrigere und verschobene Kurve. Der zeitliche Vorgang ist in der Fig. 283 dargestellt.

Leitung mit Selbstinduktion und Kapazität. Ein Sinusinduktor sei nicht vollkommen leitend geschlossen, sondern durch einen Kondensator von der Kapazität c (Fig. 284); vgl. **132** u. Anh. 27. Die Leitung habe ferner den Selbstind.-K. L. Dann werden die Stromvorgänge, Phasenverschiebung φ, Scheinwiderstand r_s, eff. Stromstärke i_s durch dieselben Gl. 2 bis 3a dargestellt, sobald überall anstatt ωL eingesetzt wird $\omega L - 1/\omega c$. Also u. a

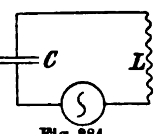


Fig. 284.

$$i_s = P_s \Big/ \sqrt{r^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega c}\right)^2}; \qquad \operatorname{tg} \varphi = \frac{1}{r}\left(\omega L - \frac{1}{\omega c}\right). \qquad 7.$$

(Alle Größen sind z. B. in elektromagn. CGS-Einheiten, oder auch i in A, p in V, r in Θ, c in „Farad", L in „Henry" zu messen.)

Ist $\omega L > 1/\omega c$, d. h. $L > 1/\omega^2 c$, so wird φ positiv, d. h. die Stromphase bleibt hinter der Phase der E. K. zurück; und umgekehrt.

Resonanz. Ist $\omega^2 = 1/Lc$, d. h. die Periodendauer τ des Vorganges $\tau = 2\pi\sqrt{Lc}$, so wird $\omega L - 1/\omega c = 0$, folglich $i = P/r$ und $\varphi = 0$; der Vorgang folgt dem Ohmschen Gesetz. Man sagt: bei der Periodendauer $\tau = 2\pi\sqrt{Lc}$ (oder der Frequenz $1/\tau$) tritt in dem Stromkreis Resonanz ein. Vgl. auch in **125** die Eigenschwingungen einer Kondensatorentladung.

Die Vorgänge, namentlich die technischen, werden durch das vorige nicht erschöpft. Denn erstens besteht die dort angenommene Konstanz des Ind.-Koeff. nicht mehr in Stromkreisen, welche Eisen magnetisieren; nur in seltenen Fällen (z. B. bei Transformatoren), wo nur mäßige Magnetisierungen vorkommen, genügen die Gleichungen der Wirklichkeit angenähert.

Ferner trifft die im vorigen angenommene Form der Kapazität im ungeschlossenen Kreise die tatsächlichen Verhältnisse selten. Man hat hier vielmehr geschlossene Kreise vor sich, mit Kapazitäten, die z. B. über aufgespulte Leiter oder Kabel der Länge nach verteilt sind, wobei u. a. der Satz von der gleichzeitigen Gleichheit der Stromstärke in der ganzen Leitung seine Gültigkeit verliert. Die Theorie behilft sich in diesen Fällen damit, daß sie Kapazitäten einführt, die in Gestalt von Kondensatoren in Nebenschaltung zu den Leitungsteilen gedacht werden. Die Kapazitäten treten dann mit den Widerständen dieser Teile und mit der Schwingungszahl multipliziert in das Resultat ein.

Bei technisch verwendeten Maschinenströmen haben diese Produkte in der Regel einen kleinen Betrag, so daß hier die Kapazitäten keine große Rolle spielen und meist nur die Induktivität in Frage kommt.

Eine übersichtliche Darstellung der einfachen Fälle, wobei die eingeschaltete Kapazität durch elektrolyt. Zersetzungszellen gebildet wird, z. B. bei K. u. Holborn, Leitvermögen der Elektrolyte S. 61 ff. Über allgemeinere Fälle vgl. die el.-techn. Lehrbücher, u. a. Ferraris, Wiss. Grundlagen der E.-T. (deutsch von Finzi), S. 248 ff.; Kittler-Petersen, Allg. E.-T., Bd. II; Arnold, Wechselstromtechnik.

Die Beziehungen zwischen Spannung, Stromstärke und Zeit (S. 570)

lassen sich noch in anderen Formen als der obigen geometrisch veranschaulichen. Fruchtbar ist z. B. die Darstellung der Periodendauer als eines Winkels von 360° und der elektrischen Größen als Radien, die also in der Periodendauer einmal umlaufen. Ein Zeitunterschied, z. B. eine Phasenverschiebung zwischen E. K. und Stromstärke tritt dann als Winkel zwischen Radien auf, der „effektive Widerstand" $\sqrt{r^2 + \omega^2 L^2}$ als Hypotenuse eines rechtwinkligen Dreiecks von den Katheten r und ωL und der Phasenverschiebung als dem an r anliegenden Winkel. Zusammenwirkende E. Kräfte lassen sich dabei nach dem Kräfteparallelogramm vereinigen. Näheres über diese vielfach gebrauchte Darstellung s. in den elektrotechnischen Lehrbüchern (vgl. oben und S. 423); ausführliches in Bedell u. Crehore; Theor. d. Wechselströme, deutsch von Bucherer. Über die Grenzen dieser Darstellungsweise s. Orlich, Theorie d. Wechselströme. Teubner 1912.

III. Stromleistung A; Leistungsfaktor.

a) In einem Leiter von der Endspannung p und der gleichzeitigen, in der Richtung der Spannung positiv gerechneten, Stromstärke i beträgt stets die in dem Zeitelement dt verrichtete Stromarbeit $ipdt$ (Anh. 30). Die Arbeit während der Zeit τ beträgt also $\int_0^\tau ipdt$, die mittlere Leistung A wird demnach, wenn τ die Dauer der Periode ist, allgemein dargestellt durch

$$A = \frac{1}{\tau}\int_0^\tau ipdt. \qquad 8.$$

b) Induktions- und kapazitätsfreier Leiter. Hier gilt einfach das Produkt aus der effektiven Stromstärke und Spannung, also

$$A = I_e P_e. \qquad 9.$$

Für Sinusvorgänge (vgl S. 567) ist also $A = \frac{1}{2} IE$, wenn I und E die Scheitelstromstärke und Scheitelspannung bedeuten.

Denn alsdann gilt $p = ri$, also nach Gl. 1 $P_e = \left[\frac{r^2}{\tau}\int_0^\tau i^2 dt\right]^{1/2}$. Dies mit $I_e = \left[\frac{1}{\tau}\int_0^\tau i^2 dt\right]^{1/2}$ multipliziert gibt $I_e P_e = \frac{r}{\tau}\int_0^\tau i^2 dt$. Denselben Wert aber erhält man durch Einsetzen von $P = ri$ in Gl. 8.

c) Leiter mit Phasenverschiebung; vgl. II. Ist φ der Phasenverschiebungswinkel, so gilt für Sinusvorgänge

$$A = I_e P_e \cdot \cos\varphi. \qquad 10.$$

Beweis. Aus $p = E\sin(2\pi/\tau)t$ und $i = I\sin[(2\pi/\tau)t - \varphi]$ erhält man

$$A = \frac{1}{\tau}\int_0^\tau ip\,dt = \frac{EI}{\tau}\int_0^\tau \sin\left(\frac{2\pi}{\tau}t - \varphi\right)\sin\frac{2\pi}{\tau}t\,dt$$

$$= \frac{EI}{\tau}\cos\varphi\int_0^\tau \sin^2\frac{2\pi}{\tau}t\,dt - \frac{EI}{\tau}\sin\varphi\int_0^\tau \cos\frac{2\pi}{\tau}t\sin\frac{2\pi}{\tau}t\,dt.$$

Das zweite Integral ist stets gleich Null; und nach Gl. 1 ist

$$I\left[\frac{1}{\tau}\int_0^\tau \sin^2\frac{2\pi}{\tau}t\,dt\right]^{1/2} = I_e, \qquad E\left[\frac{1}{\tau}\int_0^\tau \sin^2\frac{2\pi}{\tau}t\,dt\right]^{1/2} = P_e;$$

das erste Glied in der Gleichung für A ist also $= I_e P_e \cdot \cos\varphi$. Die Technik nennt $I_e \sin\varphi$ den „wattlosen Strom" und $I_e \cos\varphi$ den „Wattstrom"; der erstere bewirkt die Magnetisierung. Andere Bezeichnungsvorschläge s. Verh. d. AEF, Verh. D. Ph. Ges. 1918, 621.

Leistungsfaktor ist der Quotient aus der Leistung durch das Produkt der Effektivwerte von Strom und Spannung; für Sinusvorgänge ist er also $= \cos\varphi$.

Auch für nicht sinusförmige Ströme oder bei Anwesenheit von Eisen, wo Strom und Spannung einen unähnlichen Verlauf haben, wo also die Phasendifferenz sich nicht mehr als konstante zeitliche Verschiebung definieren läßt, schreibt die Technik trotzdem A in der Form $A = I_e P_e \cdot \cos\varphi$. Der Faktor $\cos\varphi$ ist der aus der einzelnen Messung von A, I_e und P_e sich ergebende Leistungsfaktor k (stets ≤ 1). — Auch in diesen Fällen pflegt die Technik $\operatorname{arc}\cos k$ die Phasenverschiebung zu nennen.

IV. Messung der Leistung.

1. Mit dem Leistungs- oder Effektmesser.

Das Verfahren hat die Leistung bei jeder beliebigen Phasenverschiebung zu liefern. Dies leistet das Dynamometer (84): durch eine feste, dickdrähtige Rolle (Widerstand $= r_f$) wird der Strom geleitet; die bewegliche, dünndrähtige Rolle (Widerstand $= r_b$), meist mit großem vorgeschalteten, induktionsfreien Widerstande R, wird als „Spannungszweig" an die Nutzlast r angelegt (Fig. 285). Der vorgeschaltete Widerstand R soll, damit zwischen den beiden Rollen keine zu große Spannung entstehen kann, auf der Seite von D liegen.

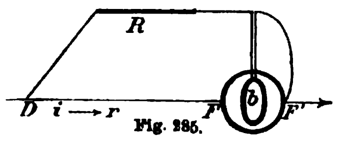


Fig. 285.

Die Eichung mit Gleichstrom erfolgt derart, daß man den Ausschlag β beobachtet, wenn die feste Spule von dem gemessenen Strom i, die bewegliche von dem gemessenen Strom i_b durch-

flossen wird. Die Größe dieser Ströme muß der Drahtdicke angepaßt werden. Dann ist $C = ii_b/\beta$ die dynamometrische Konstante und $A = C(R + r_b)$ die Konstante für das Wattmeter, d. h.

$$A = A \cdot \alpha.$$

Korrektionen. a) Die als $r_f i_s^2$ zu berechnende kleine Leistung in der Stromspule ist von der ganzen gemessenen Leistung abzurechnen.

b) Wegen der Selbstinduktion in der Spannungsspule bleibt eine kleine Phasendifferenz ϑ zwischen Spannung DF' und Strom i_b, gegeben durch $\operatorname{tg}\vartheta = \omega L_b/(R + r_b)$, bei den üblichen Instrumenten zwischen 0,001 und 0,01. Deswegen sind die Angaben des L.-M., wenn zwischen Hauptstrom i und der Spannung die Ph.-Diff. φ' besteht, mit $(1 + \vartheta^2)/(1 + \vartheta \operatorname{tg}\varphi')$ zu multiplizieren. Streng gilt dies nur für Sinusvorgänge, es bleibt aber bis auf kleine Beträge (z. B. von einigen Zehntausendteln) praktisch richtig.

H. F. Weber, Bericht über die el. Ausstellung Frankfurt, II, S. 43 ff. 1891.

Technische Leistungsmesser (Wattmeter).

Wattwage (Lord Kelvin). Fig. 286 stellt die Anordnung, eine Kombination zweier Rayleighscher Stromwagen (84 III) an einer Laufgewichtwage, schematisch dar. Alle Spulen liegen horizontal, die Spannungsspulen E — in Wirklichkeit mit zahlreichen Windungen — auf einem Wagebalken, der, vermöge seiner Aufhängung an seinen Zuleitungen, weichen Kupferdrahtbändern, vertikal drehbar ist. Diese Spulen werden, um eine Einwirkung des Erdmagnetismus usw. auszuschließen, von dem Spannungsstrom entgegengerichtet durchflossen.

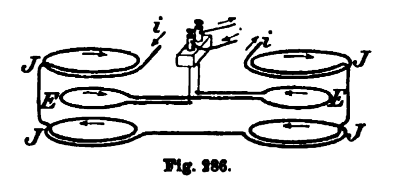


Fig. 286.

Die Stromrichtung in den vier Stromspulen J ist derart, daß die eine Spannungsspule nach oben, die andere nach unten gezogen und gestoßen wird. Das hieraus entstehende Drehmoment ist der Leistung proportional; es wird durch eine — nicht gezeichnete — Reiterverschiebung auf einer Skale gemessen, deren Teilung gleich die L. angibt. — Die Stromspulen haben an Instrumenten für große Stromstärken wenige Windungen und umgekehrt.

Durch Hintereinanderschalten von allen sechs Spulen entsteht ein dynamometrischer Strommesser. — Über verschiedene Ausführungen s. Katalog von J. White, Glasgow.

Am weitesten verbreitet sind neuerdings Leistungsmesser mit drehbaren Spannungsspulen, die in Spitzen gelagert sind, und mit Zeiger und Skale, äußerlich ähnlich den direkt zeigenden Drehspulapparaten (Siemens & Halske, Hartmann & Braun, A. E. G., Weston Ges.).

Als Fehlerquelle ist bei sehr dicken Leitungen der Stromspulen und raschem Stromwechsel namentlich das durch die Selbstinduktion bewirkte Herausdrängen der Ströme aus den inneren Leitungsteilen zu beachten. Abhilfe schafft geeignetes Unterteilen der Leiter.

2. Durch Messung von Strom und Spannung; s. I u. III.

a) In einer induktionsfreien Leitung (Glühlampen) gilt (vgl. auch c)

$$A = I_e P_e.$$

b) Mit Selbstinduktion kommt der Faktor $\cos\varphi$ hinzu (vgl. III c), also muß, um die Leistung aus Strom und Spannung zu ermitteln, außerdem die Verschiebung φ bestimmt werden; vgl. auch VI.

c) Ist in der Leitung kein Eisen (keine Hysterese) und auch keine fremde E. K. (z. B. Polarisation in Zersetzungszellen) oder Wirbelstrom vorhanden, so findet nur Energieumsatz in Joulesche Wärme des Nutzwiderstandes r statt, dann ist A also, auch wenn Selbstinduktion und Phasenverschiebung besteht, durch Stromstärke und Widerstand gegeben: $A = I_e^2 r$.

Messung der Phasenverschiebung φ. Messung von A mit dem Leistungsmesser (IV 1) und gleichzeitig von I_e und P_e ergibt den Leistungsfaktor $k = A/(I_e P_e)$, also $\varphi = \arccos k$.

Über einen Phasenmesser s. Bruger, Phys. ZS 4, 881. 1903. Vgl. auch VI.

Die fruchtbare Anwendung elektrometrischer Methoden auf die Messung von Stromleistungen s. in **130** III.

V. Bestimmung der Periodenzahl.

Hierzu dienen u. a. folgende Mittel.

1. Resonanz; in der Technik am häufigsten gebraucht. Der Wechselstrom durchfließe einen Elektromagnet mit vorgesetzter eiserner Feder, die zum Mitschwingen angeregt wird. Die Feder wird durch Verkürzen usw. auf maximales Mitschwingen abgestimmt und nun z. B. stroboskopisch beobachtet (57, 3 u. 5). — Oder es ist eine größere Anzahl von Federn bekannter, abgestufter Schwingungsdauern vorhanden, von denen man diejenige aussucht, die von dem Elektromagnet am stärksten erregt wird. Vgl. auch S. 566. Auf elektrischer Resonanz beruhend: s. Martienssen, Elt. ZS 1910, 204.

2. Ein phonisches Rad (57, 7) wird durch den Wechselstrom in Bewegung erhalten.

3. Chemisch präpariertes Papier, welches durch den Strom gefärbt wird, schiebt sich unter einem Stromkontakt und unter einer schreibenden Stimmgabel fort (Janet; vgl. 57, 1).

4. Die Wechselspannung wird mittels einer fortschreitenden Spitze auf einen Harzkuchen übertragen und nachher durch Lichtenbergsche Bestäubung sichtbar gemacht.

5. Sinusströme kann man, ganz oder teilweise, durch eine Rolle mit bekannter Selbstinduktion leiten und durch den Vergleich des Scheinwiderstandes (II) mit dem Ohmschen die Frequenz bestimmen.

6. Schnell wechselnde Zustände können auf ein Telephon übertragen und nach der gehörten Tonhöhe beurteilt werden oder nach Luftwellen, die man mittels Telephons nach 56 I oder II in einer Röhre erregt und mißt.

7. Durch Erregung kapillarer Wellen; für hohe Spannungen. Man führt letztere zweien Elektroden in Wasser oder Terpentinöl zu, etwa einer kreiszylindrischen, an die Wand einer Glasschale angedrückten, und einer Drahtspitze in deren Mittelpunkt, und mißt die Länge der entstehenden Oberflächenwellen; vgl. 58 IV.

8. Die Frequenz einer Wechselstrommaschine ergibt sich als $np/60$. n Umlaufszahl/min. p Zahl der Polpaare.

9. Über einen auf Hysteresiswärme gegründeten Frequenzmesser s. Hiatt, Phys. Rev. 29, 432. 1909.

Literatur u. a.: Zu 1.: Stöckhardt, Elt. ZS 1899, 873; besonders Kempf-Hartmann, ebd. 1901, 9, ebd. auch Lit.; ferner Phys. ZS 1910, 1133. Ähnlich Frahm, Elt. ZS 1905, 264; 1906, 557; auch ZS f. Instr. 1906, 320. — Zu 4: W. König, Wied. Ann. 67, 533. 1899; vgl. auch v. Bezold, Pogg. Ann. 140, 145. 1870. — Zu 6: K. E. F. Schmidt, Ann. d. Phys. 7, 225. 1902. — Zu 7: H. Schultze, Elt. ZS 1907, 557.

VI. Bestimmung einer Spannungs- oder Stromkurve.

Vgl Orlich, Aufnahme u. Analyse von Wechselstr.-Kurven; Brschw. 1906.

a) Augenblickskontakt; für Maschinen. Mit der Welle läuft eine Scheibe (Joubertsche Scheibe) um, deren Peripherie einen leitenden Kontakt mit sich führt. Dieser sei z. B. mit dem einen Maschinenpol dauernd verbunden, so daß er die augenblickliche Spannung dieses Pols hat. Der Kontakt berührt bei jedem Umlauf eine feststehende, aber mit einem konzentrischen Teilkreise längs der Peripherie der Scheibe einstellbare Feder in einer durch ihre Einstellung bestimmten Phase des Umlaufs.

Mit dieser Feder und andrerseits dem zweiten Maschinenpole seien die Pole eines Elektrometers oder Galvanometers verbunden. Dem Meßinstrument sei ein Kondensator geeigneter Größe parallel geschaltet. Der Ausschlag zeigt die Spannung an dem gewählten Punkte an; die Spannungskurve konstruiert man aus einer Anzahl solcher Bestimmungen.

Die Stromkurve wird erhalten, wenn die beschriebene Kontaktleitung statt an die Maschinenpole an einen induktionsfreien Teil der Stromleitung von bekanntem Widerstande gelegt ist. — Gleichzeitig aufgenommene Spannungs- und Stromkurven geben die Phasenverschiebung (120 II).

Kurvenindikatoren, welche die Ausschläge des Galvanometers usw. auf einen Zylinder projizieren, der mit der Kontaktfeder gleichzeitig um denselben Winkel verstellt wird, z. B. von R. Franke, Hospitalier, Rosa und Callendar, Goldschmidt u. Ryan, Blondel u. Ragonot.

Über elektrische Wellenmesser s. **125** V 1d.

b) Oszillograph, Rheograph. Mittels eines Galvanometers von sehr kurzer Eigenschwingungsdauer (bei S. & H. etwa $^1/_{6000}$ sec) wird der augenblickliche Stromzustand ohne merkliche Verzögerung wiedergegeben. Der zeichnende Lichtstrahl erhält durch einen oszillierenden Spiegel oder mittels eines vor einem vertikalen Glühlampenfaden bewegten Horizontalspaltes zugleich eine Vertikalschwingung; die Kurve wird hierdurch zusammenhängend sichtbar gemacht. Blondel 1893. 1899; Duddell, Abraham 1897: Kompensation der Trägheit durch Induktion. S. z. B. Blondel, Rapports au Congrès internat. III, 264. 1900. Edelmann: mit Saitengalvanometer. — S. auch Preisverzeichnisse z. B. von Carpentier, Siemens & Halske, Cambridge Sc. Instr. Co.

c) Die chemische Bestimmung der Periodendauer (V 3) läßt sich in geeigneter Weise zur Aufnahme von Kurven verwenden; Janet; Blondel.

d) Abgelenkte Kathodenstrahlen (Braunsche Röhre); vgl. **124** I. Die Strahlen treffen, durch ein Diaphragma eingegrenzt, einen der Kathode im Rohre gegenüberliegenden fluoreszierenden Schirm. Der zu untersuchende Strom durchfließt eine neben dem Diaphragma angebrachte kleine elektromagnetische „Indikatorspule“ und lenkt dadurch den Lichtfleck, der Stromstärke proportional, ab. Man beobachtet im rotierenden Spiegel (**29a**) oder mittels einer zweiten, zur ersteren senkrecht stehenden Spule, die ein Strom durchfließt, dessen Stärke in jeder Periode von Null an gleichmäßig wächst. Auch die elektrostatische Ablenkung durch zwei Kondensatorplatten in der Röhre kann benutzt werden.

e) Glimmlichtoszillograph für hochgespannte Wechselströme. Das negative Glimmlicht an gestreckten Drahtelektroden einer Geißlerschen Röhre wird im rotierenden Spiegel beobachtet. Unter der Voraussetzung, daß die Länge des Glimmlichtes der Stromstärke proportional ist (Wilson), stellt die Umgrenzungskurve des Bildes die Stromkurve dar. Gehrcke, Verh. D. Phys. Ges. 1904, 176; 1905, 63.

d) und e) lassen sich für Frequenzen von vielen Tausenden benutzen.

f) Experimentelle Zerlegung in harmonische (Sinus-)Schwingungen. Nach der Fourierschen Reihe drückt man einen periodischen Strom I von der Hauptperiode τ aus, wenn wieder $\omega = 2\pi/\tau$ ist:*

$$I = I_0 + I_1 \sin(\omega t + \varphi_1) + I_2 \sin(2\omega t + \varphi_2) + I_3 \sin(3\omega t + \varphi_3) + \cdots. \quad 11.$$

Verlaufen, wie gewöhnlich, die beiden Halbwellen zu Null symmetrisch, so sind I_0, I_2, $I_4 \ldots$ gleich Null.

Die Konstanten I_n und φ_n der Reihe lassen sich mit dem Dynamometer bestimmen, wenn die eine Rolle von dem zu analysierenden Strom, die andere von Sinusströmen der Periode τ bzw. $\frac{1}{2}\tau$, $\frac{1}{3}\tau$ usw. durchflossen wird (Des Coudres).

Oder man untersucht die relative Stärke, in welcher die Teilschwingungen 1 (2) 3 (4) 5 ... vertreten sind, indem man nach und nach Resonanzkreise (S. 571 u. 125) anlegt, die auf diese Schwingungszahlen abgestimmt sind (Pupin u. Armagnat). — Vgl. Orlich, a. a. O., S. 66 ff.

Zerlegung einer gegebenen Kurve in harmonische Schwingungen: Gl. 11 läßt sich in der Gestalt schreiben:

$$I = I_0 + A_1 \sin \omega t + A_2 \sin 2\omega t + \cdots + B_1 \cos \omega t + B_2 \cos 2\omega t + \cdots. \quad 12.$$

Vorausgesetzt werde, daß die beiden Halbwellen spiegelbildlich kongruent sind, daß also $I_0 A_2 A_4 \ldots B_2 B_4 \ldots = 0$ werden. Um die Konstanten zu ermitteln, messe man die Ordinaten $y_1 y_2 \ldots y_{12} = y_0$ an den 12 Endpunkten der 12 gleichen Teile einer Halbwellenabszisse und bezeichne

$$p_1 = \tfrac{1}{2}(y_1 + y_{11}),\ p_2 = \tfrac{1}{2}(y_2 + y_{10}), \ldots,\ p_6 = y_6$$

$$q_1 = \tfrac{1}{2}(y_5 - y_7),\quad q_2 = \tfrac{1}{2}(y_4 - y_8),\ \ldots,\ q_6 = -y_{12}.$$

Nennt man zur Abkürzung $0{,}086\,p_1 = h_1$, $0{,}236\,p_1 = h'_1$, $0{,}322\,p_1 = h''_1$, ferner $\frac{1}{6}p_2 = h_2$, $\frac{1}{3}p_2 = h'_2$, dann $0{,}236\,p_3 = h_3$ und $0{,}289\,p_4 = h_4$, endlich $0{,}322\,p_5 = h_5$, $0{,}236\,p_5 = h'_5$, $0{,}086\,p_5 = h''_5$ und $\frac{1}{6}p_6 = h_6$, so findet sich

$$A_1 = h_1 + h_2 + h_3 + h_4 + h_5 + h_6 \qquad A_7 = h''_1 - h_2 - h_3 + h_4 + h''_5 - h_6$$

$$A_3 = h'_1 + h'_2 + h_3 \qquad - h'_5 - h_6 \qquad A_9 = h'_1 - h'_2 + h_3 \qquad - h'_5 + h_6$$

$$A_5 = h''_1 + h_2 - h_3 - h_4 + h''_5 + h_6 \qquad A_{11} = h_1 - h_2 + h_3 - h_4 + h_5 - h_6.$$

Führt man in diese Ausdrücke an Stelle der p die entsprechenden q ein, so erhält man

$$B_1,\ -B_3,\ B_5,\ -B_7,\ B_9,\ -B_{11}.$$

(Vgl. Runge, ZS f. Math. u. Phys. 48, 443. 1903 und Elt. ZS 1905, 247.) Rechnungsformulare für diese Methode bei Vieweg & Sohn, Braunschweig.

Will man nur wissen, ob die Oberschwingung einer bestimmten Ordnungszahl m in der Kurve enthalten ist, so teilt man eine Periode $(0 \ldots \tau)$ in m Teile und entnimmt die zugehörigen Ordinaten, dann ist ihre Summe gleich $m\,(B_m + B_{3m} + \cdots)$. Wiederholt man dasselbe Verfahren für den Abszissenabschnitt $\tau/4 \ldots 5\tau/4$, so ergibt die entsprechende Summe

$$(-1)^{(m-1)/2}\,(A_m - A_{3m} + \cdots).$$

Haben A_{3m}, $B_{3m} \ldots$ nennenswerte Größen, so muß das Verfahren für die Unterteilung $3m \ldots$ wiederholt werden. Meist ist das nicht nötig. Vgl. Fischer-Hinnen Elt. ZS 1901, 396.

Über andere Rechnungsmethoden und über mechanische „harmonische Analysatoren" (W. Thomson, Wiechert u. Sommerfeld, Henrici, Sharp, Yule, Le Conte, Michelson u. Stratton, Terada) s. Orlich a. a. O., S. 90 u. 114; Galle, Die mathematischen Instrumente, Teubner 1912.

Solche Analysen sind für periodische Vorgänge aller Arten wichtig, u. a. für elastische Schwingungen, etwa in Akustik und Optik, wo sie die einzelnen in dem Wellenzuge enthaltenen Töne oder Farben erkennen lassen. Ferner für meteorologische Erscheinungen von jährlicher, täglicher oder anderer Periode, wie Temperatur, Luftdruck, Ebbe und Flut.

Über „Wechselstromgleichrichter" s. 121 am Schluß.

121. Wechselstrom-Dynamomaschinen.

Man unterscheidet Ein- und Mehrphasenmaschinen, die letzteren entweder 2phasig, d. h. mit zwei um $\frac{1}{4}$ Periode (90°), oder meist 3phasig, d. h. mit drei um je $\frac{1}{3}$ Periode (120°) gegeneinander verschobenen Strömen; vgl.

weiter unten Drehstrommaschinen. Als Motoren sind sie anwendbar, wenn sie durch einen Hilfsmotor auf die Umlaufszahl des Wechselfeldes gebracht werden; „Synchronmotoren". Bei Asynchronmotoren ist die Geschw. des Ankers kleiner als die des Drehfeldes, so daß in geeigneten Wicklungen Induktionsströme entstehen; sie laufen ohne besondere Hilfsmittel unter Last an und eignen sich namentlich für Mehrphasenströme. — Kollektormotoren, aus den Hauptstrommotoren für Gleichstrom abgeleitet, zeichnen sich dadurch aus, daß sie für Einphasenstrom geeignet sind, unter Last anlaufen, und daß ihre Tourenzahl regulierbar ist.

Für Lichtzwecke ist eine Frequenz kleiner als 50 störend; für Kraftzwecke wählt man am besten 15 bis 25.

Die mit Maschinen — bei ruhenden Ankerspulen und umlaufenden Systemen der durch Gleichstrom erregten Feldmagnete — direkt erzeugte Spannung pflegt 20000 V nicht zu übersteigen; weitere Steigerung liefern, mit wenigen Prozenten Verlust, die Transformatoren (122) (ausgeführt bis 500000 V).

Die hohe Spannung, verbunden mit der Hinauf- und Herabtransformierbarkeit verleiht dem Wechselstrom seine Bedeutung bei der Fernübertragung großer Leistungen, wozu der Gleichstrom, dessen Spannung man wegen Isolationsschwierigkeiten am Kollektor im Betriebe nicht gern viel über 1000 V steigert, sich nicht eignet, weil er entweder große Kupfermassen zur Leitung bedarf oder große Spannungsverluste erleidet.

Messungen. Über Definitionen, Gesetze und Methoden vgl. 120.

I. Stromstärke und Widerstand; vgl. 120 I u. II.

II. Effektive elektromotorische Kraft E_e. Über Messung der Klemmspannung P_e s. 120 I. — Es werde so, wie dort, wenn n die Periodenzahl/sec bedeutet, $\omega = 2\pi n$ bezeichnet.

Der Spannungsverlust im Anker vom Widerstande r_A beträgt $v_e = I_e\sqrt{r_A^2 + \omega^2 L_A^2}$; die innere Verzögerung φ_A der Stromstärke gegen den Spannungsverlust ist gegeben durch $\operatorname{tg}\varphi_A = \omega L_A/r_A$. Ferner bedeute φ die äußere Verzögerung von I gegen P (vgl. 120 II). Für die ganze E. K. gilt dann

$$E_e^2 = P_e^2 + v_e^2 + 2P_e v_e \cos(\varphi_A - \varphi)\,.$$

Die Formel setzt Sinusströme voraus.

III. Leistung. Über die Messung s. 120 IV. Die ganze äußere Leistung wird gemessen, indem man die Maschine mit ihren Polen bei D und F' an den Leistungsmesser (Fig. 285 S. 578) anschließt. Die kleine Leistung $P_e^2/(R + r_b)$ in der Spannungsspule addiert man zu der gemessenen Stromleistung.

IV. Der Wirkungsgrad einer Wechselstrommaschine ergibt sich auf analogem, elektrischem Wege wie bei der Gleichstrommaschine unter 119 V. Die gesamten Verluste im Erregerstromkreise sind eventuell einzurechnen.

Drehstrommaschine. Die Drehstrommaschine unterscheidet sich von der Einphasen-Wechselstrommaschine wesentlich dadurch, daß sie im Anker drei gleiche voneinander unabhängige Systeme von Wechselstromspulen

besitzt, welche gegenüber den Feldmagneten räumlich so verteilt sind, daß die erzeugten Kurven der elektromotorischen Kräfte einen gegenseitigen Phasenabstand von 120° haben. Aufzeichnung der Sinuskurven oder einfache mathematische Ableitung ergibt, daß die Summe der drei Augenblickswerte der elektromotorischen Kräfte jederzeit Null ist. Sind in den drei Phasen die Belastungen einander gleich (symmetrische Belastung), so sind auch die drei Ströme gleich und die Stromkurven sind gegen ihre zugehörigen Spannungskurven um die gleichen Phasenwinkel verschoben, haben daher untereinander eine Phasendifferenz von 120°; die algebraische Summe der Augenblickswerte der Ströme ist dann ebenfalls jederzeit Null.

Daher kann man bei symmetrischer Belastung die drei Wechselströme in drei Leitungen schicken, denn jederzeit führt eine der Leitungen an Strom zur Maschine zurück, was die beiden anderen zum Verbrauchsort hinaussenden. Die Zusammenschaltung der drei Systeme von Anker- (oder Transformator-)Spulen bei A kann

a) in Sternschaltung oder b) in Dreieckschaltung

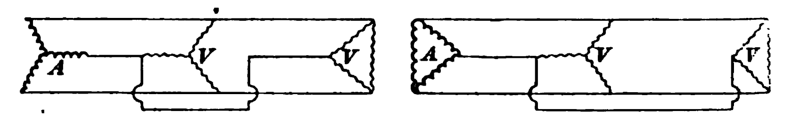


Fig. 287.

geschehen. Zugleich kann der Verbrauch an den Stellen V beliebig in Sternschaltung oder in Dreieckschaltung erfolgen. (Bei Maschinen vermeidet man die letztere, weil sie im Innern der Maschine starke Ströme der 3ten, 9ten . . . Oberwelle bewirken kann.)

Sind P_p (Phasenspannung) und I_p (Phasenstrom) die effektive Spannung und Stromstärke in jedem Spulensystem (Phase) des Ankers, ferner P_l (Leitungsspannung) und I_l (Leitungsstrom) die betreffenden Werte zwischen bzw. in den Leitungen, so gilt für Sternschaltung $I_l = I_p$ und $P_l = \sqrt{3} \cdot P_p = 1{,}73\, P_p$ und entsprechend für Dreieckschaltung $P_l = P_p$ und $I_l = \sqrt{3} \cdot I_p$. Bei nicht sinusförmigen Kurven ist für $\sqrt{3}$ einzusetzen $f\sqrt{3}$, wo der Faktor $f < 1$ ist.

Bei symmetrischer Phasenverschiebung φ zwischen Strom und Spannung ist die Leistung in jeder Phase $A_p = P_p I_p \cos\varphi$, daher die Leistung aller drei Phasen für beide Schaltungen

$$A_M = 3\, P_p I_p \cos\varphi = \frac{3}{\sqrt{3}} P_l I_l \cos\varphi = \sqrt{3} \cdot P_l I_l \cos\varphi\,.$$

Für symmetrische Belastung ergibt bei Einschaltung eines Leistungsmessers dessen Ablesung $(P_l I_l \cos\varphi)$ multipliziert mit $\sqrt{3}$ die Leistung am Orte der Messung. Wird gleichzeitig noch P_l und I_l gemessen, so kann daraus die Phasenverschiebung φ abgeleitet werden.

Leistungen, die unsymmetrisch verteilt sind, können stets mit zwei Leistungsmessern bestimmt werden, deren Stromspulen in zwei Leitungen mit I eingeschaltet sind, während die Spannungskreise zwischen diese beiden Leitungen und die dritte Leitung zu legen sind.

Wechselstromgleichrichtung. Ein übersichtliches Mittel besteht darin, zu der Wechselstrommaschine als Motor eine Gleichstrommaschine auf derselben Welle zu koppeln. — Ferner können Wechselstrom-Kommutatormaschinen Gleichstrom liefern, wenn man von ihren drei Teilen, Feld, Anker und Bürsten, einen festhält und die beiden anderen mit entgegengesetzt gleicher Geschwindigkeit rotieren läßt.

Die „Gleichrichter" beruhen darauf, daß sie, an eine Wechselstromquelle angeschlossen, nur oder vorwiegend die Ströme der einen Richtung durchlassen. So ist die bekannte kurze Luftstrecke im Entladungskreise eines Induktoriums, die nur den Öffnungsstrom durchläßt, ein einfacher Gleichrichter.

Elektrolytische Gleichrichter. Manche Metalle äußern als Elektroden namentlich in alkalischer Lösung eine „Ventilwirkung" der Art, daß sie wesentlich nur die Stromrichtung durchlassen, für welche sie Kathode sind, indem sie als Anode sich mit einer teilweise gasförmigen Haut überziehen, die die Spannung stark herabsetzt. Am längsten bekannt ist Aluminium, bis etwa 600 V, ebenso Sb oder Bi. Noch wirksamer Ta, Nb, bis etwa 1000 V.

Als zweite Elektrode wählt man Blei oder Platin. Schaltungen, um beide Stromrichtungen auszunutzen, z. B. bei Graetz, Wied. Ann. 62, 323. 1897. — Über Aluminium und andere Metalle, auch Lit., G. Schulze, Ann. d. Ph. 21, 929. 1906 bis 26, 372. 1908; zusammenfassend auch ZS f. Elch. 1908, 333.

Quecksilberlichtbogen; sicherer und für hohe Spannungen brauchbar. Zwischen Quecksilber und einer festen Elektrode im Vakuum kommt ebenfalls ein Strom wesentlich nur dann zustande, wenn ersteres die Kathode bildet. Die Fig. 288 zeigt eine Schaltung für Akkumulatorenladung. Die Leitungen I und II, die den Wechselstrom zuleiten, führen zu zwei Platinanoden A', A''; die Nutzleitung B (Akkumulatorenbatterie) ist einerseits mit dem Quecksilber K, andrerseits mit I und II durch zwei induktive Widerstände verbunden, deren Extraströme beim Verschwinden einer Wechselstromkomponente den Lichtbogen unterhalten. Vgl. Polak, Ann. d. Ph. 19, 217. 1906; Elt. ZS 1907, 733; G. Schulze, ebd. 1909, 295 u. 373. Neuerdings werden diese Gleichrichter auch für sehr große Leistungen hergestellt; Schäfer, Elt. ZS 1912, 1164. Bezugsquelle: Westinghouse Ges., Hartmann & Braun, A. E. G.

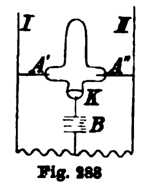


Fig. 288

Glühende Oxydkathode im Vakuum (Wehnelt). Die grundlegende Eigenschaft ist dieselbe wie im vorigen. Das Oxyd eines Erdalkalimetalls ist auf ein dünnes Pt-, besser Ir-Blech aufgetragen, das durch eine Nebenbatterie geheizt wird (vgl. S. 585). Wehnelt, Ann. d. Ph. 19. 138. 1906.

122. Transformatoren.

Der Transformator setzt eine Wechselstromleistung von hoher in Leistung von niederer Spannung um oder umgekehrt. Das Mittel hierzu ist die Wechselinduktion zwischen Spulen verschiedener Windungszahl, für

technische Zwecke meist verstärkt durch gleichzeitige Magnetisierung lamellaren Eisens. Formen von Transformatoren sind das Neeffsche oder das Rühmkorffsche Induktorium, auch der Teslatransf. Die modernen, eisengeschlossenen Transf. besitzen einen vielmal höheren Wirkungsgrad; vgl. III.

Transformatoren mit genau bekanntem Übersetzungsverhältnis werden als Spannungswandler zur Messung hoher Spannungen und als Stromwandler zur Messung großer Ströme gebraucht, vgl. **120** I.

I. Induzierte elektromotorische Kraft. Es seien r_1, r_2 die Ohmschen Widerstände, P_1, P_2 und I_1, I_2 die effektiven Klemmspannungen und Stromstärken (d. h. die in **120** I mit P_e und I_e bezeichneten Größen) in beiden Wicklungen, ferner A_1 die den Primärklemmen zu-, A_2 die von den Sekundärklemmen abgeführte Leistung (**120** III u. IV), endlich E_1, E_2 die zusammen durch die Oszillationen des Magnetismus und der Ströme durch gegenseitige und Selbstinduktion primär und sekundär induzierten (effektiven) E. Kräfte.

Bei modernen Transformatoren mit geringen Verlusten sind die E und P bezüglich nahe gleich und es gilt für ihre kleinen Unterschiede, von der Stromform unabhängig, bei erheblicher induktionsfreier Belastung und daher kleiner Phasenverschiebung nahe die Beziehung

$$P_1 - E_1 = r_1 A_1 / P_1 \,; \quad E_2 - P_2 = r_2 A_2 / P_2 \,.$$

Danach lassen sich E_1 und E_2 bestimmen, da die übrigen Größen, z. B. P und A, nach **120** I u. IV zu messen sind.

II. Übersetzungsverhältnis P_2/P_1. P_2/P_1 ist nahe gleich E_2/E_1 und dies sehr nahe gleich dem Verhältnis der Windungszahlen. Zur Messung dienen zwei Wechselspannungsmesser (**120** I).

Bei konstantem P_1 nimmt P_2 vom Leerlauf bis zur Vollbelastung (vgl. die obige Formel) nur sehr wenig ab, z. B. bei Transformatoren für mehr als 2 Kilowatt Leistung um 2 bis 3 %.

III. Wirkungsgrad A_2/A_1. Wegen des Energieverlustes durch magn. Hysterese, durch die in zusammenhängenden Metallmassen induzierten Wirbelströme und endlich durch die Stromwärme ist A_2 stets kleiner als A_1. Das Verhältnis A_2/A_1 wird, ähnlich wie unter **119** V angegeben, folgendermaßen durch eine Verlustbestimmung ermittelt.

Man vergleicht mit der durch Konstruktion des Transformators bedingten normalen Leistung A_2 die mit dem Leistungsmesser bestimmte Leistung A', welche in die Primärwicklung bei normalem P_1 und offenem Sekundärkreise hineinfließt. Indem man bei diesem Leerlaufversuch die Spannung P_1 (oder strenger das hiervon wenig verschiedene E_1; vgl. die Formeln unter I) ebenso hoch hält wie bei dem Normalbetrieb, so ist die Magnetisierung, also auch der Hysteresis- und Wirbelstromverlust V', in beiden Fällen gleich. A' liefert, ev. um das sehr kleine $r_1 i_1'^2$ vermindert, dieses V'. Zu V' kommt der für Normalbetrieb zu ermittelnde Verlust durch Stromwärme $V = i_1^2 r_1 + i_2^2 r_2$ (vgl. **119** V).

Der gesamte aus diesen vier Größen bestehende Transformatorenverlust beträgt bei modernen Apparaten

für eine Leistung >20 von 5 von 1 Kilowatt
weniger als 3 %, etwa 5 %, etwa 8 %.

Der durch die Phasenverschiebung φ zwischen Spannung und Stromstärke bestimmte Leistungsfaktor der in die Primärwicklung eingeführten Energie (vgl. **120** III c) ist bei Vollbelastung kaum von 1 verschieden, da alsdann diese Phasenverschiebung sehr klein ist. Er sinkt mit Abnahme der Belastung zunächst langsam, dann schneller bis auf etwa 0,6 bei Leerlauf (für die jetzt gebrauchten eisengeschlossenen Typen).

IV. Phasenverschiebung φ. Gemessen seien die (effektive) Klemmspannung P, Stromstärke I und Leistung A. Die Phasenverschiebung ist gegeben durch $\cos\varphi = A/(PI)$; vgl. **120** III c.

Die Phasen von Primär- und Sekundärstrom sind bei Vollbelastung für einen modernen Transformator, auf gleiche Richtung im Raum bezogen, fast genau entgegengesetzt.

Auf Drehstromtransformatoren findet das unter S. 580 Gesagte sinngemäße Anwendung.

Vgl. z. B. Arnold, Wechselstromtechnik; Kittler-Petersen, allg. Elektrotechnik u. a.

123. Elektrische Lampen.

Vgl. auch **72**, namentlich Nr. **6a** und S. 363 mittlere räumliche Lichtstärke. Ferner Liebenthal, Prakt. Photometrie, S. 328 ff. 1907.

Glühlampen. In der Praxis ist es gebräuchlich, die horizontalen Lichtstärken nach drei um je 120° auseinander liegenden Richtungen zu messen, von denen die eine senkrecht zur Verbindungslinie der Enden des Kohlefadens liegt, und zwar mit Hilfe von Spiegelung gleich das Mittel aus den drei Lichtstärken herzustellen.

Hierzu dienen (Fig. 289) zwei um 120° gegeneinander geneigte Spiegel. In einem festen Punkte C ihrer Mittellinie (90 mm vor der Kante) wechselt man die zu messende Lampe mit einer Normallampe aus und photometriert

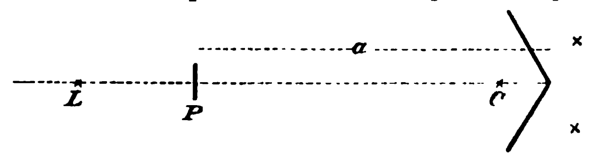


Fig. 289.

beide einschließlich ihrer Spiegelbilder aus einem großen Abstande gegen ein konstantes Hilfslicht L. Der Abstand a vom Photometer P wird dabei von der Kante des Winkelspiegels gezählt, in welcher der Schwerpunkt der drei Lichter liegt. — Vgl. Liebenthal, S. 332.

Dieses Verfahren, bei dem streng noch der Schwächungskoeffizient der Spiegel (etwa 0,93 an guter Versilberung) in Rechnung gezogen werden müßte, genügt praktischen Zwecken. Es ist dabei gebräuchlich, die Öffnung des Glühfadens senkrecht zur Mittellinie zu stellen.

Bogenlampen lassen sich nicht wohl unmittelbar mit der Hefnerlampe vergleichen. Als Zwischenglied dient z. B. eine hochkerzige Glühlampe. Vgl. S. 363. Bei Messungen nach verschiedenen Richtungen benutzt man wohl einen um 45° gegen die Photometerbank geneigten, um eine der Bank parallele Achse drehbaren Spiegel; die Abschwächung bei der Reflexion wird für den Spiegel ein für allemal besonders bestimmt. Direkter ist die Anwendung eines in beliebiger Richtung einstellbaren Photometers; vgl. z. B. 72, 5.

Die vollständige Untersuchung besteht in gleichzeitiger Messung der Lichtstärke und des Energieverbrauchs, der bei Gleichstrom als Spannung × Stromstärke, bei Wechselstrom durch die in **120** IV behandelte Leistung bestimmt wird.

Je höher die Temperatur, um so geringer ist der Energieverbrauch pro Lichteinheit, um so geringer aber auch die Lebensdauer des Glühfadens. Die normale Spannung muß daher sehr nahe innegehalten werden. 1% Änderung der Spannung bewirkt bei Kohlefäden 6 bis 7% Änderung der Lichtstärke, bei metallischen Fäden erheblich weniger. — Unter normalen Bedingungen gilt als Verbrauch in Watt auf 1 HK mittl. räuml. Lichtstärke ungefähr (nach Warburg, Exp.-Phys. 12. Aufl., S. 391. 1912):

Kohlefaden	3,5	Bogenlampe, gewöhnl. Kohlen	1,0
Nernstlampe	2,4 bis 2,1	Flammenbogen-L.	0,4
Tantallampe	2,2	Hg-Lampe in Glas	0,5
Wolfram(„Osram")-L.	1,4	„ „ in Quarz, hohe Belastung	0,27
Nitralampe	0,5		

124. Messung an Vakuumröhren (Plücker-Geißler 1858); Kathodenstrahlen (Hittorf 1869); Kanalstrahlen (Goldstein 1886); Röntgenstrahlen (1895).

Vgl. namentlich J. J. Thomson, Elektr.-Durchgang in Gasen, deutsch von Marx, 1906. Zusammenfassende Berichte im Jahrb. für Radioakt. u. El., z. B. Seeliger, ebd. 1910, 528; 1912, 28; v. Dechend u. Hammer, ebd. 1911, 34.

I. Kathodenstrahlen.

Bei einer mit Glimmlicht ganz bedeckten Kathodenoberfläche wächst die Länge der Kathodenstrahlen mit zunehmender Spannung und abnehmender Gasdichte, und zwar besonders rasch, wenn der Gasdruck unter etwa 0,1 mm gesunken ist. Die Strahlen stehen senkrecht auf den Oberflächenteilen der Kathode, gleichgültig, wo sich die Anode befindet, und bleiben bei der Ausbreitung im Vakuum merklich geradlinig (Hittorf). Werden die K.-Str., wegen ihrer mit zunehmender Verdünnung zunehmenden Lichtschwäche, selbst schwer sichtbar, so wird ihr Querschnitt da, wo sie die Glaswand treffen, an der mit der Verdünnung wachsenden Fluoreszenz (und Erregung von Röntgenstrahlen) bemerklich und wird an dem grünen Leuchten der Wand deutlich erkannt. — Abgegrenzte Bündel erhält man durch Diaphragmen, die in den Weg eingeschoben sind.

Hittorf (Pogg. Ann. 136, 1 u. 197. 1869) gebraucht die Bezeichnung „die Strahlen des negativen Lichts oder Glimmlichts". Die Bezeichnung „Kathodenstrahlen" stammt von Goldstein.

Zu Messungen ist der intermittierende Strom des Induktoriums wenig geeignet. Konstante, durch ein eingeschaltetes Telephon auf Gleichmäßigkeit zu prüfende Ströme liefert eine Hochspannungsakkumulatorenbatterie oder eine Influenzmaschine (80 II). Die Stromstärke reguliert man mittels verschiebbarer Elektroden in einer vorgeschalteten Röhre mit einem Elektrolyt, häufig 10prozentiger Jodcadmiumlösung in Amylalkohol. — Glühende Oxydkathoden (Wehnelt, s. S. 581) erfordern unterhalb einer Grenzstromdichte nur geringe Spannungen. Man kann in solchen Röhren z. B. mit 100 V Ströme von einigen A erreichen.

Die Stromstärke kann in gewöhnlicher Weise galvanometrisch gemessen werden. Bei intermittierenden Strömen erhält man dann zeitliche Mittelwerte.

Messung hoher Potentiale s. 128.

Für Fluoreszenzschirme zur Beobachtung von Kathoden- und Kanalstrahlen eignet sich besonders Willemit u. Gieselsche Sidotblende (ZnS mit kl. Zusatz Cu, auf die mit Wasserglas bestrichene Platte aufzusieben s. S. 656).

Über die Handhabung der an Empfindlichkeit dem Willemitschirm überlegenen phot. Platten oder Papiere im Innern der Vakuumröhre s. z. B. Koenigsberger u. Kilchling, Phys. ZS 1910, 848; Verh. D. Phys. G. 1910, 995; J. J. Thomson, Phil. Mag. (6) 21, 225. 1911; Jahrb. f. Radioakt. u. El. 1911, 198.

1. Gefälle der Spannung (Potentialgradient).

Der Spannungsverbrauch verteilt sich zwischen den Elektroden auf den einzelnen, durch ihr Aussehen charakterisierten Strecken sehr ungleichmäßig und ferner je nach dem Gasdruck ganz verschieden. Der Gradient dV/dx ist klein innerhalb des „Faradayschen" dunklen Raumes, der positives von negativem Licht trennt, und in der dritten Schicht des die Kathode umgebenden (Goldstein) negativen Glimmlichts; von mittlerer, und zwar im Zusammenhang mit der Lichtstärke ungleich verteilter Größe innerhalb des positiven Lichts; ziemlich beträchtlich nahe an der Anode. Unmittelbar an der Kathode ist der Gradient am größten.

Die Spannung zwischen der Kathode und der äußeren Grenze des negativen Glimmlichts heißt Kathodengefälle, und zwar normales K.-G., solange die Kathode noch nicht ganz mit Glimmlicht bedeckt ist. Das normale K.-G. wird, von Gasdruck und Stromstärke ziemlich unabhängig, wesentlich durch die Natur der Kathode und das Gas bestimmt (z. B. PtN 232; PtH 300; PtHe 160; MgN 207; MgH 168 V). Verunreinigung mit O erhöht das Gefälle in N erheblich (Warburg). Besonders niedrig ist es an heißen Oxyden der Erdalkalien (Wehnelt, s. oben u. S. 581).

Man mißt das Gefälle elektrometrisch (127 bis 130) zwischen Platindrähten, die in das Rohr eingeschmolzen sind; auch wohl mit einer verschiebbaren Doppelsonde, d. h. den Ausläufern zweier

mit Seide und Paraffin gut voneinander isolierter Drähte, die durch eine absperrende Quecksilbersäule von Barometerhöhe hindurch in die Vakuumröhre eingeführt sind.

Näheres z. B. bei Wehnelt, Ann. d. Phys. 10, 542. 1903; Verh. D. phys. Ges. 1911, 505.

2. Zusammenhang zwischen Potentialgefälle und Geschwindigkeit der Strahlen.

Ist m die scheinbare Masse (vgl. 6), e die Ladung, u die Geschwindigkeit der die K.-Str. bildenden Elektronen (e = el. Elementarquantum, Tab. 50), ist ferner V_0 bzw. V_1 das Potential an der Kathode bzw. am Beobachtungsorte, so wird $\frac{1}{2}mu^2 = (V_1 - V_0)e$, also

$$mu^2/e = 2(V_1 - V_0). \qquad 1.$$

Sofern der Potentialabfall $(V_1 - V_0)$ größtenteils in der Nähe der Kathode liegt (s. oben), wird die Geschwindigkeit der K.-Str. wesentlich unabhängig von der Lage der Anode durch das Entladungspotential (Spannungsdiff. zw. Anode u. Kathode) bestimmt. Man charakterisiert die Geschw. u häufig durch die nach Gl. 1 ihr entsprechende Voltzahl.

In Gl. 1 wird vorausgesetzt, daß die ganze vom el. Felde geleistete Arbeit auf kinetische Energie des Elektrons verwendet wird, und daß dieses von der Kathode selbst, nicht aber vom Innern des Gases ausgeht. Von Unsicherheiten über das Entladungspotential wird man frei durch Beschleunigung oder Verlangsamung der K.-Str. in einem besonderen, gleichgerichteten und zuverlässig bekannten el. Felde (Des Coudres, Kaufmann, Lenard). Durchlaufen die K.-Str. die zusätzliche Pot.-Diff. V', so wird ihre kinetische Energie $\frac{1}{2}mu'^2 = e(V_1 - V_0) + eV'$. Durch Variation von V' läßt sich $(V_1 - V_0)$ eliminieren.

Bei lichtelektrisch an einer Kathode ausgelösten und durch ein nicht zu kleines el. Feld beschleunigten Elektronenstrahlen (Lenard) kann Gl. 1 als streng gültig betrachtet werden. Solche Str. können auch im höchsten Vakuum, durch welches Entladungen nicht mehr hindurchgehen, erzeugt werden.

Vgl. J. J. Thomson (Marx), a. a. O., S. 100; bes. Lenard, Wied. Ann. 65, 404. 1898; Kaufmann, ebd. S. 431. — Lichtelektrisch ausgelöste K.-Str. s. Lenard, Ann. d. Phys. 2, 359. 1900; solche von 90000 V bei Hupka, ebd. 31, 169. 1910.

Über Geschwindigkeitsmessung durch Vergleich mit Hertzschen Wellen s. Wiechert, Wied. Ann. 69, 739. 1899.

3. Ablenkung im Magnetfeld (Hittorf).

K.-Str. krümmen sich im transversalen Magnetfelde in einer zur Feldrichtung senkrechten Ebene im Sinne des Biot-Savartschen Gesetzes, und zwar um so stärker, je kleiner ihre Geschw., je größer die Feldstärke ist.

Im homogenen transv. Magnetfelde $\mathfrak{H}$ wird der Strahlenweg ein Kreis (Radius r) und es gilt die Beziehung

$$mu/e = r\mathfrak{H}. \qquad 2.$$

Mit langsamen K.-Str. aus Oxydkathoden lassen sich im homogenen Felde fast geschlossene Kreisbahnen herstellen. Man fixiert sie durch seitliche Photographie oder mikrometrische Messung mehrerer Bahnpunkte in bezug auf feste Marken neben der Strahlenbahn. Bei hohem Vakuum (unsichtbaren Str.) wird die Ablenkung des hellen Diaphragmen-(Spalt-)Bildes oder des dunklen Schattens eines in den Strahlengang gebrachten Drahtes auf einem Fluoreszenzschirm betrachtet oder phot. fixiert. — Das Magnetfeld wird für gewöhnliche Zwecke etwa durch zwei von beiden Seiten an das Rohr geschobene Stromspulen erzeugt. Bei genauen Messungen ist Homogenität des Magnetfeldes anzustreben.

Vgl. außer J. J. Thomson (Marx), a. a. O., u. Seeliger, a. a. O., bes. Bestelmeyer, Ann. d. Phys. 35, 909. 1911; Phys. ZS 1911, 1107; Gehrcke u. v. Wogau, Verh. D. Phys. G. 1909, 664; 1911, 448. Über die bei inhomogenen Feldern nötige Rechnung s. z. B. Simon, Wied. Ann. 69, 589. 1899; Kaufmann, Ann. d. Phys. 19, 487. 1906.

Über Anwendung abgelenkter K.-Str. („Braunsche Röhre") s. 120 VI d.

4. Ablenkung im transversalen elektrischen Feld.

Die K.-Str. krümmen sich der positiven Richtung der Kraftlinien entgegen (J. J. Thomson). Ein senkrecht zur ursprünglichen Bewegungsrichtung stehendes homogenes elektrisches Feld (Anh. 14 b) lenkt in der Zeit t aus dieser Richtung senkrecht ab um $y = \frac{1}{2} t^2 \cdot \mathfrak{F} e/m$. Ohne die Ablenkung wäre das Elektron geradlinig vorgeschritten um $x = ut$. Also stellt $y = \frac{1}{2} \mathfrak{F} \frac{e}{mu^2} x^2$ die Gleichung der parabolischen Bahnkurve in den rechtw. Koordinaten x und y dar. Sind x und y gemessen, so ist also

$$mu^2/e = \tfrac{1}{2} \mathfrak{F} x^2/y. \qquad 3.$$

Das el. Feld wird durch Anlegen einer Potentialdifferenz an zwei parallele Platten erzeugt. Über Messung der Ablenkung s. 3. Die in Gl. 3 vorausgesetzte Homogenität wird erstens durch die Randgebiete der Platten gestört, zweitens dadurch, daß das Gas zwischen den Platten durch die K.-Str. selbst ein beträchtliches Leitvermögen erhalten kann. Die Feldstärke darf also nicht ohne weiteres aus der geometrischen Anordnung berechnet werden. Nur in sehr hohem Vakuum oder bei Wechselfeldern kann die Rechnung zutreffen.

Über Korrektionsrechnungen s. Kaufmann, a. a. O. (unter 3); Bucherer, Ann. d. Phys. 28, 522. 1909.

5. Energie der Kathodenstrahlen.

Unmittelbar mißt man die Energie Q (in Kal.) durch ihre Absorption an der Oberfläche von Thermosäulen, Flächenbolometern (72a II und IV), Strahlungsthermometern, deren Ausschlag als Funktion der zugestrahlten Wärme empirisch bestimmt wird, oder durch die Erwärmung eines Wasserkalorimeters, dessen metallischer Boden die Antikathode bildet. Andererseits kann man die Energie pro Zeiteinheit aus der Stärke I des Stromes, der durch eine auffangende Fläche geht, und der Spannung V der Kathode gegen die letztere als IV berechnen. (S. aber unten über Reflexion.) Es muß $IVt = \mathfrak{A}Q$ sein ($\mathfrak{A}$ = mech. Wärmeäquivalent, 51a).

Wird außer der Energie Q der Strahlen die von ihnen in der Zeit t an die bestrahlte Fläche abgegebene Elektrizitätsmenge It gemessen, so berechnet sich

$$mu^2/e = 2\mathfrak{A}\,Q/It. \qquad 4.$$

Beweis. Durch Umsetzung der Bewegungsenergie $\frac{1}{2}mu^2$ in Wärme entsteht die Wärmemenge $\frac{1}{2}mu^2/\mathfrak{A}$. n sei die Anzahl der in der Zeiteinheit vom Kalorimeter aufgenommenen Teilchen; der aufgenommene Teil des Stromes ist $I = ne/t$, so daß $n = It/e$. Demnach beträgt die in der Zeit t entwickelte Wärmemenge $Q = \frac{1}{2}nmu^2/\mathfrak{A} = \frac{1}{2}Itmu^2/(\mathfrak{A}e)$, woraus Gl. 4 folgt.

Vorausgesetzt ist hierbei, daß von dem Teil der Kathodenstrahlen, welcher erfahrungsmäßig reflektiert wird [Goldstein; vgl. besonders Starke, Ann. d. Phys. 3, 75. 1900], keine Energie an das reflektierende Kalorimeter abgegeben werden würde.

Vgl. z. B. J. J. Thomson, Ph. Mag. (5) 44, 293. 1897; Cady, Ann. d. Phys. 1, 678. 1900; Seitz, ebd. 8, 233. 1902; Laub, ebd. 23, 285. 1907; Bucherer, ebd. 28, 513. 1909.

Zu beachten ist die Auslösung sekundärer Strahlen an der getroffenen Fläche. S. hierzu Austin u. Starke, Ann. d. Phys. 9, 271. 1902; Lenard, ebd. 15, 485. 1904; Becker, ebd. 17, 381. 1905; Füchtbauer, ebd. 23, 301. 1907; namentlich auch Laub, a. a. O.

6. Spezifische Ladung e/m von Elektronen.

a) **Aus Messungen an den Kathodenstrahlen.** Bei einem Versuch sei (Gl. 2) $mu/e = a$ gefunden, bei einem anderen (nach Gl. 1, 3 oder 4) $mu^2/e = b$, dann kann man die Geschwindigkeit u und e/m einzeln ausrechnen, nämlich

$$u = b/a \quad \text{und} \quad e/m = b/a^2. \qquad 5.$$

Nach der Theorie (Maxwell, J. J. Thomson, Heaviside, M. Abraham-Bucherer, Lorentz-Einstein) steigt die scheinbare Masse des Elektrons m von einem für kleine Geschw. geltenden Werte m_0 aus mit zunehmender Geschwindigkeit an. Über die hierdurch in den Gl. 1 bis 4 auftretenden Korrektionsglieder, welche nur zu vernachlässigen sind, wenn $(u/v)^2$ klein gegen

1 ist (v = Lichtgeschw.), s. Lit., z. B. Kaufmann, Ann. d. Phys. 19, 487. 1906; Bestelmeyer, ebd. 22, 429. 1907; Bucherer, ebd. 28, 513. 1909; Hupka, ebd. 31, 169. 1910.

Die neueren für e/m_0 aufgestellten Werte liegen zwischen 1,72 und 1,78 · 10^7 el.-magn. CGS (Lit. bei Bestelmeyer, Verh. D. Phys. Ges. 1911, 984; Bucherer, Ann. d. Phys. 37, 597, 1912; Alberti, ebd. 39, 1133. 1912).

b) **Aus dem Zeeman-Effekt**; vgl. auch das in **114** IX gesagte. Die Theorie (Lorentz) zerlegt die Bewegung eines im Magnetfelde schwingenden Elektrons in ihre beiden Komponenten ‖ und ⊥ zu den Kraftlinien; die erstere erfährt keine Änderung. Für die senkrechte substituiert man nun zwei einander entgegenlaufende zirkulare Schwingungen, deren Bahnen auf der Feldrichtung senkrecht stehen.

Das Feld ($\mathfrak{H}$) bewirkt Kräfte, die auf der Bewegungsrichtung des Elektrons senkrecht stehen, d. h. in jedem Augenblick radial gerichtet sind. Hierdurch wird die eine Kreisbahn erweitert, die andere verengt, und, da die Geschwindigkeit des Elektrons ungeändert bleibt, die eine Schwing.-Dauer (Wellenlänge) vergrößert, die andere verkleinert.

Diese Änderungen stehen mit der Kraft (also cet. par. mit $e\mathfrak{H}$) im direkten und mit der Masse (m) im umgekehrten Verhältnis, und die Theorie ergibt für die Änderung $\Delta\lambda$ der natürlichen Wellenlänge λ, wenn e die Ladung des Elektrons in el.-magn. Einheiten und v die Lichtgeschwindigkeit bedeutet, $\Delta\lambda = \pm \frac{1}{4\pi} \frac{\mathfrak{H}}{v} \frac{e}{m} \lambda^2$. Aus der Messung von $\Delta\lambda$ erhält man demnach

$$e/m = 4\pi v/\mathfrak{H} \cdot \Delta\lambda/\lambda^2.$$

Die (sehr schwierigen, vgl. **114** IX) Messungen haben für normale Linien zu $e/m = 1{,}77 \cdot 10^7$ geführt. — Aus dem Vorzeichen der Änderung folgt, daß e neg. El. ist.

„Normale“ Linien sind nach Lohmann (Phys. ZS 1908, 145) sämtliche He-Linien und außerdem (nach Paschen und Back) sämtliche Linien der Serien einfacher Linien, soweit sie im Magnetfeld untersucht wurden. An anderen Linien, vorzüglich solchen, die mit einer oder mehreren anderen Linien Dublets oder Triplets bilden, treten kompliziertere Spaltungen im Magnetfelde auf. Andererseits können Gebilde mehrfacher Linien durch Magnetfelder zerstört und in einfache Linien verwandelt werden. Vgl. Paschen u. Back, Ann. d. Phys. 39, 897. 1912; 40, 960. 1913.

Für die Messungen ist Schärfe der Linien Vorbedingung (S. 274). Gase, auch Hg, untersucht man z. B. in Geißlerröhren aus Quarzglas mit kurzer Kapillare, die ⊥ zu den Kraftlinien zwischen die Pole gebracht wird (Paschen u. Back, a. a. O.). Metalle ordnet man als zwei schmale Blechstreifen an, senkrecht zur Feldrichtung und zueinander; beide, das eine aber durch Glimmer isoliert, an den Stirnflächen der Polschuhe anliegend, deren hierdurch ermöglichter kleiner Abstand sehr starke Felder gestattet. Vgl. Runge u. Paschen, Sitz.-Ber. Berl. Ak. 1902, 380. Über Anwendung eines Vakuumunterbrechers s. u. a. Lüttig, Ann. d. Phys. 38, 43. 1912.

Vgl. Zeeman, Researches in Magneto-optics, 1913 (deutsch 1914 von Iklé.) Über die Lorentzsche Theorie s. z. B. Lorentz, Enzykl. d. math. Wiss. V, 22. 1909, S. 199; Voigt, Magneto- u. Elektrooptik, S. 62 ff. u. 74 ff. 1908.

II. Kanalstrahlen (Goldstein); positive Strahlen.

Vgl. über frühere Lit. Gehrcke, Die Strahlen positiver Elektr., Leipz. 1909; seitdem namentlich Abh. von W. Wien, J. J. Thomson, Stark. — Referat von v. Dechend u. Hammer, a. a. O. (S. 584).

Die Kanalstrahlen gehen von einer durchlöcherten Kathode in der den Kath.-Str. entgegengesetzten Richtung. Sie entstehen im Entladungsraum. Im magn. oder el. Felde werden sie abgelenkt, und zwar mit verschiedenen Werten zwischen Null und einem maximalen Grenzwert; dieser entspricht, sofern sich Wasserstoff im Rohr befindet, der Ablenkung, die ein positiv geladenes H-Atom erfährt, welches die volle Entladungsspannung durchlaufen hat. Aus der Kombination der el. und magn. Ablenkung (vgl. I, 3, 4 u. 6) ergibt sich u und e/m, letzteres, in Übereinstimmung mit dem elektrolytischen Wert für H (Anh. 23, 24) annähernd = 10000. — W. Wien, Ann. d. Phys. 8, 244. 1902.

Durchlaufen die Kanalstrahlen zwei Magnetfelder hintereinander, so zeigen sich im zweiten wieder neugebildete stark ablenkbare Strahlen und die Messung der transportierten El.-Menge ergibt dieselbe prozentische Schwächung durch das zweite Feld, unabhängig von der Einwirkung des ersten; man kann annehmen, daß den Kan.-Str. Gleichgewichtszustände zwischen geladenen und ungeladenen Atomen zukommen, die sich nach einer Störung von selbst wieder herstellen. — W. Wien, ebd. 27, 1025. 1908.

Die Geschwindigkeit der Kanalstr. wächst mit dem Kathodengefälle (s. I 1) des Entladungsrohrs. Direkte Messung der Geschw. von H-Kanalstr. (v. d. Ordnung $2 \cdot 10^8$ cm/sec) s. Hammer, Verh. D. Phys. Ges. 1911, 955.

Wird das Entladungsrohr mit anderen Gasen beschickt, so können andere Ionen-Str. entstehen, die eine oder mehrere pos. oder neg. Elementarladungen tragen. Lit. bei v. Dechend u. Hammer a. a. O. — Über die Einführung von Alkalimetalldämpfen in ein Rohr mit Nickelkathode u. über Alkali-Kanalstr. s. Goldstein, Phys. ZS 1910, 561; 1912, 6.

Zur Untersuchung der Kanalstr. dienen im allgemeinen die in I für Kath.-Str. beschriebenen Methoden.

Anordnung nach W. Wien. Der Beobachtungsraum für die Kanalstr. ist vom eigentlichen Entladungsraum möglichst zu trennen, z. B. durch eine dicke Eisenwand, die einerseits als Kathode dient, andererseits durch eine enge Bohrung ein Kanalstrahlenbündel in den Beob.-Raum treten läßt. Bei magnetischen Ablenkungsversuchen (I, 3) ist der Entladungsraum durch Eisenplatten gegen magn. Einwirkung abzuschützen. Bei hinreichend engem Kanal kann der Beobachtungsraum durch starke Evakuierung (Gaedepumpe, gekühlte Kohle 8, 24) auf viel niedrigeren

Druck (bis etwa $^1/_{100000}$ mm Hg) gebracht werden als der Entladungsraum (einigemal $^1/_{1000}$ mm Hg). Dies ist von Vorteil, wenn es darauf ankommt, die Zerstreuung der Str. und die Störungen durch Ionisation und Umladung (s. oben) im Beobachtungsraum zu vermindern. Die Sichtbarkeit der Str. nimmt gleichzeitig mit dem Druck ab.

Die Bildung der Kanalstr. wird durch Anwendung einer Hohlspiegelkathode begünstigt, deren Brennpunkt in der Richtung des Kanals liegt. Eine besondere Form dieser Art bei J. J. Thomson, Phil. Mag. (6) 24, 209. 1912.

Über Reflexion von Kanalstr. s. u. a. Wagner, Ann. d. Phys. 41, 209. 1913; über Erregung von Sekundärstr. Bärwald, ebd. S. 643.

Die Spektrallinien der Kanalstr. zeigen eine nach dem Dopplerschen Prinzip verschobene Komponente; aus der Verschiebung ergibt sich die Geschwindigkeit (Stark, Phys. ZS 6, 892. 1905). — Geschw., verbunden mit der magn. Ablenkung, gibt die spez. Ladung und damit das Atomgewicht. — Lit. bis 1912 s. Fulcher, Jahrb. f. Radioakt. u. El. 1913, 82; ferner Wilsar, Ann. d. Phys. 39, 1251. 1912; Stark u. a., ebd. 40, 499. 1913; Ber. Berl. Akad. 1913, 430.

Über die Erzeugung positiver Strahlen aus Metall-Ionen, mittels eines mit Salz gefüllten Glasröhrchens als Anode, und Lit. über „Anodenstrahlen" s. Gehrcke u. Reichenheim, Ann. d. Phys. 25, 861. 1908; Reichenheim, ebd. 33, 747. 1910.

III. Röntgenstrahlen.

Röntgen, Würzb. Sitz.-Ber. 1895, 137; 1896, 11; Wied. Ann. 64, 1. 1898; ferner Pohl, Die Physik d. R.-Str., 1912.

Fällt ein Bündel Kath.-Str. bestimmter Geschwindigkeit auf ein Hindernis (gewöhnlich eine metallische „Antikathode"), so gehen von hier „primäre" R.-Str. aus, welche im allgemeinen ein um so größeres Durchdringungsvermögen besitzen (um so „härter" sind), von je schnelleren Kath.-Str. sie stammen. Hohes Vakuum befördert somit die Härte. Intensität und Härte der Primärstr. ist nach verschiedenen Emissionsrichtungen verschieden, auch ist die Strahlung teilweise polarisiert, indem der elektr. Vektor in der Kathodenstrahlrichtung liegt.

Das Absorptionsvermögen eines Mediums für die Primärstr. ist im allgemeinen um so größer, je größer seine Dichte. Doch gilt kein Exponentialgesetz der Absorption ($s_1 = s_0 e^{-ka}$, vgl. S. 372). Die Strahlung ist nicht „homogen".

Die Energie der R.-Str. beträgt nur einen kleinen Bruchteil (v. d. Ordnung 10^{-3}) der sie erregenden Kathodenstr.-Energie.

Durchdringt die Primärstrahlung ein Medium (fest, flüssig oder gasförmig, z. B. auch die Antikathode selbst), so geht von diesem eine Sekundärstrahlung aus. Sie erweist sich z. T. als eine zerstreute Primärstr., von

ähnlicher Härte wie diese. Daneben wird, wenn die Primärstr. einen gewissen Härtegrad überschritten hat, eine von der erregenden Strahlung unabhängige, im allgemeinen weichere, stark von der Natur des durchstrahlten Elements abhängige, sog. „charakteristische" R.-Strahlung ausgesandt (Barkla u. Sadler 1908). Sie besteht aus einer anscheinend begrenzten Zahl homogener, d. h. dem Exponentialgesetz der Absorption (s. oben) folgender Strahlen.

Über die Aussendung sekundärer Kath.-Str. (Dorn) s. Pohl a. a. O.

Zum Nachweis der R.-Str. dienen die Ionisierung der Gase (**124**, **125**), Fluoreszenzerregung (z. B. Barium-Platincyanür), chemische Wirkung, z. B. auf die phot. Platte, und Wärmewirkung.

Die Wellennatur, wenigstens eines Teiles der R.-Str. wird aus folgenden Erscheinungen geschlossen, die zugleich eine Spektralanalyse der R.-Str. ermöglichen.

1. Interferenzerscheinungen an Röntgenstrahlen (Laue, Friedrich u. Knipping 1912). Von den von der Antikathode *A* einer Röntgenröhre ausgehenden Str. wird durch einige Bleiblenden *B* ein Bündel von etwa 1 mm Durchm. ausgeblendet. (Fig. 290). Dieses Bündel durchstrahlt eine ⊥ zu einer kristallograph. Hauptachse geschliffene Kristallplatte *K* (etwa 1 mm dick und einige qmm Grundfläche), welche mit etwas Wachs auf dem Kristallhalter eines Goniometers (**61**, Fig. 110) befestigt, beliebig orientiert werden kann. Wird *K* mit der krist. Achse in die Richtung der Str. justiert, so bildet sich auf den phot. Platten *P* nach mehrstündiger Exposition rings um den Durchstoßungsfleck der nicht abgelenkten Str. ein regelmäßiges System nahe punktförmiger Intensitätsmaxima ab, deren Anordnung für das Kristallsystem, dem die Platte *K* angehört, charakteristisch ist. Über die Berechnung der Wellenlängen usw. s. Laue, a. a. O. *S*, *S* sind Bleischirme zum Schutz gegen störende Strahlung.

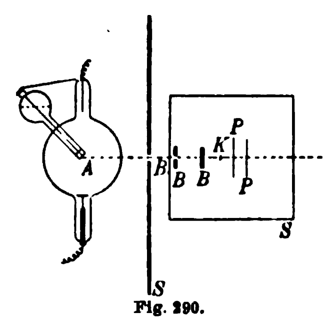


Fig. 290.

Laue, Friedrich u. Knipping, Ann. d. Phys. 41, 971. 1913; W. L. Bragg, Proc. Roy. Soc. A 89, 248. 1913. M. Laue, Ann. d. Phys. 42, 397. 1913; Ewald, ebd. 44, 257. 1914; Friedrich, Verh. D. Phys. Ges. 1914, 69.

2. Reflexion an Kristallen (W. H. u. W. L. Bragg).

Die am dichtesten durch Atome besetzten, einander parallelen Ebenen eines Kristalls wirken gegenüber den R.-Str. ähnlich wie ein System planparalleler, äquidistanter; teils spiegelnder teils durchlässiger Ebenen gegenüber

Lichtwellen (65 IV). Ist d der Abstand zweier benachbarter Ebenen, so wird die unter dem Einfallswinkel φ auftreffende Strahlung von der Wellenlänge λ nur dann stark reflektiert, wenn der Gangunterschied der in den verschiedenen Ebenen gespiegelten Str., $2d\cos\varphi$, ein ganzzahliges Vielfaches von λ ist, wenn also

$$2d\cos\varphi_n = n\lambda. \qquad (n = 1, 2, 3, \ldots)$$

Man ordnet, ähnlich wie beim Spektrometer (60), den Kristall auf einem drehbaren Tischchen so an, daß seine reflektierende Fläche die Drehachse enthält und ein von der Antikathode kommendes, von einem feinen Spalt (im Bleischirm) begrenztes R.-Str.-Bündel in eine Ionisierungskammer (135) wirft, welche bei Drehung des Kristalls (ev. automatisch) die doppelte Drehung macht. Dann erhält man für jede homogene Strahlung von bestimmtem λ bei bestimmten Winkeln φ_n (s. oben) je einen reflektierten Strahl (1., 2., 3., ... Ordnung), welcher am Auftreten der Ionisierung erkannt wird. Oder man läßt die reflektierten Str. auf eine feststehende phot. Platte wirken, auf der scharfe Spaltbilder entstehen. Eine zusammengesetzte Strahlung, wie sie meist von der Antikathode ausgeht, gibt beim Drehen des Kristalls ein Spektrum.

Als reflektierendes Material eignen sich am besten Kristalle aus leichten Atomen (z. B. Steinsalz).

W. H. u. W. L. Bragg, Proc. Roy. Soc. A. 88, 428; 89, 246, 277, 430, 468, 575. 1913; Moseley u. Darwin, Phil. Mag. 26, 210. 1913; Moseley, ebd. 26, 1024. 1913; 27, 703. 1914. Herweg, Verh. D. Phys. Ges. 1913, 555; de Broglie, C. R. 1914, 177.

125. Elektrische Schwingungen. Hochfrequenz-Schwingungskreise.

Zusammenfassende Behandlung und Lit.: Waitz in Winkelm. Hdb. V, 608 ff. 1908; Fleming, Principles of Electr. Wave Telegraphy, 1906; Zenneck, Lehrb. d. drahtl. Telegraphie, 1913 (hierauf beziehen sich die Hinweise); Rein, Radiotel. Praktikum, 1912; Erskine-Murray, Handbook of wireless Tel. 1911.

Vgl. auch 117, 120, 133 III.

Die Dimensionen der Schwingungskreise werden klein gegen die Wellenlänge der Schwingungen vorausgesetzt; „quasistationäre" Wechselströme. Ausstrahlung sei zunächst vernachlässigt, vgl. 125a II.

Die Größen sind in einheitlichem Maßsystem zu messen, z. B. in elektromagn. CGS, oder in Ampere, Coulomb, Ohm, Farad, Henry; vgl. Anh. 24 ff.

Die Dauer einer ganzen Periode in sec werde mit τ bezeichnet. $2\pi/\tau = \nu$ heißt gewöhnlich Frequenz.

Eigenfrequenzen, Dämpfungsdekremente und Koppelung sind diejenigen wesentlich voneinander unabhängigen Elemente, welche die Vorgänge in el. Schwingungskreisen bei gegebenen Anfangsbedingungen vollständig bestimmen. Da ferner Frequenzen, Dekremente und Koppelung sich durch die Kapazitäten, Induktionskoeffizienten und Widerstände der Schwingungskreise ausdrücken lassen, so können die letztgenannten Größen durch Messung der ersteren bestimmt werden, z. B. Widerstände für Hochfrequenzströme durch Dämpfungsmessungen, auch Dielektrizitätskonstanten nicht vollkommen isolierender Körper durch Kapazitätsmessungen. — Vgl. V.

I. Aus der Theorie der Kondensatorentladungen.

1. Einzelner Kondensatorkreis. Oszillierende Entladung; W. Thomsons Formel (1855).

Ein mit der El.-Menge Q_0 geladener Kondensator von der Kapazität C (132) entlade sich, zur Zeit $t=0$ anfangend, durch einen Weg vom Widerstande R und von der Induktivität L (Fig. 291).

Fig. 291.

Stetige, schwingungslose Entladung. Damit die Ladung sich in einem Gleichstrom verliert, muß $R^2 > 4L/C$ sein (Einschaltung eines feuchten Fadens u. dgl.). Es werde dann bezeichnet:

$$\sqrt{\tfrac{1}{4}R^2/L^2 - 1/(CL)} = \alpha \quad \text{und} \quad \tfrac{1}{2}R/L = \beta .$$

Es gilt für die zur Zeit t noch vorhandene Ladung Q_t (e = Bas. d. nat. Log.

$$Q_t = Q_0 e^{-\beta t} \frac{1}{2\alpha}\left[(\alpha+\beta)e^{\alpha t} + (\alpha-\beta)e^{-\alpha t}\right].$$

Ist R^2 sehr groß gegen $4L/C$, so kommt die einfache Exponential- oder logarithmische Form (vgl. 94a 5):

$$Q_t = Q_0 e^{-t/(CR)} \quad \text{oder} \quad \lg\text{nat}\,(Q_0/Q_t) = t/(CR).$$

Entladung in gedämpften Oszillationen; $R^2 < 4L/C$. Dies ist der im folgenden vorausgesetzte, gewöhnliche Fall, auch bei Funkenentladung, weil der, zunächst freilich sehr hohe Widerstand der Luftstrecke nach Einsetzen des Funkens durch Erwärmung und Ionisation alsbald klein wird.

Wir bezeichnen $\sqrt{1/(CL) - \tfrac{1}{4}R^2/L^2} = \nu$.

Dann gilt

$$Q_t = Q_0 e^{-\beta t}(\cos \nu t + \beta/\nu \cdot \sin \nu t).$$

Die Gleichung bedeutet einen gedämpften periodischen Vorgang von der Periodendauer τ oder der „Frequenz“ $\nu = 2\pi/\tau$, wo

$$\tau = 2\pi/\nu = 2\pi/\sqrt{1/(CL) - \tfrac{1}{4}R^2/L^2}. \qquad \text{1a.}$$

Wir setzen im folgenden R^2 klein gegen $4L/C$ voraus, dann kommt

$$\tau = 2\pi\sqrt{CL} \quad \text{oder} \quad \nu = (CL)^{-\frac{1}{2}}. \qquad \text{1.}$$

$e^{-\beta}$ gibt die Dämpfung in der Zeiteinheit. Das natürliche logarithmische Dekrement $\mathfrak{d}$ aufeinander folgender Schwingungen ist

$$\mathfrak{d} = \beta\tau = \tfrac{1}{2}\tau R/L = \pi R\sqrt{C/L}. \qquad \text{2.}$$

Die Vorgänge folgen aus der Differentialgleichung des entladenden Stromes I, nämlich aus $IR + L\,\mathrm{d}I/\mathrm{d}t = E$. Setzt man hier $I = -\mathrm{d}Q/\mathrm{d}t$ und (Anh. 27) die zeitliche Spannung $E = Q/C$ ein, so kommt

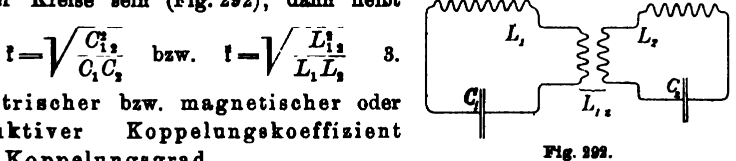
$$\mathrm{d}^2Q/\mathrm{d}t^2 + R/L \cdot \mathrm{d}Q/\mathrm{d}t + Q/(CL) = 0\,.$$

Diese Gl. wird mit Gl. 11 auf S. 522 identisch, wenn R durch p, L durch K, C durch $1/D$ ersetzt wird, und kann so wie dort behandelt werden. Man beachte, daß dort als Nullpunkt der Zeit ein Durchgang durch Null gewählt ist und daß T und Λ die Hälften von unseren τ und $\mathfrak{d}$ bedeuten.

Mittels sehr großer Kap. und Selbstind. hat man Schw.-Dauern bis über 1 sec erreicht; Wiener, Verh. D. Phys. Ges. 1907, 470.

2. Zwei gekoppelte Schwingungskreise (M. Wien; Drude).[1]

Kondensatorkreise heißen elektrisch oder magnetisch gekoppelt, wenn sie sich durch el. Influenz oder el.-magn. Induktion gegenseitig erregen können. Es möge C_{12} die wechselseitige Kapazität, L_{12} die wechselseitige Induktivität beider Kreise sein (Fig. 292), dann heißt



$$\mathfrak{k} = \sqrt{\frac{C_{12}^2}{C_1 C_2}} \quad \text{bzw.} \quad \mathfrak{k} = \sqrt{\frac{L_{12}^2}{L_1 L_2}} \qquad 3.$$

elektrischer bzw. magnetischer oder induktiver Koppelungskoeffizient oder Koppelungsgrad.

Fig. 292.

(Für beide Koppelungen gelten wesentlich die gleichen Beziehungen. Im folgenden wird die gebräuchlichere magnetische Koppelung vorausgesetzt.)

Bei sehr schwacher Koppelung (kleinem $\mathfrak{k}$) werden durch Entladungen des Kreises I im Kreise II im allgemeinen zwei Schwingungen erregt; ihre Frequenzen und Dekremente entsprechen nahezu den Eigenfrequenzen und Dekrementen von I und II.

Bei stärkerer Koppelung wirkt II auf I zurück, wodurch die Schwingung II auch in I auftritt. In beiden Kreisen lagern sich dann also zwei Schwingungen übereinander. — Die Frequenzen dieser Schw. unterscheiden sich von den Eigenfrequenzen der ungekoppelten Kreise um so mehr, je stärker die Koppelung ist. Im allgemeinen wird die größere Frequenz vergrößert, die kleinere verkleinert. — Umgekehrt wird durch den Einfluß der Koppelung das größere Dekrement verkleinert, das kleinere vergrößert.

Fall der Isochronität. Beide Kreise (ohne Funkenstrecke) seien so abgestimmt, daß ihre Eigenfrequenzen $\nu_1 = \nu_2 = \nu$ sind; ihre Dekremente seien $\mathfrak{d}_1$ und $\mathfrak{d}_2$. Durch die Koppelung $\mathfrak{k}$ mögen die Frequenzen und

1) Der Erregung sowie der Wechselwirkung elektrischer Schwingungskreise entsprechen vielfach in der Akustik bei der Tonerregung sowie bei der Wechselbeeinflussung von Körpern mit Eigentonhöhen (Luftmassen, Zungen, Saiten) nahe verwandte Vorgänge.

Dekremente in ν_1', ν_2', $\mathfrak{d}_1'$, $\mathfrak{d}_2'$ übergehen. Dann ergeben sich folgende Beziehungen, für welche maßgebend ist, ob $2\pi\mathfrak{k}$ kleiner oder größer ist als die Differenz der log. Dekremente:

a) Schwächere Koppelung; $(2\pi\mathfrak{k})^2 < (\mathfrak{d}_1 - \mathfrak{d}_2)^2$. Es gilt nahe $\nu_1' = \nu_2' = \nu$; ferner

$$\begin{aligned} \mathfrak{d}_1' &= \tfrac{1}{2}(\mathfrak{d}_1 + \mathfrak{d}_2) + \tfrac{1}{2}\sqrt{(\mathfrak{d}_1 - \mathfrak{d}_2)^2 - 4\pi^2\mathfrak{k}^2}, \\ \mathfrak{d}_2' &= \tfrac{1}{2}(\mathfrak{d}_1 + \mathfrak{d}_2) - \tfrac{1}{2}\sqrt{(\mathfrak{d}_1 - \mathfrak{d}_2)^2 - 4\pi^2\mathfrak{k}^2}. \end{aligned} \qquad 4a.$$

Für kleines $\mathfrak{k}$ kommt nahe $\mathfrak{d}_1' = \mathfrak{d}_1 - \pi^2\mathfrak{k}^2/(\mathfrak{d}_1 - \mathfrak{d}_2)$ und $\mathfrak{d}_2' = \mathfrak{d}_2 + \pi^2\mathfrak{k}^2/(\mathfrak{d}_1 - \mathfrak{d}_2)$.

Es sind also zwei verschieden gedämpfte Schwingungen gleicher Frequenz übereinander gelagert.

b) Starke Koppelung; $(2\pi\mathfrak{k})^2 > (\mathfrak{d}_1 - \mathfrak{d}_2)^2$. Es gilt nahe

$$\begin{aligned} \nu_1' &= \nu\left[1 - \sqrt{\mathfrak{k}^2 - (\mathfrak{d}_1 - \mathfrak{d}_2)^2/4\pi^2}\right]^{-\frac{1}{2}}, \\ \nu_2' &= \nu\left[1 + \sqrt{\mathfrak{k}^2 - (\mathfrak{d}_1 - \mathfrak{d}_2)^2/4\pi^2}\right]^{-\frac{1}{2}}, \\ \mathfrak{d}_1' &= \tfrac{1}{2}(\mathfrak{d}_1 + \mathfrak{d}_2)(\nu_1'/\nu), \\ \mathfrak{d}_2' &= \tfrac{1}{2}(\mathfrak{d}_1 + \mathfrak{d}_2)(\nu_2'/\nu). \end{aligned} \qquad 4b.$$

Trotz Isochronität bestehen also in jedem Kreise zwei verschiedene Frequenzen, welche miteinander Schwebungen (57 II, 2) geben. Auch die Dekremente sind nicht ganz gleich; die größere Frequenz hat das größere $\mathfrak{d}$.

Ist $|\mathfrak{d}_1 - \mathfrak{d}_2|$ klein gegen $2\pi\mathfrak{k}$, so gibt die Anzahl der Schwebungen im Verhältnis zur Schwingungszahl den Koppelungskoeffizienten

$$\mathfrak{k} = (\nu_1' - \nu_2')/\nu. \qquad 5.$$

Andernfalls ist $\mathfrak{d}_1 - \mathfrak{d}_2$ entsprechend Gl. 4b in Rechnung zu setzen.

Im Übergangsfall $(2\pi\mathfrak{k})^2 = (\mathfrak{d}_1 - \mathfrak{d}_2)^2$ folgt aus a) oder b) eine Frequenz und Dämpfung.

II. Resonanzerscheinungen in gekoppelten Kreisen (Bjerknes, Drude, M. Wien).

1. Bei ungedämpftem Schwingungserreger.

Der Kondensatorkreis II sei mit einem Kreise I gekoppelt, in dem eine stationäre Sinusschwingung ν_1 unterhalten wird (vgl. III 2), welche im Kreise II die Sinus-E. K. vom Momentanwert E erzeuge. Kreis II habe den Widerstand (vgl. V 2) R_2 und die Eigenfrequenz ν_2.

Im Falle vollkommener Resonanz ($\nu_2 = \nu_1$) ist der in II erzeugte Strom einfach

$$I_2 = E/R_2; \qquad 6.$$

Kapazität und Induktivität heben sich auf. Vgl. S. 571.

Verstimmt man die Kreise gegeneinander (durch Ändern von ν_1), so entsteht in II immer noch eine stationäre Sinusschwingung ν_1, deren Amplitude jedoch vom Dekr. $\mathfrak{d}_2$ und vom Verstimmungsgrad x abhängt. Der letztere sei definiert als

$$x = (\nu_2 - \nu_1)/\nu_1; \qquad 7.$$

dann kommt zu E/R_2 der Faktor

$$y = \mathfrak{d}_2/\sqrt{\mathfrak{d}_2^2 + 4\pi^2 x^2}. \qquad 8.$$

Das obige Maximum E/R_2, für $x=0$ geltend, fällt hiernach um so plötzlicher ab, je kleiner $\mathfrak{d}_2$. Kleine Dämpfung gibt scharfe Resonanzeinstellung. Die graphische Darstellung von y als Funktion von x heißt Resonanzkurve.

Für die, gegen I_2 zeitlich verschobene, Spannungsamplitude erhält man noch den Faktor ν_2/ν_1.

Bei Änderung von ν_2 an Stelle von ν_1 (etwa durch Änderung von C_2) liegt das Resonanzmaximum in II nach kleineren Frequenzen verschoben (Zenneck S. 123).

2. Resonanz zwischen zwei gedämpften Stromkreisen.

Zur genauen Messung eignet sich (vgl. IV u. V) das Leistungsintegral der Stromstärke im Sekundärkreise, der „Stromeffekt" $\int I_2^2 dt = P$, oder auch der Dynamometereffekt $\int I_1 I_2 dt$ (s. V, 1 e u. 2 e).

Für schwache (konstante) Koppelung gelten folgende Sätze.

Bei Resonanz (die durch Kapazitätsänderung im Sekundärkr. bewirkt werde) ist, wenn die Dämpfungen durch Widerstandsänderung variiert werden

$$P_r = \text{const}/[\mathfrak{d}_1\mathfrak{d}_2(\mathfrak{d}_1+\mathfrak{d}_2)]. \qquad 9.$$

Bei Verstimmung (x) verkleinert sich P im Verhältnis z. Es gilt

$$z = \frac{P_x}{P_r} = \frac{(\mathfrak{d}_1+\mathfrak{d}_2)^2}{(\mathfrak{d}_1+\mathfrak{d}_2)^2+4\pi^2x^2}. \qquad 10.$$

z als Funktion von x gibt die Resonanzkurve des Stromeffekts bei schwacher Koppelung. Die Einstellungsschärfe auf Resonanz hängt somit nur von $(\mathfrak{d}_1+\mathfrak{d}_2)$ ab.

Wachsende Koppelung verstärkt den Stromeffekt, flacht aber die Resonanzkurve ab. Man berücksichtigt den Einfluß beliebig starker Koppelung bei kleinen Verstimmungen bis $\pm 0{,}05$, wenn man in obigen Gleichungen $\mathfrak{d}_1+\mathfrak{d}_2$ mit $\sqrt{1+\pi^2\mathfrak{k}^2/\mathfrak{d}_1\mathfrak{d}_2}$ multipliziert.

Die Resonanzkurve des Spannungseffekts unterscheidet sich von derjenigen des Stromeffekts nur sehr wenig, solange $(\mathfrak{d}_1+\mathfrak{d}_2)/2\pi$ klein gegen 1 ist.

Vgl. zu I und II Bjerknes, Wied. Ann. 55, 121. 1895; M. Wien, ebd. 61, 151. 1897; Drude, Ann. d. Phys. 13, 512. 1904; M. Wien, ebd. 25, 625. 1908; Macků, Phys. ZS 1908, 437; Kiebitz, Ann. d. Phys. 40, 151. 1913; im übrigen Zenneck, a. a. O.

III. Erregung der Schwingungen.

1. Gedämpfte Schwingungen.

Stark gedämpfte Schwingungen gibt ein Entladungskreis mit Funkenstrecke (Feddersen 1859). Der Kondensator C wird von der Sekundärspule J eines Induktoriums oder Wechselstromtransformators aus aufgeladen, wobei die Zuleitungen unmittelbar an die Funkenstrecke zu legen sind (Drude). Sobald das Entladungspotential erreicht ist, setzt die oszillatorische Entladung ein; der Stromübergang bleibt trotz Abfall der

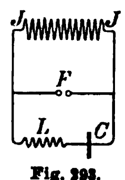


Fig. 293.

Potentialamplitude bestehen, weil die Funkenstrecke leitend geworden ist. Zweckmäßig ist es, die Kapazität C so abzugleichen, daß der aus ihr und der Induktorspule (J, Fig. 293) gebildete Kreis mit der Periode des primären Wechselstroms in Resonanz steht (II 1). Als Elektrodenmaterial für die Funken in Luft ist am besten Mg, weniger gut Sn, Zn, Al, besonders schlecht Cu und Ag. Über Funkenwiderstand vgl. V 2.

Schwach gedämpfte Schwingungen gibt ein funkenloser Kondensatorkreis von geringem Widerstande, der mit einem unisono gestimmten durch eine Funkenstrecke erregten Primärkreis schwach gekoppelt ist. Von den beiden im Sekundärkreis erregten Schwingungen gleicher Frequenz (I 2, Gl. 4a) wird die mit geringer Dämpfung überdauern, doch ist ihre Energie gering.

Löschwirkung im primären, Stoßerregung im sekundären Kreis (M. Wien). Man erhält auch bei starker Koppelung ($2\pi\mathfrak{k} > \mathfrak{d}_1 - \mathfrak{d}_2$), also großer Energieübertragung, im Sekundärkreis vorwiegend dessen (schwach gedämpfte) Eigenschwingung, wenn man den Funken während des ersten Schwebungsminimums im Kreise I, d. h. wenn fast die ganze Schwingungsenergie auf Kreis II übergegangen ist, zum Verlöschen bringt. Hierzu dient

a) eine kurze (zischende) Metallfunkenstrecke (ev. viele in Serie); am besten Ag- oder Cu-Elektroden in Wasserstoff; eine Anordnung von Boas s. Jahrb. d. drahtl. Tel. 5, 568. 1912;

b) eine Hg-Bogenlampe als Löschfunkenstrecke; Rendahl, Phys. ZS 1908, 203;

c) eine Geißlersche Röhre, „Löschröhre", in Serie zu einer gewöhnlichen Funkenstrecke; Elektroden der Röhre aus Ag oder Cu; s. M. Wien, Jahrb. d. drahtl. Tel. 4, 135. 1911.

d) Mechanische Löschwirkung. Plötzliche Öffnung (ev. mittels Saitenunterbrecher) einer dem Kondensator in Kreis I parallel geschalteten Batterie. Dies Verfahren wird in den sog. „Stationsprüfern" angewandt. — Rotierende Elektroden (Marconi u. a.).

Näheres über a) bis d) bei Zenneck, S. 114; 216ff. Die Löschwirkung beruht bei a) bis c) auf schneller Entionisierung der Funkenstrecke oder anderer Gasstrecken in Kreis I und hängt im allgemeinen vom Koppelungsgrad ab. Ist dieser zu groß, folgen also die Schwebungen zu schnell, so reißt der Funke während des ersten Minimums nicht ab. Über Fälle, wo gute Löschwirkung bis zu sehr hohen Koppelungsgraden erreicht ist, s. Glatzel, Phys. ZS 1910, 893; Chaffee, Jahrb. d. drahtl. Tel. 7, 483 u. 555. 1913.

Zum Betrieb der Funkenstrecken dienen außer dem gewöhnl. Induktor der Resonanztransformator (z. B. von Boas) oder auch hohe Gleichspannung unter Zwischenschaltung von Drosselspulen[1]). Vgl. Zenneck, S. 230ff.

---

1) Drosselspulen sind Leiter, deren Selbstind.-K. groß ist gegen ihren Ohmschen Widerstand, so daß der Impedanzfaktor $\sqrt{1 + \nu^2 L^2/R^2}$ (S. 569) bei der Frequenz ν hinreichend groß wird, um den Wechselstrom

2. Ungedämpfte Schwingungen; Poulsenlampe.

In Fig. 293 tritt an die Stelle der Funkenstrecke F der el. Lichtbogen (Duddell), an die Stelle des Induktors J die den Lichtbogen erregende Batterie, mit vorgeschaltetem Widerstand und Drosselspule. Die Bogenentladung erhält dann eine Periode nahe gleich der Eigenfrequenz des Kondensatorkreises („singender Lichtbogen", falls innerhalb der wahrnehmbaren Tonhöhen).

Für energische, gut abgestimmte Hochfrequenz wird, größtenteils nach Poulsen, folgendes gefordert; vgl. Zenneck, a. a. O. S. 262.

Der Lichtbogen brennt in Wasserstoff oder einem H-haltigen Gas innerhalb eines transversalen magnetischen Feldes; „magn. Gebläse". Ferner besteht die Anode nicht aus Kohle, sondern aus einer gekühlten Kupferelektrode; man läßt die eine (Kohlen)elektrode langsam rotieren. Für eine, feineren Messungen genügende Konstanz der Intensität und Frequenz eignet sich ein kupferner Hohlzylinder (30 mm hoch, 28 mm im Lichten) um einen Zylinder aus Homogenkohle (20 mm dick); Lindemann.

Die Grundschwingung stimmt nahe mit der aus Gl. 1 berechneten. Gegen harmonische Oberschwingungen schützt Kleinheit von C/L, auch ein starker Speisestrom. — Ausnutzung der Oberschw. bei Wellenlängenmessungen s. Lindemann, Verh. D. Phys. Ges. 1912, 624.

Lit.: u. a. Duddell, J. Inst. El. Eng. 30, 232. 1900; Simon u. Reich, Ph. ZS 1902, 278; 1903, 364; Simon, ebd. 1906, 433; Poulsen, Elt. ZS 1906, 1040 u. 1075; Austin, Verh. D. Phys. Ges. 1907, 347; Lindemann, ebd. 1909, 28; Barkhausen, Jahrb. d. drahtl. Tel. 1, 243. 1908; Kiebitz, Elt. ZS 1909, 20. — Zusammenfassende Darstellung bei Simon, Jahrb. d. drahtl. Tel. 1, 16. 1907; ferner bei Zenneck, a. a. O.

Über die direkte Anwendung von Hochfrequenzwechselstrom (S. 568) (Duddell, Fessenden, Alexanderson, Goldschmidt, v. Arco) s. Zenneck, S. 252; v. Arco, Jahrb. d. drahtl. Tel. 7, 90. 1913.

Kondensatoren. Man nimmt gewöhnlich Leidener Flaschen, bei hohen Spannungen in Öl; für Meßzwecke Luftkondensatoren (132); Plattenkondensatoren mit Öl, komprimierter Luft oder CO_2 (20 Atm) gefüllt vertragen höhere Spannungen. Kondensatoren für Hochfrequenz werden in der Regel nicht el.-stat. abgeschützt.

Vgl. z. B. Austin, Jahrb. d. drahtl. Tel. 7, 222. 1913.

Selbstinduktionen. Man nimmt kurze einlagige Zylinderspulen oder spiralförmige „Flachspulen" aus Cu-Drahtlitze oder aus dünnem Cu-Band.

Zuleitungen und Verbindungen stellt man durch Bifilarleitungen von konstantem Abstand her.

IV. Beobachtungsmittel.

Für quantitative Messungen von Strom und Spannung, bzw. ihren Effekten kommen in Hochfrequenzkreisen folgende Mittel in Betracht.

---

nicht merklich hindurchzulassen, z. B. um im vorliegenden Falle den Gleichstromkreis gegen die Rückwirkung der Hochfrequenzschwingungen abzuschirmen.

1. **Analyse der Schwingung.** Den Verlauf der Schwingungen erkennt man am besten durch Analyse einer dem Strome ohne Trägheit folgenden Lichterscheinung im rotierenden Spiegel (29 a). In Betracht kommen der Entladungsfunke, zweckmäßig zwischen Cadmium-, Zinn- oder Zinkstäbchen, weiter der Lichtfleck der Braunschen Röhre (120 VI d), abgelenkt durch das magn. Feld einiger Windungen des Kreises, endlich die Gehrckesche Glimmlichtröhre (120 VI e), die zweckmäßig unter Einschaltung eines Wasserwiderstandes an die Enden oder an einen Teil der Selbstinduktionsspule des Entladungskreises angelegt wird.

2. Die Schlagweite eines **Funkenmikrometers**, das Aufleuchten von **Vakuumröhren** u. a. können zur Schätzung von **Spannungsamplituden** dienen. Vgl. S. 606 u. 609.

3. **Thermoelement, Thermogalvanometer, Bolometer** oder „**Barretter**“ (85, 4), oder Rießsches **Luftthermometer** (131, 4) dienen zur Messung der dem **Stromeffekt** im Schwingungskreise annähernd proportionalen Temperaturerhöhung. Um Einflüsse der Instrumente auf den Schwingungskreis zu vermeiden, werden diese in einen kleinen Hilfskreis eingeschaltet, der so lose gekoppelt ist, daß keine Rückwirkung auftritt. Die Fig. 294 A u. B zeigen den Hilfskreis oder „Indikatorkreis“ für ein Thermoelement (Th), und für ein Bolometer. In beiden Fällen wird die vom Schwingungskreise aus induzierte kleine Spule R durch einen „Block“kondensator K mit dem Thermoelement oder Bolometer verbunden. Die Drosselspulen S halten die Schwingungen vom Galvanometerkreis bzw. von der Brückenanordnung ab. Vgl. noch S. 598.

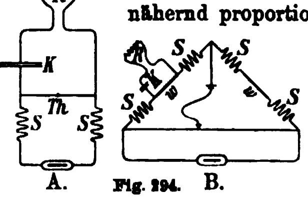


Fig. 294.

4. Ein **Elektrometer** von sehr kleiner Kapazität (Bjerknes) kann zur Messung des **Spannungseffekts** dienen.

5. **Technische Hitzdrahtinstrumente** (85, 4) ohne Nebenschluß, für stärkere Ströme mit einem Kranz zylindrisch angeordneter dünner Drähte oder Bänder, geben nahe richtige Werte des Stromeffekts, bei ungedämpften Sinusschw. auch des Stromes. Eichung mit Gleichstrom.

Eine Ausführung z. B. von Hartmann u. Braun. — Vgl. auch Dellinger, Bull. Bur. of Stand. 10, 91. 1913.

6. Das **Kurzschlußring-Dynamometer** (Mandelstam und Papalexi), s. V, 1 e.

Näheres bei Zenneck, a. a. O. S. 82ff. Zu 1. vgl. besonders Dießelhorst, Verh. D. Ph. Ges. 1907, 318; Elt. ZS 1908, 703. Zu 3. Austin, Phys. ZS 1911, 1133 u. 1226; Loewe, Jahrb. d. drahtl. Tel. 6, 451. 1912; Béla Gáti, Phys. ZS 1910, 322 u. 897. — Ein Differenzial-Luftthermometer bei Kann, ebd. 1910, 503. Zu 4. V. Bjerknes, Wied. Ann. 44, 74. 1891; ferner u. a. E. Mayer, Phys. ZS 1913, 394.

Über die im allgemeinen nur zu qualitativen Messungen geeigneten **Detektoren** s. S. 609.

V. Meßmethoden.

1. Frequenz, Schwingungsdauer, Wellenlänge.

a) Durch Rechnung aus Gl. 1. L und C in CGS oder in Henry und Farad (**117** u. **182**) geben $\tau = 2\pi\sqrt{LC}$ in sec. Selbstinduktion und Kapazität müssen im Schwingungskreise möglichst getrennt und einzeln gut meßbar oder berechenbar sein. Geeignet sind als Selbstinduktionen einlagige Spulen aus Drahtlitze auf Glasröhren von großem Durchmesser, damit Verschiebung der Stromlinien (**120** II) die Windungsfläche nicht merklich ändert. Dann gilt der für langsame Wechselströme gefundene Selbstinduktionskoeffizient auch für Hochfrequenzströme. Über Berücksichtigung der Kap. der Spulen und der Selbstind. der Kond.-Zuleitung vgl. Dießelhorst, Jahrb. d. drahtl. Tel. 1, 262. 1908.

Tabellen für Berechnung der Frequenz bei Zenneck a. a. O., S. 462.

b) Durch Auswertung der Schwingungskurve; vgl. IV 1.

Feddersen, Pogg. Ann. 113, 437. 1861; 116, 132. 1862; aus der neueren Lit. z. B. Dießelhorst, a. a. O.

c) Durch Messung der Wellenlänge am Lecherschen Drahtsystem; **125a** I. Der Kondensatorkreis wird mit einem System zweier paralleler Drähte (1 mm dick, 20 bis 25 mm Abstand) induktiv gekoppelt. Die Schwingung bildet sich längs des Doppeldrahtes maximal aus, wenn dessen Länge ½ bzw. ¼ Wellenlänge der Schwingung in Luft beträgt, je nachdem das Drahtsystem beiderseits oder nur an einem Ende leitend überbrückt ist. Als Brücke dient ein Drahtstück gleicher Sorte. Die Abstimmung erfolgt durch Verschiebung der einen Brücke. Resonanz erkennt man am Aufleuchten einer zwischen den Brücken bzw. am offenen Ende über die Drähte gelegten Vakuumröhre, z. B. mit elektrolytisch eingeführtem Natrium; vgl. S. 609.

Aus der Wellenlänge λ cm in Luft folgt $\tau = \lambda/(300 \cdot 10^8)$ sec.

Drude, Ann. d. Phys. 9, 298 u. 612. 1902; Elt. ZS 26, 340. 1905; Gehrcke, Elt. ZS 26, 697. 1905; Dießelhorst, a. a. O.

d) Wellenmesser. Man koppelt den zu untersuchenden Schwingungskreis lose an einen Hilfskreis (Wellenmesser) mit einstellbarer Induktivität bzw. gewöhnlich Kapazität. Man reguliert auf Resonanz, die an der Maximalerregung eines an den Wellenmesser lose gekoppelten Meßkreises (IV 3) erkannt wird. An dem Dönitzschen Wellenmesser liest man am verstellbaren Kondensator die zugehörige Wellenlänge direkt ab, und zwar bei richtiger Eichung nach a) bis c) und sorgfältiger Benutzung bis zu $\frac{1}{1000}$ genau. Dönitz, Elt. ZS 1903, 920.

Gleichen Zweck verfolgt die Resonatorspule (Multiplikationsstab), bestehend aus einer einzelnen langen und engen auf Glas oder Hartkautschuk (nicht Holz) gewundenen Lage. Wegen der geringen Eigenkapazität wird ihre Eigenfrequenz durch benachbarte Leiter leicht fehlerhaft beeinflußt. — Seibt, Elt. ZS 1902, 315 bis 409; Slaby, ebd. 1903, 1007; Fleming, Phil. Mag. (6) 8, 417. 1904, Theorie und Messungen.

e) Aus der Resonanzkurve des Dynamometereffekts (Mandelstam u. Papalexi). Bei Einstellung der Resonanz zweier Schwingungskreise geht der Effekt $\int_0^\infty I_1 I_2 \, dt$, welcher nach dem Dynamometerprinzip (84) gemessen werden kann, sehr rasch durch Null. Die Methode ist sehr großer Genauigkeit fähig.

Über die Messung mit einem „Kurzschlußring-Dynamometer" s. Mandelstam u. Papalexi, Ann. d. Phys. 33, 490. 1910; Rohmann, ebd. 34, 979. 1911: mit drei besonders geschalteten Thermoelementen s. Dieckmann, ebd. 24, 771. 1907; ähnlich mit einem Differenzial-Luftthermometer Kann, Phys. ZS 1910, 508.

S. auch **125 a II**, sowie über langsamere Schwingungen **120 V**.

2. Bestimmung des Dämpfungsdekrementes; Widerstand eines Schwingungskreises.

Als Ursachen der Dämpfung durch Energieverbrauch kommen für geschlossene Kondensatorkreise, bei denen die Ausstrahlung gering ist, in Betracht

der Ohmsche Widerstand, der aber nur bei sehr dünnen Drähten mit dem Gleichstromwiderstand identisch ist, bei dicken Leitern mit der Wechselzahl stark ansteigt (120 II), in allen Fällen jedoch ein konstantes Dekrement (vgl. I) ergibt;

der Funkenwiderstand; dieser bleibt während einer Entladung nicht konstant, sondern steigt mit abnehmender Stromstärke. Man kann bei Funkenkreisen deswegen nicht von einem konstanten Dekrement sprechen, sondern nur von Mittelwerten; Zenneck a. a. O., S. 16 ff.; Roschansky, Ann. d. Phys. 36, 281. 1911.

Energieverluste im Dielektrikum des Kondensators, die durch Wahl von Luft- oder guten Ölkondensatoren vermieden werden können.

Vgl. u. a. Austin, Jahrb. f. drahtl. Tel. 5, 420. 1912; ferner S. 599.

Energieverluste durch Sprühen und durch Wirbelströme.

Im folgenden sei vorausgesetzt, daß der Schwingungskreis nur Ohmschen Widerstand R besitzt. Dann wird das konstante log. Dekrement $\mathfrak{d}$ gefunden

a) durch Rechnung, wenn R, C und L bekannt sind (nach Gl. 2)

$$\mathfrak{d} = \tfrac{1}{2}\tau R/L = \pi R\sqrt{C/L};$$

b) durch Aufnahme der Schwingungskurve, nach IV 1 oder auch punktweise mit dem Pendelunterbrecher (Tallqvist; vgl. auch 109). Bei schnellen Schwingungen, für welche die Braunsche Kurve für Photographie zu lichtschwach wird, zieht man die Pendelbewegung des Lichtflecks nicht in eine Kurve auseinander, sondern nimmt als Amplitudenbegrenzungen die mit ruhender Platte photographierten, auf dem geraden Lichtstreif sich abhebenden hellen Umkehrpunkte. Tallqvist, Ann. d. Phys. 9, 1083. 1902; Zenneck, ebd. 13, 822. 1904.

c) Aus dem Resonanzmaximum der Stromamplitude. Der Schw.-Kreis mit dem (unbekannten) Widerstande R werde von einem lose

gekoppelten, auf ihn abgestimmten Poulsenschen Schw.-Kreise aus zu ungedämpften Eigenschwingungen erregt (II 1). Dann gilt nach Gl. 6 für das Res.-Maximum $I = E/R$. Nach Zuschaltung von bekanntem Wid. R' (etwa dünner, schlecht leitender Draht; vgl. oben) kommt $I' = E/(R + R')$, woraus

$$R = R'/(I/I' - 1).$$

I/I' erhält man aus den bezüglichen Maximalausschlägen α und α' im angeschalteten Hilfskreis mit Thermoelement oder Bolometer (IV 3) als

$$I/I' = \sqrt{\alpha/\alpha'}.$$

Aus R berechnet sich $\mathfrak{d}$ wie unter a).

Fehler können entstehen aus dem Einfluß der Koppelung zwischen Primär- und Sekundärkreis, aus direkter Einwirkung des Pr.-Kr. auf den Hilfskreis und bei nicht sehr empfindlichen Instrumenten aus der Rückwirkung des letzteren. Vgl. C. Fischer, Ann. d. Ph. 28, 57. 1909; Lindemann, Verh. D. Ph. Ges. 1909, 28; Loewe, Jahrb. f. drahtl. Tel. 7, 365. 1913.

d) Aus der Resonanzkurve des Stromeffekts (II 2); (Bjerknes). Ein gedämpfter Primärkreis I (mit Funkenstrecke, vgl. III 1) errege den sehr lose gekoppelten Kreis II. Dessen Kapazität, bzw. Eigenfrequenz, werde allmählich verändert und der Verlauf des Stromeffekts in II in der Nähe der Resonanz nach IV 3 gemessen. Sein Verhältnis zum Resonanzstromeffekt werde als Ordinate z, die Verstimmung x (II 1) als Abszisse aufgetragen. Aus jedem Wertepaar x, z folgt nach Gl. 10, S. 597 die Summe der Dekremente beider Kreise

$$\mathfrak{d}_1 + \mathfrak{d}_2 = 2\pi x \sqrt{z/(1-z)}.$$

Als $2x$ nimmt man die „Breite" der Resonanzkurve für das betr. z. Über die Korrektion wegen der Koppelung vgl. II 2.

Das Verfahren setzt $(\mathfrak{d}_1 + \mathfrak{d}_2)/2\pi$ als klein gegen 1 voraus. — Auf die Änderung von $\mathfrak{d}_2$ durch die Verstimmung ist keine Rücksicht genommen; meist wird jedoch $\mathfrak{d}_1$ so viel größer sein als $\mathfrak{d}_2$, daß $\mathfrak{d}_1 + \mathfrak{d}_2$ als konstant gelten kann.

Um die Einzeldekremente zu finden, schaltet man ähnlich wie unter c) einen bekannten Widerstand dem Sekundärkreise zu, dessen Dekrement $\mathfrak{d}_2$ dadurch in $\mathfrak{d}_2 + \mathfrak{d}_2'$ übergehe, am besten etwa sich verdoppele. Für die den maximalen Stromeffekten mit und ohne $\mathfrak{d}_2'$ entsprechenden Ausschläge α und α' folgt aus Gl. 9, Proportionalität des Ausschlags mit dem Stromeffekt vorausgesetzt,

$$\alpha/\alpha' = (\mathfrak{d}_2 + \mathfrak{d}_2')/\mathfrak{d}_2 \cdot (\mathfrak{d}_1 + \mathfrak{d}_2 + \mathfrak{d}_2')/(\mathfrak{d}_1 + \mathfrak{d}_2).$$

Nach dem vorigen ist $(\mathfrak{d}_1 + \mathfrak{d}_2 + \mathfrak{d}_2') : (\mathfrak{d}_1 + \mathfrak{d}_2) = A$ als bekannt anzusehen, und es ergibt sich

$$\mathfrak{d}_2 = A\mathfrak{d}_2'/(\alpha/\alpha' - A)$$

und hieraus weiter $\mathfrak{d}_1$. — V. Bjerknes, Wied. Ann. 55, 121. 1895; M. Wien, Ann. d. Ph. 25, 625. 1908; Zenneck a. a. O., S. 186; Vorschlag zur Vereinfachung dieser Methode bei Högelsberger, Verh. D. Phys. Ges. 1913, 167; eine strengere für jede Koppelung und Verstimmung gültige Theorie der Bjerknesschen Methode s. Kiebitz, Verh. D. Phys. Ges. 1912, 1016.

e) Aus der Resonanzkurve des Dynamometereffekts (s. 1e). Man sucht die beiden symmetrisch zum Resonanzpunkt liegenden Verstimmungen $\pm x$ der Kreise I und II, für welche ein negativer und ein positiver Extremwert des Dynamometereffekts auftritt, dann gilt für lose Koppelung nahe

$$\mathfrak{d}_1 + \mathfrak{d}_2 = 2\pi x.$$

Mandelstam u. Papalexi, a. a. O. (1e).

3. Bestimmung des Koppelungskoeffizienten $\mathfrak{k}$.

a) Durch Rechnung aus Gl. 3, S. 595.

b) Für zwei frei schwingende gekoppelte Kreise aus der Form der Schwingungskurve. Bei starker Koppelung entstehen Schwebungen, aus denen $\mathfrak{k}$ nach Gl. 5 folgt. Die beiden Koppelungsfrequenzen ν_1' und ν_2' können auch nach V 1d gemessen werden. Die Differenz der Dekremente kommt als Korrektion in Betracht (I 2).

c) Man bestimmt mit dem Wellenmesser nur am Kreise I zwei Frequenzen, nämlich ν_1 bei geöffneter, „leerlaufender" Spule in Kreis II, ν_1' bei kurzgeschlossener Spule II, dann ist, vom Falle sehr großer Dämpfung abgesehen,

$$\mathfrak{k}^2 = \frac{\nu_1'^2 - \nu_1^2}{\nu_1'^2} = \frac{C_{\nu_1} - C_{\nu_1'}}{C_{\nu_1}},$$

wenn C_{ν_1} und $C_{\nu_1'}$ die dem Leerlauf und Kurzschluß von Spule II entsprechenden Einstellungen am Kondensator des Wellenmessers sind. Kiebitz, Verh. D. Phys. Ges. 1913, 1240; Högelsberger, ebd. 1914, 151.

4. Messung von Kapazitäten und Induktionskoeffizienten.

Als Meßinstrument dient eine geeichte variable Kapazität oder Selbstinduktion oder ein Wellenmesser (V 1d).

Man bringt stets die zu messende Größe in einen Schwingungskreis, der durch einen festen Primärkreis in Resonanz erregt wird. Letztere wird an einem Hilfskreis (IV 3) erkannt.

a) Durch Substitution. Man bildet den Schwingungskreis aus der zu messenden Kapazität und einer beliebigen so großen Spule, daß die Selbstinduktion in den Zuleitungen der Kapazität nicht in Betracht kommt. Dann ersetzt man die letztere durch den variablen Kondensator; der Betrag desselben, welcher die Resonanz wieder herstellt, gibt die gesuchte Größe. — Reziprok läßt sich eine Selbstinduktion messen.

b) Vergleichung zweier Selbstinduktionen mittels eines geeichten variablen Kondensators (oder umgekehrt).

Man verbindet nacheinander jede der beiden Selbstind. mit dem variablen Kondensator zu einem Schwingungskreis und stellt mit dem Kond. jedesmal Resonanz mit dem festen Erregerkreis her. Dann verhalten sich die Selbstinduktionen umgekehrt wie die zugehörigen Kapazitäten. Umgekehrt verfährt man entsprechend.

c) Vergleichung einer Selbstinduktion mit einer Kapazität mittels eines Wellenmessers. Man verbindet beide zu einem Schwin-

gungskreis, stellt mit dem Erregerkreis Resonanz her und bestimmt die Schwingungsdauer τ mit dem Wellenmesser. Dann läßt sich nach der Formel $\tau = 2\pi\sqrt{CL}$ L aus C oder C aus L berechnen. Über Korrektionen s. V 1a.

d) Zurückführung einer gegenseitigen Induktion auf Selbstinduktionen. Man verbindet die beiden Spulen durch kurze Doppelleitungen, deren Induktivität zu vernachlässigen oder berechenbar ist, zu einer einzigen Selbstinduktion, deren Enden dicht beieinander liegen und schaltet und rechnet wie in 118, 3.

Über Berechnung von Induktivitäten s. S. 552 u. 559.

Messung von Dielektrizitätskonstanten s. 133.

125a. Elektrische Wellen (Hertz 1888).

Über zusammenfassende Literatur vgl. 125.

Die Wellenlänge wird hier nicht groß gegen die Leiter vorausgesetzt; die Schwingungsphase ist daher auch mit dem Ort veränderlich.

I. Wellen längs Drähten; vgl. auch 133 III.

Längs gestreckter Drähte ist die Fortpfl.-Geschw. nahe gleich der im umgebenden Dielektrikum, in Luft also nahe $300 \cdot 10^8$ cm/sec (Sarasin u. de la Rive).

1. Wellenerzeuger.

Zum Betrieb dient ein Induktorium mittlerer Größe; vgl. S. 416.

Hertzscher Plattenoszillator (verbunden mit dem Lecherschen Doppeldraht; s. 2). Zwei parallele vertikale quadratische Metallplatten P — z. B. 30 cm Seite — tragen in halber Höhe kurze starke Drähte mit Kugeln ($2r = 3$ cm); die „primäre" Funkenstrecke zwischen den Kugeln = 0,4 bis 0,8 cm. Die Zuleitdrähte vom Induktorium werden zweckmäßig in unmittelbarer Nähe hinter den Kugeln angelegt; die Homogenität der Wellen wird durch Einschalten kurzer Funkenstrecken in die Zuleiter befördert. Der Aufbau mit Einschluß des Induktoriums J soll symmetrisch sein. Zweckmäßig ist, daß die Kugeln an Drähten sitzen, die man längs der Platten in Hülsen mit Reibung ausziehen kann.

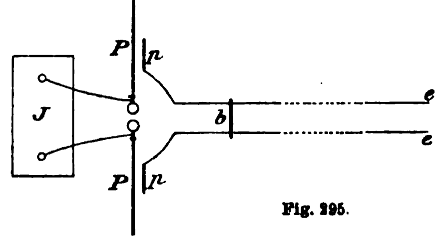


Fig. 295.

Der „primäre" Funke muß weiß sein und mit scharfem Knall einsetzen. Seine Wirkung wird matt, wenn die Kugeloberflächen einige Zeit gebraucht sind; diese müssen dann auf das sorgsamste geputzt werden. Die Wirksamkeit wird erhöht und das Putzen erspart, wenn die Funken unter nichtleitenden Flüssigkeiten erzeugt werden. Zu dem Zweck werden die kugeltragenden Drähte mittels Korks in die durchbohrten Seitenwände eines Glastrogs mit gelegentlich erneuertem Petroleum eingeführt, auch wohl mit Vaselinöl, verdickt durch etwas Vaselin.

Kräftigere, weniger stark gedämpfte und zugleich homogenere Schwingungen erzielt man, wenn der Induktor zunächst mit der Funkenstrecke eines aus Kondensator und Leiter mit Selbstinduktion bestehenden Schwingungskreises in Verbindung steht, dessen Entladungen eine gut ausgeprägte, durch die Kapazität und Selbstinduktion bestimmte Schwingungsdauer haben; 125 I 1 und 138 III. Dieser Kreis gibt seine Schwingungen dann durch Leitung, oder besser induktiv, weiter, z. B. an den auf ihn abgestimmten Hertzschen Plattenoszillator *PP* in Fig. 295; bei induktiver Übernahme besitzt letzterer an Stelle der Funkenstrecke eine kleine Induktionsspule, auf welche die Spule des Schwingungskreises wirkt. Braun, Elt. ZS 1901, 258.

Erreger mit Löschfunkenstrecke (S. 598) zur Erzeugung wenig gedämpfter kurzer Wellen s. Mie, Phys. ZS 1910, 1035; Settnick, Ann. d. Phys. 34, 565. 1911; Rukop, ebd. 42, 489. 1913.

2. Paralleldrahtsystem (Lecher).

Gewöhnliche Anordnung (Fig. 295). Zwei lange, parallele, horizontal ausgespannte blanke Drähte (1 bis 2 mm dick; Abstand 2 bis 15 cm) sind durch die angelöteten Endplatten *p* (Quadrate von 5 bis 10 cm Seite) in wenigen cm Entfernung von den Platten *P* mit dem Primärsystem lose gekoppelt. Kleinere Entfernung vermehrt die Energieübertragung, aber zugleich auch die Dämpfung. Vgl. 125 I 2, II und über eine andere Art der Koppelung 138 III.

Auf den Drähten läßt sich mittels eines Holzgriffes eine Brücke *b* verschieben, ein Metalldraht mit umgebogenen Enden, durch die ein fester Kontakt gesichert ist.

3. Beobachtungsmittel für stehende Wellen.

Stehende Wellen bilden sich längs der Drahtleitung bei gewissen Lagen der Brücke *b*. Zu ihrem Nachweise dienen:

a) Geißlersche Röhren (Lecher), sowohl mit wie ohne Elektroden; im letzteren Falle werden sie quer über die Drähte gelegt, andernfalls werden die Elektroden durch kurze Drahtösen mit zwei gegenüberliegenden Punkten der Drähte verbunden. Die Punkte stärkster Potentialänderung (Maxima)[1]) werden am stärksten Aufleuchten erkannt. Mit besonders empfindlichen Röhren sucht man besser die um $\frac{1}{4}\lambda$ von den Maxima abliegenden Minima auf, wo das Leuchten ausbleibt. S. auch S. 609.

Bringt man einen beträchtlichen Teil der Doppeldrahtleitung (2 bis 3 m) in ein Glasrohr, das evakuiert werden kann, so sieht man unmittelbar das Gas alternierend leuchten und dunkel bleiben (Arons). Über Aufleuchten an dünnen Drähten in freier Luft vgl. Coolidge, Wied. Ann. 67, 578. 1899.

1) Dies sind zugleich die Punkte, in denen, bei homogenen Wellen, die El. in Ruhe, die Stromstärke gleich Null bleibt. Nach Analogie der Bezeichnungen bei stehenden Wellen in Luftsäulen würde man sie schlechtweg Knoten nennen. Bei den el. Wellen nennt man sie auch wohl „Spannungsbäuche“.

b) Das Bolometer: Auf den Drähten verschieben sich zwei durch ein Holzbrettchen verbundene Glasröhrchen, welche die Drähte eng umschließen; um die Röhrchen sind die langen dünnen Drähte, die zum Bolometer führen, ein oder mehrmals herumgewickelt. Durch Ablesung der Galvanometerausschläge kann der ganze Wellenverlauf verfolgt werden. Die Lage der Brücke und der Glasröhrchen wird an einem Bandmaß abgelesen oder auf einem auf den Fußboden gezeichneten Maßstab abgelotet.

Das Bolometer befindet sich in der Paalzow-Rubensschen Verzweigung (85, 4). — Rubens, Wied. Ann. 42, 154. 1891. Vgl. auch 72a II.

c) Thermoelemente (85, 4; 125 IV, 3). Vgl. z. B. Rukop, a. a. O., vor. S.; Eckert, Verh. D. Phys. Ges. 1913, 307.

4. Lage der Maxima und Minima.

Ist die Leitung auch an den Enden überbrückt, so liegt dort ein Minimum; die ganze Drahtlänge zerfällt in eine ungerade Anzahl von Viertelwellen. Wegen der Brücken und der Platten p muß zu der gemessenen Drahtlänge l eine nahe konstante Korrektion l_0 addiert werden. Sämtliche mögliche Wellenlängen λ_n ergeben sich aus der Formel $\frac{1}{4}\lambda_n(2n-1)=l+l_0$. In erster Annäherung kann l_0 aus einem bestimmten n und dem zugehörigen (gemessenen) λ_n berechnet werden. Vgl. z. B. Rubens, a. a. O., und Cohn u. Heerwagen, Wied. Ann. 43, 343. 1891.

Ist die Leitung (Fig. 295) bei e offen, so liegt dort ein Maximum, die Formel lautet dann $\frac{1}{2}\lambda_n\cdot n=l+l_0$.

Man kann bequem bis $n=10$ kommen, indem man b entsprechend gegen p hin verschiebt, doch treten, wohl wegen Schwankungen von l_0, bei kurzen Wellen Unregelmäßigkeiten auf.

5. Messung der Fortpflanzungsgeschwindigkeit (v).

Durch λ und die Schwingungsdauer ist $v=\lambda/\tau$ gegeben. Vgl. über die Messungen auch 133, 10.

a) λ wird gemessen, τ berechnet; Sarasin und de la Rive, Blondlot usw.

Ein zwischen den Drähten verschiebbarer „Resonator" (Fig. 296) $ABCD$ (z. B. $AB=10$ cm, $BD=20$ cm) besteht aus Kupferdraht ($2r=1$ bis 2 mm), der zwischen A und C aufgeschnitten und hier an zwei einander parallele, unter den Drähten liegende metallische Kondensatorplatten (6 cm Radius) von wenigen mm Abstand angelötet ist. An den Platten ist ein fein regulierbares Funkenmikrometer (Spitze und kleine Kugel, Abstand Bruchteile eines mm) befestigt.

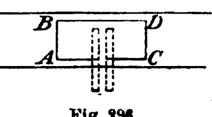


Fig. 296.

Die Schwingungsdauer τ dieses Resonators berechnet sich nach der Formel $\tau=2\pi\sqrt{CL}$; 125 I 1. Seine Kapazität C wird galvanometrisch gemessen oder aus den Dimensionen berechnet (132). Der Selbstind.-Koeff. L berechnet sich (Mascart)

$$L=4\left\{-2(a+b-m)+a\lg\text{nat}\frac{2ab}{\varrho(a+m)}+b\lg\text{nat}\frac{2ab}{\varrho(b+m)}\right\},$$

worin a und b die Seiten des Rechtecks, $m = \sqrt{a^2 + b^2}$ und ϱ der gegen a und b kleine Radius des Drahtes. — Länge der Drahtleitung = 25 m, Abstand = 11 cm, AB ist etwa 10 m vom Erreger entfernt; jenseit CD wird die Brücke b verschoben. Die Entfernung zweier aufeinanderfolgender Brückenlagen, bei denen das Funkenspiel ausbleibt (Regulierung der Funkenstrecke!), ist gleich der halben Wellenlänge des Resonators.

b) λ und τ werden gemessen (Trowbridge u. Duane).

Der Primärkreis (Fig. 297) wird durch Verschieben der die primäre Funkenstrecke kk enthaltenden Leitung AB so lange geändert, bis sich auf der Sekundärleitung (Drahtlänge ca. 60 m) mit dem Bolometer eine wohlausgebildete halbe Welle nachweisen läßt (Minimum bei F und in der Nähe der Kondensatorplatten, auf welche die Energie übertragen wird.) Der Abstand der Minima ist $= \frac{1}{2}\lambda$. Bei F ist eine sehr kleine Funkenstrecke; das Bild der Fünkchen wird nach Reflexion an einem rotierenden Spiegel photographiert und hieraus τ (etwa $2 \cdot 10^{-7}$ sec bei $\lambda = 60$ m) berechnet (29a 5). — Siehe hierzu auch Wellenmesser 125 V 1 d.

Fig. 297.

Wellen längs Drahtspulen. Die Fortpfl.-Geschw. ist längs der Achse eines aufgespulten Drahtes viel kleiner als längs gestreckter Drähte. Theoretisch wurde sie abgeleitet $= 1/\sqrt{c\mathfrak{L}}$, wo c und $\mathfrak{L}$ die elektrostat. Kapazität und Induktivität für die Längeneinheit der Spule bedeuten. Längs einer Spule von 4,8 cm Durchmesser mit einer Lage von 25 Windungen/cm wurde die Geschw. etwa 150mal kleiner gefunden als in Luft.

Vgl. Drude, Ann. d. Phys. 9, 608. 1902; Seibt, Elt. ZS 1902, 315 bis 409; Slaby, ebd. 1903, 1007; Fleming, Phil. Mag. (6) 8, 417. 1904, auch Principles usw. S. 251 ff. — Über die Anwendung einer Spule als Wellenmesser s. ferner 125 V 1.

II. Wellen in freier Luft.

Über die Gestalt der Wellen, die von einem Oszillator sich allseitig ausbreiten s. z. B. Waitz, a. a. O. S. 644; Fleming, S. 352; Zenneck, S. 41 ff.

Zur Erzeugung der Wellen dient ein Erreger („Oszillator"), der aus zwei gleichgestalteten Leitern besteht, zwischen deren einander zugekehrten Enden der primäre Funke überschlägt, z. B. in Fig. 295 das System PP, wenn die Verbindungen der Funkenkugeln mit den Endplatten aus längeren geraden Stäben bestehen. Um große Schwing.-Zahlen zu erhalten, werden die Endplatten verkleinert, auch wohl fortgelassen, und die Stäbe verkürzt. Ganz kleine Oszillatoren (dünne Platindrähte von wenigen mm Länge mit kurzen Fünkchen unter Petroleum; Lebedew, Wied. Ann. 56, 1. 1895; auch Eckert, Verh. D. Phys. Ges. 1913, 307) liefern Wellenlängen bis unter 1 cm. Vgl. auch das Kugelpaar Fig. 298. Oszillatoren von der Form eines Doppelkegels s. Martens u. Ganswindt, Verh. D. Phys. Ges. 1913, 557. — Als Stromquelle dient das Induktorium oder eine große Influenzmaschine.

Der Empfänger ist in der Regel ein der Funkenstrecke paralleler unterbrochener Leiter („offener Resonator"), in dessen Unterbrechungsstelle der „Detektor" eingeschaltet ist.

Für besondere Zwecke dient auch wohl ein kreisförmig oder rechteckig gebogener „geschlossener" Resonator (Hertz; Blondlot).

Detektoren. Mittel zum Nachweis der Schwingungen sind namentlich die folgenden. (Näheres z. B. bei Waitz, a. a. O. S. 660ff.; Zenneck, S. 324ff.; Nesper, Jahrb. d. drahtl. Tel. 4, 312, 423, 534. 1911.)

1. Die Fünkchen, die an einer sehr kurzen Unterbrechungsstelle des Empfängers auftreten.

2. Die Geifslersche Röhre mit Nebenelektroden. Die Hauptelektroden sind mit einer Akkumulatorenbatterie verbunden; durch Einschalten von Widerstand wird die Entladung gerade zum Verschwinden gebracht. Springt nun zwischen den Nebenelektroden, die mit dem Empfänger verbunden sind, durch Bestrahlung ein Fünkchen über, so setzt die Entladung der Akkumulatorenbatterie wieder ein (Zehnder). — Über geeignete Vakuumröhren mit elektrolytisch eingeführtem Na (geliefert von Kramer in Freiburg i. B.) s. Warburg, Wied. Ann. 40, 1. 1890. Solche mit He- (Dorn, Ann. d. Phys. 20, 127. 1906) oder Neon-Füllung liefert z. B. Goetze in Leipzig.

3. Das Elektroskop. Dessen Kugel ist mit der einen Hälfte des Empfängers verbunden; der Kugel gegenüber steht in geringer Entfernung eine Spitze, die mit der anderen Empfängerhälfte und mit einer am anderen Pol zur Erde abgeleiteten Trockensäule verbunden wird. Setzen die Fünkchen ein, so ladet die Trockensäule das Elektroskop. Oder man ordnet umgekehrt so an, daß die Fünkchen ein geladenes Elektroskop entladen (Boltzmann).

4. Thermodetektoren. Z. B. das Thermokreuz von Klemenčič; vgl. S. 440, wo A und B in Fig. 188 die Enden des Empfängers bedeuten. Auch das Thermogalvanometer von Duddell, S. 440. — Ferner Thermoelemente mit punktförmigem Kontakt; z. B. Tellur-Aluminium, Tellur-Bleiglanz, Silicium-Kupfer, Stanniol-Bleiglanz, Graphit-Bleiglanz (Austin; Pickard; Schloemilch u. a.); vgl. Zenneck, a. a. O., S. 325.

5. Das Bolometer nach Paalzow-Rubens; vgl. S. 441 u. 607.

6. Der Kohärer oder Fritter (Branly; Lodge). Ein mit Metallspänen oder -körnern gefülltes Glasrohr ist beiderseits durch Metallelektroden mit einem Element und einem Galvanometer zum Stromkreis verbunden. Durchgehende el. Schwingungen vermehren das Leitvermögen des Kohärers und hierdurch die Stromstärke. Klopfen stellt den früheren Widerstand wieder her. Für Messungen sind die unempfindlicheren Kohärer (z. B. gefüllt mit 5 bis 10 mm langen Eisenschrauben) am besten; Störungen sind durch Metallhüllen um Kohärerkreis und Galvanometer fernzuhalten.

Bei dem Quecksilberkohärer (Lodge u. Muirhead) rotiert, ganz wenig eintauchend, ein Stahlrädchen über einem mit Mineralöl bedeckten Quecksilbertropfen. Der Durchgang von Schwingungen bewirkt vorübergehend leitenden Kontakt. Auch ein Tantaldraht auf Hg wird gebraucht (Walter).

7. Der magnetische Detektor, dessen Wirkung darauf beruht, daß die Remanenz kurzer Magnete in einer von den el. Schwingungen erregten Spule gestört wird (Rutherford). In der drahtlosen Tel. dient wohl ein fortbewegtes endloses Band aus harten Eisendrähten, die magnetisiert in die Detektorspule eintreten. Die Änderungen ihres Magnetismus wirken z. B. mittels einer umschließenden Induktionsspule auf ein Telephon (Marconi). — Über einen für Messungen bestimmten Detektor s. Walter, Phys. ZS 5, 269. 1904.

8. Der elektrolytische Detektor (Ferrié, Fessenden, Schloemilch), eine Polarisationszelle, z. B. Platinelektroden in Schwefelsäure, durch die beständig ein Strom fließt; dieser wird bei dem Durchgang von Schwingungen verstärkt. Die Wirkung ist am größten, wenn die Anode eine sehr kleine Oberfläche besitzt (Drähte bis 0,001 mm Durchmesser in Glasrohr eingeschmolzen, mit kaum herausragender Spitze).

9. Die Glühkathode. Der erhitzte Faden einer Glühlampe (oder eine Wehneltsche Oxydkathode, S. 581) bilde mit einer in das Vakuum eingeführten Nebenelektrode als Anode, einem Stromzeiger, einer Koppelungsspule und einer passend abgeglichenen Gleichspannung (günstig, aber nicht notwendig) einen Stromkreis. Wenn Schwingungen in der Koppelungsspule erregt werden, entsteht ein Strom (Flemings „Ventil-Detektor", mit Wolframdraht-Kathode in Kohlezylinder als Anode).

Nach de Forest schaltet man die Koppelungsspule nebst Kondensator zwischen die Glühkathode und ein zwischen Kathode und Anode der Vakuumröhre angebrachtes Drahtnetz. Vgl. Zenneck, S. 340. — Über die weitere Ausbildung dieses Prinzips s. Reisz, Elt. ZS 1913, 1359.

Versuchsanordnungen; größtenteils nach Hertz. Um die Wellen zusammenzuhalten (paralleles Strahlenbündel) werden Erreger und Empfänger in der Brennachse von parabolischen Zylinderspiegeln aus Metall (Zink) befestigt. Die Verbindungsdrähte zur Stromquelle und zu den Nachweisapparaten werden isoliert durch Löcher in den Spiegeln geführt.

Die Dimensionen brechender Prismen, reflektierender Spiegel, polarisierender Gitter usw. sind den Spiegelöffnungen entsprechend zu wählen; Abblendschirme zweckmäßig größer. Für feinere Untersuchungen (Beugung, Doppelbrechung usw.) empfehlen sich kleine Apparate, die sich auf einem der üblichen Spektrometergestelle aufbauen lassen; Lebedew, a. a. O.

Über die Anordnung von Demonstrationen vgl. u. a. Zehnder, Ann. der Ph. 9, 899. 1902; Seibt, Elt. ZS 1903, 105; Phys. ZS 4, 99 u. 817. 1902—3.

Fig. 298.

Über Wellenmesser s. 125 V 1d.

Versuchsanordnung von Righi. (S. L'Ottica delle Oscillazioni elettriche, Bologna 1897, deutsch von Dessau.) Den Erreger (λ = etwa 10 cm) bilden zwei Messingkugeln ($2r$ = 3,75 cm) im Abstand von 0,08 cm (Fig. 298), in zwei abgekürzte Glastrichter eingekittet. Diese ruhen in Holzfassungen, deren

Abstand vermöge des Gelenks mit Stellschraube fein reguliert werden kann. Die mit der Elektrizitätsquelle (bei Righi 4-plattige Holtzsche Elektrisiermaschine) verbundenen Kugeln entladen sich durch 2 cm lange Funkenstrecken auf die Erregerkugeln; der untere Trichter ist mit Vaselinöl gefüllt, in dem die Erregerfunken überspringen.

Der Empfänger besteht aus einem dünnen Streifen auf Glas niedergeschlagenen Silbers (3,6 $\times$ 0,2 cm), der in halber Länge durch einen feinen Diamantstrich geteilt ist; an diesem Strich wird das Funkenspiel beobachtet, ev. unter Zuhilfenahme einer Lupe. Die parabolischen Spiegel haben z. B. 20 cm Höhe, 25 cm Öffnung und 3 cm Brennweite. Bei Beobachtung des Empfängers mittels Lupe ist diese hinter dem Spiegel vor einer kleinen Öffnung anzubringen.

Sender und Empfänger („Antennen") für drahtlose Telegraphie (Marconi 1895). Über die Entwicklung der Antennen s. Fleming, a. a. O. (S. 593) S. 419 ff.; Zenneck, Lehrb. d. drahtl. Tel., S. 179 ff.

Die Aussendung von Energie in Gestalt Hertzscher Wellen erfolgt von einem langen Drahte aus, der Antenne (Fühlhorn), oder, um die Wirkung zu verstärken, von einem Bündel Drähte (Vielfachantenne), welches parallel oder konisch oder harfenartig angeordnet ist.

Die Erregung der stehenden Schwingungen in der Antenne geschieht unten: bei dem ursprünglichen Marconi-Sender, Fig. 299 A, durch eine angeschaltete Funkenstrecke; nach Braun (1898) durch induktive oder direkte Koppelung einer angehängten Spule mit einem möglichst ungedämpften Kondensatorkreis, Fig. 299 B. Mittels eines Telegraphentasters wird der Primärstrom des Induktoriums, welches den Funkenstrom erzeugt, geschlossen und unterbrochen; als Alphabet usw. gelten die Morseschen, aus kurzen und längeren Signalen zusammengesetzten Zeichen.

Fig. 299.

Das untere Ende der Antenne ist durch die Funkenstrecke oder die Spule hindurch geerdet oder mit einer Kapazität („Gegengewicht") verbunden, zu dem Zweck, daß an die Koppelungsstelle ein Strombauch der Grundeigenschwingung der Antenne zu liegen kommt. Auch dem oberen Ende wird im allgemeinen eine Kapazität z. B. in Gestalt eines Drahtnetzes oder Schirmes angehängt (Blondel).

Die gebräuchlichen Wellenlängen λ in Luft liegen zwischen einigen 100 und wenigen 1000 m; $300 \cdot 10^6/\lambda$ gibt die zugehörige Schwing.-Z./sec. Für große Reichweite pflegt große Wellenlänge günstig zu sein.

Die Länge einer einfachen geerdeten Antenne müßte, wie bei der gedeckten Orgelpfeife, $\frac{1}{4}\lambda$ betragen; angehängte Spulen verkleinern sie.

Die Empfängerantenne ist meistens als Spiegelbild des Senders angeordnet. Sie wirkt durch Koppelung auf einen Schwingungskreis, in welchen der Detektor (s. namentlich oben Nr. 4 u. 6 bis 9) eingeschaltet ist.

Über die neueren Formen der Antennen, sowie über Dämpfung, Abstimmung, Telephon als Empfänger, Reichweite, gerichtete Wellen, Einfluß des Erdbodens usw. werde auf die Literatur verwiesen.

Elektrometrie.

126. Allgemeines.

Die Anwendungsgebiete des Galvanometers und des Elektrometers greifen immer mehr ineinander über. Dieser Abschnitt betrifft, außer der Behandlung des Elektrometers selbst, namentlich Aufgaben, die früher nur elektrometrisch gelöst wurden.

Isolierung. Eine zuverlässige Isolation liefern meist *Schellack*, *Porzellan*, namentlich *Quarz* und *Bernstein*; auch gut gereinigtes Kolophonium (Hochheim). Oberflächlich leitendes *Glas* wird mit destilliertem Wasser gewaschen oder besser abgekocht und in staubfreier Luft getrocknet. Frisch gereinigtes Glas isoliert meistens gut; am dauerhaftesten ist Flintglas, schwer schmelzbares Kaliglas, Jenaer alkalifreies Glas Nr. 122 oder 477. — An *Hartkautschuk* (Ebonit) läßt sich die durch Oxydation mit der Zeit entstandene Oberflächenleitung durch Abschaben, Abdrehen (nicht Polieren), Abwaschen mit Wasser, Alkohol beseitigen. Mit filtrierter heißer Schellacklösung getränkt, bei 100° im Luftbad getrocknet, am besten mit tiefen, engen eingedrehten Rinnen, isoliert er wie Bernstein (Schering). — *Paraffin* isoliert gut, deformiert sich aber leicht. Paraffiniertes Holz (8, 19) genügt für geringe Ansprüche. — In höherer Temperatur dienen als Unterlagen parallel zur Achse geschnittene *Quarzplättchen*; auch wird *Quarzglas* empfohlen. Zu nennen sind ferner die neueren Preßmaterialien, wie Tenacit, Bakelit u. a.

Wenn die Entladung eines gewöhnlichen Elektroskops durch die Berührung mit einem abgeleiteten Körper nicht scheinbar momentan erfolgt, so ist der Widerstand des Weges mindestens auf die Ordnung $10^{10}\,\Omega$ zu schätzen.

Schutzhüllen. Um Influenzwirkungen nach und von außen zu beseitigen, schließe man die Apparate und Leitungen in zur Erde abgeleitete, metallische Hüllen ein. Erwähnt werde: Pappe, innen mit Stanniol überzogen; Netz aus Draht oder aus Stanniolstreifen, die auf oder besser in die Glashüllen geklebt sind; zu Installationszwecken benutzte Röhren, Abzweigdosen, Kniestücke; zusammensetzbare vierkantige Weißblechröhren, etwa 8 $\times$ 8 cm, deren eine Wand als Deckel aufzusetzen ist.

Gegen die Ausstrahlung dünner Leitungen bei starken Spannungen schützen z. B. Kapillaren aus Jenaer Glas 59 mit übergezogenem starkem Gummischlauch; C. Müller, Ann. d. Phys. 28, 595. 1909.

Elektrometerausschläge können durch die mit der Zeit veränderlichen *Ladungen benachbarter Isolatoren* beeinflußt werden; die beweglichen Systeme sind daher gegen solche abzuschirmen.

Vorsichtsmaßregeln bei der Messung mit abgetrennten Elektrizitätsmengen. Zur Vermeidung von Reibungselektrizität füllt man an Kommutatoren u. dgl. das Quecksilber in Fingerhüte, welche in eine isolierende Unterlage eingesetzt werden. — Gegen das Heraufkriechen

von Ladungen aus Hochspannungsleitungen u. dgl. stelle man die Isolatoren auf geerdetes Metall (Schutzringe von Elster u. Geitel; Rutherford).

Die Messung kleiner Kapazitäten verlangt Zuleiter, Kommutatoren u. dgl. von kleiner Kapazität. Man setzt die letzteren etwa aus Platindrähtchen an Schellackstäbchen zusammen.

Rückstandfreie Träger werden durch kleine, abgeleitete, nicht ganz bis an ihre Enden mit Paraffin ausgegossene Metallröhrchen geliefert, in deren Achsen die Leitungsdrähte laufen.

Kondensatoren für genauere Messungen sollen tunlichst rückstandfrei sein. Man wähle Luftkondensatoren oder geeignet hergestellte Glimmerkondensatoren (s. 182).

Erzeugung konstanter Potentiale. Am besten dienen kleine Akkumulatoren oder Normalelemente usw. (z. B. Krüger-Batterien zu beziehen durch Spindler & Hoyer, Göttingen). — Zambonische Säulen müssen, um einigermaßen konstant zu wirken, dicht eingeschlossen und gut isoliert sein. — Vgl. auch S. 416.

Hohe Potentiale werden oft mit Leidener Flaschen oder Batterien von großer Kapazität bzw. geringem Elektrizitätsverlust hergestellt. Man lädt einige Zeit vorher, weil anfangs die Spannungsabnahme durch Rückstandsbildung und El.-Verlust am stärksten ist. Nimmt man dann durch Berührung mit einem Halbleiter vor dem Gebrauch einen Teil der Ladung fort, so führt der nun freiwerdende Rückstand in Verbindung mit dem El.-Verlust einen zeitlichen Maximumzustand der Spannung herbei, in welchem die Spannung sich eine Zeitlang wenig ändert. Durch alternierendes Beobachten lassen sich Änderungen eliminieren.

Nullpunkt des Potentials. Meßbar sind nur Differenzen von Potentialen. Um für diese einen allen Apparaten einer Versuchsanordnung gemeinsamen Anfangspunkt, ein Potential „Null“, festzulegen, verbindet man alle auf Null zu haltenden Körper mit der Erde (Wasserleitung, Gasleitung, Erdplatte).

Im folgenden ist unter Potential stets die Potentialdifferenz gegen den gewählten Nullpunkt verstanden.

127. Elektrometer. Messung von Potentialen (Spannungen).

I. Sinuselektrometer (R. Kohlrausch 1853).

Eine Magnetnadel wird, zugleich mit einem abstoßenden Arm, auf das zu messende Potential V geladen. Durch Nachdrehen des Armes um den Winkel φ stelle man nun den ursprünglichen Kreuzwinkel zwischen beiden Teilen dadurch wieder her, daß man beim Visieren durch einen Spalt das zweimal gespiegelte Bild einer Marke wieder auf einen Punkt auf dem Spiegel der Nadel bringt. Dann ist $V = C\sqrt{\sin\varphi}$.

Verschiedene Nadeln und Kreuzwinkel ermöglichen sehr verschiedene Werte von C. Um diese aufeinander zu reduzieren, vergleicht man die verschiedenen, einer konstanten Spannung (vgl. oben) entsprechenden φ.

II. Schachtelelektrometer.

Quadrantelektrometer (W. Thomson um 1860).

Vier leitende Quadranten, von denen je zwei gegenüberliegende miteinander verbunden sind, bilden eine geschlitzte Schachtel. In dieser ist die „Nadel" mit einem Stiel, der einen Ablesespiegel trägt, an einem feinen Draht aufgehängt. An den älteren Instrumenten läuft die Fortsetzung des Stieles nach unten in ein kleines Platinblech aus, welches in konzentrierte staubfreie Schwefelsäure untertaucht, die außer zum Trockenhalten des Instrumentes, zum Dämpfen der Schwingungen dient (Fig. 300).

Fig. 300.

Der Nadel wird die Ladung durch ihren Aufhängedraht bzw. versilberten oder hygroskopisch gemachten Quarzfaden (S. 21) oder von der Schwefelsäure aus zugeführt.

Über die Erzeugung des konstanten Hilfspotentials s. S. 613. Wird dieses von einer Leidener Flasche geliefert, so findet man nach einer neuen starken Ladung das Gleichgewicht zuweilen instabil. Wenn Zuwarten nicht hilft, so schwäche man die Ladung.

Die Schwefelsäure veranlaßt häufig Nullpunktsverschiebungen, Kriechen der Nadel. Umrühren etwa ¼ St. vor der Beobachtung ist zweckmäßig. Das Beruhigungsplättchen soll an einem äußerst feinen platinierten und geglühten Platindraht (S, 18) aufgehängt sein, der zentral durch die Flüssigkeitsoberfläche geht. — Instrumente zu genauer Messung vermeiden die Flüssigkeitsdämpfung.

Sehr empfindliche Instrumente schütze man während der Beobachtung gegen einseitige Bestrahlung. — Das Gehäuse sei stets geerdet.

Formen des Quadrantelektrometers s. außer bei Lord Kelvin u. a. bei Kirchhoff, Branly, Mascart, Edelmann, Himstedt (versilberter Quarzfaden, magn. Dämpfer). Für exakte Messung besonders Hallwachs (Platindraht, Luftdämpfer), Wied. Ann. 29, 1. 1886; 55, 170. 1895; für sehr große Empfindlichkeit Dolezalek (hygroskopischer Quarzfaden, sehr leichtes Biskuit), ZS f. Instr. 1901, 345; 1906, 292; Mülly, Phys. ZS 1913, 237. — Namentlich für Wechselstrom H. Schultze, ZS f. Instr. 1907, 65.

Sehr kleine Formen von Paschen, Phys. ZS 1906, 492; Westentaschenelektrom. von Boys, Beibl. zu Wied. Ann. 1891, 721. 1906, 492. Transportabel, für photogr. Registrierung Elster u. Geitel, ZS f. Instr. 1906, 322; Phys. ZS 1906, 493.

Durch eine mehrfache Nadel in einer entsprechenden Anzahl übereinandergesetzter Quadrantenschachteln — z. B. Kelvins „Multizellular-Voltmeter" — wird die Empfindlichkeit gesteigert, so daß eine Zeigerteilung angewandt werden kann, deren Eichung natürlich empirisch geschieht (129).

Orientierung. In der Ruhelage, d. h. wenn alle Elektrometerteile mit dem geerdeten Gehäuse verbunden sind, soll die Mittellinie der Nadel mit

einem Trennungsdurchmesser der Quadranten nahe zusammenfallen, was durch Drehung des Torsionskopfes zu bewirken ist.

Genauere Orientierung. Man dreht die Nadel mittels der Aufhängung so, daß der bei abgeleiteten Quadranten unter Anlegung eines hohen Potentials an die Nadel eintretende Ausschlag ein Minimum wird, oder besser, daß die unter Vorzeichenwechsel dieses hohen Potentials eintretenden entgegengesetzten Ausschläge gleich werden.

Die Empfindlichkeit ändert sich durch Vertikalverschiebung der Nadel und läßt sich hierdurch variieren. Bei genauen Messungen stelle man aber die Nadel womöglich in die Mitte der Quadrantenschachtel, die Minimumlage der Empfindlichkeit. Ein Nachlängen der Suspension hat dann weniger Einfluß, auch wird die Symmetrie der Ablenkungen in dieser Lage am wenigsten durch Verbiegungen der Nadel, ungleiche Höhe der Quadranten usw. gestört. Man beobachtet, mit Spiegel und Skale (25), kleine Ausschläge.

Vorausgeschickt werde eine für alle Messungen wichtige Bemerkung. Das Kommutieren, das Auswechseln des Vorzeichens der zu messenden Größe, durch welches Messungen häufig von Nebeneinflüssen befreit werden können, spielt bei der statischen Messung kleiner Potentiale wegen der unberechenbaren Unsymmetrien, die z. B. durch Kontaktpotentiale bewirkt werden, eine hervorragende Rolle. Wir setzen also Messungen mit Kommutieren voraus und verstehen unter Ausschlag das Mittel aus den Ablenkungen nach beiden Seiten. (Im Gebrauch ist es einfacher, stets mit dem doppelten Ausschlage zu rechnen, d. h. mit dem Unterschiede der beiderseitigen Einstellungen.)

Dies vorausgesetzt, genügen für gewöhnliche Zwecke i. allg. die folgenden Verfahren. Über die genauere Theorie und die auf ihr beruhenden Vorschriften für feinere Messungen vgl. S. 617; über Eichung und Kalibrierung 129.

Auf das Qu.-El. werden zwei grundsätzlich verschiedene Schaltungen angewendet. Die eine, „mit Hilfsladung", gibt in zwei Modifikationen die Ablenkung nahe dem zu messenden Potential proportional, die andere, die „Doppelschaltung", seinem Quadrate. Die erstere gewährt in der Wahl der Stärke der Hilfsladung eine in weiten Grenzen zu ändernde und auch sehr kleinen Potentialen anzupassende Empfindlichkeit. Bei der Doppelschaltung ist die Empf. durch das Instrument gegeben und nähert sich für kleine Potentiale stets der Null; die Unabhängigkeit der Ausschlagsrichtung vom Vorzeichen des angelegten Potentials (ähnlich wie beim Dynamometer und den Hitzdrahtgalvanometern) macht aber die Methode bei der Messung von Wechselspannungen unersetzlich.

Mit Hilfsladung.

Wegen der Schwankungen des Hilfspotentials muß man von Zeit zu Zeit die Empfindlichkeit neu bestimmen (129 I).

1. Quadrantschaltung; die gebräuchlichste Schaltung. Das eine Quadrantenpaar wird dauernd auf dem Potential Null, die

Nadel auf einem konstanten, gegen das zu messende hohen Potential gehalten.

Die Ladung des zweiten, bisher abgeleiteten Quadrantenpaares auf das zu messende Potential V bewirkt dann eine mit V nahe proportionale Ablenkung. Vorzeichenwechsel von V gibt darauf einen entgegengesetzten, etwas verschiedenen Ausschlag. Das Mittel aus beiden, α, ist proportional V; wir setzen

$$V = C\alpha. \qquad 1.$$

Die Empfindlichkeit $1/C$ wächst cet. par. ungefähr dem Quadrate der Nadellänge proportional; H. Schultze, ZS f. Instr. 1906, 148.

Außerdem ist $1/C$ bei schwacher Hilfsladung nahe dem Nadelpotential proportional (näheres s. S. 618), und selbstverständlich, falls der Ausschlag in Sk.-T. angegeben wird, dem Skalenabstande.

2. Nadelschaltung. Die beiden Quadrantenpaare werden dauernd durch Verbinden mit den Polen einer vielpaarigen galvanischen Kette, deren Mitte zur Erde abgeleitet ist, auf nahe entgegengesetzt gleiches Potential geladen. Verbindet man die vorher abgeleitete Nadel dann metallisch mit dem zu messenden Potential V, so tritt wieder eine mit V nahe proportionale Ablenkung ein. Vorzeichenwechsel von V gebe den mittleren Ausschlag α, dann gilt wieder $V = C\alpha$.

Die Bedeutung der Methode gilt weniger für die gewöhnliche Potentialmessung als, wegen der kleinen Kapazität und leichten Isolierbarkeit der Nadel, für die Messung kleiner El.-Mengen. Die von der einfachen Formel vorausgesetzte genaue Halbierung des Hilfspotentials wird dadurch erreicht, daß man die vielpaarige Kette durch zwei große Widerstände in Reihe schließt und deren gemeinsamen Punkt mit dem Gehäuse, die beiden Endpunkte mit den Quadrantenpaaren verbindet.

Ohne Hilfsladung (Doppel- oder „idiostatische" Schaltung) für größere Potentiale.

Die Nadel und das eine Quadrantenpaar sind abgeleitet. Das Potential V an dem vorher abgeleiteten zweiten Quadrantenpaar gibt dann einen, vom Vorzeichen von V unabhängigen, genähert V^2 proportionalen Ausschlag. Um Fehler aus Kontaktpotentialen zwischen den Elektrometerteilen (s. unten) zu eliminieren, hat man dann gleichzeitig die Quadranten und V zu kommutieren und den mittleren Ausschlag α zu bilden. Dann gilt:

$$\text{genähert } V^2 = C\alpha; \text{ genauer } V^2 = C\alpha(1 + p\alpha) = C\alpha + C'\alpha^2. \qquad 2.$$

Wird α in Sk.-T. angegeben, so ist cet. par. sowohl C wie p umgekehrt prop. dem Skalenabstande, C' also dessen Quadrate. Das Korrektionsglied $p\alpha$ entspringt aus der elektrischen Direktionskraft der Ladung; vgl.

S. 618. Größere Skalenausschläge würde man auf Winkel reduzieren (25); doch kann man alle Korrektionen auch mit der Kaliberkorrektion (129) vereinigen.

Die Konstanz von C wird hier nur durch die Konstanz der Aufhängung in bezug auf Direktionskraft, Länge und Torsion bedingt und ist durch sehr feine Metalldrähte oder leitend gemachte Quarzfäden in weitem Umfang und auf lange Dauer erreichbar.

Theorie. Genauere Formeln.

Im Anschluß an Maxwell. Legt man, nach allseitiger Ableitung (Verbindung mit dem Gehäuse), an die Quadrantenpaare bzw. an die Nadel die Potentiale V_1, V_2 und V_N an, so ist der (kleine) Ablenkungswinkel α

$$\alpha = \mathfrak{K}(V_1 - V_2 + \Pi_1)[V_N - \tfrac{1}{2}(V_1 + V_2) + \Pi_2]. \qquad 3.$$

Π_1 und Π_2 bedeuten Kontaktpotentiale der Quadranten gegeneinander und gegen die Nadel; geeignetes Kommutieren eliminiert sie. Es werde weiterhin von ihnen abgesehen.

$\mathfrak{K}$, die Instrumental-Empfindlichkeit, ist cet. par. umgekehrt prop. der Direktionskraft D der Aufhängung, welche aber neben der elastischen eine durch die Ladungen bewirkte elektrische Dir.-Kr. enthält, die sich bei den einzelnen Schaltungen verschieden äußert; s. unten.

Formel von Orlich. Es gilt, wenn a, b, c, D Konstanten bedeuten,

$$D\alpha = a_0 V_N^2 + a_1 V_1^2 + a_2 V_2^2 + (a_2 - a_1)V_N(V_1 - V_2) + b_0 V_1 V_2 + c_0 V_N + c(V_1 - V_2). \qquad 4.$$

Um die Zahl der Konstanten zu verringern, müssen in den einzelnen Schaltungen geeignete Kommutierungen vorgenommen werden. D ist nicht ganz konstant,. sondern hängt etwas von V_N, V_1 und V_2 ab; diese Abhängigkeit läßt sich durch geeignetes Justieren beseitigen.

Maxwell, Electr. § 219. Hallwachs, Wied. Ann. 29, 1. 1886; Gouy, J. de phys. 7, 97. 1888; Orlich, ZS f. Instr. 1903, 97; Walker, Ph. Mag. (6) 6, 238. 1903; H. Schultze, ZS f. Instr. 1906, 147 u. 1908, 144; Scholl, Phys. ZS 1908, 915; Pulgar u. Wulf, Ann. d. Phys. 30, 697. 1909; Anderson, Phil. Mag. 23, 380. 1912; Villey, Ann. chim. phys. 26, 433. 1912; Beattie, Electrician 70, 683. 1913.

Zur Messung höherer Spannungen wird am besten die zu messende Spannung durch zwei in Reihen geschaltete größere Kondensatoren von der Kapazität C_1 und C_2 geschlossen und die Spannung E_1 an einem der Kondensatoren mit dem Elektrometer gemessen. Dann ist die Gesamtspannung gleich $E_1(C_1 + C_2)/C_2$; s. z. B. Franke, Wied. Ann. 50, 163. 1893; Peukert, Elt. ZS 1901, 265; Dickmann, Phys. ZS 1912, 108.

Anwendung der theoretischen Formel 3 auf die einzelnen Schaltungen.

Außer der elast. Direktionskraft D der Aufhängung besteht eine (auch für $V = 0$ vorhandene) durch die Hilfsladung der Nadel bewirkte Dir.-Kr.,

die V_N^2 prop. ist. Die ganze Dir.-Kr. läßt sich also $= D(1 + \gamma V_N^2)$ setzen, wo γ für das Instrument bei bestimmter Justierung (Nadelhöhe usw.) eine Konstante bedeutet. Die Größe und das Vorzeichen von γ hängen von der Gestalt des Instruments und der Nadel und von deren Lage zur Schachtel ab. Unter Umständen läßt sich durch Ausprobieren γ auf Null bringen.

Quadrantschaltung. V_1 und V_2 sind klein gegen V_N, die Empfindlichkeit $1/C$ wird also merklich prop. $\frac{V_N}{D(1+\gamma V_N^2)}$. Vorausgesetzt, daß γ positiv ist, wächst hiernach die Empf. mit dem Nadelpotential verzögert an und erreicht bei $\gamma V_N^2 = 1$ ein Maximum.

Die Ausschläge für $+V$ bzw. $-V$ (S. 616) sind nach Gl. 3 (von Π_1 u. Π_2 abgesehen) prop. $V(V_N - \frac{1}{2}V)$ bzw. $V(V_N + \frac{1}{2}V)$; sie unterscheiden sich also um den Bruchteil V/V_N, z. B. um 2 %, wenn 50 Akkumulatoren (100 V) die Nadel laden und wenn 2 V gemessen werden. Im Mittelwert hebt $\frac{1}{2}V$ sich weg.

Nadelschaltung. Hier ist die Empfindlichkeit $1/C$ dem an die Quadrantenpaare gelegten Hilfspotential V_Q direkt und der gesamten Dir.-Kr., welche $= D(1 + \gamma' V_Q^2)$ geschrieben werden kann, umgekehrt proportional. γ' ist in der Regel viel größer als γ.

Doppelschaltung. Diese unterscheidet sich von den vorigen dadurch, daß der elektrische Teil der Dir.-Kr. erst durch die zu messende Ladung entsteht und mit dieser wächst. Der Einfluß ist oben schon berücksichtigt. — Vgl. die angegebene Lit.

Kommutatoren zum bequemen Verbinden und Auswechseln.

Nach Hallwachs (Fig. 301). Neun Quecksilbernäpfe sind verbunden: N mit der Nadel, Q_1 und Q_2 mit den Quadranten. E verbindet zwei Näpfe mit Erde bzw. dem Gehäuse. Umlegbare Systeme von Drahtbügeln an Schellackstäbchen vermitteln die Verbindungen. Die Zeichnung gilt für Quadrantschaltung; an den B_1 liegt die Hilfsbatterie, an den B_2 die zu messende Spannung. — Für Nadelschaltung hat man die Hilfsbatterie gegen die zu messende Spannung und ferner die beiden Bügelsysteme gegeneinander zu vertauschen. — Bei Doppelschaltung bleiben die B_1 frei, N und E werden durch einen Draht überbrückt. An die B_2 kommt die zu messende Spannung. Zum Ableiten der Quadranten dient ein besonderer dreiarmiger Bügel, der Q_1 und Q_2 mit E verbindet. Näheres Wied. Ann. 55, 180. 1895. Vgl. auch Orlich, Elt. ZS 1909, 486.

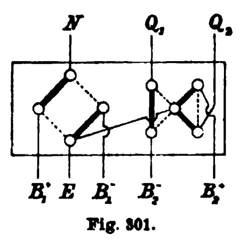


Fig. 301.

Nach Dorn (Fig. 302). Mit Weglassung der Nadel und Hilfsbatterie für Quadrantschaltung und zum Austausch der beiden Elemente A und B gezeichnet. Es bewirkt: die Stöpselung 1, 4, 5, 6 Ladung des Qu.-Paares I mit $+V$, 2, 3, 5, 6 mit $-V$ vom Element A. Paar II ist dabei immer abgeleitet. Stöpselung 1, 3 leitet alle Quadranten ab. Stöpselung 7 u. 8 statt 5 u. 6 schaltet statt A ebenso das andere Element B an.

Binanten-Elektrometer. An die Stelle der vier Quadranten treten zwei Sektoren mit einer geteilten Nadel. Curie, Lum. él. 22, 148. 1886; Dolezalek, Ann. d. Phys. 26, 312. 1908; Hoffmann, Ann. d. Phys. 42, 1218. 1913.

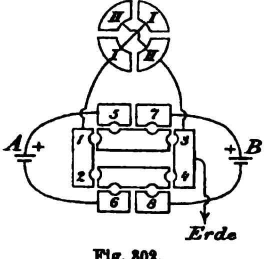


Fig. 302.

III. Kapillar-Elektrometer (Lippmann).

Die Kapillarspannung in einer mit verdünnter Schwefelsäure in Berührung stehenden Quecksilberoberfläche wird durch Polarisation mit Wasserstoff um einen Betrag verkleinert, welcher der Polarisation nahe proportional ist, solange diese unter etwa $\frac{1}{10}$ V bleibt. Später wird die Abnahme langsamer; einem Minimum der Kapillarkonstante bei etwa 1 V folgt dann wieder eine Zunahme. Das Kap.-El. ist also auf kleine Spannungen beschränkt.

Wäßrige Schwefelsäure (25 % etwa) steht mit Quecksilber in Berührung einerseits in der Kapillare einer eng ausgezogenen Glasröhre (Fig. 303), andrerseits in einem weiten Glasrohr. Aus beiden Quecksilbermassen ragen Platindrähte *s* und *k* als Elektrometerpole heraus. Der negative Pol der zu messenden Potentialdifferenz, welche < 1 V sein muß, wird mit *s*, der andere mit *k* verbunden. Man beobachtet entweder mit einem Mikroskop die Größe der Verschiebung oder die Größe der Druckänderung, welche die Kontaktstelle auf den Nullpunkt zurückführt. Nullpunkt ist Einstellungspunkt bei metallischer Verbindung von *s* mit *k*.

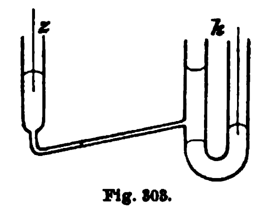


Fig. 303.

Unbenutzt sollen *s* und *k* metallisch verbunden stehen. Der Federschlüssel (Fig. 304; Ostwald) verbindet, mittels seines isolierenden Knopfes niedergedrückt, *k* und *s* mit den Polen des Elements, losgelassen verbindet er *k* und *s* miteinander. Ein Morsetaster hat dieselbe Einrichtung.

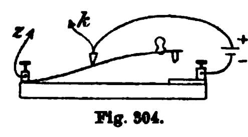


Fig. 304.

Nach Anlegen einer zu großen oder einer verkehrt gerichteten Spannung ist das Quecksilber an der Berührungsstelle in der Kapillare zu erneuern.

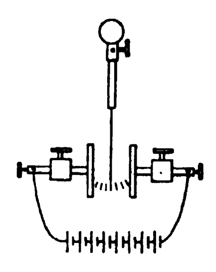
Die Eichung geschieht am besten, unter Benutzung des Satzes von der Proportionalität bei kleinen Spannungen, nach dem Verfahren I 2, S. 625, mit bekannten Elementen oder Akkumulatoren (80, S. 413 ff.). Oft dient das Instrument auch zu Nullmethoden.

Lippmann, Pogg. Ann. 149, 546. 1873. Einfache Formen für das Kapillar-Elektrometer s. z. B. bei Ostwald-Luther, Physiko-chemische Messungen. — Eine auf die Unsymmetrie beim Auf- und Absteigen hinweisende Kritik bei van Laar, ZS f. phys. Ch. 41, 385. 1902; neuere Form bei Zehnder, ZS f. Instr. 1910, 274. — Zusammenstellung der Literatur bei Palmaer, ZS f. phys. Ch. 59, 187. 1907.

IV. Andere Elektrometer.

Vgl. auch elektrometrische Anordnungen in **184** u. **185**.

1. **Elektrometer mit Hilfsladung.** Hankelsches El.; ein zu Messungen eingerichtetes Bohnenbergersches Elektroskop. Zwischen Polplatten spielt ein Gold- oder Aluminiumblatt oder ein versilberter Quarzfaden. Durch eine trockene Säule oder Elemente können entweder das Blättchen oder (Fig. 305) die Polplatten zu konstanter Spannung geladen werden. Der andere Teil nimmt das zu messende Potential auf. Die Schaltungen entsprechen der Nadel- bzw. Quadrantschaltung in II. Ein Mikroskop mit Okularmikrometer mißt die Verschiebungen an einem feinen Zacken des Blättchens. Für scharfe Einstellung beleuchte man mit einer nicht großen Gasflamme aus einiger Entfernung.


Fig. 305.

Vorzüge bestehen in der sehr kleinen Kapazität und momentanen Einstellung. Bei maximaler Empfindlichkeit läßt sich 0,01 V beobachten. Durch Entfernen oder Annähern der Seitenplatten bzw. Änderung des Hilfspotentials wird die Empfindlichkeit variiert. Doppelschaltung mißt bis etwa 100 V. Vgl. auch Beggerow, Ann. d. Phys. 7, 498. 1902.

Über eine Form mit Hilfspotential an einer dem Goldblatte gegenüberstehenden Platte, bei mikroskopischer Ablesung sehr empfindlich, s. T. R. Wilson, Proc. Cambr. Phil. Soc. 12, 135. 1903; ZS f. Instr. 1903, 314; ferner Electrician, 66, 940. 1911.

2. **Blattelektrometer ohne Hilfsladung.** Aluminium- oder Goldblatt-Elektroskope mit Gradbogen (Fig. 306 A) lassen Potentiale von 50 bis 10000 V messen. Die Blättchen sollen möglichst in abgeleitete Metallhüllen eingeschlossen sein (**126**). Die Skale wird empirisch graduiert.

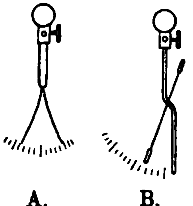


Fig. 306.

Über ein Elektrometer für Potentiale von 50 bis 200 V s. Exner, Wiener Ber. 95 II, 1088. 1887; eine besonders für luftelektrische Versuche bestimmte Form von Elster u. Geitel (Bezugsquelle Günther u. Tegetmeyer, Braunschweig), s. **184** IV u. **185**. — Über Schutz gegen Eigenladungen des Isolators s. Hochheim, Phys. ZS 1909, 51. — Eine Form mit Platte und Blatt bei Benoist, J. de ph. (4) 6, 604. 1907; ZS f. Instr. 1908, 30.

Ein desgl. mit einem um eine Achse spielenden Aluminiumstreifen für 500 bis 10000 V (Fig. 306 B) s. bei Braun, Wied. Ann. 44, 771. 1891.

3. **Saitenelektrometer.** An die Stelle der Blätter treten Fäden (Saiten), mit oder ohne Hilfsladung, die vor einer Teilung mikroskopisch abgelesen werden.

Über mannigfaltige Formen s. u. a. Lutz, Münch. Sitz.-Ber. 1907, 61; Phys. ZS 1908, 100 u. 642 u. 1912, 954; Cremer-Edelmann, ZS f. Instr. 1907, 293; Th. Wulf, Phys. ZS 1907, 780; 1909, 251; 1914, 250; E. T. Jones,

Ph. Mag. (6) 14, 238. 1907; ZS f. Instr. 1907, 353; Elster, Verh. D. Phys. Ges. 1909, 417; Vibrationselektrometer s. Greinacher, Phys. ZS 1912, 433.

4. **Righisches Spiegelelektrometer,** für stärkere Spannungen von etwa 3000 bis 25000 V als Hilfsapparat des absoluten Elektrometers besonders geeignet (128). Eine Nadel wird auf das zu messende Potential V geladen und infolge ihrer unsymmetrischen Stellung zu zwei Ausschnitten (Fig. 307) im Gehäuse oder dgl. abgelenkt. Die Ausschläge α sind dem Quadrat von V genähert proportional. Bei der empirischen Graduierung (129) kann man die Formel $V = c\sqrt{\alpha(1 - c'\alpha)}$ zugrunde legen. Über Flüssigkeitsdämpfung vgl. S. 614. Einzelheiten s. z. B. bei Quincke, Wied. Ann. 19, 564. 1883.

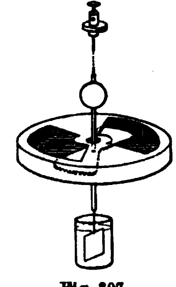


Fig. 307.

Eine andere Anordnung mit regulierbarer bifilarer Direktionskraft und Ausschlägen, die nahe prop. V^2 sind, für 6000 bis 60000 V, bei Heydweiller, ZS f. Instr. 1892, 377; C. Müller, Ann. d. Ph. 28, 592. 1909, bis 100000 V.

5. Potentialmultiplikator zur Messung kleiner Elektrizitätsmengen. Einstein, Phys. ZS 1908, 216; C. u. P. Habicht, ebd. 1910, 532.

6. Wageelektrometer. Eine Wage ist geerdet; auf einen passend geformten Teil wirkt aus einer bestimmten Stellung anziehend ein zu dem zu messenden Potential V geladener Körper. Man mißt die Kraft k stets in der Gleichgewichtseinstellung, dann ist $V = \text{const.}\sqrt{k}$. Für die Ausführung bieten sich mannigfache Formen; vgl. auch 128.

Elektrodynamische Äquilibrierung (Crémieu). Man bewirkt die Einstellung, statt durch Gewichte, durch einen gemessenen Strom i, der eine feste und eine an der Wage befindliche Spule durchfließt. Dann gilt $V = \text{const.}\, i$. — Anordnung als Torsionswage: Crémieu, C. R. 138, 563, auch Soc. Franç. de phys. 1904, 19; als Hebelwage: C. Müller, Ann. d. Ph. 28, 589. 1909; Abraham und Villard, J. de phys. 1, 525. 1911.

7. Piezoelektrometer. Die Zusammenhänge zwischen Elektrisierung und Volumänderungen lassen sich für größere Potentiale elektrometrisch verwerten. So krümmt sich ein Glasfaden mit exzentrischem Hohlraum bei einer Pot.-Diff. seiner inneren und äußeren (durch Versilbern oder, unten zugeschmolzen, durch Füllen mit und Eintauchen in Wasser leitend gemachten) Oberfläche nahe dem Quadrate der Pot.-Diff. proportional. Quincke, Wied. Ann. 10, 385. 1880.

Ähnlich krümmen sich zwei aus einem hemimorphen Kristall (Quarz) geeignet geschnittene sehr dünne ($<$ 0,1 mm) zusammengeklebte Platten, wenn an das äußere, versilberte Flächenpaar eine Pot.-Diff. angelegt wird. P. u. J. Curie, J. de phys. (2) 8, 149. 1889; Oeuvres de P. Curie, p. 49. 1908.

Oberhalb etwa 50000 V pflegen die Verluste, namentlich durch Oberflächenleitung, den gewöhnlichen Gebrauch des Elektrometers zu vereiteln. Über die Messung größerer Spannungen s. z. B. E. Voigt, Ann. d. Ph. 12, 385. 1903 (Spannungsteilung); C. Müller, ebd. 28, 585. 1909 (Konstanthalten

der Spannung durch dauernde Zufuhr mit Regulatoren, unter Anschaltung großer Kapazitäten). Vgl. auch S. 612 über Isolation.

Piezoelektrische Erzeugung kleiner Elektrizitätsmengen (Curie). Eine rechteckige Quarzkristall-Lamelle, die kleinere Querdimension ($\frac{1}{2}$ mm) ‖ einer elektrischen, die größere (20 mm) ‖ der opt. Achse, die Seitenflächen versilbert und die eine von ihnen geerdet, werde gedehnt. Auf der anderen Seitenfläche entwickelt sich dadurch eine der Zugkraft proportionale El.-Menge, die für Eichungen verwendet werden kann. Vgl., auch über die theoretische Berechnung der Menge, J. Curie, Ann. chim. phys. (6) 17, 392. 1889; Oeuvres de P. Curie p. 554.

Über kristall-piezoelektr. Erscheinungen, Theorie u. Lit. s. Voigt, Kristallphysik 1910; ferner Röntgen, Ann. d. Ph. 41, 449. 1913.

Über die Möglichkeit, Feldstärken mittels einer schwingenden elektr. Nadel zu vergleichen s. Owen, Phil. Mag. (6) 11, 402. 1906.

128. Absolute elektrostatische Messung von Potentialen (Harris 1834).

Über Definitionen vgl. Anh. 15 u. 26.

1. Von einer mit Elektrizität von der Flächendichte σ gleichmäßig geladenen Ebene erfährt eine El.-Menge ε, die ihr in einem gegen die Ausdehnung der Ebene verschwindenden Abstand gegenüber steht, eine zur Ebene senkrechte Kraft $= 2\pi\sigma\cdot\varepsilon$, also vom Abstande unabhängig.

Beweis. Man zerlege die Ebene von dem Fußpunkte der von ε gefällten Senkrechten a aus in Elementarringe. Ein Ring vom Halbmesser r und der Breite dr übt die Kraft aus $\varepsilon\cdot\sigma\cdot 2\pi r\,dr\cdot a(r^2+a^2)^{-3/2}$. Die Gesamtkraft ist also $= \varepsilon\sigma 2\pi a\int(r^2+a^2)^{-3/2} r\,dr$. Das Integral ist $= -(r^2+a^2)^{-1/2}$, also zwischen den Grenzen 0 und r genommen $= 1/a - 1/(r^2+a^2)^{1/2}$, und wenn das zweite gegen das erste Glied verschwindet, $= 1/a$. Die Kraft wird also $= \varepsilon\sigma\cdot 2\pi$.

2. Anziehung einer auf dem Potential V gehaltenen Platte f durch eine im kleinen Abstande a befindliche große abgeleitete Platte. Das System bildet einen Kondensator von der Kapazität (132 I 3) $f/(4\pi a)$, d. h. die Platte vom Potential V hat die Ladung $V\cdot f/(4\pi a)$. Bei relativ sehr kleinem Abstande ist die entgegengesetzte Ladung der abgeleiteten Platte nahe ebenso groß, d. h. die Flächendichte ihrer Ladung beträgt $\sigma = V/(4\pi a)$. Die Menge $V\cdot f/(4\pi a)$ erfährt also nach 1 eine Gesamtkraft $k = 2\pi\cdot V/(4\pi a)\cdot Vf/(4\pi a) = f/(8\pi)\cdot V^2/a^2$. Welcher Nullpunkt dabei für das Potential gewählt wird, ist gleichgültig; V bedeutet in der Kraftformel immer den Pot.-Unterschied zwischen beiden Platten.

Je weniger a gegen die Ausdehnung von f verschwindet, desto ungenauer wird der Ausdruck. Das Umgeben der geladenen Platte mit einem Schutzring (vgl. unten) erweitert die Gültigkeit.

Absolute Elektrometer (W. Thomson 1860).

Eine bewegliche, kreisförmige ebene Platte von der Größe f hängt, von einem auf gleichem Potential erhaltenen Schutzringe umgeben, über einer größeren festen Platte in einem kleinen Abstande a (Fig. 308). Der Potentialunterschied $V - V_0$ bedingt dann eine gegenseitige Anziehungskraft $k = \frac{1}{8\pi}\frac{f}{a^2}(V - V_0)^2$; vgl. oben Nr. 2. Man erhält also die Differenz $V - V_0$ oder, wenn $V_0 = 0$ ist, $V = a\sqrt{8\pi k/f}$. Alle Längen in cm, k in Dyn gemessen, kommt V in elektrostatischen CGS, von denen eine Einheit 300 V beträgt. (Anh. 7, 15 u. 26.)

Fig. 308.

Anstatt f ist genauer zu setzen, wenn R und R' die Halbmesser der beweglichen Scheibe und des Schutzringes bedeuten, also $b = R' - R$ die Breite der schmalen Fuge,

$$f = \frac{\pi}{2}\left(R^2 + R'^2 - b\,\frac{R + R'}{1 + 4{,}5\,a/b}\right).$$

Maxwell, Electr. § 217 u. 218; 4,5 ist $= \pi/\lg\text{nat}\,2$.

Kirchhoffsche Wage. Die bewegliche Platte (Fig. 308) bildet die Schale einer Wage, mit dem Schutzring in einer Ebene liegend, wenn der Wagezeiger auf Null steht. Ein Anschlag der zweiten Wagschale verhindert weitere Annäherung an die tiefer stehende feste Platte.

Wird letztere auf ein Potential V geladen, so muß man auf die zweite Wagschale p g legen, damit die Wage umzukippen beginnt. Das Potential bestimmt sich dann nach der oben gegebenen Formel, wenn man $k = 981\,p$ setzt. Der Beginn des Umkippens wird durch das Unterbrechen eines galvanischen Stromes scharf fixiert, welcher durch den Anschlag zur zweiten Wagschale fließt.

Das Verfahren ist für Potentiale von mehreren CGS (reichlich 1000 V) an aufwärts geeignet.

Näheres s. u. a. Quincke, Wied. Ann. 19, 561. 1883; Czermak, Wiener Ber. 97, 307. 1888. Über feste Führung der Schale und Anordnungen bis gegen 40000 V s. Abraham u. Lemoine, Journ. de phys. (3) 4, 466. 1895; über eine Anordnung als Torsionswage vgl. E. Salmon, J. de phys. (4) 6, 551. 1907. Vgl. auch Wiedemann, Elektrizität, 4. Aufl. I S. 182. Für kleine Spannungen Perot u. Fabry, Ann. chim. phys. 13, 404. 1898.

Thomsonsches absolutes Elektrometer (Fig. 309). Die bewegliche Platte bildet eine Federwage, die bereits in der Nullstellung mit Gewichtchen belastet ist. Der wegzunehmende Betrag pg, bzw. die in das Gewicht p g umgerechnete Anspannung der Aufhängefedern, wodurch nach der Ladung die Nullstellung wieder herbeigeführt wird, gibt, mit $g = 981$ multipliziert, die Kraft k.

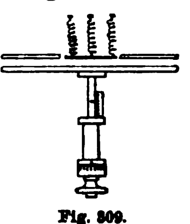


Fig. 309.

Die Schwierigkeit, a genau zu messen, wird hier so umgangen: die aufgehängte Platte samt Schutzring wird mit dem Gehäuse — einer Leidener Flasche — zu einem konstanten, nicht zu kleinen Potential geladen. Die feste, aber meßbar parallel verschiebbare Platte f wird zunächst zur Erde abgeleitet; die zum Erzielen der Nullstellung nötige Kraft sei $= k$, wenn f eine bestimmte Lage hat. Nun wird das zu messende Potential V der Platte f mitgeteilt. Damit die bewegliche Platte bei derselben Kraft k wieder in ihre Nullstellung kommt, sei eine Verschiebung von f um l cm nötig. Dann ist $V = l\sqrt{8\pi k/f}$.

Denn es ist, das konstante Hilfspotential durch V' bezeichnet (S. 622),

$$V' = a\sqrt{8\pi k/f} \quad \text{und} \quad V' \pm V = (a \pm l)\sqrt{8\pi k/f}.$$

Näheres über die Einrichtung, auch über andere Formen, bei W. Thomson, Papers on Electrostatics usw. § 364 ff. oder in dem von White in Glasgow herausgegebenen Verzeichnis: Lord Kelvins Standard Electr. Instr. Für Hochspannung s. Tschernyscheff, Phys. ZS 1910, 445.

Entladungspotential; Schlagweite. Vgl. Tab. 35.

Zwischen Oberflächenteilen eines geladenen und eines abgeleiteten Leiters tritt bei hinreichend hohem Potential Funkenentladung ein. Der Abstand s beider Leiter heißt Schlagweite, das kleinste, zur Funkenentladung geforderte Potential V_0 heißt Entladungspotential. Zum Schätzen hoher Potentiale von mindestens einigen Kilovolt ist die Funkenschlagweite häufig das einfachste Mittel.

Der funktionelle Zusammenhang zwischen V_0 und s enthält erstens die Oberflächengestalt, die, bei kleinem s unwesentlich, weiterhin in dem Sinne einwirkt, daß V_0 mit dem Krümmungsradius wächst; ferner die Natur des Dielektrikums. Angenähert setzt man bei größeren Drucken in einem bestimmten Gase V_0 der Dichte proportional. Bei kleineren Drucken nimmt V_0 rascher ab als die Dichte (Paschen).

Die Erscheinung verwickelt sich jedoch durch Nebeneinflüsse. Erstens nämlich bedarf der für die Entladung günstige Gaszustand zu seiner Entstehung (durch Ionisation) einer gewissen Zeit nach dem Eintritt der Ladung

(„Verzögerung"; A. Toepler, Jaumann); im ersten Augenblick wird, namentlich bei kleiner Schl.-W. zwischen blank geputzten Elektroden in trockner Luft (Warburg), ein höheres („Anfangs"-)Potential gefordert als später.

Ferner wird die Entladung erleichtert durch Belichtung, namentlich der Kathode, mit kurzwelligem Licht (Hertz 1887). Nach Warburg besteht die Wirkung zum Teil darin, daß durch das Belichten die Verzögerung abgekürzt wird. — Über den Einfluß beider Umstände auf die Schlagweite bei raschen Wechselspannungen vgl. Algermissen, a. a. O. (unten).

Tab. 35 ist für eine abgeleitete und eine langsam geladene gleiche Kugel aufgestellt; die größeren Schl.-W. sind freilich noch unsicher.

Genaue Messungen sollen mit hinreichend großen Kapazitäten ausgeführt werden. Ferner ist häufiges Putzen der Kugeln (meist Messing; das Material scheint einen nur geringen Einfluß zu haben) und nach längerem Gebrauch frische Rundung mit einem Hohlpolierstahl wichtig. Sprühen ist durch Einschließen der Zuleitungen (S. 612) und durch Bedecken von Spitzen und Kanten, z. B. mit Klebwachs, zu vermeiden. — Die Dicke der Kugelstiele soll unter $\frac{1}{3}$ des Halbmessers der Kugel bleiben.

Über Zylinderfunkenstrecken s. Petersen, Hochspannungstechnik, S. 48, Stuttgart 1911.

Über Resultate u. Lit. bis 1903 s. Starke, ZS f. Instr. 1903, 54. Seitdem u. a. M. Toepler, Elt. ZS 1907, 998 u. 1025. Algermissen, Ann. d. Phys. 19, 1007 u. 1016. 1906; C. Müller, ebd. 28, 585. 1909; M. Toepler, ebd. 29, 153. 1909; Hubbard, Phys. Rev. 32, 565. 1911. Weicker, Elt. ZS 1911, 436, 460. Über Herabsetzung des Entlad.-Pot. bis zur Hälfte durch Kathodenstrahlen vgl. Herweg, ebd. 24, 326. 1907. — Methodisches ferner z. B. bei Freyberg, Wied. Ann. 38, 231. 1889; Paschen, ebd. 37, 69. 1889; Obermayer, Wien. Ber. (2) 100, 127. 1891; Heydweiller, Wied. Ann. 48, 213. 1893.

129. Eichung und Kalibrierung eines Elektrometers.

Man beobachtet die Ausschläge, welche durch bekannte Potentiale entstehen, und stellt die Resultate, ev. mit Hilfe der genähert bekannten Form der Abhängigkeit, graphisch oder tabellarisch oder in einer Formel dar.

1. Man beobachtet die Ausschläge, welche mehrere Normalelemente (80 II) einzeln und zusammenwirkend hervorbringen, wenn die Pole je mit einem Quadrantenpaare verbunden sind, wobei stets kommutiert und der beiderseitige Ausschlag gemittelt werde.

2. Man leitet einen konstanten Strom (i A) durch einen Rheostaten von großem Widerstande, dessen eine Polklemme geerdet ist. Die ganze Klemmspannung des Rheostaten soll das größte zur Kalibrierung erforderliche Potential erreichen. Ein Elektrometerpol wird an den abgeleiteten und nun der andere stufenweise an andere Punkte des Rheostaten angelegt. Ein zwischen den Elektrometerpolen liegender Widerstand R Θ be-

zeichnet eine Spannung von iR V. Kommutieren des Stromes gibt die Ausschläge nach beiden Seiten.

3. Mit einem absoluten Elektrometer (128); für Spannungen von 1000 V und mehr. Die Potentiale werden durch eine Akkumulatorenbatterie, Hochspannungsdynamo, weniger gut durch eine Influenzmaschine erzeugt.

130. Elektrometrische Messung von Spannung, Widerstand, Stromstärke, Stromleistung usw.

I. Spannung. Die Spannungen von Elementen werden miteinander verglichen, indem man nach S. 615ff., gewöhnlich in Quadrantschaltung, jedes von ihnen an das Elektrometer anlegt. Die beobachteten, ev. auf Proportionalität korrigierten (127, 129) Ausschläge geben durcheinander dividiert das Verhältnis der Spannungen oder der E. Kräfte im stromlosen Zustande zueinander. — Ebenso vergleicht man Spannungen im Stromkreise (101).

Die Eichung des Elektrometers mit Normalelementen (80 II) läßt die Angaben in Volt erhalten.

II. Widerstand; vgl. 91 II. Zu vergleichende Widerstände schaltet man gleichzeitig hintereinander in denselben Stromkreis ein, dessen Konstanz man prüft, legt die beiden Endpunkte zuerst des einen, dann des andern an das Elektrometer an und bestimmt aus dem Ausschlage die Spannung zwischen den Punkten. Das Verhältnis der Spannungen gibt das Verhältnis der Widerstände.

Elektrolytische Widerstände kann man ebenso messen, indem man von der Flüssigkeit durch zwei seitliche Bohrungen in der Glasröhre nach dem Elektrometer abzweigt, zunächst durch dieselbe Flüssigkeit, von da mittels zweier gleicher Elektroden; Reste von Ungleichheit fallen durch Kommutieren heraus. S. Sheldon, Wied. Ann. 34, 122. 1888.

Nullmethoden. Folgende Beispiele seien genannt.

Differentialdoppelschaltung (Fig. 310). Die Nadel und der Punkt P einer Stromleitung seien mit dem Gehäuse verbunden, die Punkte A_1 und A_2 je mit einem Quadrantenpaar. Bleibt die Nadel bei Stromschluß (richtiger bei Kommutieren des Stromes und der Verbindungen) in Ruhe, so ist innerhalb A_1P und A_2P der Spannungsabfall gleich, also auch der Widerstand (bei Wechselstrom der Scheinwiderstand; 120 II).

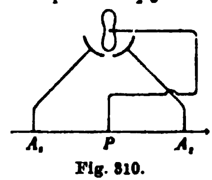
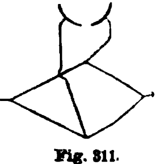


Fig. 310.


Fig. 311.

Die Methode eignet sich zur Vergleichung stark belasteter Widerstände (Orlich). — Über Diff.-Quadrantschaltung s. Sheldon, a. a. O.

Brückenschaltung (Fig. 311). Die Quadrantenpaare können wie eine Galvanometerspule in die Brücke geschaltet werden; das gleichzeitig an die Nadel gelegte Potential bestimmt die Empfindlichkeit. Über Kommutieren vgl. S. 615 u. 618.

III. Stromstärke. Aus der Endspannung E V an einem bekannten Widerstande von R Θ im Stromkreise ergibt sich die Stromstärke $= E/R$ A. Vgl. 88 u. 101.

Messung sehr schwacher, einem Elektrometer zugeführter Ströme; bis etwa 10^{-15} A. Anwendbar auf die Ströme in ionisierten Gasen (184).

Lädt der Strom i A ein Instrument von der el.-stat. gemessenen Kapazität c cm $= c/(9 \cdot 10^{11})$ Farad (Anh. 16 u. 27) in t sec auf V V, so ist

$$i = c/(9 \cdot 10^{11}) \cdot V/t.$$

Statt die Spannungsempfindlichkeit und c (182 II 1) einzeln zu ermitteln, kann man das Elektrometer folgendermaßen gleich auf El.-Mengen eichen.

1. Mit einem Kondensator (Harms). Dessen eine Belegung I sei mit dem Elektrometer verbunden, zunächst aber geerdet, während II auf ein bekanntes Potential V (Normalelement; 80 II) geladen wird. Nun isoliert man I und erdet dann II. Hierdurch wird auf das Elektrometer eine El.-Menge $k \cdot V$ übertragen. Über die Ermittlung der Konstante k s. Harms, Phys. ZS 1904, 47. Vgl. auch 182 II 1.

Da die Kapazität des Elektrometersystems sich durch Abschalten der Eichvorrichtung ändert, so bleibt diese dauernd angeschaltet.

2. Der Curiesche Piezoquarz (S. 622) läßt dem Elektrometer bekannte El.-Mengen zuführen.

Isolationsfehler werden fast unschädlich gemacht durch Kompensation. Während die zu messende El.-Menge dem Elektrometer zuströmt, führe man diesem durch stetige Änderung der Belastung des Piezoquarzes oder des Potentials der Kond.-Belegung II eine solche El.-Menge entgegengesetzten Vorzeichens zu, daß die Nadel in Ruhe bleibt.

Sollen Stromstärken nur verglichen werden, so mag man entweder die Zeiten gleicher Wanderung oder die in gleichen Zeiträumen zurückgelegten Strecken beobachten. Man überzeuge sich davon, daß Strecke und Zeit proportional sind; Abweichungen können aus mangelhafter Isolation oder aus der Trägheit der Nadel entstehen. Im letzteren Falle verlangsame man die Bewegung durch Zuschalten einer Kapazität zum Elektrometer.

Wechselströme.

Zusammenfassende Vorschriften bei Orlich, ZS f. Instr. 1909, 33; Elt. ZS 1909, 435 u. 466; ferner Petersen, Hochspannungstechnik, S. 92 u. 99 und Arch. f. Elt. 1, 95. 1912.

Elektrometrische Methoden haben hier den Vorzug, daß der messende Apparat keine Selbstinduktion hat und keine Energie verzehrt, und daß bei

den gebräuchlichen Wechselzahlen der Zuleitwiderstand und meist auch die Ladungskapazität des Instruments außer Betracht bleiben. — Zu vermeiden sind die Kapazitäten längerer Doppelschnüre.

Über Fehler: aus der Ladung benachbarter Isolatoren vgl. S. 612 unter Schutzhüllen, bes. auch Herb. Fischer, Phys. ZS 1906, 376; aus Kontaktpotentialdifferenzen der Quadrantenpaare H. Schultze, ZS f. Instr. 1908, 61

Je nach dem Elektrometer oder der Schaltung am Quadrantelektrometer (127 II; IV) verfügt man über eine, der Spannung direkt oder quadratisch proportionale Wirkung, kann also sowohl $\frac{1}{\tau}\int_0^\tau V\,dt$ wie auch $\frac{1}{\tau}\int_0^\tau V^2\,dt$, d. i. das Quadrat der effektiven Spannung P_e (120 I) direkt messen.

Die eff. Stromstärke i_e wird dadurch gefunden, daß man P_e an den Enden eines induktionsfreien Widerstandes R im Stromkreise mißt, als $i_e = P_e/R$.

IV. Stromleistung. Die Leistung innerhalb eines Leitungsteiles vom induktionsfreien Widerstande R kann einfach gemessen werden, indem man ein Elektrometer in Doppelschaltung (S. 616) an das eine Ende von R legt, während das andere abgeleitet ist. Der Ausschlag ist dem Quadrate der eff. Spannung, nämlich $(i_e R)^2$ proportional, also durch R geteilt, der Leistung $i_e^2 R$.

Um die Leistung innerhalb eines Leitungsteiles zu messen, auch wenn in ihm Phasenverschiebung besteht, legt man die ganze Spannung P dieses Teiles etwa an die Nadel, während die Quadranten gleichzeitig an einen induktionsfreien Teil der Leitung angelegt sind, wo also die Spannung in jedem Augenblick der Stromstärke proportional ist. Der Ausschlag ist dann proportional $\frac{1}{\tau}\int_0^\tau Pi\,dt$, d. h. unmittelbar der gesuchten Größe (120 III).

Bei hohen Spannungen spielt die Kapazität der Widerstände gegen die Umgebung eine Rolle; vgl. Orlich u. Schultze, Arch. f. Elt. 1, 1. 1912.

Eine elektrometr. Messungsmethode kleiner Selbstinduktionen s. bei Orlich, Kapazität u. Induktivität, S. 275.

131. Messung von Ladungs- und Entladungsmengen.

1. Mit dem Elektrometer. Da die Ladungsmenge cet. par. dem Potential proportional ist, so lassen sich Ladungen desselben Leiters, z. B. Kondensators, mittels eines angeschalteten Elektro-

meters (127) vergleichen. — Der „Rückstand“ eines Kond., d. h. die bei einer kurz dauernden Entladung zurückbleibende Elektrizitätsmenge, äußert keinen Einfluß auf das Potential, welchem also die durch eine kurz dauernde Verbindung beider Belegungen entladene „disponible“ Ladung proportional ist.

2. Mit dem Galvanometer, nach **109 I.**

Der Gefahr, daß ein Funke zwischen den Windungen überspringt oder daß der magnetische Zustand einer Nadel oder eines Eisenpanzers geändert wird, beugt man durch Einschalten eines großen Widerstandes (feuchter Faden) vor. — Über Schutzmaßregeln gegen die Fehlergefahr aus elektrostatischen Wirkungen auf das Galvanometer, die mit der Kleinheit der Kap. des entladenen Leiters wächst, s. z. B. Harms, Phys. ZS 1904, 47.

1 el.-magn. CGS = 10 A sec oder Coulomb, = $300 \cdot 10^8$ el.-stat. CGS.

3. Aus der Anzahl von Ladungsfunken. Man bewirkt die Ladung durch eine Leitung mit eingeschalteter Funkenstrecke und schätzt die zugeführte Menge aus der Funkenzahl. — Eine zu ladende Leidener Batterie pflegt man isoliert aufzustellen und die eine Belegung mit der El.-Maschine, die andere mit einer Laneschen Maßflasche zu verbinden. Der gebildete Rückstand wird hier mit gemessen. — Die Eichung der Maßflasche auf verschiedene Schlagweiten geschieht elektrometrisch (127) oder nach Tab. 35.

4. Mit dem Luftthermometer (Riefs). Die Depression der Flüssigkeitssäule durch eine Entladung ist proportional dem Produkt aus der entladenen Menge und ihrem Potential. Der Widerstand des Drahtes in der Thermometerkugel wird sehr groß gegen die Widerstände der übrigen Entladungsstellen vorausgesetzt. Da die Ladung derselben Leidener Flasche oder Batterie ihrem Potential proportional ist, so verhalten sich die entladenen Mengen wie die Quadratwurzeln aus den durch sie hervorgebrachten Depressionen.

5. Die älteste Messung kleiner Mengen mit der Coulombschen Drehwage beruht auf dem Coulombschen Gesetz (1785), wonach zwei gleichmäßig mit den El.-Mengen e_1 und e_2 el.-stat. CGS-Einheiten geladene Kugeln im Abstande r cm ihrer Mittelpunkte die Kraft $e_1 e_2/r^2$ Dyn aufeinander ausüben. Bei kleinen Abständen tritt durch die ungleichmäßige Verteilung eine Korrektion herein. — Die genaueste derartige Messung bei R. Kohlrausch u. W. Weber, a. a. O. (S. 549).

132. Elektrostatische Kapazität.

Über Messungen, Konstruktionen, Lit. vgl. z. B. Orlich, Kapazität und Induktivität, Brschw. 1909.

Kapazität c eines Leiters ist die Elektrizitätsmenge, welche ihn zum Potential 1 lädt, während die Leiter in influenzierbarer Nähe auf Null gehalten werden. Sind n Leiter vorhanden, welche die Potentiale $v_1 v_2 \ldots v_n$

besitzen, so sind die Elektrizitätsmengen auf den einzelnen Leitern zu berechnen nach den Maxwellschen Gleichungen:

$$Q_1 = c_{11}v_1 + c_{12}v_2 + \cdots + c_{1n}v_n$$
$$Q_2 = c_{12}v_1 + c_{22}v_2 + \cdots + c_{2n}v_n \quad .$$
$$\cdots\cdots\cdots\cdots$$

$c_{11}\, c_{22} \ldots$ heißen die Kapazitäten der Leiter 1, 2 .., $c_{12}\, c_{13} \ldots$ die Induktionskoeffizienten. Letztere sind stets negativ. Die Kapazitäten und Induktionskoeffizienten sind von den geometrischen Abmessungen und den Dielektrizitätskonstanten der zwischen den Leitern befindlichen Isolatoren abhängig.

Über Einheiten der Kap. vgl. Anh. 16 u. 27.

Kondensatoren. Bei den gewöhnlichen Kondensatoren sind in der Regel nur zwei Belegungen vorhanden, die große Flächen und geringen Abstand voneinander haben. Dann ist:

$$c_{11} = c_{22} = -c_{12} = c, \qquad \text{also} \qquad Q_1 = -Q_2 = c(v_1 - v_2).$$

Zu feineren Meßzwecken benutzt man Luftkondensatoren; nach R. Kohlrausch zwei parallele Platten. Leichter gegen äußere Einflüsse zu schützen ist ein Kond. aus einer ungeraden Anzahl von Platten, die von gerader und die von ungerader Ordnungszahl je zu einem Leiter verbunden; der äußere wird geerdet. Formen für große Kapazitäten, z. B. vielplattiger K. nach Kelvin, vielzylindriger nach Muirhead-Glazebrook, bei Orlich, a. a. O., S. 171 ff. Ebenda S. 182 über Anwendung von Preßluft bei großen Spannungen. Über Normalluftkondensatoren: Giebe, ZS f. Instr. 1909, 269 u. 301; Schering u. Schmidt, ebd. 1912, 253.

Von festen Dielektriken, welche i. allg. Rückstandsbildung (dielektrische Absorption) zeigen, kommt für Kondensatoren in erster Linie Glimmer in Frage, ferner Glas, getränkte Papiere (Meirowski, Cöln). Glimmerkondensator als Kapazitätsnormale s. Curtis, Bull. Bur. of Stand. 6, 431. 1911. Über Schlüssel zum Entladen usw. nach kurzen gemessenen Zeiten vgl. z. B. Zeleny, Phys. Review 22, 65. 1906; ZS f. Instr. 1907, 29. — Die Kap. eines Kondensators mit festem Dielektrikum pflegt bei wachsender Temperatur zu steigen, mit Glimmer sehr wenig.

Kondensatoren von meßbar veränderbarer Kapazität. 1. Man ändert den Plattenabstand, am Kohlr.-Kondensator durch Parallelverschiebung, an einem Zylinderkondensator (z. B. nach Gerdien) durch die Tiefe des Einsenkens. Einen Blätterkond. aus Kreissektoren (Koepsel) oder einen Halbzylinder-Kond. (z. B. Formen von Boas) stellt man durch Drehen des einen Halbsystems ein.

2. Man schiebt in die Luftschicht einen Körper von höherer Dielektrizitätskonstante (**133**) mehr oder weniger tief ein, z. B. geteilte Glasplatten bzw. Glaszylinder in einen Platten- bzw. Zylinderkondensator. Zum Kalibrieren dieses Kond. (K) dient ein ähnlicher Hilfskondensator (H) und ein kleiner Kondensator (c) von konstanter Kapazität, den man ab- oder zuschalten kann. Man stellt K und H auf Gleichheit ein (siehe z. B. unten V) und liest K ab. Dann fügt man zu H die Kapazität c, stellt K wieder

ein und liest ab. Nun entfernt man c, stellt zunächst H wieder ein, fügt dann c abermals zu H, verstellt K usw. Den Verschiebungen von K entspricht jedesmal ein konstanter Zuwachs der Kapazität. Eine Kurve oder Tabelle nimmt diese auf. — Nernst, ZS f. phys. Ch. 14, 639. 1894. Vgl. auch die Anwendung in 133 6.

I. Berechnung einer Kapazität in elektrostatischen Einheiten.

Eine elektrostatisch in cm gemessene Kapazität gibt, durch 900000 geteilt, die Kapazität in Mikrofarad (Anh. 27).

1. Kugel (mit Radius r) in Luft

$$c = r.$$

2. Gestrecktes Rotationsellipsoid, große Achse $2g$, kleine Achse $2k$, in Luft

$$\frac{1}{c} = \frac{1}{\sqrt{g^2 - k^2}} \lg \mathrm{nat} \frac{g + \sqrt{g^2 - k^2}}{k}.$$

Für kleine $\frac{k}{g}$ (endlicher gerader Draht)

$$\frac{1}{c} = \frac{1}{g} \lg \mathrm{nat} \frac{2g}{k}.$$

Kondensatoren. a bedeute den konstanten Abstand der Belegungen. c bezeichne die Ladung der einen, auf dem Pot. Eins erhaltenen Platte usw., während die andere das Pot. Null hat. Die Formeln gelten für Luft als Dielektrikum; ev. ist noch mit der Dielektrizitätskonstante (133, Tab. 36) zu multiplizieren. — Über genaue Ausmessung und Berechnung und Lit. s. z. B. Rosa u. Dorsey, Bull. Bur. of Stand. III, 433. 1907; Woodrow, Phys. Rev. 35, 434. 1913.

3. Kugelkondensator, innerer Halbmesser $= r$, äußerer $= r'$. Die äußere Kugel sei abgeleitet. $c = rr'/(r' - r) = rr'/a$, wenn $a = r' - r$ der Abstand der Kugelflächen ist. Führt man anstatt r und r' die beiden Flächen f und f' ein, so wird, da $r^2 = f/(4\pi)$ und $r'^2 = f'/(4\pi)$ ist,

$$c = \sqrt{ff'}/(4\pi a).$$

Beweis. Eine kugelflächig gleichmäßig verteilte El.-Menge wirkt auf einen äußeren Punkt, wie wenn sie im Mittelpunkt konzentriert wäre. Da das Potential auf einen Punkt außerhalb beider Kugeln Null sein soll, so müssen die beiden Ladungen gleich groß sein, etwa gleich $+\mathfrak{e}$ und $-\mathfrak{e}$. Dann ist also das von beiden herrührende Potential (vgl. oben) auf der inneren Kugel $V = \mathfrak{e}/r - \mathfrak{e}/r' = \mathfrak{e}(r' - r)/rr'$. Daraus folgt $c = \mathfrak{e}/V = rr'/(r' - r)$.

4. Parallele Flächen. Bei relativ sehr kleinem Abstande a ist, wenn f die Fläche bedeutet, genähert $c = f/(4\pi a)$; denn man kann die Flächen als Teile von unendlich großen Kugeln betrachten. Die Plattendicke sowie die nach den Rändern zunehmende Dichtigkeit der Ladung bringen um so größere Korrektionen, je weniger a gegen die Abmessungen der Fläche verschwindet; s. auch das folgende.

5. Kreisplattenkondensator vom Radius r. Genähert, wenn a sehr klein ist, $c = r^2/4a$. Mit Rücksicht auf die Ladungen der Ränder gilt nach Kirchhoff (d = Plattendicke):

$$c = \frac{r^2}{4a} + \frac{r}{4\pi}\left(\lg\text{nat}\frac{16\pi r(a+d)}{a^2} + 1 + \frac{d}{a}\lg\text{nat}\frac{a+d}{d}\right). \qquad 1.$$

Über den Einfluß der Ränder und Lit. (z. B. J. J. Thomson) vgl. auch Magini, Ph. ZS 1906, 844; 1907, 136. — Über das el. Feld zwischen Kond.-Platten s. Kaufmann, ebd. 1907, 75. — Über Dreiplattenkond. s. S. 641.

6. Schutzringkondensator (W. Thomson, Maxwell) zu genauen Messungen oft gebraucht. Darunter versteht man eine Kreisplatte als Kollektor, unter Belassung eines schmalen Luftringes umgeben von einer weiteren, ebenfalls isolierten Platte, gegenübergestellt einer parallelen, großen abgeleiteten Platte (ähnlich wie Fig. 308 S. 628). Kreisplatte und Schutzplatte werden zu gleichem Potential geladen; die letztere vermindert hierbei die Ungleichmäßigkeit der Ladung an den Rändern um so mehr, je dichter sie umschließt. Als Ladungsmenge gilt nur die Ladung der Kreisplatte. r sei der Radius der Kollektorplatte, r' der innere Radius des Schutzrings, $b = r' - r$ die Furchenbreite.

Näherungsformel:

$$c = (r + r')^2/(16a).$$

Genauer ist:

$$c = \frac{(r+r')^2}{16a} - \frac{r+r'}{2\pi}(\beta\,\text{tg}\,\beta + \lg\text{nat}\cos\beta), \qquad 2.$$

wo $\beta = \text{arc}\,\text{tg}\,\frac{1}{2}b/a$. Die Formel setzt b klein gegen die Plattendicke voraus. Eine genaue Formel bei Kirchhoff.

Kirchhoff, Abhandl.; Formel 1: S. 112, wo der Abstand aber $= 2a$ gesetzt und ferner die Ladung einer Platte für die Potentiale $+1$ und -1 angegeben wird. Über Formel 2 ebd. S. 117, wo $\frac{1}{2}(r + r') = R$ bezeichnet und das doppelte der Ladung angegeben ist. Eine andere Formel bei Maxwell, Elektr. I, § 201. S. auch Rosa u. Dorsey a. a. O., S. 249.

7. Zylinderkondensator von der Länge l, dem inneren Radius r, dem äußeren $r + a$. Wenn l sehr groß gegen r, so gilt für den inneren Zylinder $c = \frac{1}{2}\frac{l}{\lg\text{nat}(1 + a/r)}$; ist zugleich a klein gegen r, so wird $c = \frac{1}{2}lr/a$.

Über einen Schutzzylinder-Kond. s. Rosa u. Dorsey, a. a. O.

8. Zurückführung einer elektrostatischen Kapazität c auf Widerstandskapazität. Bei beliebiger Gestalt ist $1/c$ gleich der mit 4π multiplizierten Größe C, welche S. 412 u. 477 Widerstandskapazität genannt ist, wenn man den Kondensator in eine große Flüssigkeitsmenge eingetaucht denkt und die beiden Platten als Elektroden ansieht. F. K., Verh. D. Phys. Ges. 1906, 151.

II. Bestimmung mit dem Elektrometer.

Über die in festen Isoliermitteln aus dem el. Rückstande i. allg. entstehende Unsicherheit und ihre Vermeidung durch geeignete Schlüssel s. S. 630

Man beachte ferner, besonders bei kleinen Kapazitäten, die Bemerkungen S. 612 und zu Anfang dieses Paragraphen. Die zu vergleichenden Leiter müssen so aufgestellt sein, daß sie sich nicht gegenseitig influenzieren.

Schnelle Beruhigung der Elektrometerschwingungen läßt sich durch passendes Ein- und Ausschalten von Elementen in die Erdleitung des geeigneten Elektrometerteils erreichen.

1. Vergleichung durch Ladungsteilung. Der Leiter I wird, mit dem Elektrometer (Kapazität γ) verbunden, zum Potential V geladen. Der vorher abgeleitete Leiter II wird zugeschaltet: das Potential sinke auf V'. Dann ist

$$c_2 : (c_1 + \gamma) = (V - V') : V'.$$

Die Methode eignet sich für große Kapazitäten, bei denen γ einen geringen Einfluß hat. Sie stellt erhebliche Anforderungen an Isolation.

Die Kapazität γ eines Elektrometers läßt sich gerade so durch Ladungsteilung mit der eines Leiters, z. B. eines Kondensators oder einer von Wänden usw. hinreichend entfernt aufgehangenen Kugel, vergleichen.

Die Kap. gebräuchlicher Quadr.-El. mit den nötigen Zuleitungen beträgt bei Quadrantschaltung etwa 60 bis 100 cm, bei Nadelschaltung kann sie auf weniger als die Hälfte gebracht werden.

Über die erhebliche Änderung von γ mit der Änderung des Nadelpotentials, namentlich bei Quadrantschaltung, vgl. Harms, Ann. d. Phys. 10, 816. 1903. Ebenda Zahlenwerte für die kleine Veränderlichkeit von γ mit dem Ausschlage.

Eine Methode, kleine Elektrometerkap. mittels Übertragung von El.-Mengen durch Tropfen aus einer geladenen Kapillare zu bestimmen, s. ebenfalls Harms, a. a. O. — Vgl. ferner die Kondensatormethode S. 627. — Endlich Wulf, Phys. ZS 1909, 253 ein Verfahren mit dem Fadenelektrometer.

2. Vergleichung durch Gegenstellen. Man schließe eine Gleichspannung durch einen großen Widerstand (Rheostat) R und verbinde die Leiter I und II je mit einem Ende von R. An beliebiger Stelle von R sei eine Erdleitung anzubringen. Wird diese so angelegt, daß nach dem Abtrennen der Leiter ihre Ladungen sich bei gegenseitiger Verbindung neutralisieren, so verhalten sich die Kapazitäten umgekehrt wie die beiderseitigen Teile von R. Vgl. auch 3.

Die Kapazität des Elektrometers, an welchem man die Neutralisierung prüft, kommt hier nicht in Betracht.

Beweis aus 80 I 4.

Die Methode läßt sich auf verschiedene Weise modifizieren. Man kann z. B. die Leiter an die Pole einer offenen Batterie anlegen und die Erdleitung an der letzteren so anbringen, daß sie die Elementenzahl im Verhältnis $c_1 : c_2$ teilt. Auch kann man, namentlich bei dem Vergleich nahe gleicher Kapazitäten, dem einen Pol der offenen Batterie noch Elemente zufügen, die durch einen Widerstand geschlossen sind. Indem man von diesem an passender Stelle ableitet, lassen sich die Potentiale genau in ein solches Verhältnis bringen, daß die Ladungen sich neutralisieren. Über die Ausführung vgl. Lebedew, Wied. Ann. **44**, 289. 1891.

3. Vergleich von Kondensatoren. Man schiebt den Erdkontakt (Fig. 312) so, daß bei der Verbindung von a mit dem vorher abgeleiteten Elektrometer kein Ausschlag entsteht, dann ist

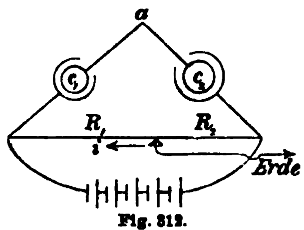


Fig. 312.

$$c_1 : c_2 = R_2 : R_1 .$$

Man benutzt eine vielpaarige Kette und einen großen Widerstand. Vor der Verbindung mit der Kette sind alle Teile zu entladen.

Beweis: Die Potentiale der äußeren Belegungen sind $-iR_1$ und $+iR_2$. Ist p das gemeinsame Potential auf c_1 und c_2, so sind die Ladungen der letzteren $(p + iR_1)c_1$ und $(p - iR_2)c_2$. Da die Summe wegen der Isolierung Null sein muß, so folgt $p(c_1 + c_2) = i(R_2 c_2 - R_1 c_1)$, woraus für $p = 0$ folgt $R_1 c_1 = R_2 c_2$.

Siehe ferner die Siemenssche relative oder absolute Kap.-Bestimmung mittels der Entladungszeit durch einen sehr großen Widerstand **94 a 5**.

Zum Kalibrieren eines gut isolierten Kap.-Satzes eignen sich Nr. 2 u. 3.

III. Mit dem ballistischen Galvanometer (109).

Diese Methoden geben nur bei großen Kapazitäten gute Resultate.

4. Vergleichung durch Einzelentladung. Man lädt die Kondensatoren zu gleichem Potential und entlädt sie einzeln, bei großer Spannung unter Einschaltung eines genügenden Widerstandes, durch dasselbe Galvanometer. Die Kapazitäten verhalten sich wie die Ausschläge, wobei man mit Vorteil die Multiplikationsmethode (**110**) anwenden kann. Das gleiche Potential erhält man mittels einer Batterie. Leidener Flaschen können auch mit der Elektrisiermaschine zu gleichem Potential geladen werden, indem man jene während der Ladung miteinander verbindet, oder indem man sie an ein Elektrometer legt.

5. Prüfung auf Gleichheit durch Gegenstellen. Man lade auf gleiches Potential mit entgegengesetztem Vorzeichen. Die Gleichheit der Ladungsmengen wird mit dem Galvanometer geprüft, durch welches beide Kondensatoren, nach ihrer Abtrennung von der Quelle, gleichzeitig entladen werden.

Sind die Kapazitäten nicht genau gleich, so kann man ähnlich wie unter II 2 die Spannungen meßbar auf ein anderes Verhältnis regulieren. Wird dabei durch Ausprobieren gefunden, daß das Galvanometer keinen Ausschlag gibt, wenn das Spannungsverhältnis $= V_1/V_2$ ist, so gilt für die Kapazitäten $c_1 : c_2 = V_2 : V_1$.

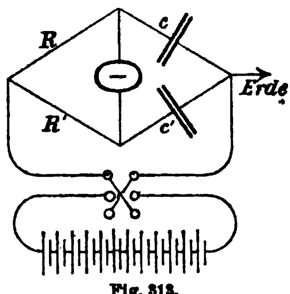


Fig. 313.

6. Vergleichung in der Wheatstoneschen Brücke; Fig. 313. Werden R und R' so reguliert, daß beim Wenden des Gesamtstromes kein Ausschlag entsteht, so ist $c : c' = R' : R$; R und R' können zusammen aus einem Draht mit Schleifkontakt bestehen.

S. auch die Vergleichung einer Kap. mit einer Selbstinduktion 117 4.

Absolute Kapazität.

Durch das Galvanometer. Die Entladung (vgl. Nr. 4) liefert die Kapazität c in elektromagnetischen Einheiten (Anh. 27), wenn die ballistische Galv.-Konstante und die E. K. E der ladenden Batterie (Normalelemente, Akkumulatoren; s. 80 II) bekannt sind. Die El.-Menge Q in A sec und E in V gibt c in Farad.

7. Eine Wippe mit drei Kontakten (Fig. 314), etwa Quecksilbernäpfen, gestatte, die eine Belegung des Kondensators K entweder mit dem einen Batteriepol oder mit der einen Galvanometerklemme zu verbinden, während die anderen Enden der drei Instrumente ein für allemal an Erde (Gas- oder Wasserleitung) liegen.

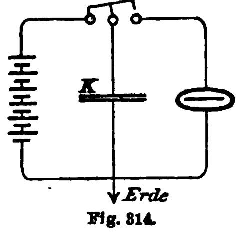


Fig. 314.

Man läßt den Kondensator durch Verbindung mit der Batterie sich laden, verbindet ihn dann (um vom Rückstande unabhängig zu sein, kurz) mit dem ruhenden Galvanometer und beobachtet den ersten Ausschlag s. Wenn die E. K. der Batterie $= E$ und der ballistische Reduktionsfaktor des Galvanometers $= \mathfrak{P}$, so ist

$$c = \frac{\mathfrak{P}}{E} s.$$

Denn die Entladungsmenge Q ist einerseits $= cE$, andrerseits $= \mathfrak{P}s$. $\mathfrak{P}$ wird nach 109 I ermittelt; vgl. ebendort den Einfluß der Dämpfung.

Die Messungen lassen sich leicht wiederholen, auch unter Anwendung der Multiplikationsmethode (**110**), wenn die Pole der Batterie oder des Galvanometers sich durch die Wippe bequem vertauschen lassen.

Soll die Kap. in dem Sinne bestimmt werden, daß sie die El.-Menge bedeutet, welche von der einen Belegung abfließt, während die andere auf das Pot. Eins geladen wird (S. 629), so schalte man das Galvanometer in die Erdleitung unter K.

8. Nach Maxwell. E und die Galvanometerkonstante fallen heraus bei folgendem Verfahren. Man schließt die Batterie durch das Galvanometer und einen gegen ihren inneren Widerstand sehr großen Widerstand R; der konstante Ausschlag sei $= s_0$. Der mit derselben Batterie geladene Kondensator gebe bei der Entladung durch das Galvanometer den Ausschlag s. Der Widerstand Batterie + Galvanometer sei $= R'$, die Schwingungsdauer der ungedämpften Nadel $= \tau$, das Dämpfungsverhältnis $= k$ und $\Lambda = \lg\,\mathrm{nat}\,k$ (**27**). Dann ist (vgl. Tab. 29)

$$c = \frac{\tau}{\pi} \frac{1}{R+R'} \frac{s}{s_0} k^{1/\pi \cdot \operatorname{arctg} \pi/\Lambda}.$$

Bei größeren Ausschlägen wird s auf den doppelten Sinus des halben Winkels, s_0 auf die Tangente korrigiert (**25**; Tab. 28).

Verfügt man nicht über hinreichenden Widerstand R, so kann man bei der Bestimmung von s_0 die Elemente gruppenweise in gleicher Zahl parallel schalten. Der obige Ausdruck ist dann durch die Anzahl der Gruppen zu dividieren. Oder man legt eine Abzweigung an das Galvanometer; vgl. **86**.

τ in sec, R und R' in Θ liefern c in Farad (Anh. 27). 1 Mikrofarad $= 10^{-6}$ Farad $= 10^{-15}$ el.-magn. $= 9 \cdot 10^{5}$ el.-stat. CGS-Einheiten.

IV. Mit Dauerausschlägen durch rasch wiederholte Ladung und Entladung. Vgl. 109 II.

Wenn eine Kapazität c in 1 sec N mal von der E. K. E geladen und durch ein Galvanometer entladen wird (Fig. 314 zu Nr. 7), so ist die mittlere Stromstärke in diesem gleich $E \cdot cN$; d. h. die so behandelte Kap. verhält sich ähnlich wie ein Widerstand $1/cN$ in einem Leitungskreise, der sonstige Widerstände nicht enthält (vgl. übrigens unten), und ihre Messung läßt sich auf eine Widerstandsbestimmung zurückführen.

Bei sehr raschem Wechsel wird die ohne Rückstandsbildung geltende Kapazität gemessen; verschiedene Wechselzahlen liefern ein Urteil über den in den ersten Augenblicken sich bildenden Rückstand.

Ladungs- und Entladungszeit. Vorausgesetzt wird jedoch die Innehaltung der Grenze von N, oberhalb deren die Ladung zum vollen Potential und die Entladung bis zum Potential Null nicht mehr stattfindet. Die Zeit, in der ein Potentialunterschied auf seinen $x$ten Teil sinkt, wird durch $t = rc \cdot \lg \operatorname{nat} x$ dargestellt (vgl. 94a 5), also muß die Berührungsdauer um so größer sein, je größer c und der Galvanometerwiderstand ist. Für $x = 1000$ wird $t = 6{,}9 \cdot rc$, beträgt also z. B. für $r = 10$ Θ u. $c = 10^{-6}$ Farad $6{,}9 \cdot 10^{-5}$ sec. Es reicht demnach meistens eine sehr kurze Zeit aus. — Über den Einfluß einer Selbstinduktion des Entladungsweges und über ev. Oszillationen bei der Entladung vgl. noch 125 I 1.

Über die Anordnung s. Fig. 314. Man ersetzt die Wippe durch eine elektromagnetisch angeregte schwingende Feder oder Stimmgabel mit geglühter Platinspitze in reinem Quecksilber. Zur Bestimmung ihrer Schwingungszahl dient am besten das phonische Rad (57, 7). Über ein solches mit Kommutator s. Rayleigh, Ph. Mag. (6) 13, 331. 1907; auch Rosa u. Dorsey, Bull. Bur. of Stand. 3, 543ff. 1907.

9. Bestimmung nach Siemens. Zeigt das Galvanometer die Stromstärke i (z. B. $i = \mathfrak{C}s$, wenn $\mathfrak{C}$ der Reduktionsfaktor und s der Ausschlag; 89), so ist, wenn Galvanometer- und Batteriewiderstand gegen $1/cN$ verschwinden, nach dem vorigen

$$i = EcN, \quad \text{also} \quad c = i/EN.$$

Statt i absolut zu messen, schließt man vorteilhafter dieselbe Batterie durch das Galvanometer und einen großen vorgeschalteten Widerstand R. Der Ausschlag sei $= s_0$, dann gilt, insofern die anderen Widerstände gegen R verschwinden, offenbar

$$c = 1/RN \cdot s/s_0.$$

s/s_0 wählt man womöglich nicht weit von 1, wodurch auch Korrektionen am einfachsten vermieden werden. — Über das Verfahren bei mangelndem großen R s. III 8.

Um Kapazitäten zu vergleichen, genügt es meist, die beobachteten Ausschläge durcheinander zu dividieren.

Bei kleinen Kapazitäten ist ev. die Kap. der Leitungen zu berücksichtigen.

Siemens, Pogg. Ann. 102, 66. 1857. Vgl. auch die Umkehrung 94a 5.

Eine sehr genaue Nullmethode erhält man durch die Anwendung eines Diff.-Galvanometers (92), dessen Windungen gleichzeitig, die eine den Kondensator-, die andere den Batteriestrom aufnehmen. Himstedt, Wied. Ann. 29, 562. 1886; Abraham, J. de phys. (3) 1, 361. 1892; Rosa u. Dorsey, a. a O. S. 545.

10. In der Brücke (Maxwell). Dieses Verfahren gibt neben dem eben genannten die genauesten Resultate. Man schaltet den Kondensator wie in der Fig. 315 und gleicht die Widerstände bis zur Stromlosigkeit der Brücke ab, d. h. so, daß die Ladeströme des Kondensators den konstanten Strom kompensieren. $1/cN$ kann als Widerstand des Kond.-Zweiges angesehen werden (S. 636), somit heißt die Brückengleichung $1/cN = RR_1/R_2$, und es kommt

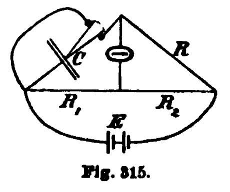


Fig. 315.

$$c = 1/N \cdot R_2/RR_1. \qquad 1.$$

Korrektion. Man hat hier vernachlässigt, daß im Schließungskreise des Kond. noch der Widerstand der Verzweigung durch R, R_1, R_2, Galvanometer (Wid. $= \alpha$) und Batterie (Wid. $= a$) liegt. Genau gilt (vgl. S. 412, Nr. 7 oder S. 413 A u. B)[1])

$$\frac{1}{cN} = \frac{RR_1}{R_2} + \frac{R_2(R_1+\alpha)(R+a) + \alpha R_1(R+a) + aR(R_1+\alpha)}{R_2(R_1+R+a+\alpha)+(R_1+a)(R+\alpha)}.$$

Statt dessen kann man Gl. 1 rechts multiplizieren mit (J. J. Thomson)

$$\frac{1-R_2^2/[(R_1+R_2+a)(R+R_2+\alpha)]}{[1+R_2/R\cdot a/(R_1+R_2+a)][1+R_2/R_1\cdot\alpha/(R+R_2+\alpha)]}.$$

Maxwell, Electr. II § 776; J. J. Thomson, Phil. Tr. (A) 174, 707. 1883; Dießelhorst, Ann. d. Ph. 19, 383. 1906; Giebe, ZS f. Instr. 1909, 205, 269 u. 301; dort auch frühere Lit.; Rosa u. Dorsey, a. a. O. S. 541; auch Rosa u. Grover, Bull. Bur. of Stand. 1, 172. 1905.

V. Vergleichung durch Wechselströme und Telephon.

11. Die beiden P (Fig. 316) bedeuten ein Induktorium und ein Telephon. Wenn das letztere schweigt oder als optisches Telephon keinen Ausschlag gibt, so ist (Palaz)

$$c : c' = R' : R.$$

Fig. 316.

Etwaige Induktivitäten von R und R' sollen den Widerständen prop. sein. — Bei Kondensatoren, für welche verschiedene Erdung (S. 629, 630) zu merklich ungleichen Kapazitäten führt, ist die Wirkung der Schaltung zu überlegen. Treten im Dielektrikum der Kondensatoren bei wechselnder Elektrisierung Energieverluste auf, so sind zu c oder c' ohmische Widerstände zuzuschalten, um P zum Schweigen zu bringen.

Über dielektrische Verluste s. Wagner, Verh. D. Ph. Ges. 1913, 45.

1) Bei Maxwell § 776, erste deutsche Aufl. sind im Nenner a und α zu vertauschen.

Über Kapazität und Phasenwinkel von Papier- u. Paraffinkondensatoren in der Abhängigkeit von Temperatur und Frequenz: Grover, Bull. Bur. of Stand. 7, 495. 1911.

12. Über Vergleichung einer Kap. mit einem Selbstind.-Koeff. s. **117** II, 4 u. 5. Da der letztere oft konstanter als die Kap. ist, kann die Methode vorteilhaft sein.

VI. Aus dem Widerstande des mit einem Leiter gefüllten Kondensators.

13. Wird ein Kond. einschließlich des merklichen Bereichs seiner Kraftlinien mit einer Flüssigkeit vom bekannten, gegen das L.-V. der Kondensatorplatten verschwindenden Leitvermögen $\varkappa\,\mathrm{cm}^{-1}\Theta^{-1}$ gefüllt oder in sie eingetaucht und der nun zwischen den Platten vorhandene Leitungswiderstand r gemessen (**96**), so folgt aus Nr. 8 S. 632 in elektrostat. Maße für Luft als Dielektrikum

$$c = 1/4\pi \cdot 1/r\varkappa\,.$$

Je größer die Kap., desto geringer muß, um eine geeignete Größe des Widerstandes zu bekommen, das L.-V. der Flüssigkeit sein. Wäßrige Lösungen sind dann wegen der Schwierigkeiten der Widerstandsbestimmung, die aus ihrer hohen Dielektrizitätskonstante entspringen, weniger geeignet als andere, z. B. Quecksilberchlorid in Äthylacetat (Essigäther). — Vgl. auch über die Anwendung auf Kap. offener Leiter, F. K., a. a. O. (I, Nr. 8).

Eine originelle Anwendung des Schwingungsknotens in einer Geißlerschen Röhre bei Borgmann, Phys. ZS 2, 651. 1901.

Über Einfluß von Zeit und Temperatur auf die Kap. eines Kond. mit festem Isolator s. H. A. Wilson, Proc. R. S. A 82, 409. 1909.

Die Methoden mit Schwingungskreisen s. am Schluß von **125**.

133. Dielektrizitätskonstante (Faraday 1837).

Lehrsätze.

1. Die elektrostatische Kapazität eines Leiters ist cet. par. der „Dielektrizitätskonstante" oder dem „spez. Induktionsvermögen" D des umgebenden Mittels, des „Dielektrikums" proportional; die Kapazität eines Kondensators also, insofern die Kraftlinien merklich alle im Zwischenmittel verlaufen, der D.-K. des letzteren. D ist für das Vakuum gleich 1, für Luft nahe gleich 1 (vgl. unten). Ist also c_0 die Kap. für Luft, c diejenige für ein anderes Dielektrikum von der D.-K. D, so ist $D = c/c_0$.

2. Die elektrostatische Kraft k zwischen zwei punktförmigen El.-Mengen e_1 und e_2 im Abstande r innerhalb eines Mittels von der D.-K. D ist

$$k = (1/D) \cdot e_1 e_2 / r^2\,.$$

3. Aus 1 und 2 folgt, daß die gegenseitige Kraftwirkung zwischen

zwei auf festen Potentialen erhaltenen Leitern in einem Mittel von der D.-K. D cet. par. proportional D ist.

D.-Konstanten s. in Tab. 36 u. 12 a; ausführlicher bei Landolt-B.-R.; Lit. bei Rudorf, Jahrb. d. Radioakt. u. El. 1910, 38.

Atm. Luft hat die D.-K. 1,0006. Durch Multiplikation hiermit werden also die gemessenen D.-K. auf das Vakuum bezogen. Der Unterschied ist für feste und flüssige Körper praktisch gleichgültig, aber bei den Angaben für Gase sorgfältig zu beachten.

I. Bestimmung mit dem Kondensator.

Eine D.-Konstante wird nach 1 gemessen durch das Verhältnis zweier Kapazitäten (**132**). Die Auswahl der Methoden ist 1. wegen des Leitvermögens der Dielektrika beschränkt, 2. wegen dielektrischer Absorption, welche bei Wechselspannungen ähnlich wirkt wie unvollkommene Isolation, obwohl das Isolationsvermögen für Gleichstrom gut ist. Auf die hieraus entstehenden Fehler hat man hauptsächlich zu achten. Man verringert sie durch raschen Wechsel der Ladung und Entladung. Man messe also stets mit verschiedenen Frequenzen.

Die Proportionalität zwischen Kap. und D.-K. ist daran geknüpft, daß die Kraftlinien ganz im Dielektrikum verlaufen. Ein Zylinder-, Kugel- oder ungeradzahliger Mehrplatten-Kond., dessen äußere Belegung abgeleitet wird, läßt diese Bedingung besser erfüllen als ein geradzahliger Mehrplatten-Kond.

Kapazitäten der Zuleitungen sind ev. von den gemessenen Größen abzuziehen.

A. Nichtleiter.

(Nach den Methoden in **132**.)

Flüssigkeiten.

1. Man vergleicht den Versuchskondensator, einmal Luft, das andere Mal die Flüssigkeit enthaltend, mit einem zweiten, konstanten Kond. von ähnlicher Kapazität; um die eben genannte Bedingung zu erfüllen, tauche man ihn nötigenfalls ganz in die Flüssigkeit unter. Zur Messung eignen sich z. B. die Methoden **132** V.

Gase (Boltzmann) verlangen, da ihre D.-K. wenig verschieden ist, eine Nullmethode: etwa **132** II 2 oder IV 10.

Tropfbare Flüssigkeiten s. u. a. bei Silow, Pogg. Ann. 158, 306. 1876; Palaz, J. de phys. (2) 5, 370. 1885. Gase und Dämpfe: Boltzmann, Pogg. Ann. 155, 403. 1875; Klemenčič, Wien. Ber. 91, 712. 1885; Lebedew, a. a. O. (S. 634); Dewar u. Fleming, Proc. R. S. 62, 250. 1898 (tiefe Temp.); Veley, Phil. Mag. (6) 11, 73. 1906 (veränderl. Kondensator; elektrolyt. Vergleichswid.)

Feste Körper.

2. Einen schmelzbaren Körper kann man wie eine Flüssigkeit behandeln, indem man ihn um den eingetauchten Kondensator erstarren läßt.

3. Einen festen Körper kann man nach dem Satze bestimmen, daß die Kap. eines Flüssigkeits-Kond. sich durch die Einführung des Körpers nicht ändert, wenn die Flüss. (durch Mischen) auf die D.-K. des Körpers gebracht worden ist.

Starke, Wied. Ann. 60, 629 u. 61, 804. 1897.

4. Mit dem Dreiplattenkondensator. Zwei planparallele Isolatorscheiben von der Dicke a werden beiderseits je mit zwei reichlich kleineren, untereinander gleichen, kreisförmigen und konzentrischen Stanniolbelegungen (od. ähnlichem) versehen und so aufeinandergelegt, daß die inneren Belegungen sich decken. Radius der Belegungen $= R$. Die Kap. c der inneren Belegung wird gemessen, während die äußeren zur Erde abgeleitet sind (s. z. B. 132, 10), dann ist

$$D = c/c_0,$$

wo c_0, die Kap. ohne Isolatorscheiben, sich berechnet aus

$$c_0 = \frac{R^2}{2a} + 1{,}1078\,\frac{R}{\pi}.$$

Grüneisen u. Giebe, Verh. D. Phys. Ges. 1912, 921. Daselbst auch Korrektionen für größere Dicke der Belegungen.

Die umfangreiche Lit. z. B. bei Chwolson IV 1, S. 365.

5. Aus der Entladungszeit eines Kondensators.

Die Zeit t, in der die Ladung eines durch einen großen Widerstand R geschlossenen Kondensators c auf ihren p^{ten} Teil sinkt, ist $t = cR \lg \operatorname{nat} p$ (94 a 5; 125 I 1). Mittels des Helmholtzschen Pendelunterbrechers (109 III) läßt t sich messen. Cohn und Arons, Wied. Ann. 28, 454. 1886.

Die Resultate der obigen Methoden können durch Leitvermögen erheblich gefälscht werden.

B. Unvollkommene Isolatoren.

6. Mit Kompensation des Leitvermögens (Nernst).

Der geerdete Versuchskondensator C (Fig. 317), ein Metallgefäß mit konstant stehender Kollektorplatte, wird 1. mit der zu untersuchenden Flüssigkeit, 2. mit einer Flüssigkeit von bekannter D.-K. D_0 (Xylol 2,36; Tab. 36) und 3. mit Luft gefüllt. Letzteres geschieht, um die Kap. der Zuleitungen usw. zu eliminieren, soweit sie von Kraftlinien herrührt, die außerhalb der Flüssigkeit verlaufen. C_1 ist der Vergleichs-Meßkond. aus zwei Metallplatten mit einschiebbarer Glasplatte (132, S. 630), C_2 ein konstanter Hilfskond. T ist ein Telephon. Bei A und B werden Wechselströme eines kleinen Induktoriums eingeführt.

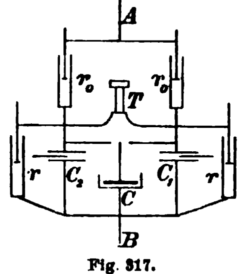


Fig. 317.



r_0 und r_0 bedeuten zwei gleiche, gleichgestaltete Widerstände, bei Nernst Flüssigkeitssäulen mit Elektroden. Die Gleichheit wird daran erkannt, daß, wenn das Telephon schweigt, Vertauschung der beiden r_0 keine Änderung bewirkt. r und r sind zwei Flüssigkeitswiderstände, die durch Elektrodenverschiebung oder mittels Verengung der Säule durch einen verstellbaren Stift geändert werden können; sie sind nur bei der Untersuchung schlecht isolierender Körper nötig. Über die Flüssigkeit in r s. **96**, S. 481.

Man schaltet C luftgefüllt zu C_2 und stellt C_1 ein. Man schaltet dann C zu C_1 und verstellt C_1 wieder bis zum Schweigen des Telephons. Diese Verschiebung mißt das Doppelte der Kap. c des Kondensators einschl der Zuleitungen.

Ebenso wird die Kap. c_f nach Beschickung des Troges mit der Flüssigkeit von der unbekannten D.-K. D gemessen. Hat diese Flüssigkeit ein Leitvermögen, so ist das Telephon zunächst nicht zum Schweigen zu bringen. Man schaltet dann auf der Gegenseite durch Probieren eine solche Länge von r aus, daß das Tonminimum wieder gut ist. Ein Leitvermögen wie dasjenige eines guten destillierten Wassers ist so noch zu kompensieren.

Gerade so sei nach Füllung des Troges C mit der Eichflüssigkeit D_0 die Kapazität $= c_0$ gefunden.

D ergibt sich dann aus der Formel

$$D - 1 = (D_0 - 1) \cdot (c_f - c)/(c_0 - c), \qquad 1.$$

worin man für die c die entsprechenden (ev. der Kalibrierung entsprechend nach S. 630 korrigierten) Verschiebungen in C_1 setzt.

Folgt aus $c = \gamma \cdot 1 + c'$, $c_f = \gamma \cdot D + c'$, $c_0 = \gamma \cdot D_0 + c'$, wo γ die Luft-Kap. des Kond. C und c' die Kap. der Zuleitungen bedeutet. — Vorausgesetzt wird eine konstante, genügend große Füllhöhe.

Isolationsfehler sowie Berührung mit der Hand sind zu vermeiden, Symmetrie und Konstanz der Zuleitungen zu beachten. Je nach der Größe der D.-K. kann man Tröge von verschieden großer Luftkapazität anwenden.

Über direkte absolute Messung, über Fehlerquellen und Vorsichtsmaßregeln vgl. Nernst, ZS f. phys. Ch. 14, 622, 1894; Turner, ebd. 35, 385. 1900. Tangl, Ann. d. Ph. 23, 559. 1907.

C. Bessere Leiter.

7. Mittels sehr schneller Schwingungen (Nernst).

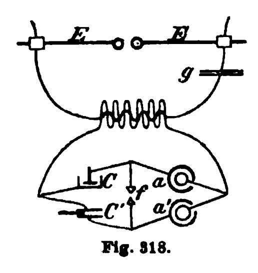


Fig. 318.

Der an die Funkenelektroden E eines Induktoriums angeschlossene Teil der Fig. 318 bedeutet einen Schwingungskreis (125) von einigen Millionen Schw./sec; g ist ein Glastafel-Kond. Mit der Spule dieses Kreises (10 Windungen) ist eine Sekundärspule (82 Wind.) gekoppelt. Sie dient als Stromquelle in der Brückenverzweigung, deren Zweige a und a' aus ungefähr gleichen Kondensatoren (Leidener Flaschen) bestehen, während C den mit dem zu

messenden Dielektrikum zu versehenden Kond. und C' einen meßbar zu regulierenden Vergleichskondensator (vgl. Nr. 6 und S. 630) vorstellt.

Als Indikator der Stromlosigkeit in der Brücke dient eine Funkenstrecke f zwischen sehr fein einstellbaren, aufeinander senkrechten Platinschneiden oder ein elektrolytischer Wellendetektor (S. 609) nebst Telephon.

Stromlosigkeit beweist wieder die Proportionalität der Paare von Brückenzweigen. Man verfährt nun wie unter Nr. 5, füllt C mit Luft, mit einer Eichflüssigkeit und mit der zu messenden Flüssigkeit und rechnet nach Formel 1.

Ein Leitvermögen, wie von einem schlechten destillierten Wasser ($\varkappa \cdot 10^6 = 20$), macht sich noch nicht störend bemerklich.

Über das Nähere vgl. Nernst, Wied. Ann. 60, 600. 1897; Nernst u. v. Lerch, Ann. d. Ph. 15, 836. 1904.

8. Aus der Dauer elektrischer Schwingungen.

Wenn ein Kond. von der Kap. c sich auf einem Wege von der Induktivität L (117) entlädt, so treten el. Schwingungen von der Schwingungsdauer $\tau = 2\pi\sqrt{cL}$ auf; (125 I 1). τ ist also cet. par. proportional $\sqrt{c}$. Über Erzeugung und Messung der Schwingungen s. Schiller, Pogg. Ann. 152, 535. 1874. — Vgl. auch 125 V 4.

II. Durch Kraftwirkungen.

Nach Nr. 3 S. 639 ist die gegenseitige Kraftwirkung zweier auf festem Potential erhaltener Leiter prop. der D.-K. des sie gemeinschaftlich umgebenden Dielektrikums.

9. An einem passend gebauten Quadrantelektrometer in Doppelschaltung (127 II) beobachtet man die durch ein konstantes Potential (Daniell, Akkumulatoren) hervorgebrachten Ausschläge bei Füllung mit Luft bzw. mit der Flüssigkeit. Die auf Proportionalität mit dem Quadrat der Potentialdifferenz korrigierten Ausschläge (129) stehen im Verhältnis der D.-Konstanten. Die Nadel ist an einem feinen Metalldraht aufgehängt, der zugleich als Zuleitung dient (Silow). — Schwankungen des Potentials korrigiert man nach einem dem ersten parallel geschalteten, gleichzeitig abgelesenen, gewöhnlichen Elektrometer. Flüssigkeitsströmungen durch Temperaturschwankungen, Verdampfung usw. sind sorgfältig zu vermeiden.

Bei Spuren von Leitung stört die Polarisation; daher lädt man besser mit Wechselspannung (96; 120; Induktorium, rotierender Kommutator) und kann dann selbst Körper wie Alkohol, Wasser, Lösungen bis $\varkappa = 10^{-5}$ messen (Cohn u. Arons).

Silow, Pogg. Ann. 156, 389. 1875; Cohn u. Arons, Wied. Ann. 33, 13. 1888; Tereschin, ebd. 36, 792. 1889; Heerwagen, ebd. 48, 35. 1892; Smale, ebd. 57, 215. 1896.

III. Aus der Länge elektrischer (Hertzscher) Wellen; vgl. 125a.

Maxwellsches Gesetz. Die Fortpflanzungsgeschwindigkeit langer el. Wellen in einem Mittel ist proportional $1/\sqrt{D}$. — Ist die Wellenlänge derselben Schwingung in Luft $= \lambda_0$, in dem Dielektrikum $= \lambda$, so gilt also

$$D = (\lambda_0/\lambda)^2, \quad \text{oder auch} \quad D = n^2,$$

wenn n das Brech.-Verh. langer Wellen aus Luft in das Mittel bedeutet.

Der ursprüngliche Versuch, aus den Beobachtungen an Lichtwellen das Br.-V. für lange Wellen nach den S. 279 gegebenen Formeln zu extrapolieren (wo z. B. in der Cauchyschen Formel A den gesuchten Wert darstellen würde), hat sich, im Zusammenhang mit der anomalen Dispersion, nur an wenigen Körpern als zulässig erwiesen. Selbst im Gebiet sehr langer Wellen hängt D noch von der Wellenlänge ab — „elektrische Dispersion" —, falls der Körper auch hier anomale Dispersion besitzt.

Man erzeugt längs einer Doppeldrahtleitung stehende, möglichst homogene Hertzsche Wellen (125a) und bestimmt ihre Länge sowohl in Luft wie im Dielektrikum aus der Beobachtung der Maxima oder Minima der Spannungsschwankung; mittels der an verschiedenen Stellen erhaltenen Fünkchen (Arons u. Rubens), mittels des Bolometers (Rubens, Cohn) oder eines empfindlichen Hitzdrahtinstrumentes (Hertz-Thwing) oder des Aufleuchtens einer Vakuumröhre (Lecher, Drude).

Das Verfahren ist auf Körper von größerem Leitvermögen anwendbar als die übrigen Methoden, z. B. noch auf verdünnte Salzlösungen.

Lecher, Wied. Ann. 41, 850. 1890; 42, 142. 1891; Arons u. Rubens, ebd. 42, 581 u. 44, 206. 1891; E. Cohn, ebd. 45, 370. 1892; Cohn u. Zeeman, ebd. 57, 15. 1896; Drude, ebd. 61, 466. 1897; eingehende Beschreibung auch in ZS f. phys. Ch. 23, 267. 1897; Auszug ZS f. Instr. 1898, 351. — Über Anwendung des Tesla-Transformators vgl. Drude, Ann. d. Phys. 8, 336. 1902; 16, 116. 1905; ZS f. phys. Ch. 40, 636. 1902.

10. Anordnungen von Drude; vgl. 125a.

Der Wellenerreger (Blondlot; Fig. 319) besteht aus zwei in Petroleum liegenden Halbkreisen ($2r = 5$ cm) aus 3 mm dickem Kupferdraht, je mit einem Pol der Elektrizitätsquelle verbunden. Diese Pole werden entweder direkt von den Polen eines Rühmkorff-Induktors (6 bis 10 cm Schlagweite) gebildet oder wirksamer von den Polen der dünndrähtigen Wicklung (300 Windungen, $\frac{1}{2}$ mm dick, $2r = 7$ cm) eines „Tesla-Transformators". Die dicke, symmetrisch durch eine kleine Leidener Flasche (100 qcm Belegung, $2\frac{1}{2}$ mm Glasdicke) geteilte Windungslage des Transformators (5 Windungen, $1\frac{1}{2}$ mm dick, $2r = 11$ cm) liegt an der durch zwei Zinkstücke gebildeten Funkenstrecke (2 mm) des Induktoriums.

Die Zuleitungen zu den Halbkreisen sind dünndrähtig, und zwar sei, falls das Induktorium direkt benutzt wird, einem der Halbkreise die Zuleitung — vgl. auch die Bemerkungen 125a I 1 — nur bis zu $\frac{1}{2}$ mm Abstand genähert, so daß hier Funken überspringen. Die Entladungen finden zwischen den Kugelenden *K* von 6 mm Durchmesser mit etwa $\frac{1}{4}$ mm Schlagweite statt. Die Halbkreise sind umgeben oder über einer Zwischenlage von Glimmer bedeckt von einem Drahtkreise, dessen offene Enden mit einer hinten geschlossenen Doppeldrahtleitung von etwa 1 cm Abstand verbunden sind. Die so längs der Drähte laufenden elektrischen Wellen haben in Luft etwa 37 cm Halbwellenlänge.

Ein fest aufliegender Querdraht *B* überbrückt — an der Drudeschen Anordnung 7 cm hinter der Aufbiegung der Drahtleitungen — die beiden Drähte, so daß an dieser Stelle bleibend ein Minimum der stehenden

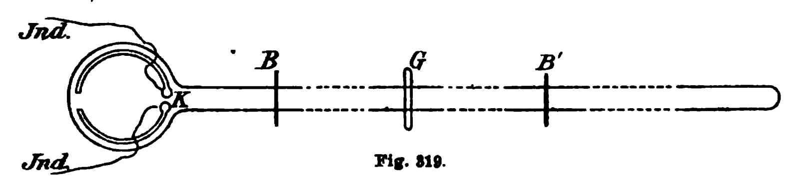


Fig. 319.

Wellen liegt. Ungefähr 16 cm hinter dieser Brücke liegt auf den Drähten als zweite Überbrückung eine stark evakuierte Geißlersche Röhre *G* (vgl. S. 609 Röhren von Dorn, Warburg, Zehnder), deren Aufleuchten als Anzeichen für die Stärke der Schwingungen dient. Diese entwickeln sich nun am stärksten, wenn auf der weiteren Strecke eine Stelle leitend überbrückt wird, welcher vermöge des Ortes von *B* und der angewandten Wellenlänge ein weiteres Minimum zukommt. Diese Minima sollen (vgl. oben) in Luft nahe um ein Vielfaches von 37 cm voneinander abstehend gefunden werden; das erste liegt aber von der Brücke *B* etwas (bei dem Drudeschen Apparat um 6 cm) weniger entfernt.

Als verschiebbare Brücke dient ein zweiter Querdraht *B'* über einem Maßstabe. Beobachtet werden also die Lagen von *B'*, denen das stärkste Aufleuchten von *G* entspricht, oder besser die Mitten zwischen den Übergangsstellungen, bei denen das Aufleuchten beginnt. — Der Abstand benachbarter Lagen bezeichnet je eine halbe Wellenlänge.

a) Man bestimmt die Halbwellenlänge in Luft (λ_0) und demnächst in der zu messenden Flüssigkeit (λ), indem die Drähte durch einen mit dieser gefüllten Glastrog durchgeführt werden. Nach dem früheren ist dann $D = (\lambda_0/\lambda)^2$. λ_0 und λ werden aus mehreren solchen Resonanzlagen abgeleitet, ev. mit kleinsten Quadraten nach 3 II.

Auch die Stellen schwächsten Aufleuchtens können in leicht ersichtlicher Weise zur Messung zugezogen werden.

Korrektion wegen des begrenzten Flüssigkeitsquerschnitts. Das gemessene λ fällt wegen der beschränkten Querdimensionen etwas zu

groß aus; das hiermit berechnete D ist also zu vergrößern. Die empirische Korrektion (Drude) beträgt

für ein gefundenes D =	10	20	30	40	50	60	80
im Kasten 3×3,5 cm	+0,8	1,9	2,8	3,3	3,6	3,8	+4,0%
„ „ 5×6 cm			+0,5				+2,1%.

Über Vorsichtsmaßregeln bei besseren Leitern oder anomal absorbierenden Körpern vgl. Drude, a. a. O. — Über Anordnung u. a. auch Colley, Phys. ZS 1909, 329.

b) Genäherte Werte von D erhält man mit sehr wenig Flüssigkeit nach Drude folgendermaßen. Die Flüssigkeit wird in einen kleinen Kondensator (Fig. 320) eingefüllt. Die an den Enden jetzt offene Doppelleitung wird (außer durch den festen Bügel B) geschlossen durch eine Überbrückung, einmal mit einem Metalldraht, das andere Mal mit diesem Kondensator; in beiden Fällen stellt man so, daß die Röhre G maximal aufleuchtet.

Aus dem Unterschiede l der beiden Einstellungen läßt sich D entnehmen, entweder nach einer empirischen, nachher graphisch dargestellten Eichung mit bekannten Flüssigkeiten, etwa Mischungen von Benzol mit Aceton (D = 2,3 bis 21) oder Aceton mit Wasser (D = 21 bis 80); Tabellen bei Drude, a. a. O. Oder man benutzt die von Drude aufgestellte Beziehung $D = a \operatorname{ctg} 2\pi l/\lambda - b$, deren Konstanten a und b empirisch ermittelt werden.

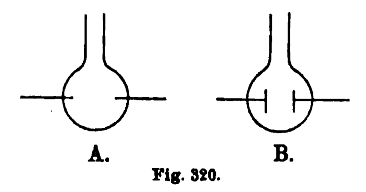


Fig. 320.

Eine Anordnung mit posaunenartig meßbar zu verlängernder Doppelleitung siehe bei Drude, a. a. O.

Zwei Kondensatorfläschchen (Fig. 320 nat. Gr.) verschiedener Kapazität, bis in den Hals zu füllen, genügen; A dient für große, B für kleine D.-K.

Auch flüssig eingefüllte, in dem Fläschchen erstarrte Substanzen können, wenigstens annäherungsweise, bestimmt werden.

Auf einen festen Körper läßt sich ferner auch hier der Satz (vgl. S. 641 Nr. 3) anwenden, daß der Körper, in die Kond.-Füllung eingeführt, nur dann die Kap. nicht ändert, wenn die Füllung seine D.-K. hat. Statt diese Mischung auszuprobieren, ist es genauer, die Kurven von l für eine Reihe von Mischungen mit und ohne eingeführten Körper zu ermitteln und ihren Schnittpunkt zu suchen. W. Schmidt, Ann. d. Phys. 9, 919. 1902; 11, 114. 1903.

Über Messungen an Kristallen vgl. u. a. noch Curie, Ann. chim. phys. (6) 17, 385. 1889; 18, 212. 1889; Graetz u. Fomm, Wied. Ann. 53, 85. 1894; Starke, ebd. 60, 629. 1897; Fellinger, Ann. d. Phys. 7, 333. 1902; W. Schmidt, a. a. O.

Über Gase und Dämpfe s. besonders Boltzmann, Pogg. Ann. 155, 403. 1875; Klemenčič, Wien. Sitzber. 91 (2a), 712. 1885; Lebedew, Wied. Ann. 44. 289. 1891. Bei hohem Druck s. B. Occhialini u. Bodareu, Ann. d. Phys. 42, 67. 1913.

134. Messungen an ionisierten Gasen.

Vgl., auch über Lit., namentlich J. J. Thomson, Conduction of Electricity through Gases, 1903; deutsch von Marx, Lpz. 1906. Ferner Stark, Die Elektrizität in Gasen, 1902; J. S. Townsend, The theory of ionization of gases by collision, London 1910; H. A. Wilson, Electrical properties of flames and incandescent solids, London 1912. — S. auch 135.

I. Leitvermögen der Gase. Ionisation.

Mittel, um ein Gas leitend zu machen, sind Röntgen-, Becquerel-, Kathodenstrahlen, ultraviolettes Licht sehr kleiner Wellenlänge, hohe Potentialdifferenzen, chemische Prozesse (z. B. durch Phosphor, vgl. besonders Barus, Exp. with ionised Air, Smithson. Contrib. 1902), hohe Temperatur, z. B. Überleiten über glühendes Metall. Heiße Flammen, namentlich wenn sie Metallsalzdämpfe enthalten, besitzen ein beträchtliches Leitvermögen, welches sich schwächer auch auf die Umgebung ausdehnt.

Das L.-V. wird, auch in einatomigen Gasen, zurückgeführt auf Ionen, d. h. auf elektrisch geladene Bestandteile, von denen man annimmt, daß jedes Ion dieselbe positive oder negative Elektrizitätsmenge mit sich führt. Ionisation nennt man die Anzahl der in der Volumeinheit (ccm) vorhandenen Ionen. Sie ist im natürlichen Zustande der Gase äußerst gering.

Durch die meisten genannten Ionisierungsmittel entstehen im Gase positive und negative Ionen in gleicher Menge. Ionisation eines Vorzeichens, „unipolare Leitung" oder „Elektrisierung" des Gases, zeigt sich in der Nähe glühender Metalle oder glühender Kohle, und in der Nähe vieler Metalle und Flüssigkeiten, wenn sie ultraviolett bestrahlt werden; selbstverständlich auch bei dem Ausströmen von Elektrizität aus Spitzen.

Nach Beseitigung des Ionisierungsmittels verschwindet die Leitfähigkeit, teils durch Wiedervereinigung der Ionen (Molisierung), teils durch ihre Diffusion nach den Wänden, an welche die Ionen ihre Ladungen abgeben. — Staub beschleunigt im Anfang und verzögert später, durch Bildung schwer beweglicher Ionen, das Verschwinden der Ionisation beträchtlich.

Zum raschen Austreiben der Ionen kann ein starkes elektrisches Feld oder auch Durchleiten des Gases durch Glaswollepfropfen dienen.

Die Zahl der bei einem Vorgange in der Volumen- und Zeiteinheit erzeugten Ionen wird außer durch die Art und Stärke des Ionisierungsmittels durch die Natur des Gases bedingt; sie ist in demselben Gase der Dichte proportional.

Im elektrischen Felde erhalten die Ionen Geschwindigkeiten, die dem Potentialgefälle proportional angenommen werden. Die Ionenbeweglichkeit, d. i. die Geschwindigkeit für das Potentialgefälle Eins, hängt von der

Natur und dem Drucke des Gases ab und ist bei höherem Werte des letzteren diesem umgekehrt proportional. Die Beweglichkeit der negativen Ionen wurde in der Regel etwas größer gefunden als die der positiven. In stark verdünnten Gasen (Kathoden- und Kanalstrahlen) wächst dieser Unterschied bedeutend.

II. Die den Meßmethoden zugrunde liegenden Beziehungen.

Vorausgesetzt wird hier, daß positive und negative Ionen in gleicher Anzahl erzeugt werden.

Zur Zeit t sei im ccm die Anzahl der Ionen eines Vorzeichens $= n$. Von diesen verschwindet, wie man nach dem Guldberg-Waageschen Gesetz der Massenwirkung annimmt, in 1 sec eine Anzahl an^2, während sich durch den Ionisator in 1 sec die Anzahl q neu bildet, wo a und q Konstanten des Vorganges sein sollen; vgl. S. 488. Dann gilt mithin $dn/dt = q - an^2$. Im stationären Zustande ($dn/dt = 0$) beträgt demnach die Zahl der im ccm vorhandenen Ionen

$$n_0 = \sqrt{q/a}\,. \qquad 1.$$

Nach Beseitigung des Ionisators hat man $dn/dt = -an^2$, woraus die zur Zeit t nach der Beseitigung noch bestehende Ionisation folgt:

$$n = n_0/(1 + n_0 at)\,. \qquad 2.$$

Als bequeme Charakteristik für den Vorgang des Verschwindens pflegt die Zeit T zu dienen, in der die Ionisation auf den halben Betrag sinkt, d. i. nach Gl. 2

$$T = 1/n_0 a = 1/\sqrt{qa} = n_0/q\,. \qquad 3.$$

Eine zylindrisch gestaltete Gasmenge von der Länge l und dem Querschnitt f befinde sich, einer dauernden gleichmäßigen ionisierenden Wirkung ausgesetzt, in einem gleichmäßigen, der Richtung l parallelen elektrischen Felde $\mathfrak{F}$; $+e$ und $-e$ bedeuten die Ladungen, u_+ und u_- die Beweglichkeiten der beiden Ionenarten.

Übersichtlich sind dann einesteils ganz schwache Stromstärken (Gl. 4), für die das Ohmsche Gesetz gilt, andernteils der vom Potentialgefälle unabhängige Sättigungsstrom (Gl. 5). Für kleine Potentialgefälle ist die Stromstärke i gegeben durch

$$i = en_0(u_+ + u_-)\mathfrak{F}f\,. \qquad 4.$$

Bei größerer Stromstärke bewirkt das Wegführen der Ionen eine Konzentrationsverminderung, infolge deren die Stromstärke langsamer wächst als die Feldstärke. In dem Maße, wie dann das Feld so stark wird, daß die q in der Zeiteinheit erzeugten Ionen, bevor sie sich merklich vereinigen können, an die Elektroden geführt werden, entsteht schließlich, vom Potentialgefälle unabhängig, der Sättigungsstrom I

$$I = eqlf\,. \qquad 5.$$

Über Abweichungen von diesen einfachen Beziehungen sowie über Zwischenzustände zwischen Gl. 4 u. 5 vgl. z. B. J. J. Thomson a. a. O., § 14 ff.

III. Meßmethoden.

Vorausgesetzt wird ein konstantes Ionisierungsmittel. Ferner dürfen bei den folgenden Versuchsanordnungen die Metallplatten nicht von der ionisierenden Strahlung getroffen werden, da sonst die Ionisation in der Nähe der Platten durch sekundäre Strahlung vergrößert werden kann.

1. Der zeitliche Abfall der Ionisation (Rutherford).

Die Ionisierung des zwischen zwei parallelen, geerdeten Metallplatten befindlichen Gases werde nach Eintritt des stationären Zustandes in einem bestimmten Zeitpunkt ($t = 0$) unterbrochen und es werde dann nach Verlauf einer kurzen gemessenen Zeit t_1 (vgl. **29a** u. **109**) die eine Platte mit einem gut isolierten Elektrometer, die andere mit einem Hochspannungsbatteriepol verbunden. Dadurch werden fast momentan alle zur Zeit t_1 noch vorhandenen Ionen eines Zeichens auf das Elektrometer entladen, dessen Ausschlag α_1 ihrer Anzahl n_1 proportional ist (**127** II). Ein zweiter Versuch mit einer anderen Zeit t_2 ergebe α_2. Dann berechnet sich aus Gl. 2 und 3

$$n_0 a \quad \text{oder} \quad 1/T = (\alpha_1 - \alpha_2)/(\alpha_2 t_2 - \alpha_1 t_1).$$

Über andere Methoden vgl. Rutherford, Phil. Mag. 44, 422. 1897 u. 47, 109. 1899; Townsend, Phil. Trans. 193, 144. 1900; Moreau, C. R. 142, 392. 1906; Langevin, Rech. s. les gaz ionisés, Thèses, Paris 1902; Barus, Amer. J. of Sc. 24, 419. 1907.

2. Bestimmung der Ionisation.

Für diese läßt sich direkt nur der Wert en_0 messen.

a) Von den Platten der vorigen Anordnung wird die eine mit einem Batteriepol, die andere mit einem Elektrometer verbunden oder über ein empfindliches Galvanometer zur Erde abgeleitet. In dem ionisierten Gase entsteht, falls die Potentialdifferenz klein ist, ein dieser proportionaler Strom (Gl. 4), der durch die Änderungsgeschwindigkeit des Elektrometerausschlages bzw. den Galvanometerausschlag gemessen wird und cet. par. nach Gl. 4 dem Ausdruck $en_0(u_+ + u_-)$ proportional ist. Bei gleicher Beschaffenheit des Gases ist $u_+ + u_-$ (über die Bestimmung vgl. 3) konstant; also die Ionisation proportional der Stromstärke.

Einen stationären Elektrometerausschlag erhält man, wenn die das Elektrometer aufladende Platte zugleich durch einen sehr großen Widerstand (am besten ein durch radioaktive Substanz leitend gemachtes Gas)

geerdet ist. Bronson, Amer. J. of Sc. 19, 185. 1905, Phil. Mag. 11, 143. 1906; Allen, Phil. Mag. 14, 712. 1907; ZS f. Instr. 1908, 255. Vgl. auch S. 659.

b) Die Pot.-Diff. werde bis zum Sättigungsstrom gesteigert, dann gibt die Messung des letzteren nach Gl. 5 die Größe eq, d. h. die Zahl der pro Sekunde erzeugten Ionenpaare, wenn man für e die Elementarladung ($4{,}7 \times 10^{-10}$ elektrostatische Einheiten) setzt.

Über Versuche von J. J. Thomson, Townsend und H. A. Wilson, die Elementarladung e zu bestimmen, s. Thomson, § 63; Wilson, Phil. Mag. 5, 429. 1903; ferner Rutherford und Geiger, Proc. Roy. Soc. A 81, 162. 1908; Regener, Berl. Ber. 1909, 948; Millikan, Phys. ZS 1913, 796.

3. Die Ionenbeweglichkeiten.

a) (Rutherford.) Die Summe der Ionenbeweglichkeiten erhält man durch Verbindung der Methoden 1 und 2. Aus Gl. 3, 4 und 5 folgt

$$i/I = (u_+ + u_-)\mathfrak{F}T/l.$$

Vorausgesetzt wird ein meßbares Potentialgefälle $\mathfrak{F}$. T erhält man nach Methode 1, i und I nach 2a u. b. (Über die Umwandlung in eine Nullmethode vgl. ferner J. J. Thomson, § 23.)

b) (Rutherford.) Von dem Zwischenraum zwischen den Platten wird die der einen benachbarte Hälfte durch einen undurchlässigen Schirm vor der Wirkung der ionisierenden Strahlung geschützt, so daß an der einen Platte eine Schicht nicht ionisierten Gases von bekannter Dicke anliegt. Diese Platte wird mit dem Elektrometer, die andere mit einem Batteriepol verbunden.

Die Aufgabe besteht darin, die kurze Zeit t zu ermitteln, nach welcher das Elektrometer stark auszuschlagen beginnt. Zu diesem Zweck leitet ein Pendelunterbrecher (**109**) die Ionisierung ein und unterbricht nach gemessener Zeit die Verbindung der ersten Platte mit dem Elektrometer; t wird durch Ausprobieren gefunden. Man nimmt dann, wenn D die Schichtdicke des nicht ionisierten Gases bedeutet, D/t als die Geschwindigkeit der zum Elektrometer gewanderten Ionen.

c) (Zeleny.) Das Verhältnis $u_+ : u_-$ wird folgendermaßen bestimmt. Die Metallplatten der vorigen Anordnung werden durch Drahtnetze ersetzt, die einen konstanten Luftstrom senkrecht zu ihrer Ebene hindurchlassen. Das Drahtnetz, durch welches die Luft den Zwischenraum verläßt, wird auf ein positives bzw. negatives Potential geladen, das andere Netz zunächst mit der Erde und bei Beginn des Versuchs mit dem Elektrometer verbunden. Man ionisiert das Gas zwischen den Netzen und sucht diejenigen Potentiale $+V_1$ und $-V_2$, für welche die dem Elektrometer in gleichen Zeiträumen zugeführte positive bzw. negative Elektrizitätsmenge gleich ist, was man an gleicher Änderungsgeschwindigkeit des Ausschlages erkennt. Dann gilt

$$u_+ : u_- = V_2 : V_1 .$$

Die Drahtnetze stören die Gleichmäßigkeit des Luftstroms. Über eine

Abänderung der Methode mit einem Luftstrom senkrecht zum elektrischen Felde vgl. Zeleny, Phil. Trans. A 195, 193. 1901; J. J. Thomson, § 26; Stark a. a. O., S. 255; J. Franck, Ann. d. Phys. 21, 972. 1906.

d) (Townsend.) Das Verhältnis der Ionenbeweglichkeiten ist gleich dem ihrer Diffusionskoeffizienten. Über eine Methode, diese zu messen, vgl. Townsend, Phil. Trans. A 193, 129. 1900; J. J. Thomson, § 18ff.

e) Wechselstrommethode (Rutherford), bei unipolarer Oberflächenionisation (z. B. durch ultraviolettes Licht) anwendbar. Zwischen der Ionen liefernden Platte I und einer parallelen Platte II (oder Drahtnetz) wird ein Sinuswechselfeld von der Scheitelspannung A und Frequenz ω erzeugt; S. 567. Platte II wird mit einem Elektrometer verbunden. Ist d der kürzeste Plattenabstand, bei dem kein Ausschlag erfolgt, also kein Elektrizitätsübergang stattfindet, so ist d zugleich die maximale Schwingungsamplitude der Ionen, und es gilt

$$u = \omega d^2/2A.$$

Rutherford, Proc. Cambr. Phil. Soc. 9, 401. 1898; Thomson, § 29; Franck u. Pohl, Verh. D. Phys. Ges. 1907, 69 u. 194; Kovarik, Phys. Rev. 30, 415. 1910.

f) (Langevin; a. a. O. unter 1). Man ionisiert das Gas zwischen den Platten mittels der Röntgenstrahlen einer Einzelentladung, erzeugt zwischen den Platten ein starkes Feld und kehrt dieses nach verschiedenen gemessenen Zeiträumen um. Aus einer Reihe von Messungen der hierbei an die Elektrometerplatte gelangten Elektrizitätsmengen wird u_+ und u_- abgeleitet. Näheres bei Langevin, a. a. O. (unter 1); auch Phillips, Proc. R. S. A 78, 167. 1906.

4. Spannungsgefälle in einem ionisierten Gase.

Die Potentialdifferenz zwischen zwei Stellen des ionisierten stromdurchflossenen Gases wird mittels feiner Drahtsonden elektrometrisch gemessen (vgl. **130** I; auch **124** I 1). Je schwächer die Ionisation, um so langsamer nimmt der Draht das Potential an, um so wichtiger ist eine kleine Kapazität von Draht und Elektrometer. Vgl. hierzu die Goldblattelektroskope **127** IV Nr. 1 und Nr. 2, Fig. 305 u. 306; auch das Elektroskop von Wilson, **135** II C.

Das Spannungsgefälle zwischen zwei in ein ionisiertes Gas tauchenden Metallplatten wird bei etwas größeren Stromstärken durch freie Ladungen beeinflußt, die sich in der Nähe der Platten bilden und hier das Potentialgefälle vergrößern. — Enthält das Gas am Ort der Sonde nur Ionen eines Vorzeichens, so kann sich das Potential der Sonde nur in einem Sinne ändern, was zu beachten ist. — Vgl. auch Reiger, Verh. D. Phys. Ges. 1913, 271 u. 355.

IV. Elektrizitätszerstreuung in schwach ionisierter Luft.

Über die Elektrizitätszerstreuung in Luft vgl. Rutherford, Radioactive Substances and their Radiations, deutsch von Marx, Leipzig 1913 (Kapitel 19); Curie, Radioactivité, deutsch von Finkelstein, Leipzig 1912 (Kapitel 17); Mache und v. Schweidler, Atmosphärische Elektrizität, Braunschweig 1909.

Das mit den meteorologischen Verhältnissen wechselnde L.-V. der atmosphärischen Luft ist so gering, daß die unter III beschriebenen Methoden versagen. Relative Werte des L.-V. erhält man aus der Geschwindigkeit, mit welcher ein der freien Luft ausgesetzter elektrisch geladener Körper seine Ladung verliert. Als solcher dient z. B. ein Zylinder, der mit seinem Stiel auf den Knopf eines Exnerschen Elektroskops (127 IV) gesteckt wird (Elster u. Geitel). Über den Zerstreuungskörper ist ein weitmaschiges (etwa 1 cm²) Drahtnetz gestülpt, das auf einer mit dem Elektroskopgehäuse zusammen geerdeten Metallplatte steht. Eine Ladung des Netzes darf kein Zucken der Blättchen bewirken.

Man lade nun Zerstreuungskörper samt Elektroskop, etwa mittels einer Trockensäule (200 Volt) und einer isoliert durch das Netz geführten Sonde. Wenn man dann zu Anfang und zu Ende eines Zeitraums t die Potentiale V_0 und V beobachtet, so ist die Größe $(V_0 - V)/t$ ein geeignetes Vergleichsmaß. Schering, Ann. d. Phys. 20, 181. 1906.

Um ferner den Elektrizitätsverlust des Zerstreuungskörpers an die Luft gesondert zu erhalten, ist wegen der übrigen Verluste eine Korrektion abzuziehen. Diese erhält man, wenn man nach Entfernung des Zerstreuungskörpers die Messung wiederholt. Die Kapazität (132 II 1) sei nunmehr n mal kleiner als vorhin. Beobachtet man jetzt V_0', V', t', so ist das Korrektionsglied $= -(V_0' - V')/nt'$.

Näheres über Methode und Apparat (von Günther & Tegetmeyer, Braunschweig) s. besonders Elster u. Geitel, Phys. ZS 1, 11. 1899; Ann. der Phys. 2, 425. 1900; ZS f. Instr. 1904, 193. — Über einen Aspirationsapparat zur Bestimmung des Ionengehaltes bzw. der Leitfähigkeit der Atmosphäre in absolutem Maße vgl. Ebert, Phys. ZS 1901, 662. Ferner Gerdien, Gött. Nachr. 1905, 240; ZS f. Instr. 1906, 34. — Über Registrierung Schering, Gött. Nachr. 1908, 201.

Kondensationskerne; Nebelkerne. Über den Einfluß der Gasionen auf die Kondensation von Wasserdampf (R. v. Helmholtz, 1887; untersucht ferner u. a. von Richarz, Barus, Lenard u. Wolff, Wilson) vgl. z. B. J. J. Thomson, (Marx) Elektrizitätsdurchgang usw. Lpz. 1906 S. 133. — Über Beobachtung einzelner Kondensationskerne: Millikan, Phys. ZS 1913, 796; Sichtbarmachung der Bahnen korpuskularer Strahlen durch Nebelkerne: C. T. R. Wilson, Jahrb. d. Rad. 1913. 34; Mache, Phys. ZS 1914, 288.

Nichtgasförmige Körper. Auch an oder in solchen kann eine Bestrahlung Ionen (Elektronen) frei machen. Geschieht dies an der Oberfläche und treten Elektronen dabei aus, so entsteht dadurch eine positive Elektrisierung des Körpers (Metalles) und eine negative der Nachbarschaft (Hallwachs, Wied. Ann. 33, 301. 1888 u. Gött. Nachr. 1888, 174; Lenard, Ann. d. Phys. 2, 359. 1900: Nachweis des Austretens von Elektronen; Pohl und Pringsheim, Verh. D. Phys. Ges. 1913, 111, 173, 431, 625, 637; dort auch Angaben über die ältere Literatur). Über Photometrie mittels dieser lichtelektr. Erregung s. 72 7a, auch Elster und Geitel, Phys. ZS 1913, 741. — Ein benachbartes Gas wird zugleich leitend (Lenard, a. a. O.). — Über Pot.-Diff.

bei Elektrodenbestrahlung in Farbstofflösungen s. z. B. Goldmann, Ann. d. Phys. 27, 449. 1908.

Geschieht es im Innern (z. B. Selen, Jodsilber), so erhöht sich die Leitfähigkeit. Über Methoden, neuere Resultate u. Lit. vgl. u. a. Scholl, Ann. d. Phys. 16, 193. 1905; W. Wilson, ebd. 23, 107. 1907 (AgJ). Athanasiadis, ebd. 25, 92; 27, 890. 1908; Pfund, Phys. ZS 1909, 340 (Selen). Auch Marc, Die ph.-ch. Eigsch. des Selen 1907; Ries, Die el. Eigsch. des Selen 1908; Phys. ZS 1911, 480 u. 522. — In Isolatoren, flüssigen wie festen, können Röntgen- oder Becquerelstrahlen ebenfalls ein Leitvermögen bewirken. Vgl. z. B. Curie, C. R. 134, 420. 1902; Becquerel, ebd. 136, 1173. 1903; Becker, Ann. d. Phys. 12, 124. 1903; Jaffé, Ann. d. Phys. 25, 257. 1908; Le Radium 10, 126. 1913; Greinacher, Phys. ZS 1909, 986; 1911, 209.

135. Radioaktivität (H. Becquerel 1896).

Grundlegend für das Gebiet ist das Werk: Rutherford, Radioactive Substances and their Radiations, Cambr. 1913; deutsche Ausgabe von E. Marx, Leipzig 1913. — S. ferner namentlich Frau S. Curie, Traité de Radioactivité, Paris 1910, deutsch von Finkelstein, Leipzig 1912.

I. Vorbemerkungen.

Nach der gegenwärtig herrschenden Theorie von Rutherford sind die radioaktiven Substanzen in einem spontanen Umwandlungsprozeß begriffen, so daß in der Zeiteinheit ein bestimmter Bruchteil der Substanz in eine andere mit neuen Eigenschaften übergeht, diese ev. in eine dritte usw.

Die Menge N der Substanz nimmt daher nach einem Exponentialgesetz ab

$$N_t = N_0 e^{-\lambda t},$$

wo λ die „Zerfallskonstante" bedeutet. $1/\lambda$ wird als mittlere Lebensdauer bezeichnet.

Statt λ gibt man oft die Halbwertzeit T an, nach deren Verlauf noch die Hälfte der ursprünglichen Substanzmenge übrig ist:

$$T = 1/\lambda \cdot \lg\text{nat}\, 2 = 0{,}6931/\lambda.$$

Es ist nicht gelungen, die Wandlungsprozesse durch physikalische oder chemische Einwirkungen zu beeinflussen.

Neben der Umwandlung geht einher die Aussendung verschiedener Arten von Strahlen, so daß man diese Aussendung als einen Teil des Umwandlungsprozesses betrachten muß.

Die größte Wichtigkeit kommt den α-Strahlen zu, welche den weitaus überwiegenden Teil der gesamten ausgestrahlten Energie enthalten. Sie entsprechen den Kanalstrahlen und erleiden durch elektrostatische und magnetische Kräfte eine geringe Ablenkung, als ob sie fortgeschleuderte, positiv geladene, ponderable Teilchen wären. Sie sind schneller als die Kanalstrahlen ($u = 1{,}37$ bis $1{,}92 \cdot 10^9$ cm/sec nach Rutherford; Kanalstrahlen höchstens $1{,}8 \cdot 10^8$; J. J. Thomson, Phil. Mag. (6) 13, 561. 1907). Das Verhältnis von Ladung zu Masse e/m beträgt für α-Strahlen 4820 el.-magn. CGS; sie sind Heliumatome, die zwei negative Elektronen verloren haben.

— Die α-Strahlen besitzen ein ziemlich geringes Durchdringungsvermögen: 0,0034 mm Aluminium lassen nur etwa die Hälfte durch.

Den Kathodenstrahlen analog sind die β-Strahlen (die Verschiedenheit der α- und β-Strahlen entdeckte Rutherford) mit Geschwindigkeiten bis zu 99 % der Lichtgeschwindigkeit. Sie bestehen aus negativen Elektronen ohne ponderable Materie, werden im elektrischen und magnetischen Felde stark abgelenkt und sind ziemlich durchdringend; 0,5 mm Aluminium absorbieren etwa die Hälfte der β-Strahlen von Uran.

Die γ-Strahlen (Villard, C. R. 130, 1012. 1900) begleiten die β-Strahlen und sind, wie die Röntgenstrahlen, durch magnetische und elektrische Kräfte nicht ablenkbar. Erst 55 mm Al oder 12 mm Pb setzen ihre Intensität auf die Hälfte herab. Sie werden angesehen als Stoßwellen im Äther. Beim Auftreffen auf Materie erzeugen sie eine intensive sekundäre β-Strahlung, deren Geschwindigkeit nahezu so groß ist wie die der primär von Radium erzeugten β-Strahlen.

Als δ-Strahlung bezeichnet man die langsamen β-Strahlen, die von den α-Strahlen beim Auffallen auf Materie ausgelöst werden.

Nachstehende Übersicht enthält die Umwandlungsprodukte von Uran, Aktinium und Thor.

Die Uran-Radium-Reihe.

Substanz	Halbwertsperiode	Zerfallskonstante $(sec)^{-1}$	Strahlung R = Reichweite in Luft bei 15°, μ = Absorptionskoeff. für β- bzw. γ-Strahlen in Aluminium	Substanz mit denselben chemischen Eigenschaften
Uran I	5×10^9 Jahre	$4,6 \times 10^{-18}$	$\alpha : R = 2,50$ cm	—
Uran X_1	24,6 Tage	$3,26 \times 10^{-7}$	β: sehr weich	Thor
Uran X_2 . . .	1,17 Minuten	$9,9 \times 10^{-3}$	$\beta : \mu = 14,1\ (cm)^{-1}$ $\gamma : \mu = 0,14,\ 0,70$ u. $24\ (cm)^{-1}$	
Uran II	2×10^6 Jahre	$1,1 \times 10^{-14}$	$\alpha : R = 2,90$ cm	Uran
Uran Y (Zweigprodukt) . .	25,5 Stunden	$7,55 \times 10^{-6}$	$\beta : \mu = 360\ (cm)^{-1}$	Thor
Ionium	2×10^5 Jahre	$1,1 \times 10^{-13}$	$\alpha : R = 3,00$ cm	Thor
Radium	2000 Jahre	$1,1 \times 10^{-11}$	$\alpha : R = 3,30$ cm $\beta : \mu = 200\ (cm)^{-1}$	
Ra.-Emanation	3,85 Tage	$2,085 \times 10^{-6}$	$\alpha : R = 4,16$ cm	Edelgas
Radium A. . .	3,0 Minuten	$3,85 \times 10^{-3}$	$\alpha : R = 4,75$ cm	
Radium B. . .	26,7 Minuten	$4,33 \times 10^{-4}$	$\beta : \mu = 13$ u. $91\ (cm)^{-1}$ $\gamma : \mu = 0,51$ u. 40 u. $230\ (cm)^{-1}$	Blei
Radium C_1 . .	19,5 Minuten	$5,98 \times 10^{-4}$	$\alpha : R = 6,94$ cm $\beta : \mu = 13$ u. $53\ (cm)^{-1}$ $\gamma : \mu = 0,115\ (cm)^{-1}$	Wismut
Radium C_2 (Zweigprod.)	1,4 Minuten	$8,25 \times 10^{-3}$	$\beta : \mu = 13\ (cm)^{-1}$	
Radium D . .	16,5 Jahre	$1,33 \times 10^{-9}$	β: sehr weich $\gamma : \mu = 0,99$ u. $45\ (cm)^{-1}$	Blei

Substanz	Halbwerts-periode	Zerfalls-konstante $(sec)^{-1}$	Strahlung R = Reichweite in Luft bei 15°, μ = Absorptionskoeff. der β- bzw. γ-Strahlen in Aluminium	Substanz mit denselben chemischen Eigenschaften
Radium E . . .	5 Tage	$1{,}60 \times 10^{-6}$	$\beta : \mu = 43\ (cm)^{-1}$	Wismut
Radium F (Polonium) . . .	136 Tage	$5{,}90 \times 10^{-8}$	$\alpha : R = 3{,}77$ cm	

Die Aktinium-Reihe.

Substanz	Halbwerts-periode	Zerfalls-konstante $(sec)^{-1}$	Strahlung	Substanz mit denselben chemischen Eigenschaften
Aktinium . . .	unbekannt	—	strahlenlos	steht zwischen Calcium u. Lanthan
Radioaktinium	19,5 Tage	$4{,}1 \times 10^{-7}$	$\alpha : R = 4{,}60$ cm β : sehr weich $\gamma : \mu = 0{,}19$ u. $25 (cm)^{-1}$	Thor
Aktinium X. .	11,6 Tage	$6{,}9 \times 10^{-7}$	$\alpha : R = 4{,}40$ cm β : sehr weich	Radium
Akt.-Emanation	3,9 Sekunden	$1{,}8 \times 10^{-1}$	$\alpha : R = 5{,}70$ cm	Edelgas
Aktinium A . .	0,002 Sekund.	$3{,}5 \times 10^{2}$	$\alpha : R = 6{,}50$ cm	
Aktinium B . .	36,3 Minuten	$3{,}18 \times 10^{-4}$	β : sehr weich γ : 0,45, 31 u. 120 $(cm)^{-1}$	Blei
Aktinium C . .	2,15 Minuten	$5{,}37 \times 10^{-3}$	$\alpha : R = 5{,}40$ cm	Wismut
Aktinium D . .	4,71 Minuten	$2{,}45 \times 10^{-3}$	$\beta : \mu = 28{,}5\ (cm)^{-1}$ $\gamma : \mu = 0{,}198\ (cm)^{-1}$	Thallium

Die Thor-Reihe.

Substanz	Halbwerts-periode	Zerfalls-konstante $(sec)^{-1}$	Strahlung	Substanz mit denselben chemischen Eigenschaften
Thor	$1{,}3 \times 10^{10}$ Jh.	$1{,}68 \times 10^{-18}$	$\alpha : R = 2{,}72$ cm	—
Mesothor I . .	5,5 Jahre	$4{,}00 \times 10^{-9}$	strahlenlos	Radium
Mesothor II . .	6,2 Stunden	$3{,}11 \times 10^{-5}$	$\beta : \mu = 20-38 (cm)^{-1}$ $\gamma : \mu = 0{,}116$ u. 26 $(cm)^{-1}$	Aktinium
Radiothor . . .	737 Tage	$1{,}09 \times 10^{-8}$	$\alpha : R = 3{,}87$ cm	Thor
Thor X	3,7 Tage	$2{,}1 \times 10^{-6}$	$\alpha : R = 4{,}30$ cm β : sehr weich γ : ziemlich weich	Radium
Thor-Emanat. .	53 Sekunden	$1{,}31 \times 10^{-2}$	$\alpha : R = 5{,}00$ cm	Edelgas
Thor A	0,14 Sekund.	4,95	$\alpha : R = 5{,}70$ cm	
Thor B	10,6 Stunden	$1{,}82 \times 10^{-5}$	$\beta : \mu = 110\ (cm)^{-1}$ $\gamma : \mu = 0{,}36, 32$ u. 160 $(cm)^{-1}$	Blei
Thor C_1	1,0 Stunden	$1{,}93 \times 10^{-4}$	$\alpha : R = 4{,}80$ cm $\beta : \mu = 13{,}5\ (cm)^{-1}$	Wismut
Thor C_2 (Zweigprodukt) . .	sehr kurz	—	$\alpha : R = 8{,}60$ cm	
Thor D	3,1 Minuten	$3{,}73 \times 10^{-3}$	$\beta : \mu = 21{,}5\ (cm)^{-1}$ $\gamma : \mu = 0{,}096\ (cm)^{-1}$	Thallium

Vorsichtsmaßregeln.

Man hüte sich davor, die Haut längere Zeit der Einwirkung stark Radiumpräparate auszusetzen; Entzündungen und schwer heilende Wund könnten die Folge sein.

Bei Untersuchungen schwacher radioaktiver Wirkungen entferne m Substanzen starker Aktivität aus dem Wirkungsbereich.

Verhängnisvoll für die Meßinstrumente kann die Entwicklung größer Mengen von Emanation (z. B. durch Erhitzen von starken Radiumsalz offene Aufbewahrung solcher oder ihrer Lösungen usw.) werden. Die Em nation diffundiert in alle Räume des Gebäudes und ist nur durch lang Lüften zu vertreiben.

II. Hilfsmittel zur Untersuchung und Methoden.

A. Der Leuchtschirm.

Der Leuchtschirm findet hauptsächlich bei Untersuchung der α-Strahle Anwendung. Auf Zinksulfid (Sidotsche Blende) erzeugt nämlich jedes ei zelne α-Teilchen einen kleinen Lichtblitz (Szintillation). Man beobacht die Szintillationen im gut verdunkelten Zimmer mittels einer Lupe od eines schwach vergrößernden Mikroskops von großer Lichtstärke. Geeignet Zinksulfidschirme stellt man sich in der Weise her, daß man eine sehr ve dünnte Lösung von Kanadabalsam auf eine Glasplatte aufträgt und, sobal diese nahezu eingetrocknet ist, die nicht zu fein gepulverten Kristalle in di Oberfläche einreibt. Über die günstigsten Beobachtungsbedingungen sieh Regener, Ber. Berl. Akad. 1909, 948.

Für β- und γ-Strahlen ist besonders empfindlich Urankaliumsulfat Kieselzinkerz (Willemit) und Bariumplatincyanür. Diese Substanzen leuchten wenigstens unter gewöhnlichen Umständen, gleichmäßig.

B. Photographische Methode.

Die Empfindlichkeit der photographischen Platte ist für die α-Strahlen sehr groß, da schon ein einzelnes α-Teilchen eine im Mikroskop erkennbare Schwärzung der Platte hervorzurufen vermag. Bei β- und γ-Strahlen sind die Verhältnisse nicht ganz so günstig. Die für Röntgenstrahlen-Aufnahmen besten Platten sind auch für die Strahlen radioaktiver Substanzen am geeignetsten.

C. Die elektrischen Methoden.

Diese beruhen sämtlich auf der ionisierenden Wirkung, welche die α-, β- und γ-Strahlen auf Luft und andere Gase ausüben: die Gasmasse zwischen den Belegungen eines geeigneten Kondensators wird durch die zu untersuchenden Strahlen ionisiert und der Entladungsstrom gemessen. Um vergleichbare Ergebnisse zu erhalten, arbeitet man fast ausschließlich mit „Sättigungsstrom“ S. 648.

Die Instrumente und Methoden sind z. T. schon in **127**, **132**, **134** behandelt worden; hier soll nur das durch die Besonderheit der Aufgabe Erforderliche hervorgehoben oder hinzugefügt werden.

Sehr gebräuchlich sind Elektroskope in der von C. T. R. Wilson angegebenen Form (Fig. 321). Der durch das Ebonitstück *e* gehende Draht *p* trägt ein Kügelchen von Schwefel oder Bernstein, dieses ein flaches Messingstück *s* mit dem Goldblatt *g*; zum Laden dient der drehbare Draht *d*. Das Ganze ist umgeben von einem Messingzylinder (etwa 1 Liter Inhalt) mit Fenstern für ein Mikroskop mit Okularmikrometer. Den Ladungsverlust über die Aufhängung kann man fast verschwinden lassen, wenn man *p* auf ein nahe gleiches Potential ladet wie *s*. — Die Kapazität mag etwa 1 cm betragen.

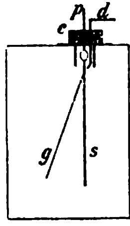


Fig. 321.

Zur Messung von α-Strahlen stellt man den Boden aus dünnster Aluminiumfolie her und bringt das Präparat dicht darunter. Für β-Strahlenmessungen muß zur Absorption der α-Strahlen ein Blatt Papier oder eine etwa 0,05 mm dicke Aluminiumfolie vorgeschaltet werden. Sollen nur γ-Strahlen gemessen werden, so setzt man den Apparat auf eine 2 bis 3 mm dicke Bleiplatte; zur Vermeidung des Eintritts sekundärer β-Strahlen, die an den benachbarten Gegenständen von den γ-Strahlen erzeugt werden, ist es aber vorzuziehen, das ganze Gehäuse aus einem mehrere Millimeter starken Bleiblech herzustellen. Bei einem Radiumpräparat von geringer Schichtdicke verhalten sich die ionisierenden Wirkungen der α-, β- und γ-Strahlen zueinander wie 10000 : 100 : 1.

Zur Beobachtung des Goldblättchens verwendet man ein Mikroskop von etwa 10- bis 50facher Vergrößerung. Die Ablesungen erfolgen am besten in der Weise, daß man mittels einer Stoppuhr die Zeit bestimmt, die das Goldblättchen braucht, um eine bestimmte Zahl von Teilstrichen der Okularskale zu durchlaufen. Man hat sich davon zu überzeugen, daß das Goldblättchen innerhalb des Beobachtungsbereichs sich völlig gleichmäßig bewegt; bei schlechter Montierung des Blättchens erfolgt nämlich die Bewegung oft ruckweise. Die natürliche Zerstreuung, die nicht mehr als 1 Volt pro Minute betragen soll, muß stets genau bestimmt und in Abzug gebracht werden.

Zur Untersuchung von Radiumemanation muß das Elektroskop evakuierbar sein. Da durch das Auspumpen und Einlassen der emanationshaltigen Gase leicht das Goldblatt zerstört wird, verwendet man meist ein Elektroskop von nebenstehender Form (Fig. 322). Die eigentliche Ionisationskammer *A*, in die die Gase eingelassen werden, soll ein Volumen von 1 bis 2 Liter besitzen. Die zentrale Elektrode *B*, die luftdicht durch das Gehäuse geführt ist, wird durch Bernstein oder Schwefel isoliert und trägt an ihrem oberen Ende das Goldblattsystem *D*. Das Instrument besitzt eine etwas größere Kapazität als die gewöhnlichen Elektroskope und ist daher auch nicht ganz so empfindlich.

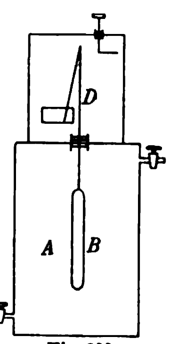


Fig. 322.

T r a n s p o r t a b e l und daher (mit dem erforderlichen Zubehör) z. B. für Untersuchung der Emanation von Quellwasser an Ort und Stelle brauchbar ist der Apparat von H. W. Schmidt mit e i n e m mikroskopisch abgelesenen

Blättchen; zu beziehen von Spindler & Hoyer. Vgl. Schmidt und Kurz, Phys. ZS 1906, 209, 157 (Graduierung), 375 (verbesserte Ablesung).

Für spezielle Zwecke finden noch Verwendung das Elektroskop nach Wilson mit Hilfsladung (Proc. Cambr. Phil. Soc. 12, 135. 1903), das sich durch große Voltempfindlichkeit auszeichnet; ferner das Lutz-Edelmannsche Saitenelektrometer (127 IV, 3) und das Wulfsche Elektrometer mit Quarzfaden (Phys. ZS 1907, 780 u. 1914, 250), die beide den Vorzug aperiodischer Einstellung besitzen.

Vielfach Verwendung findet auch das Quadrantelektrometer nach Dolezalek in Verbindung mit einer Ionisationskammer. Die Empfindlichkeit reguliert man durch die Nadelladung, bzw. die Aufhängung. Ist sie zu groß, so kann man der Ionisationskammer eine geeignete Kapazität parallel schalten, etwa einen verstellbaren Kondensator (S. 631) nach Gerdien für 20 bis 500 cm (zu beziehen durch Spindler & Hoyer, Göttingen) oder, wenn dieser noch nicht ausreicht, einen unterteilten Kondensator von 0,001 bis 0,2 Mikrofarad. — Über die Kapazität von Quadrantelektrometern bei Quadrant- oder Nadelschaltung s. S. 633.

Die Ionisationskammern.

Da die eine Belegung auf ein beträchtliches Potential geladen werden muß, ist ein „Überkriechen" der Ladung auf die andere und auf das Elektrometer zu verhindern. Hierzu genügt, daß zwischen die Isolatoren der beiden Belegungen ein geerdeter Metallteil geschaltet ist.

Als Isoliermaterial eignen sich besonders Bernstein, Schwefel und Quarzglas; Ebonit muß öfter abgeschmirgelt werden, Paraffin ist von Ladungsresten schwer zu befreien und darum ungeeignet.

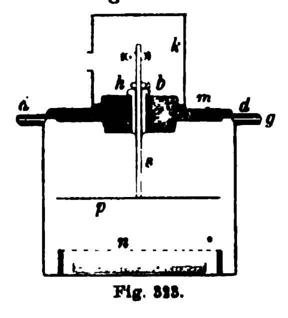


Fig. 323.

Folgende einfache Ionisationskammer ist für fast alle Zwecke ausreichend (Fig. 323). Der unten geschlossene Messingzylinder von ca. 1 l Inhalt trägt einen, mit kleinen Schraubzwingen zu befestigenden, Deckel *d*. Eine Messinghülse *h*, durch ein Bernsteinröhrchen *b* und eine Ebonitscheibe *e* isoliert, läßt den durch Ring und Schraube feststellbaren Stiel *s* der Kondensatorplatte *p* durch. *e* ist von dem geerdeten Messingring *m* umgeben, dieser durch Ebonit *e'* von *d* isoliert. Der Zylinder wird auf eine große Paraffinplatte gesetzt und mit einer Batterie verbunden. Auf den Boden kann man ein Drahtnetz *n* auf drei Füßen stellen, unter dem ein Schälchen mit der zu untersuchenden Substanz Platz findet. *k* ist eine Kappe mit abnehmbarem Deckel.

Wegen der stets vorhandenen Ionisierung der Luft muß man für feinere Versuche die Leitungen zwischen Ionisationskammer und Elektrometer (wo solche nötig sind) in geerdete Metallhüllen einschließen, die auch sonstige Störungen durch unkontrollierbare el. Einflüsse (z. B. von den Kleidern und Haaren des Beobachters) fern halten. Zu beachten ist auch eventuell die Ionisierung durch Strahlungen, welche, von den zu unter-

suchenden Substanzen ausgehend, die Wände der Ionisationskammer durchsetzen; man bringe also die Ionisationskammer nicht zu nahe an ein Quadrantelektrometer.

Geeignet sind Messingröhren ($2r$ = etwa 1 cm), in deren Achse ein beiderseits herausragender Kupferdraht ($2r$ = 0,5 bis 0,7 mm) sich befindet, der durch Bernstein oder Siegellack gehalten wird.

Der Anschluß an das Elektrometer und die Ionisationskammer erfolgt für die meisten Fälle genügend im Innern kleiner geerdeter Messingkästchen mit abnehmbarem Deckel (vgl. Oberteil in Fig. 323, auch die Schutzhüllen S. 658) und kurzen schwachen Rohrstutzen, in welche die Enden der Messingröhren passen. Die Kästchen werden auf die Apparate aufgeschraubt bzw. auf den Ring m (Fig. 323) mit Reibung aufgesetzt.

Damit der Beobachter von seinem Platze aus die Erdung der mit der Ionisationskammer verbundenen Quadranten aufheben und so den Versuch in Gang setzen kann, läßt sich im Kästchen eine Hebelvorrichtung aus starkem Kupferdraht mit einem nach außen reichenden beschwerten Arm anbringen, die durch Ziehen an einer Schnur betätigt wird.

Fig. 324.

Den gleichen Zweck erfüllt eine von Rutherford angegebene Anordnung, bei welcher durch eine Schnur ein Messingstift aus einem isolierten, mit Quecksilber gefüllten Metallnäpfchen herausgezogen wird (Fig. 324).

Die Stromstärke, d. h. die in einer Sekunde durch die Ionisationskammer fließende Elektrizitätsmenge i berechnet sich aus der Aufladegeschwindigkeit des Elektrometers. Es sei in t sec eine Ablenkung von α Sk.-T. entstanden und es mögen einem Volt α_0 Sk.-T. entsprechen; c sei die Kap. des ganzen Systems, so ist

$$i = \frac{c}{300\,\alpha_0}\,\frac{\alpha}{t}\ \text{elst. CGS} = \frac{c}{9\cdot 10^{11}\alpha_0}\,\frac{\alpha}{t}\ \text{A}.$$

Z. B. $\alpha_0 = 1000$, $c = 60$ cm, $\alpha = 9$ in 60 sec; $i = 10^{-14}$ A. Noch weit kleinere Werte sind gut beobachtbar.

Bronsons Methode der konstanten Ausschläge; vgl. auch 134 III 2. Die Ionisationskammer cd wird außer mit dem Elektrometer mit der oberen Platte a einer zweiten Kammer verbunden, deren untere, geerdete Platte b mit einer Schicht radioaktiver Substanz, z. B. Radium F bedeckt ist (Fig. 325). Die der oberen Platte c zugeführte Ladung fließt teilweise über a und b zur Erde ab. Zur Herabsetzung von „Kontaktpot.-Diff.“ wird die Platte a und die Substanz b mit sehr dünnem Aluminium bedeckt. Statt der mit aktiver Substanz beschickten Ionisationskammer kann man nach Campbell (Phil. Mag. 23, 668. 1912) einen Flüssigkeitswiderstand verwenden, bestehend aus einer Mischung von 1 Teil Alkohol auf 10 Teile Xylol.

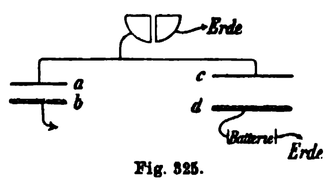


Fig. 325.

Über elektrische Methoden zur Zählung einzelner α- und β-Teilchen siehe Rutherford und Geiger: Proc. Roy. Soc. A. 81, 141. 1908; Phil. Mag. 24, 618. 1912 und Geiger: Verh. D. Phys. Ges. 1913, 534.

III. Herstellung intensiver Strahlenquellen.

Für die meisten Untersuchungen über die Natur der Strahlung radioaktiver Substanzen benötigt man sehr kleine, aber möglichst intensive Strahlenquellen. Man verwendet hierzu fast ausschließlich die Radiumemanation oder deren aktiven Niederschlag; in vereinzelten Fällen auch den Niederschlag der Thoremanation. Nur wenn man eine intensive γ-Strahlung benötigt, ist es wegen der zeitlichen Konstanz der Strahlung oft bequemer, Radium oder Mesothor zu verwenden. Die Präparate müssen zu diesem Zweck in kurze und enge Glasröhrchen eingeschmolzen werden.

Um die Radiumemanation bzw. ihren aktiven Niederschlag als Strahlenquelle benutzen zu können, muß man sie zunächst von den Gasen, die ihr beigemengt sind, möglichst befreien. Am zweckmäßigsten ist das zuerst von Rutherford angegebene Verfahren. (Rutherford, Rad. Subst. Lpz. 1913 § 180 u. 181.) Das Radiumpräparat wird in Salzsäure gelöst und die stark saure Lösung in einem kleinen Glaskolben unter Zwischenschaltung eines Glashahns dauernd an eine Töplersche Luftpumpe von ca. 300 ccm Kolbeninhalt angeschmolzen. Man evakuiert die Pumpe völlig und schließt dann den Hahn, um den stetigen Kontakt zwischen Emanation und Quecksilber zu vermeiden, der zur Oxydation des Quecksilbers und baldigen Verunreinigung der Pumpe führt. Nach Ablauf von 1 bis 2 Wochen haben sich aus der Lösung beträchtliche Gasmengen entwickelt, die vor allem aus den Zersetzungsprodukten des Wassers bestehen und denen die gebildete Emanation beigemengt ist. Eine Lösung, die nur einige mg Radium enthält, entwickelt schon in einer Woche einige ccm Gas. Man pumpt nun die Gase völlig ab und sammelt sie über Quecksilber in einem kurzen, einseitig zugeschmolzenen Glasröhrchen. Etwa $^4/_5$ der Gase entfernt man zuerst dadurch, daß man einen elektrischen Funken durch das Gasgemisch durchschlagen läßt, wobei sich Wasserstoff und Sauerstoff verbinden. Weitere Konzentration erreicht man, indem man die Emanation ausfriert. Man führt die Gase unter Quecksilberverschluß durch den Ansatz H (Fig. 326) in den evakuierten Kolben A (ca. 30 ccm) ein und läßt nun das Gas durch abwechselndes Heben und Senken des Quecksilberspiegels in A und B während etwa 5 Minuten dauernd durch das in flüssiger Luft gekühlte U-Rohr strömen. Es kondensiert sich dann die Emanation, was an der Leuchterscheinung leicht erkennbar ist; die nichtkondensierten Gase pumpt man über P ab. Da sich die fast immer vorhandene Kohlensäure mit kondensiert, sorgt man für deren Entfernung am besten dadurch, daß man die emanationshaltigen Gase vor Einführung in den Kondensationsapparat etwa 1 Stunde lang in Kontakt mit Kaliumhydroxyd bringt.

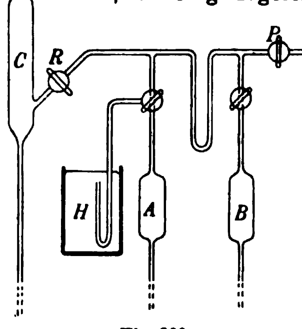


Fig. 326.

Die Emanation läßt man schließlich durch den Hahn R in den vorher sorgfältigst evakuierten Raum C eintreten, wo sie durch Heben des Queck-

silbers in das zu füllende Röhrchen D gepreßt wird, das man dann abschmilzt. Bei erfolgreicher Konzentration kann man eine außerordentlich kleine und intensive Strahlenquelle erhalten. Sollen auch die α-Strahlen beobachtet werden, so muß das Röhrchen sehr dünnwandig sein. Nach Rutherford stellt man sich solche Röhrchen her, indem man das schon dünn ausgezogene Glas in einem weiteren, in der Gebläselampe erhitzten Hartglasrohr noch dünner zieht. Ein Röhrchen, dessen Wandstärke so gering ist, daß es die α-Strahlen ebenso absorbiert wie 1 cm Luft von Atmosphärendruck, kann bei einem Durchmesser von 1 mm noch ohne weiteres evakuiert werden. Über Herstellung von kleinen, für die α-Strahlen durchlässigen Kügelchen siehe Lind, Wien. Ber. 120, 1709. 1911. Oftmals ist es auch zweckmäßig, auf das Ende eines dickwandigen Glasrohrs ein dünnes Glimmerblättchen aufzukitten, durch das die α-Strahlen austreten können.

Die α-Strahlung eines Emanationsröhrchens rührt von der Emanation selbst sowie von Radium A und Radium C her und ist infolge der verschiedenen Reichweiten der einzelnen Strahlengruppen nicht homogen. Dasselbe gilt von der β-Strahlung. Homogene β-Strahlen kann man nur in der Weise erhalten, daß man die Strahlen verschiedener Geschwindigkeit durch ein Magnetfeld trennt. Der zeitliche Abfall der Emanation (Halbwert in 3,85 Tagen; Tabelle Rutherford, Rad. Subst. S. 604) muß bei längeren Messungsreihen berücksichtigt werden.

IV. Konzentration des aktiven Niederschlags.

Die aktiven Niederschläge der Emanationen finden vielfach Verwendung als Strahlungsquelle, da sie in äußerst dünner Schicht auf beliebigen Oberflächen niedergeschlagen werden können. Um möglichst stark aktive Oberflächen zu erhalten, benutzt man die Eigenschaft der Niederschläge, sich infolge ihrer positiven Ladung in einem elektrischen Feld auf der Kathode zu konzentrieren. Man bringt die Emanation in einen metallischen Behälter, der positiv geladen wird, während sich im Innern der zu aktivierende Draht oder die Platte als negative Elektrode befindet (Fig. 327).

Die langlebige Radiumemanation kann man, nachdem sie in einem geeigneten Behälter angesammelt war, in das, nötigenfalls vorher evakuierte, Aktivierungsgefäß überführen, wobei vorherige Konzentration durch flüssige Luft (vgl. S. 660) und Anwendung

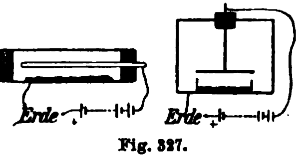


Fig. 327.

einer Quecksilberluftpumpe gute Dienste leisten können. Bei den rasch zerfallenden Emanationen von Thor oder Aktinium ist die Überführung in einen anderen Raum im allgemeinen nicht durchführbar. Man bringt daher das Aktinium- oder Thorpräparat selbst in das Aktivierungsgefäß. Sehr starke Aktivitäten erhält man bei Verwendung eines Mesothor- oder Radiothorpräparats.

Um die maximalen Niederschlagsmengen zu erhalten, muß man bei Radium- und Aktiniumemanation ca. 4 Stunden, bei Thoremanation 4 Tage

exponieren. Tabellen über die Abklingung der Aktivität in den drei Fällen s. Makower u. Geiger: Practical Measurements in Radioactivity, London 1912.

Die von einem in Radiumemanation aktivierten Draht ausgehende α-Strahlung rührt 15 Minuten nach Entfernung der Emanation nur von Radium C (Reichweite 6, 94 cm) her, ist also homogen. Die α-Strahlung des Thorniederschlags ist komplex und besteht aus zwei Strahlengruppen mit den Reichweiten 4,8 und 8,6 cm. Die α-Strahlung des Aktiniumniederschlags ist zwar homogen, doch ist die erhältliche Intensität nur gering und nimmt auch rasch mit der Zeit ab.

Eine homogene α-Strahlung erhält man auch in folgender Weise:

Man löst ein Radiumsalz in Salzsäure auf und dampft die Lösung auf einem Platinblech ein. Das Präparat besitzt nach 3 bis 4 Stunden nur ca. $\frac{1}{4}$ seiner früheren Aktivität und liefert zunächst eine homogene α-Strahlung. Durch Erhitzen auf helle Rotglut kann man diesen Zustand immer wieder herstellen. Die rasche Nachbildung der Emanation und des aktiven Niederschlags wirkt allerdings meist sehr störend.

Das nur α-Strahlen aussendende Radium F (Polonium) erhält man durch Elektrolyse von aus Pechblende gewonnenem essigsaurem „Radioblei" mit 1 V Spannung (Stromdichte etwa $4 \cdot 10^{-6}$ A/qcm) auf einer Platinkathode. Man kann auch Polonium dadurch aus der Lösung abscheiden, daß man ein gut gereinigtes Kupferblech für etwa eine Stunde in die schwach sauere Lösung eintaucht. Das Polonium schlägt sich dann auf dem Kupfer nahezu quantitativ nieder. Die erhältlichen Aktivitäten sind aber im Vergleich mit einem Emanationsröhrchen oder dem aktiven Niederschlag von Radium oder Thor meist sehr gering. Außerdem ist die Kürze der Reichweite der α-Strahlen des Poloniums nachteilig; vorteilhaft ist andrerseits die lange Lebensdauer. (Halbwertsperiode von Polonium 136 Tage.)

V. Eichung konzentrierter Radiumpräparate.

Die Gehaltsbestimmung konzentrierter Radiumpräparate erfolgt durch Messung der von Radium C emittierten durchdringenden γ-Strahlung. Die Intensität dieser Strahlung ist der in dem Präparat vorhandenen Menge Radium proportional, so daß sich durch Vergleich mit einem Radiumnormalpräparat der Radiumgehalt ergibt.

Ein Radiumnormalpräparat von 21,99 mg reinem Radiumchlorid wurde von Frau Curie hergestellt und im Jahre 1912 durch die internationale Radiumstandard-Kommission als internationales Normal anerkannt. Die meisten Staaten sind im Besitze von sekundären Standardpräparaten, die an das Pariser Normal angeschlossen sind. Das für Deutschland erworbene Standardpräparat ist in Verwahrung der P. T. Reichsanstalt.

Zur Gehaltsbestimmung verfährt man in der Weise, daß man

nacheinander das zu messende Präparat und den Standard in denselben Abstand von einem allseitig von ca. 3 mm dickem Bleiblech umgebenen Elektroskop legt und jedesmal den durch die γ-Strahlen erzeugten Ionisationsstrom mißt. Die natürliche Zerstreuung ist vor und nach den Messungen genau zu bestimmen und in Abzug zu bringen. Eventuell ist auch die Absorption der γ-Strahlen in dem das Radiumsalz enthaltenden Röhrchen in Rechnung zu setzen. 1 mm Glas absorbiert 1% der durchdringenden γ-Strahlen.

Die Methode der Gehaltsbestimmung radioaktiver Präparate auf Grund der γ-Strahlenmessung bietet gegenüber chemischen Methoden oder Wägung den Vorteil, daß das Röhrchen nicht geöffnet zu werden braucht und daß die Konzentration und chemische Verbindung des Radiumsalzes ohne Einfluß auf die Messungen sind. Man ist dahin übereingekommen, den Gehalt in der der Messung zugänglichen Größe, nämlich Radiumelement, anzugeben. Präparate von einem Gehalt von 0,1 mg Radium können noch mit einer Genauigkeit von 1% gemessen werden. Bei Präparaten, die sehr stark konzentriert und in kleine, dünnwandige Glasröhrchen eingeschmolzen sind, läßt sich die Meßgenauigkeit bis auf etwa 0,3% steigern.

Über zwei Nullmethoden zur Gehaltsbestimmung von Radiumpräparaten siehe Rutherford und Chadwick, Proc. Phys. Soc. London 24, 141. 1912 und Curie, J. de phys. 5, 795. 1912. Die von Rutherford und Chadwick angegebene Methode beruht darauf, daß der Abstand des Präparats von einer aus dickwandigem Blei hergestellten Ionisierungskammer so lange geändert wird, bis der erzeugte Strom einen durch Uran in einer zweiten Kammer erzeugten konstanten Strom gerade neutralisiert. Man bestimmt diesen Abstand sowohl für das zu messende Präparat wie für das Normalpräparat. Die Berechnung des Gehalts erfolgt dann unter der Annahme, daß die Ionisation umgekehrt mit dem Quadrat der Entfernung des Präparats abnimmt. Da wegen der Dimensionen der Ionisierungskammer dieses Gesetz nur für größere Abstände gilt, können nach dieser Methode nur stärkere Präparate verglichen werden.

Bei der von Curie angegebenen Methode werden die Präparate direkt auf die Ionisierungskammer gelegt. Damit die Dimensionen der Präparate bzw. ihre genaue Lage ohne Einfluß sind, hat die Ionisierungskammer die Form eines flachen Zylinders von etwa 50 cm Durchmesser und 5 cm Höhe und ist aus etwa 1 cm dickem Blei hergestellt. Der durch die Ionisierungskammer fließende Strom wird durch eine Nullmethode elektrometrisch gemessen.

Bei Gehaltsbestimmung nach irgendeiner der angegebenen Methoden sind folgende Punkte stets zu beachten. Da der Radiumgehalt auf Grund der Intensität der γ-Strahlung des Radiums C ermittelt wird, muß sich das Präparat im radioaktiven Gleichgewicht befinden. Bei frisch hergestellten Präparaten wird Gleichgewicht erreicht, wenn das Salz etwa sechs Wochen luftdicht eingeschlossen war. Soll das Präparat zu einer Zeit gemessen werden, wo Gleichgewicht noch nicht eingetreten ist, so kann der Maximalwert aus zwei um einige Tage auseinander liegenden Messungen extrapoliert werden. Die Extrapolation erfolgt auf Grund der für die Bildung der Radiumemanation gültigen Anstiegkurve. Entspricht die γ-Strahlung zur Zeit T_1 a_1 mg Radium und zur Zeit T_2 a_2 mg Radium, so ist der Radiumgehalt A gegeben durch

$$A = \frac{a_2 - a_1 e^{-\lambda (T_2 - T_1)}}{1 - e^{-\lambda (T_2 - T_1)}},$$

wobei λ die Zerfallskonstante der Radiumemanation bedeutet. (Tabellen für $e^{-\lambda T}$ bei Rutherford, Rad. Subst. S. 604.)

Das zur Untersuchung gelangende Präparat darf neben Radium und seinen Zerfallsprodukten keine anderen Substanzen enthalten, die γ-Strahlen emittieren. Von solchen Substanzen kommt vor allem Mesothor in Betracht, das sich chemisch ganz wie Radium verhält und daher mit diesem aus thorhaltigen Uranmineralien abgeschieden wird. Bei Anwesenheit von Mesothor bleibt die Strahlung des Präparats nicht konstant. Größere Mengen von Mesothor lassen sich neben Radium nachweisen, indem man die γ-Strahlung des Präparats mehrmals in Zwischenräumen von einigen Monaten bestimmt, oder dadurch, daß man die Absorptionskurve der γ-Strahlung des Präparats mit der entsprechenden, mit dem Standard aufgenommenen Kurve vergleicht.

Da die γ-Strahlen des Mesothors leichter absorbiert werden als die des Radiums, ergeben sich bei Anwesenheit von Mesothor leicht erkennbare Unterschiede in den Kurven (Hahn, Le Radium 1914). Die Unterschiede werden allerdings sehr klein, wenn das Präparat alt ist und sich schon viel Thor D gebildet hat. Die γ-Strahlen des Thors D sind nämlich durchdringender als die des Radiums und beeinflussen daher die Absorptionskurve in entgegengesetztem Sinne als die Strahlen des Mesothors. Beide Methoden lassen nur relativ große Beimengungen von Mesothor bzw. Radio-

thor erkennen, bieten aber andrerseits den Vorteil, daß die Röhrchen nicht geöffnet zu werden brauchen.

Zur genaueren Bestimmung des Mesothorgehalts verfährt man in der Weise, daß man das Salz während drei Stunden auf etwa 500° erhitzt, so daß alle Emanation ausgetrieben wird und der aktive Niederschlag Zeit hat zu zerfallen. Nach dieser Behandlung zeigt das Präparat, wenn es nur aus Radium besteht, bei sofortiger Messung keine γ-Strahlung. Ist eine solche vorhanden, so muß sie von Mesothor bzw. dessen Zerfallsprodukten herrühren. Der Unterschied zwischen der maximalen γ-Strahlung des Präparats und der nach dem Erhitzen des Salzes noch vorhandenen Strahlung gibt den wahren Radiumgehalt.

Eichung konzentrierter Mesothorpräparate. Da es wegen der Inkonstanz der Strahlung nicht möglich ist, einen Mesothorstandard herzustellen, vergleicht man Mesothorpräparate ebenfalls mit dem Radiumstandard. Wegen der verschiedenen Durchdringungsfähigkeit der γ-Strahlen des Mesothors und Radiums ist man im Interesse der Einheitlichkeit dahin übereingekommen, den Vergleich stets in der Weise auszuführen, daß die Strahlen vor Eintritt in den Ionisierungsraum eine Bleischicht von 5 mm Dicke zu durchlaufen haben. Man versteht also unter 1 mg Mesothor eine Menge, deren γ-Strahlung nach Durchgang durch 5 mm Blei dieselbe ionisierende Wirkung gibt, wie 1 mg Radiumelement. Wegen der Bildung von Thor D bleibt die Strahlung eines Mesothorpräparats nicht konstant, sondern nimmt nach Herstellung zunächst während eines Zeitraums von mehr als zwei Jahren zu und fällt dann langsam ab. Da die käuflichen Mesothorpräparate etwa 25% Radium enthalten, müssen sie zur Vermeidung von Emanationsverlust stets luftdicht verschlossen gehalten werden.

VI. Bestimmung des Radiumgehalts schwach aktiver Präparate nach der Emanationsmethode.

Diese Methode ist außerordentlich empfindlich und ermöglicht eine quantitative Messung von Radiummengen bis zur Größenordnung von 10^{-8} mg Radium. Namentlich zur Untersuchung von Gesteinen, Uranerzen, radiumhaltigen Rückständen findet die Methode fast ausschließlich Anwendung.

Die auf Radiumgehalt zu prüfende Substanz wird in Lösung gebracht und dann in einem Kolben luftdicht eingeschmolzen.

Nach Ablauf von sechs Wochen befindet sich die Emanation im Gleichgewicht mit dem Radium und wird nun durch Kochen oder längeres Schütteln aus der Lösung ausgetrieben und in ein vorher evakuiertes Elektroskop (vgl. Fig. 322) übergeführt. Die Aktivität der Emanation und des aktiven Niederschlags, der nach drei Stunden einen Maximalwert erreicht hat, wird dann in der bereits beschriebenen Weise gemessen. Verfährt man nun mit einer Normallösung, deren Radiumgehalt bekannt ist, in genau derselben Weise, so ergibt sich aus dem Verhältnis der Ionisationsströme der Radiumgehalt der Lösung.

Stehen Normallösungen nicht zur Verfügung, so kann man aus dem im absoluten Maß gemessenen Ionisationsstrom den Radiumgehalt berechnen. Die Emanation von 1 mg Radium erzeugt nämlich einschließlich des aktiven Niederschlags bei vollständiger Sättigung einen Ionisationsstrom von $6{,}1 \times 10^3$ elektrostatischen Einheiten, vorausgesetzt, daß die ganze Strahlung der Emanation und die halbe Strahlung des an den Wänden haftenden Niederschlags ionisierend wirken kann. Diese Bedingung läßt sich experimentell allerdings nicht vollständig verwirklichen, da im endlichen Meßgefäß ein Teil der Strahlen die Wandung erreicht, bevor seine ionisierende Wirkung vollständig ausgenützt ist. Außerdem kann man völlige Sättigung auch bei hohen Feldstärken nicht erreichen. Durch diese von der experimentellen Anordnung abhängigen und nur schwer zu bestimmenden Korrektionen wird die Genauigkeit einer absoluten Messung des Ionisationsstromes beeinträchtigt.

Über die nötigen Korrektionen s. Mache und Meyer, Phys. ZS 1912, 320.

Eine Radiumnormallösung stellt man sich in der Weise her, daß man eine genau abgewogene Menge einer gut analysierten Pechblende in Lösung bringt. Da Pechblende auf 1 Gramm Uran $3{,}33 \times 10^{-7}$ g Radium enthält, läßt sich der Radiumgehalt der Lösung sofort angeben. Die Emanation von ca. 10^{-6} mg Radium gibt in einem Elektroskop der gewöhnlichen Form eine ionisierende Wirkung von der richtigen Größenordnung, und ca. 10 mg Pechblende sind die zur Herstellung einer Normallösung geeignete Menge.

Heimann und Marckwald, Phys. ZS 1913. 303.

Man kann auch in der Weise verfahren, daß man ein Radiumpräparat, dessen Gehalt nach der γ-Strahlenmethode genau be-

stimmt wurde, in Salzsäure löst und die Lösung bis zur geeigneten Konzentration verdünnt.

Die Haltbarkeit von Normallösungen wird dadurch beeinträchtigt, daß Radium eine starke Tendenz besitzt, in das schwerlösliche Sulfat überzugehen. Sobald aber ein Teil des Radiums ausgefallen ist, läßt sich die Emanation nicht mehr quantitativ austreiben. Man kann das Ausfallen des Radiums meist dadurch hintanhalten, daß man der stark sauren Lösung größere Mengen von Bariumchlorid zusetzt. Man darf ferner zur Aufbewahrung der Lösungen nur sorgfältig gereinigte Glaskolben verwenden, die man kurz vor dem Einfüllen mit einer Bariumchloridlösung längere Zeit auskocht. Hähne und Korken vermeidet man am besten ganz.

Bei der Gehaltsbestimmung von Uranerzen oder radiumhaltigen Rückständen besteht die Schwierigkeit meist darin, die Substanz quantitativ in Lösung zu bringen. Nur in seltenen Fällen wird es gelingen, die Substanz in Salzsäure oder Salpetersäure zu lösen; wenn ein kleiner unlöslicher Rückstand bleibt, besteht die Gefahr, daß gerade darin das Radium enthalten ist. Man tut daher gut, die Filter stets auf Aktivität zu untersuchen. — Meist wird man die Substanz mittelst Natriumkarbonat aufschließen müssen, manchmal führt auch Behandlung mit konzentrierter Schwefelsäure zum Ziel.

Über ein namentlich für große Substanzmengen geeignetes Aufschlußverfahren, wobei gleichzeitig die beim Aufschluß abgegebene Emanationsmenge gemessen wird, s. Joly, Phil. Mag. 22, 184. 1911.

Um die ganze in einer Flüssigkeit enthaltene Emanationsmenge in ein Elektroskop oder eine Ionisationskammer überzuführen, eignet sich folgende Vorrichtung (Fig. 328). Der Kolben *a* mit der Lösung wird nach Abnahme des Stopfens schnell an den Apparat gesetzt, und die Flüssigkeit, unter Betätigung des Liebigkühlers, eine Stunde bei geschlossenem Hahn *h* gekocht. Die durch den Wasserdampf verdrängte Luft samt Emanation tritt nach der Kugel *b* über, welche anfänglich ganz mit Wasser gefüllt ist. Nun läßt man das Wasser aus dem Kühler ablaufen, worauf der Dampf sämtliche

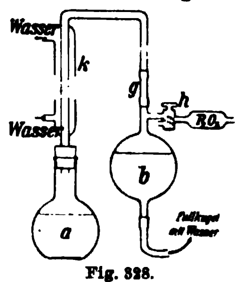


Fig. 328.

Luft nach *b* treibt. Der Gummischlauch *g* wird zugeklemmt, die Füllkugel gehoben und der Gasinhalt von *b* durch die mit P_2O_5 beschickte Birne hindurch in das vorher evakuierte Elektroskop (dessen Volumen größer

als b ist) eingelassen, endlich durch Drehen von h mit Zimmerluft nachgespült. Strutt, Proc. R. S. A 77, 472. 1906; Boltwood, Phil. Mag. 9, 599. 1905.

Statt des gewöhnlichen, in Fig. 328 gezeichneten Kolbens verwendet man oftmals besser die Flaschenform der Fig. 329. Man kann hierbei die Emanationsabgabe beschleunigen, indem man durch die erhitzte Lösung einen langsamen Luftstrom perlen läßt.

Fig. 329.

Statt die Lösung zu kochen, kann man auch mittels eines Zirkulationsgebläses die Luft während längerer Zeit im Kreislauf durch die Lösung, dann über ein Trockenmittel und dann durch das Elektroskop strömen lassen. Man erhält dann eine dem Verhältnis der Volumina von Elektroskop zu Zuleitungsröhren usw. entsprechende Emanationsmenge in dem Elektroskop. Wenn das Volumen der Lösung groß ist, so ist auch die Löslichkeit der Emanation zu berücksichtigen. Diese verteilt sich zwischen Luft und Flüssigkeit nach dem Dalton-Henryschen Gesetz.

VII. Aktivität von Quellwassern.

Während Meerwasser merklich inaktiv ist, zeigen fast sämtliche Quellen — besonders die aus eruptiven Tiefengesteinen entspringenden — einen Gehalt an Emanation; häufig läßt sich auch gelöste, selbständig radioaktive Substanz nachweisen (Karlsbader Sprudel vgl. Dorn, Abh. d. naturf. Ges. zu Halle 25, 107. 1904).

Die beobachtete Emanation ist fast immer Radiumemanation, selten Thoremanation, öfter ein Gemisch beider; Aktiniumemanation würde sich wegen ihres schnellen Abklingens der Beobachtung entziehen, selbst wenn sie vorhanden wäre.

Auch Thoremanation, die in 53 sec auf die Hälfte abfällt, läßt sich — außer wenn sie einem gelösten Thorprodukt entstammt — nur am Quellenorte selbst durch eine schnell ausgeführte Untersuchung feststellen. Radiumemanation bleibt auch nach längerem Transport beobachtbar.

Die Entnahme soll möglichst am Ursprung der Quelle erfolgen, wobei Durchperlen von Luft sorgfältig zu vermeiden ist. Zur Versendung sind die Stopfen der Flaschen mit Harz oder Paraffin zu dichten.

Der Emanationsgehalt von Quellwasser wird in Millicurie angegeben, wobei unter einem Millicurie diejenige Emanationsmenge zu verstehen ist, die sich mit 1 mg Radium im Gleichgewicht befindet. Die Aktivität des Wassers pflegt man aber auch in „Mache-Einheiten" auszudrücken, d. h. man gibt das Tausendfache des el.-stat. gemessenen Sättigungsstromes an, den die in 1 l der Flüssigkeit enthaltene Emanation zu liefern vermag (Wien. Ber. 113 (2a), 1329. 1904). Nach Mache und Meyer entsprechen einem Millicurie $2{,}7 \times 10^6$ Mache-Einheiten.

VIII. Aktivität der atmosphärischen Luft und der Bodenluft.

Die atmosphärische Luft ist stets in geringem Grade ionisiert. Den Hinweis auf die Untersuchungsmethode von Elster und Geitel und die

quantitative Resultate liefernde von Ebert vgl. S. 662. Über langsame Ionen (Langevin-Ionen), deren Masse etwa das 50fache der gewöhnlichen beträgt, s. Langevin, C. R. 140, 232. 1905.

Der Nachweis für die Anwesenheit aktiver Substanz in der Atmosphäre läst sich nach Elster u. Geitel (Phys. ZS 3, 305. 1902) erbringen, indem man einen (10 bis 60 m) langen Draht in der freien Luft isoliert (geeignete Aufhängung s. a. a. O.) ausspannt und 2 bis 3 Stunden auf minus 4000 bis 5000 V ladet. Nach Aufwinden in eine geeignete Ionisationskammer gebracht, zeigt sich ein Aktivitätsabfall, der dem des Niederschlags der Radiumemanation entspricht. Von dem Draht läßt sich der aktive Niederschlag mit Leder abwischen, das dann auf eine photographische Platte wirkt.

Nach längerer Exposition (3 Tage) macht sich eine Beimengung vom aktiven Niederschlag der Thoremanation mehr bemerkbar, welcher nach drei- bis vierstündigem Abklingen fast allein übrig bleibt. Blanc, Phys. ZS 1908, 294.

Die Luft in Kellern und Höhlen findet sich im allgemeinen sehr stark aktiv (Elster u. Geitel, Phys. ZS 1901, 560), in einem Steinsalzbergwerk merklich schwächer als im Freien.

Um Luft aus den Erdkapillaren (Bodenluft) zu untersuchen, bohrt man mit einem Erdbohrer von 2 bis 2½ cm Dm. ein Loch von etwa 1 m Tiefe, setzt ein Metallrohr nahe gleicher Stärke ein, tritt die Erde ringsum fest und gießt mit Wasser an. Man kann nun mit Hilfe eines Aspirators die Bodenluft durch den Kondensator eines transportablen Apparates hindurchsaugen, oder auch Gefäße mit Bodenluft füllen, die man im Laboratorium in die Ionisationskammer einbläst. Geeignet sind Messinggefäße (Fig. 380) von etwa 3 l Inhalt mit zwei Hahnstutzen und Bügel.

Fig. 380.

Über Registrierung der dem Erdboden entquellenden Emanationsmengen s. Ebert, Phys. ZS 1909, 346; Sanderson, ebd. 1912, 142.

Anhang.

Das auf Länge, Masse und Zeit zurückgeführte Maßsystem, namentlich das CGS-System mit Anschluß einiger Gesetze und Erläuterungen.

Eine physikalische Größe wird gemessen, indem man ihr Verhältnis zu einer als bekannte Größe derselben Art gegebenen Einheit bestimmt, für die sich ein unveränderliches, reproduzierbares Grundmaß (Etalon, Standard) herstellen läßt. Als solche Grundmaße dienen für die Länge und für die Masse die im Normalmeter und Normalkilogramm des Bureau international verkörperten Einheiten des metrischen Systems, für die Zeit die mittlere Um-

drehungsdauer der Erde gegen die Sonne (der mittlere Sonnentag), bzw. die Unterteile dieser Maße.

Ähnliche als unveränderlich zu verbürgende, willkürliche Grundmaße[1]) lassen sich aber nur für wenige Größen aufstellen. Eine vollständige Meßkunde gibt es deshalb erst, seitdem man gelernt hat, die Einheiten der übrigen Größen mittels geometrischer, kinematischer und physikalischer Beziehungen auf wenige Grundeinheiten zurückzuführen, z. B. eine Geschwindigkeit auf Länge und Zeit, eine Kraft auf Geschwindigkeit und Masse, eine Wärmemenge auf die g-Kalorie oder auf die äquivalente Arbeit und hierdurch auf Kraft und Länge, eine Elektrizitätsmenge auf die von ihr auf eine andere Menge ausgeübte Kraft.

Die Einführung dieser „abgeleiteten" Einheiten bietet nicht nur den Vorteil, daß die Anzahl der willkürlichen Einheiten eingeschränkt wird, sondern sie dient zugleich dazu, dem mathematischen oder physikalischen Gesetz, welches zur Definition der Einheit gebraucht wird, eine einfache Gestalt zu geben. Denn jede Ableitung einer Einheit läßt sich benutzen, um die „Konstante", welche in einem Gesetz die verschiedenen Größenarten verbindet und deren Zahlenwert eben von den Einheiten abhängt, auf den bequemsten Zahlenwert zu bringen.

Z. B. ist der von einem bewegten Körper zurückgelegte Weg l der Geschwindigkeit u und der Zeit t proportional, also $l = \text{const.}\, ut$, wo der Zahlenwert const. von den Einheiten abhängt. Würde als Geschw.-Einheit die Fall-Geschw. g am Ende der ersten Sekunde gelten, so wäre const. $= g$. Setzt man aber als Einheit die Geschw., bei welcher in der Zeit Eins der Weg Eins zurückgelegt wird, so ist const. $= 1$, und das Gesetz erhält die einfachste Gestalt $l = ut$.

1) Bei der wachsenden Genauigkeit der Messungen hat es sich häufig ergeben, daß die Grundmaße den Definitionen, nach denen die Einheiten verkörpert werden sollen, nur angenähert entsprechen. So stellt das Meter nicht die Länge von $1 \cdot 10^{-7}$, sondern von $0{,}999914 \cdot 10^{-7}$ Erdquadrant dar und das Kilogramm nicht die Masse von 1, sondern von 1,000027 cdm Wasser bei 4°. Ähnliches wiederholt sich bei dem Maß des el. Widerstandes, wo ein kleiner Unterschied zwischen der theoretisch definierten Einheit und ihrer praktischen Verkörperung, dem internationalen Ohm besteht. Deshalb das Grundmaß zu ändern, liegt kein Grund vor. Denn für die meisten praktischen Anwendungen haben diese Abweichungen keine Bedeutung, und der Wissenschaft kommt es vornehmlich auf die Unveränderlichkeit des Grundmaßes an.

Das System der abgeleiteten Einheiten hat sich an den elektrischen und magnetischen Größen entwickelt, weil für deren Einheiten die Aufbewahrung von Grundmaßen meist unmöglich ist. Gaufs und Weber zuerst führten diese Größen auf Länge, Masse und Zeit zurück. Das so entstehende System heißt wohl das absolute[1]) Maßsystem. Und zwar werden vorzugsweise cm, g u. sec als Grundeinheiten gewählt, und die hierauf zurückgeführten Einheiten heißen [cm-g-sec]- oder CGS-Einheiten.

Das Gramm ist hier als Masse gemeint, während der gewöhnliche Sprachgebrauch unter Gramm ein Gewicht, d. h. eine Kraft zu verstehen pflegt[2]). Im CGS-System hat ein Körper von m g das Gewicht nicht $= m$, sondern $= gm$, unter g die Schwerbeschleunigung verstanden. Die bei seiner Hebung um die Höhe h verrichtete Arbeit ist $= ghm$, das von ihm durch sein Gewicht im Abstande l von einer Drehachse ausgeübte Drehmoment $= glm$ zu setzen. Dagegen ist im letzteren Falle das Trägheitsmoment des Körpers, welches im „statischen“ Maßsystem gleich l^2m/g sein würde, hier gleich l^2m.

Innerhalb der Physik ist die Auffassung des Grammes als Masse größtenteils durchgeführt. Der Gebiete, in denen die geographische Ver-

---

1) Der Name absolut stammt aus der Abhandlung von Gaufs (1832) *Intensitas vis magneticae terrestris ad mensuram absolutam revocata* (Werke 5, 81), worin im Gegensatz zu der bis dahin üblichen nur relativen Messung eine auf Länge, Masse und Zeit zurückgeführte absolute Einheit für die erdmagnetische Feldstärke gegeben wurde. Ein weitergehender Anspruch wird mit dem Worte „absolut“ nicht erhoben.

2) Auch Gaufs hat zeitweilig in seinem diesbezüglichen Aufsatz (Erdmagnetismus und Magnetometer, Schumachers Jahrbuch 1836; Werke 5, 329) die magn. Größen mittels des Grammes als einer Krafteinheit definiert, ist jedoch alsbald zu der Auffassung des Grammes als Masse übergegangen. Zweifellos war dieser für Physik und Technik so bedeutsam gewordene Schritt gerechtfertigt. Denn da das Gewicht eines Körpers an der Erdoberfläche um ½% veränderlich ist, müßten genaue Gewichtseinheiten für jede geographische Breite besonders angefertigt werden. Was man mit dem Namen „Gewichtsatz“ bezeichnet, ist aber nichts anderes als ein Massensatz, da der Zweck einer Wägung fast immer eine Massenbestimmung bildet. Der Chemie, dem Handelsverkehr, der Medizin ist es nicht um den Druck der Körper auf ihre Unterlage zu tun, sondern um die Masse, durch welche die chemische Wirksamkeit, der Geld- oder der Nahrungswert usw. bedingt wird.

änderlichkeit des Gewichts hinter andere Fehlerquellen zurücktritt oder wo aus Bequemlichkeit der frühere Gebrauch sich erhalten hat, wie Elastizität, Kapillarität, auch wohl Druck und Arbeitsleistung, gibt es nur noch wenige. Wir bezeichnen dort die Einheit als Grammgewicht usw.

Dimensionen. Einheiten, die aus anderen abgeleitet sind, stellen sich vermöge des zu ihrer Ableitung benutzten Gesetzes als Funktionen ihrer Grundeinheiten dar, bei uns also als Funktionen von Längeneinheit $[l]$, Masseneinheit $[m]$ und Zeiteinheit $[t]$; z. B. die Geschwindigkeitseinheit als $[l]:[t]$, die Volumeinheit als $[l]^3$, die Krafteinheit als $[l]\cdot[m]:[t]^2$. Diese Abhängigkeit soll in der Form $[lt^{-1}]$, $[l^3]$, $[lmt^{-2}]$ usw. ausgedrückt und den Einheiten aller Größenarten zugesetzt werden. Der Exponent von l, m oder t heißt die „Dimension" der Größenart bezüglich Länge, Masse oder Zeit. Siehe Tab. 41.

Grundsätzlich sind die Dimensionen nicht auf Länge, Masse und Zeit beschränkt, sondern auf jede Größenart anwendbar. Z. B. kann man sagen, spez. Wärme hat die Dimensionen Wärmemenge/(Masse $\times$ Temperatur).

Der Begriff der „Dimension", bereits von Fourier aufgestellt, schließt sich in seiner sehr nützlichen Einführung in das Meßwesen an Maxwell und Jenkin an (Reports Brit. Assoc. 1863; Sonderabdruck: Reports of the Commiss. on el. Standards, London 1873, S. 59). Er rechtfertigt sich durch die Erwägung, daß eine Gleichung zwischen benannten Größen nicht nur aussagt, daß ihre linke und rechte Seite dem Zahlenwerte, sondern auch, daß sie der Größenart nach gleich sind. Man kann nicht 1 Glas Wasser = 1 Glas Wein setzen; bei der Anwendung des = Zeichens müssen nicht nur die Gläser gleich groß sein, sondern es müssen entweder beide Wasser oder beide Wein enthalten.

Eine benannte Zahl stellt nun das Produkt aus der reinen Zahl und der ihr zugesetzten Einheit vor; l cm bedeutet $l \times$ die Länge des Zentimeters. Drückt man jetzt z. B. das Galileische Gesetz so aus: empfängt eine Masse m in einer Zeit t eine Geschw. u, so wirkt auf die Masse eine Kraft $k = m\cdot u/t$, so heißt dies nicht nur, daß k und mu/t numerisch gleich sind, sondern daß k Krafteinheiten gleich gesetzt werden m Masseneinheiten mal u Geschw.- durch t Zeiteinheiten; $[k] = [m][u][t]^{-1}$. Da nun ferner bei der Zurückführung der Geschw. auf Länge und Zeit $[u] = [l][t]^{-1}$ erhalten wird, so entsteht $[k] = [m]\cdot[l]\cdot[t]^{-2} = [m]^1\cdot[l]^1\cdot[t]^{-2}$. In ohne weiteres verständlichen Worten drückt man dies so aus: die Krafteinheit hat bezüglich der Massen- und der Längeneinheit die Dimension + 1, bezüglich der Zeiteinheit die Dimension — 2. Es steht auch frei, zu sagen, eine Kraft hat bezüglich Länge, Masse und Zeit die Dimensionen 1, 1 und — 2.

Gegen das vorige wird eingewendet, daß die Multiplikation benannter Größen miteinander keinen ersichtlichen Sinn hat. Wenn dieser Einwand berechtigt wäre, so dürfte man Gleichungen, welche zu Produkten aus

solchen Größen führen, überhaupt nicht aufstellen. Dadurch, daß dieses Multiplizieren aber niemals zu einem Widerspruch führt, beweist die Erfahrung, daß ihm in der Natur ein Sinn innewohnt.

Den Dimensionen einer Größenart kommt aber nicht eine absolute, ein für allemal bestimmte Bedeutung zu, sondern sie hängen im allgemeinen davon ab, welches Naturgesetz zur Ableitung der Einheit benutzt wird. Eine Elektrizitätsmenge $\mathfrak{e}$ z. B. stellt sich, elektrostatisch aus dem Coulombschen Gesetz abgeleitet, dar als $[\mathfrak{e}_s] = [l^{3/2} m^{1/2} t^{-1}]$, elektromagnetisch aber, etwa aus dem elektrodynamischen Grundgesetz abgeleitet, als $[\mathfrak{e}_m] = [l^{1/2} m^{1/2} t^0]$. Die Dimensionen drücken also die gegenseitigen Beziehungen der Größenarten nur in dem gewählten Maßsystem aus, welches demnach in einer zusammenhängenden Betrachtung konsequent durchgeführt werden muß.

In dem eben angezogenen Falle hat übrigens die Vergleichung der Dimensionen von $\mathfrak{e}_s$ und $\mathfrak{e}_m$ zu einem fundamentalen Ergebnis geführt. Die Division der beiden Formeln ergibt $[\mathfrak{e}_s/\mathfrak{e}_m] = [l/t]$; das Verhältnis der für eine El.-Menge in den beiden Systemen entstehenden Ausdrücke hat also die Dimension einer Geschwindigkeit, deren Zahlenwert ($3{,}00 \cdot 10^{10}$ cm/sec; vgl. Nr. 25) nun tatsächlich als „kritische Geschwindigkeit v“ oder in der Maxwellschen elektromagnetischen Lichttheorie als die Lichtgeschwindigkeit im Äther auftritt.

Die Dimensionen als Prüfungsmittel für Gleichungen. Jede richtige Formel muß die Bedingung der Homogenität erfüllen, d. h. alle in ihr additiv vorkommenden Glieder, also auch ihre rechte und linke Seite, müssen von derselben Größenart sein. Hierzu ist nötig und ausreichend, daß diese Glieder, wenn man die in ihnen vorkommenden Größenarten durch ihre Dimensionen aus einem bestimmten Maßsystem ersetzt, gleiche Dimensionen zeigen. Man soll nie versäumen, auf das Resultat einer Formelrechnung dieses einfachste partielle Prüfungsmittel anzuwenden.

Beispiele. 1. Ein el. Strom I leistet zwischen zwei Querschnitten, deren Potentialdifferenz $= E$ ist, in der Zeit t die Arbeit $Q = EIt$. Die Dimensionen (Tab. 41) aus dem el.-magn. System eingesetzt, erhält man $EIt = [l^{3/2} m^{1/2} t^{-2}] \cdot [l^{1/2} m^{1/2} t^{-1}] \cdot [t] = [l^2 m t^{-2}]$; aus dem el.-stat. System $[l^{1/2} m^{1/2} t^{-1}] \cdot [l^{3/2} m^{1/2} t^{-2}] \cdot [t] = [l^2 m t^{-2}]$, also in beiden Fällen die Dimension einer Arbeit (vgl. Nr. 9). — 2. Die Schwingungsdauer t einer Masse vom Trägheitsmoment K hängt mit der Direktionskraft D durch die Gleichung zusammen $t^2 : \pi^2 = K : D$. Setzt man, nach 12, $K = [l^2 m]$ und nach 11a $D = [l^2 m t^{-2}]$ ein, so entsteht rechts $[l^2 m] : [l^2 m t^{-2}] = [t^2]$, wie es sein muß, da π eine reine Zahl ist.

Die Dimension ermöglicht ferner sofort den Übergang von einer Gruppe von Grundeinheiten, etwa mm, mg, zu einer anderen, etwa cm, g. Denn wenn die abgeleitete Einheit eine Grundeinheit zur p^{ten} Potenz enthält, so ändert sich, sobald die Grundeinheit im Verhältnis n geändert wird, die abgeleitete Einheit im Verhältnis n^p. Der Zahlwert einer in die-

ser Einheit ausgedrückten bestimmten Größe wird hierdurch also gegen früher im Verhältnis n^{-p} geändert.

Beispiel. Die Zahl, welche eine Geschwindigkeit l/t darstellt, wird bei dem Übergang von mm zu cm im Verhältnis 10^{-1} geändert, beim Übergang von sec zu min im Verhältnis 60^{+1}. Die Zahl für eine Kraft $[l\,m/t^2]$ ändert sich, wenn man von mm-mg zu cm-g übergeht, im Verhältnis $10^{-1} \cdot 1000^{-1} = 1/10000$ (Tab. 41).

Nicht selten kann man aus einer Dimensionengleichung sogar auf ein Naturgesetz schließen. Wäre z. B. von der durch einen el. Strom I in einem Leiter innerhalb der Zeit t entwickelten Wärmemenge Q nur bekannt, daß sie durch I, t und den Widerstand R des Leiters bestimmt ist, so läßt das Gesetz sich folgendermaßen aufstellen. Daß Q sowohl mit t wie mit R im einfachen Verhältnis steht (daß in jeder Längeneinheit eines bestimmten Drahtes oder in jeder Zeiteinheit die gleiche Wärmemenge entwickelt wird), läßt sich von vornherein sagen. Mithin hat das Gesetz die Form $Q = Rt\,\mathrm{f}(I)$, wo die Form der Funktion f zu bestimmen ist. Ersetzt man die Größen durch ihre Dimensionen (Tab. 41) $Q = [l^2 m t^{-2}]$ und, aus dem el.-magn. System, $R = [l t^{-1}]$, also $Rt = [l]$ und $I = [l^{1/2} m^{1/2} t^{-1}]$, so entsteht die Dimensionengleichung $[l^2 m t^{-2}] = [l]\,\mathrm{f}[l^{1/2} m^{1/2} t^{-1}]$. Man sieht sofort, daß man $\mathrm{f}(I) = I^2$ wählen muß, damit diese Gleichung erfüllt ist. — Vgl. ferner z. B. die Aufstellung eines Gesetzes über die Größe kapillar abfallender Tropfen durch Rayleigh, Phil. Mag. (5) 48, 322. 1899 oder Ann. d. Ph. 20, 802. 1906; andere Beispiele s. Einstein, Ann. d. Phys. 35, 686. 1911.

Das CGS-System.

Die am Schluß jeder Definition in [ ] gegebenen Ausdrücke bedeuten die Einheit im CGS-System, häufig mit Angabe ihrer Benennung und ihres Größenverhältnisses zu anderen gebräuchlichen Einheiten.

Einheiten aus Raum und Zeit.

1. Fläche $f = [l^2]$. Einheit ist das Quadrat über der Längeneinheit; [cm^2].

2. Raum $v = [l^3]$. Einheit ist der Würfel über der Längeneinheit; [cm^3].

3. Winkel $\varphi = [l^0]$. Einheit ist der Winkel, dessen Bogen gleich dem Halbmesser ist; [Winkel von 57,296°].

Diese Einheit entspricht dem Gebrauche der Mechanik, einen Winkel gleich dem zugehörigen Kreisbogen, geteilt durch den Halbmesser zu setzen. Ein kleiner Winkel ist dann seinem Sinus oder seiner Tangente numerisch gleich. — Dimension $= l/l = 1$, d. h. von den Grundeinheiten unabhängig.

4. Geschwindigkeit $u = [lt^{-1}]$. Die Geschwindigkeit Eins besitzt ein Punkt, der in der Zeiteinheit die Längeneinheit zurücklegt; [cm/sec].

Geschwindigkeit ist der zurückgelegte Weg, geteilt durch die zum Zurücklegen gebrauchte Zeit.

5. Beschleunigung $b = [lt^{-2}]$. Einheit ist die Beschleunigung, bei welcher die Geschwindigkeit in der Zeiteinheit um Eins wächst; [cm/sec²].

Wächst die Geschwindigkeit in der Zeit t um die Größe u, so besitzt der bewegte Körper eine Beschleunigung $b = u/t$. — Die normale Fallbeschleunigung unter 45° geogr. Breite beträgt

$$g = 980{,}62 \text{ cm/sec}^2 = 9{,}8062 \text{ m/sec}^2.$$

Eine Winkelbeschleunigung hat die Dimension $[t^{-2}]$.

Mechanische und Wärmeeinheiten.

6. Dichte $s = [l^{-3}m]$. Die Einheit besitzt ein Körper, der in der Raumeinheit die Masse Eins hat; [g/cm³].

Wasser von 4° hat die Dichte 0,999 97s.

7. Kraft $k = [lmt^{-2}]$; vgl. S. 672 unten. Einheit ist die Kraft, welche der Masse Eins in der Zeiteinheit die Geschwindigkeit Eins mitteilt; [cm g/sec² = 1 „Dyn" (Clausius); 1 g-Gew. unter 45° ist = 980,62 Dyn; 1 Dyn = 0,001 019 76 g-Gew.].

Ein „Dyn" ist also ein wenig größer als die Anziehung der Erde auf 1 mg.

8. Druck $p = [l^{-1}mt^{-2}]$. Einheit ist der Druck, bei welchem auf die Flächeneinheit die Kraft Eins kommt; [g/(cm sec²) oder Dyn/cm² = $0{,}9869 \cdot 10^{-6}$ Atmosph.].

Sind Kräfte gleichmäßig über eine Fläche verteilt, so nennt man Druck die auf die Flächeneinheit (senkrecht) wirkende Kraft. — Eine Flüssigkeit von der Dichte s übt bei der Schwere g in der Tiefe h cm unter einer ebenen Oberfläche den Druck ghs cm^{-1} g sec^{-2} oder Dyn/cm² aus. — Der Druck von 1 cm Quecksilber von 0° unter 45° geogr. Breite ist $= 13{,}596 \cdot 980{,}62 = 13333$, also 1 Atm $= 76 \cdot 13333 = 1\,013\,300$ Dyn/cm².

Genaue Berechnung. Für Druckmessung hat man als normale Schwere einen etwas größeren Wert als den für 45° im Mittel geltenden international festgesetzt; nämlich 980,665. Genaue Angaben verstehen unter reduzierter Druckhöhe h_0 die bei einer Schwere g beobachtete Höhe mal $g/980{,}665$. Mit Rücksicht darauf, daß die Dichte s auf Wasser von 4° bezogen ist, welches nicht 1, sondern 0,99997s g/ccm enthält, wird aus h_0 der Druck $p = 980{,}665\, h_0 \cdot 0{,}99997 s = 980{,}639\, h_0 s$ Dyn/cm² erhalten. In normalen g-Gew. (vgl. 7) kommt $p = 980{,}639/980{,}62 \cdot h_0 s = 1{,}000\,019\, h_0 s$

g-Gew./cm². Für h_0 in Hg, 0° ($s = 13{,}5956$), gilt $p = 13332{,}3\,h_0$ Dyn/cm² $= 13{,}5958\,h_0$ g-Gew./cm²; mithin 1 norm. Atm. = 1013253 Dyn/cm² = 1033,28 g-Gew./cm².

9. Arbeit, Energie, lebendige Kraft, Wärmemenge $Q = [l^2 m t^{-2}]$; Einheit der Arbeit ist die Arbeit, welche die Kraft Eins verrichtet, wenn sich ihr Angriffspunkt nach ihrer Richtung um die Längeneinheit verschiebt; [cm²g/sec² = 1 Erg = $1{,}0197 \cdot 10^{-3}$ cm g-Gew. = 10^{-7} Wattsekunde oder Joule = $2{,}388 \cdot 10^{-8}$ g-Kal].

Allgemein ist Arbeit = Kraft × Weg, ev. mit dem Kosinus des Richtungswinkels multipliziert. — Durch Hebung von 1 kg um 1 m (Meterkilogrammgewicht des statischen Maßsystems) wird die Arbeit 1000 · 981 · 100 = 98100000 Erg geleistet. — Die elektrotechnische Arbeitseinheit „Wattsekunde" oder „Joule" ist = 10^7 Erg; vgl. Nr. 30.

Eine Volumvermehrung v unter dem konstanten Druck p bedeutet eine äußere Arbeit $Q = vp$. Ist der Druck h cm in Hg von 0° gemessen, so ist also $Q = 13333\,vh$ Erg. Einer Kubikzentimeter-Atmosphäre entspricht $Q = 13333 \cdot 76 = 1013300$ Erg; vgl. Nr. 8.

Arbeitsfähigkeit oder potentielle Energie eines Körpers oder eines Systems ist die Arbeitssumme, die der Körper oder das System unter dem Einfluß der wirkenden Kräfte durch Verschiebung leisten kann.

Gleichwertig mit Arbeit ist die lebendige Kraft, Bewegungs- oder kinetische Energie $\frac{1}{2} m u^2$ einer Masse m, die eine Geschwindigkeit u besitzt.

$mu^2 = [ml^2t^{-2}]$ hat die Dimension der Arbeit.

9a. Wärmemenge Eins ist die der Arbeitseinheit äquivalente Wärmemenge; vgl. 51a. [1 Erg; vgl. oben].

Das mech. Äquivalent der g-Kalorie beträgt in Hubarbeit 427,1 g-Gew. × m, also 427,1 · 980,6 · 100 = 4,188 · 10^7 Erg = 4,188 „Wattsekunden" oder „Joule". Der reziproke Wert $2{,}388 \cdot 10^{-8}$ ist das Wärmeäquivalent der CGS-Arbeitseinheit oder des Erg in g-Kal.

Arbeit bei der Wärmeausdehnung eines vollkommenen Gases; vgl. 18. Die Masseneinheit eines Gases habe bei der absoluten Temperatur T unter dem Drucke p das Volumen v; sie werde unter diesem konstanten Drucke um 1° erwärmt. Sie dehnt sich dabei um v/T aus, leistet mithin die äußere Arbeit pv/T, eine nach den Gasgesetzen konstante Größe, welche die Konstante des betr. Gases heißt und mit R bezeichnet wird. Die von der Masse m des Gases bei der Erwärmung um Θ° geleistete Arbeit beträgt folglich $Q = Rm\Theta$.

Der Zahlenwert von R berechnet sich z. B. aus der Dichtigkeit s_0 (d. h. dem Volumen $1/s_0$) des Gases bei 0° C (d. h. bei $T = 273{,}1$) unter dem Drucke von 1 Atm (d. h. von 1013300 Dyn/cm²) als $1013300/273{,}1 s_0$ oder $R = 3710{,}4/s_0$ [cm² g sec⁻² Grad⁻¹] oder [cm · Dyn · Grad⁻¹]. R ist also umgekehrt prop. s_0; für Luft z. B. = 3710,4/0,001293 = 2870000.

Allgemeine Gaskonstante R_0; Arbeit bei der Vergasung. Werden die Größen nicht auf 1 g, sondern auf 1 g-Molekül (1 „Mol") des Gases bezogen, so verliert die Gaskonstante ihren individuellen Charakter, denn jedes g-Molekül eines vollkommenen Gases (z. B. 32 g Sauerstoff oder 2,016 g Wasserstoff) hat cet. par. ein gleiches Volumen, nämlich (vgl. S. 80) bei 0° und 1 Atm 22410 cm^3, bei der abs. Temp. T und dem Drucke p CGS also $(22410 \cdot 1013300/p) \cdot T/273{,}1 = 8{,}315 \cdot 10^7\, T/p$ cm^3 (Avogadrosches Gesetz). — Die bei der Vergasung eines g-Moleküls unter Gleichgewichtsdruck bei der Temperatur T geleistete äußere Arbeit beträgt demnach $8{,}315 \cdot 10^7\, T$ Erg.

Dieser Koeffizient $R_0 = 8{,}315 \cdot 10^7$ ist die für das g-Mol. geltende allgemeine Gaskonstante im CGS-System, d. h. auf Erg bezogen. Bei der Wahl einer anderen Arbeitseinheit folgt aus den S. 676 gegebenen Umrechnungszahlen: bezogen auf cm × g-Gew. 84790; auf ccm × Atm 82,06; auf die Grammkalorie 1,985. Siehe endlich die „elektrolytische Gaskonstante" S. 511. — Dieselben Zahlen gelten für Stoffe, die in Lösung gehen und deren „osmotischer Druck" den Gasgesetzen folgt (van't Hoff). 1,985 findet man häufig in 2 gekürzt.

Bei einem vollkommenen, d. h. bei einem Gase, in welchem die Ausdehnung nicht von einer inneren Arbeitsleistung begleitet ist, stellt die Differenz $c_p - c_v$ der spezifischen Wärmen die Wärmemenge dar, die, wenn sich die Gasmenge Eins unter konst. Drucke durch 1° Temp.-Erhöhung ausdehnt, auf äußere Arbeit verwendet wird. 1,985 ist also gleich jener Differenz, wenn man c_p und c_v nicht auf 1 g, sondern auf ein Grammolekül bezieht.

Zweiter Hauptsatz der mechanischen Wärmetheorie (Clausius). Ein Körper oder ein System von Körpern durchlaufe einen vollkommenen, umkehrbaren thermodynamischen Kreisprozeß und nehme dabei die in Arbeitsmaß ausgedrückte Wärmemenge Q bei der abs. Temperatur T auf und gebe Q' bei T' ab. Dann ist erstens $Q - Q'$ die von ihm geleistete äußere Arbeit oder die in Arbeitsmaß ausgedrückte, in Arbeit umgesetzte Wärmemenge; zweitens gilt

$$Q/Q' = T/T' \quad \text{oder} \quad (Q - Q')/Q = (T - T')/T.$$

9 b. Die thermodynamische Temperaturskale (W. Thomson 1848). Die Zurückführung der Temp. auf Länge, Masse und Zeit läßt (solange die Konstanten der Strahlungsgesetze noch nicht genügend genau feststehen) eine Lücke. Die Temp.-Skale ist jedoch durch den zweiten Hauptsatz festgelegt, sobald man einen ihrer Punkte numeriert, z. B. den Eispunkt des Wassers mit T_0 bezeichnet hat. Um eine andere Temp. T_1 (etwa den Siedepunkt des Wassers) zu bestimmen, lassen wir einen umkehrbaren Kreisprozeß zwischen T_1 und T_0 arbeiten und messen die bei T_1 aufgenommene Wärmemenge sowie den Bruchteil $\mathfrak{n}$ dieser Menge, der bei dem Prozeß in mechanische Arbeit verwandelt wird. Dann gilt nach dem vorigen $\mathfrak{n} = (T_1 - T_0)/T_1$, also ist hierdurch $T_1 = T_0/(1 - \mathfrak{n})$ bestimmt. Jeder andere Punkt kann durch einen ihm entsprechenden Versuch festgelegt werden.

Die Temperatur, welche als untere Grenze des Kreisprozesses alle Wärme in mech. Arbeit verwandeln läßt, ist der absolute Nullpunkt.

Diese Definition ist identisch mit der gebräuchlicheren Form: wenn einem vollkommenen Gase (vgl. 18 und 42) bei den Temperaturen T und T' unter gleichem Drucke die Volumina v und v' oder bei gleichem Volumen die Drucke p und p' zukommen, so verhält sich $T':T = v':v$ oder $= p':p$. Denn diese Proportion führt, auf einen mit dem Gase vorgenommenen umkehrbaren Kreisprozeß angewandt, zu der erstgenannten als Folgerung.

In Molekulartheorien definiert man ein Temperaturmaß von der Dimension einer Energie [$cm^2\,g\,sec^{-2}$].

10. Leistung $A = [l^2 m t^{-3}]$. Die Einheit der Leistung liegt vor, wenn in der Zeiteinheit die Arbeit Eins verrichtet wird; [$cm^2\,g/sec^3$ = Erg/sec = 10^{-7} Watt = $1{,}36 \cdot 10^{-10}$ Pferdestärke].

Leistung nennt man die in der Zeiteinheit getane Arbeit. 1 Watt = 10^7 CGS; 1 PS = 75 kg-Gew. m/sec = $735 \cdot 10^7$ CGS.

10a. Wärmeleitvermögen. Das W.-L. Eins hat ein Körper, wenn bei einem Temperaturgefälle Eins durch den Querschnitt Eins in der Zeiteinheit die Wärmemenge Eins senkrecht hindurchfließt; [cm g/($sec^3 \times$ Grad)]. Messung der Wärmemenge in Wattsekunden bzw. in g-Kalorien macht die Zahl für das W.-L. 10^7mal, bzw. $4{,}188 \cdot 10^7$mal kleiner.

Wird das theoretisch begründete Temperaturmaß von der Dimension der Energie (s. 9b) zugrunde gelegt, so erhält man als Einheit des Wärmeleitvermögens im CGS-System [$cm^{-1}\,sec^{-1}$].

11. Drehmoment $\mathfrak{D} = [l^2 m t^{-2}]$. Das D.-M. Eins wird dargestellt durch die Kraft Eins, welche senkrecht am Hebelarm Eins angreift; [$cm^2\,g/sec^2$ = Dyn $\times$ cm = 0,00102 g-Gew. $\times$ cm].

Die Kraft k am Hebelarm l erzeugt das D.-M. $\mathfrak{D} = kl$.

11a. Direktionskraft $D = [l^2 m t^{-2}]$.

Diese mißt die Stabilität der Gleichgewichtslage eines um eine Achse drehbaren Körpers. Ablenkung aus der Gleichgewichtslage um den kleinen Winkel φ erzeugt ein mit φ proportionales Drehmoment $\mathfrak{D}$. Das konstante Verhältnis $\mathfrak{D}/\varphi = D$ heißt Direktionskraft.

Die D.-K. eines Pendels von der Masse $m = 1$ kg im Abstande $l = 1$ m von der Drehachse beträgt $100 \cdot 1000 \cdot 981 = 98100000$ $cm^2\,g\,sec^{-2}$, denn das Drehmoment für einen kleinen Ablenkungswinkel φ ist $= lmg \cdot \varphi$.

Die von der Schwere ausgeübte D.-K. einer bifilaren Aufhängung (27a) von dem Fadenabstande 10 cm, der Fadenlänge 200 cm, der Masse 1000 g ist $\frac{1}{4} \cdot 10 \cdot 10/200 \cdot 1000 \cdot 980{,}6 = 122600$ CGS.

12. Trägheitsmoment $K = [l^2 m]$. Die Einheit wird dargestellt durch die Masse 1 g im Abstande 1 cm von einer Drehachse; [$cm^2\,g$].

Das T.-M. einer Masse m im Abstand l von einer Drehachse ist $K = l^2 m$; vgl. 29. Das T.-M. des Pendels unter 11a ist also $100^2 \cdot 1000 = 10^7$ cm^2 g.

Drehmoment durch T.-M. gibt die Winkelbeschleunigung.

T.-M. K, Direktionskraft D und einfache Schwingungsdauer t hängen durch die Gleichung $t^2/\pi^2 = K/D$ zusammen.

13. Elastizitätsmodul $\mathsf{E} = [l^{-1} m t^{-2}]$. Die Einheit des E.-M. würde ein Körper haben, der in Stabform vom Querschnitt Eins sich durch eine dehnende Kraft um einen dieser Kraft numerisch gleichen Bruchteil verlängert; [g/(cm sec^2) = $1{,}020 \cdot 10^{-8}$ kg-Gew./mm^2].

Die (relativ kleine) Verlängerung eines Stabes von l cm Länge und q cm^2 Querschnitt durch eine dehnende Kraft von k Dyn beträgt $1/\mathsf{E} \cdot kl/q$. — $\sqrt{\mathsf{E}/s}$ gibt die Schallgeschwindigkeit, wenn s die Dichte ist.

Die praktisch gebrauchten Elastizitätsmoduln kg-Gew./mm^2 sind, um für das CGS-System zu gelten, offenbar mit $1000 \cdot 981 \cdot 100 = 98\,100\,000$ zu multiplizieren. Vgl. 52.

13a. Diffusionskonstante $k = [l^2 t^{-1}]$. Die Einheit besitzt ein gelöster Körper, von dem bei dem Konzentrationsgradienten Eins durch den dazu senkrechten Querschnitt Eins in der Zeiteinheit die Masseneinheit wandert.

Kompressibilität s. 55b, Schallstärke 57a, Kapillarkonstante 58, Reibungskoeffizient 58a.

Elektrische Einheiten im elektrostatischen System.

14. Elektrizitätsmenge $\mathfrak{e} = [l^{3/2} m^{1/2} t^{-1}]$. „Elektrostatische" oder „mechanische" Einheit der E.-M. ist die Menge, welche eine ihr gleiche Menge aus der Entfernung Eins mit der Kraft Eins abstößt; [cm$^{3/2}$ g$^{1/2}$/sec = $3{,}33 \cdot 10^{-11}$ el.-mg. CGS = $3{,}33 \cdot 10^{-10}$ Amperesekunde oder Coulomb; vgl. 25].

Diese Einheit fordert also, auf das Coulombsche Gesetz angewandt, daß die Kraft k einer El.-Menge $\mathfrak{e}$ auf eine andere $\mathfrak{e}'$ aus dem Abstande l cm $k = \mathfrak{e}\mathfrak{e}'/l^2$ Dyn wird.

Die Dimensionen ergeben sich folgendermaßen: Wenn eine E.-M. $\mathfrak{e}$ eine gleiche Menge aus der Entfernung l mit der Kraft k abstößt, so ist $\mathfrak{e} = l \cdot \sqrt{k}$. Die Dimensionen von k sind durch $[l m t^{-2}]$, die von $\mathfrak{e}$ also durch $[l] \cdot [l^{1/2} m^{1/2} t^{-1}] = [l^{3/2} m^{1/2} t^{-1}]$ gegeben.

14a. Elektrische Flächendichte $\sigma = [l^{-1/2} m^{1/2} t^{-1}]$. Die Dichte ist gleich Eins, wenn auf die Flächeneinheit die El.-M. Eins kommt; [cm$^{-1/2}$ g$^{1/2}$ sec^{-1}].

14b. Elektrische Feldstärke $\mathfrak{F} = [l^{-1/2} m^{1/2} t^{-1}]$. Die an einem Orte auf die El.-Menge Eins ausgeübte Kraft heißt die el. Feld-

stärke daselbst. Die Einheit hat also ein Feld, in welchem auf die El.-M. Eins die Kraft Eins ausgeübt wird; [$g^{1/2}/(cm^{1/2}\,sec)$].

Die el. Feldstärke kann man darstellen durch Linien (Faraday). Die Richtung der Linien gibt die Kraftrichtung, ihre Dichtigkeit, d. h. ihre Anzahl in einem Bündel vom senkrechten Querschnitt Eins gibt die Feldstärke an dem betr. Orte.

Das von einer punktförmigen El.-M. $\mathfrak{e}$ CGS bewirkte Feld hat in l cm Abstand von dieser El.-M. die Stärke $\mathfrak{e}/l^2$ [$cm^{-1/2} g^{1/2} sec^{-1}$]. — Als Richtung des Feldes bezeichnet man die Richtung der auf die positive El. ausgeübten Kraft.

14c. Dielektrische Verschiebung oder elektrische Erregung $\mathfrak{D} = [l^{-1/2} m^{1/2} t^{-1}]$. Von der El.-Menge $\mathfrak{e}$ geht der Verschiebungsfluß $\Phi = 4\pi\mathfrak{e}$ aus. Der Fluß pro Flächeneinheit ist die dielektrische Verschiebung oder elektrische Erregung. Sie kann ebenfalls anschaulich durch Verschiebungslinien dargestellt werden. Der Quotient aus $\mathfrak{D}$ und $\mathfrak{F}$ ist die Dielektrizitätskonstante D (s. 17).

Feldstärke zwischen zwei el. Flächen. Die Flächen seien sehr groß im Verhältnis zu ihrem Abstand und seien gleichmäßig mit El. belegt von den Flächendichten: die eine $+\sigma$, die andere $-\sigma$. Dann ist der Verschiebungsfluß pro Flächeneinheit: $\mathfrak{D} = 4\pi\sigma$. Ist D die Dielektrizitätskonstante des Mediums zwischen den Belegungen, so wird $\mathfrak{F} = 4\pi\sigma/D$.

Über das Sichtbarmachen el. Kraftlinien s. z. B. Mie, ZS f. ph. u. ch. Unterr. 19, 154. 1906; C. Fischer, Ph. ZS 1908, 221.

15. Potential oder Spannung oder elektromotorische Kraft, elektrostatisch gemessen $V = [l^{1/2} m^{1/2} t^{-1}]$. Die Einheit des Potentials hat eine mit der El.-M. Eins auf ihrer Oberfläche gleichmäßig geladene Kugel vom Halbmesser Eins; [$cm^{1/2} g^{1/2}/sec = 300$ V; vgl. 26].

Ist in einem Kraftfelde die Arbeit, die nötig ist, um einen mit dem betr. Agens behafteten Punkt von einer beliebigen Lage A in eine andere B zu bringen, unabhängig von dem Wege, auf welchem man von A nach B gelangt, so kann man dem Punkte A sowohl wie dem Punkte B je einen Wert V_A bzw. V_B zuschreiben, so daß $V_A - V_B = \int_A^B \mathfrak{F} ds$ gleich der Arbeit für die Agensmenge 1 wird; es ist also $\mathfrak{F} = -\partial V/\partial s$. V ist ein Skalar und wird das Potential genannt. Die Feldstärke ist gleich dem Potentialabfall pro Längeneinheit.

Das Potential einer mit der Elektrizitätsmenge $\mathfrak{e}$ geladenen Kugel im Abstand l vom Mittelpunkt ist: $V = \mathfrak{e}/l$. Hieraus ergeben sich die Dimensionen von V.

Die Einheit des Pot. läßt sich hiernach auch definieren als das von der El.-Menge Eins im Abstande Eins bewirkte Pot. — Die Pot. mehrerer El.-Mengen auf einen Punkt summieren sich einfach; El.-Mengen $\mathfrak{e}_1 \mathfrak{e}_2 \ldots$, die von einem Punkte die Abstände $l_1 l_2 \ldots$ haben, bewirken also zusammen in diesem Punkte das Pot. $\mathfrak{e}_1/l_1 + \mathfrak{e}_2/l_2 + \cdots$, und das Pot., welches eine auf einer Kugelfläche vom Halbmesser r gleichmäßig ausgebreitete El.-M. $\mathfrak{e}$ auf den Mittelpunkt (und auf alle Punkte im Innern; vgl. 16) ausübt, ist $= \mathfrak{e}/r$.

16. Elektrische Kapazität, elektrostatisch gemessen $C = [l]$. Die Einheit der Kapazität hat ein Leiter, der durch die Einheit der El.-Menge zum Potential Eins geladen wird, z. B. eine einzeln in Luft befindliche Kugel vom Halbmesser Eins; [cm $= 1{,}11 \cdot 10^{-6}$ Mikrofarad; vgl. 27].

Damit eine El.-Menge $\mathfrak{e}$ auf einem Leiter im Gleichgewicht sei, muß sie sich so verteilen, daß das Potential V im Leiter konstant ist. Wenn die Umgebung keine el. Ladungen enthält (außer den etwa von dem Körper selbst influenzierten Ladungen), so sind Potential (Spannung) und El.-Menge einander proportional; $\mathfrak{e} = C \cdot V$. Das Verhältnis $C = \mathfrak{e}/V$ heißt Kapazität des Leiters. — Beispiele, namentlich von Kondensatoren, s. **182** I.

Die Kap. einer allein stehenden Kugel ist gleich deren Halbmesser r, denn die El.-Menge $\mathfrak{e}$, gleichmäßig über die Oberfläche verteilt, bewirkt in der Kugel ein konstantes Pot., welches wir z. B. aus der Wirkung auf den Mittelpunkt $\mathfrak{e}/r$ finden. — Das CGS-Potential irgendeines geladenen Leiters kann man hiernach numerisch gleichsetzen der El.-Menge, die in einer mit ihm durch einen sehr dünnen Draht verbundenen entfernten Kugel vom Halbmesser 1 cm bei dieser Ladung des Körpers enthalten wäre. — Umgekehrt läßt sich einem Leiter von bekanntem Pot. mittels einer so verbundenen Kugel eine bekannte El.-Menge entnehmen.

17. Dielektrizitätskonstante $D = [l^0 m^0 t^0]$. Die D.-K. Eins hat der leere Raum oder nahe auch ein Gas.

$D = \mathfrak{D}/\mathfrak{F}$ (s. 14b u. 14c). Von den Grundeinheiten ist D unabhängig. — Sätze über den Einfluß der D.-K. auf Kräfte und Kapazitäten s. **183**.

18. El. Stromstärke $I = [l^{3/2} m^{1/2} t^{-2}]$. Die elektrostatisch oder mechanisch gemessene Einheit der el. Stromstärke hat ein Strom, bei welchem in der Zeit Eins die El.-M. Eins (vgl. 14) durch den Querschnitt des Leiters fließt; [cm$^{3/2}$ g$^{1/2}$/sec^2 $= 3{,}33 \cdot 10^{-10}$ A; vgl. 24].

18a. El. Widerstand $R = [l^{-1} t]$. Die el.-statisch gemessene Einheit hat ein Leiter, in dem die Potentialdifferenz (15) Eins zwischen seinen Enden den Strom Eins (18) hervorbringt; (sec/cm $= 900 \cdot 10^9\, \Theta$; vgl. 29).

1 Θ hat $1{,}111 \cdot 10^{-12}$ el.-stat. [cm^{-1}sec]-Widerstandseinheiten.

Magnetische Einheiten.

Vgl. auch die zu den elektrostatischen Einheiten gemachten Bemerkungen, die großenteils auf den Magnetismus übertragen werden können.

19. Freier Magnetismus oder Stärke eines Magnetpoles $\mathfrak{m} = [l^{3/2} m^{1/2} t^{-1}]$. Einheit des freien Magnetismus (oder der Stärke des Magnetpoles) ist die Menge (oder der Magnetpol), welche auf eine gleiche aus dem Abstande Eins die Krafteinheit ausübt; $[\mathrm{cm}^{3/2} \mathrm{g}^{1/2}/\mathrm{sec}]$.

19a. Magnetische Flächendichte $\varrho = [l^{-1/2} m^{1/2} t^{-1}]$. Die Einheit ist gegeben, wenn die Flächeneinheit die Menge Eins an freiem Magnetismus besitzt.

20. Stabmagnetismus oder magnetisches Moment $M = [l^{5/2} m^{1/2} t^{-1}]$. Die Einheit würde dargestellt werden durch einen Magnet mit zwei Einheitspolen ± 1 im gegenseitigen Abstande 1 cm; $[\mathrm{cm}^{5/2} \mathrm{g}^{1/2}/\mathrm{sec}]$.

Jeder Magnet hat gleich viel positiven und negativen Magnetismus. Der einfachste Magnetstab würde aus zwei gleich starken punktförmigen Polen bestehen. Ein Magnet aus zwei Polen von der Stärke $\pm\mathfrak{m}$ im gegenseitigen Abstande $\mathfrak{l}$ hat das magnetische Moment $M = \mathfrak{m}\mathfrak{l}$.

Mit M sind die Wirkungen in die Ferne proportional.

Fernwirkung aus erster Hauptlage. Der Magnet $\mathfrak{m}\mathfrak{l}$ wirke auf den im Abstande L von der Stabmitte befindlichen Magnetpol $\mathfrak{m}'$. Die gesamte Kraft k auf $\mathfrak{m}'$ ist die Differenz der beiden Einzelkräfte, mithin

+m —m m'
l

$$k = \frac{\mathfrak{m}\mathfrak{m}'}{(L - \frac{1}{2}\mathfrak{l})^2} - \frac{\mathfrak{m}\mathfrak{m}'}{(L + \frac{1}{2}\mathfrak{l})^2} = 2\mathfrak{l}\mathfrak{m} \cdot \mathfrak{m}' \cdot \frac{L}{(L^2 - \frac{1}{4}\mathfrak{l}^2)^2}.$$

$\mathfrak{l}\mathfrak{m}$ ist das magnetische Moment $= M$. Also wird

$$k = 2M\mathfrak{m}' \frac{L}{(L^2 - \frac{1}{4}\mathfrak{l}^2)^2} = \frac{2M\mathfrak{m}'}{L^3} \frac{1}{(1 - \frac{1}{4}\mathfrak{l}^2/L^2)^2} \qquad 1.$$

oder durch Reihenentwicklung (vgl. S. 9, Gl. 5)

$$k = 2M\mathfrak{m}'/L^3 \cdot (1 + \tfrac{1}{2}\mathfrak{l}^2/L^2 + \tfrac{3}{16}\mathfrak{l}^4/L^4 + \cdots).$$

Man sucht aus so großen Entfernungen zu arbeiten, daß das dritte Glied zu vernachlässigen ist. Ist L so groß gegen $\mathfrak{l}$, daß man auch $\frac{1}{2}\mathfrak{l}^2/L^2$ gegen 1 vernachlässigen kann, so wird einfach $k = 2M\mathfrak{m}'/L^3$.

Zweite Hauptlage. $\mathfrak{m}'$ sei wieder im Abstande L von der Mitte des Magnets gelegen. Der ungleichartige Pol übt eine Anziehungskraft $= \mathfrak{m}\mathfrak{m}'(L^2 + \frac{1}{4}\mathfrak{l}^2)$, der gleichartige eine gleich große Abstoßungskraft aus. Beide Kräfte setzen sich nach dem Parallelogramm in eine der Stabachse parallele Kraft

—m
l m'
+m

$$k = \mathfrak{m}\mathfrak{m}'/(L^2 + \tfrac{1}{4}\mathfrak{l}^2) \cdot \mathfrak{l}/\sqrt{L^2 + \tfrac{1}{4}\mathfrak{l}^2} = M\mathfrak{m}'/L^3 \cdot (1 + \tfrac{1}{4}\mathfrak{l}^2/L^2)^{-3/2} \qquad 2.$$

zusammen, wofür geschrieben werden kann

$$k = M\mathfrak{m}'/L^3 \cdot (1 - \tfrac{3}{8}\mathfrak{l}^2/L^2 + \tfrac{15}{128}\mathfrak{l}^4/L^4 + \cdots).$$

Bei sehr großer Entfernung L wird $k = M\mathfrak{m}'/L^3$.

Wird der Pol $\mathfrak{m}'$ durch eine auf der Kraftrichtung senkrechte kurze Magnetnadel von der Länge $\mathfrak{l}'$ mit den Polen $\pm\mathfrak{m}'$ ersetzt, so erfährt die Nadel ein Drehmoment $= k\mathfrak{l}'$. Da $\mathfrak{m}'\mathfrak{l}'$ das magn. Moment der Nadel $= M'$, so beträgt, unter Weglassung der Korrektionsglieder, das Dr.-M. $\mathfrak{D}$ aus großer Entfernung L

in 1. H.-L. $\mathfrak{D} = 2MM'/L^3$ und in 2. H.-L. $\mathfrak{D} = MM'/L^3$.

Man kann also auch definieren: Die Einheit des magnetischen Moments hat ein Magnet, der auf einen gleichen aus der großen Entfernung L in 1. Hauptlage das Drehmoment $2/L^3$, oder in 2. Hauptlage $1/L^3$ ausübt.

Bildet die kurze Nadel mit der Kraftrichtung den Winkel φ, so kommt der Faktor $\sin\varphi$ hinzu. — Über Korrektionen aus der Nadellänge s. 73 II und über den theoretischen Ersatz wirklicher Magnete durch Idealmagnete mit Punktpolen S. 384.

Zerlegung eines Magnets in Komponenten. Einen Magnet M, der mit der Verbindungslinie L den Winkel α bildet, darf man für Fernwirkungen in zwei Stäbe von der Stärke $M\cos\alpha$, bzw. $M\sin\alpha$ zerlegen, welche aus der 1., bzw. der 2. Hauptlage wirken.

20a. Spezifischer Magnetismus oder Magnetisierung $\mathfrak{J}$

$= [l^{-1/2}m^{1/2}t^{-1}]$. Die Einheit hat ein Magnet, dessen Moment geteilt durch sein Volumen gleich Eins ist.

Spez. Magn. oder Magnetisierung nennt man das Verhältnis des magn. Moments zum Volumen des Magnets. Gute permanente Stahlmagnete haben höchstens (d. h. bei schlanker Form) etwa 750 CGS auf 1 ccm (100 auf 1 g). Die in Elektromagneten erreichbare Grenze beträgt etwa 1700.

21. Magnetische Intensität eines Ortes oder magnetische Feldstärke $\mathfrak{H}$

$= [l^{-1/2}m^{1/2}t^{-1}]$. Die Einheit der Feldstärke herrscht an einem Orte, wo auf einen zur Richtung der Feldkraft senkrechten Magnet vom Moment Eins das Drehmoment Eins oder auf einen Einheitspol die Kraft Eins ausgeübt wird; [$g^{1/2}/(cm^{1/2}sec) = 1$ Gauſs].

Der Ort eines Magnetpols übt im allgemeinen (durch Erdmagnetismus oder benachbarte Magnete oder elektrische Ströme) auf den Pol $\mathfrak{m}$ eine mit $\mathfrak{m}$ proportionale Kraft k aus, $k = \mathfrak{m}H$; die Größe H, d. i. die Kraft auf einen Einheitspol, bedeutet unsere Feldstärke.

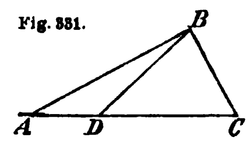


Fig. 331.

Die von einem kurzen Magnet M von A aus am Orte B bewirkte Feldstärke erhält man aus dem rechtwinkligen Dreieck ABC. Es sei $AD = \frac{1}{3}AC$. Dann ist BD die Richtung und $M \cdot AB^{-3} \cdot BD/AD$

die Intensität der Kraft in B (Gaufs; Fig. 331), Beweis durch Zerlegung von M nach Nr. 20 am Schluß.

Wirkung eines magn. Feldes auf einen Magnet. Das Drehmoment auf einen zur Kraftrichtung senkrechten Magnet mit zwei Polen $\pm\mathfrak{m}$ vom Abstande $\mathfrak{l}$, also vom magn. Mom. $M = \mathfrak{m}\mathfrak{l}$, ist $= \mathfrak{m}\mathfrak{H}\cdot\mathfrak{l} = M\mathfrak{H}$; wenn der Magnet im Winkel φ gegen die Kraftrichtung liegt, kommt $M\mathfrak{H}\sin\varphi$. Also ist $M\mathfrak{H}$ die Direktionskraft. Die (einfache) Schwingungsdauer t wird somit, wenn K das Trägheitsmoment (vgl. Nr. 12), gegeben durch $t^2/\pi^2 = K/M\mathfrak{H}$. — Für horizontal drehbare Magnete ist $\mathfrak{H}$ die Horizontalkomponente der Feldstärke.

Z. B. sei $\mathfrak{H} = 0{,}2\,\mathrm{cm}^{-1/2}\,\mathrm{g}^{1/2}\,\mathrm{sec}^{-1}$. Ein dünner Magnet wiege 20 g und habe 10 cm Länge, also $K = 20\cdot 10^2/12 = 167\,\mathrm{cm}^2\,\mathrm{g}$. Das Moment des Stabes sei $M = 400\,\mathrm{cm}^{5/2}\mathrm{g}^{1/2}\mathrm{sec}^{-1}$. Dann ist $t = 3{,}14\sqrt{167/(400\cdot 0{,}2)} = 4{,}5$ sec

Ablenkung einer kurzen Nadel durch einen Magnet. Ein Magnet M befinde sich in 1. Hauptlage zu einer Nadel vom Moment M' im Abstande L. Wenn φ der Ablenkungswinkel ist, so müssen für diesen Winkel die Drehmomente $2MM'/L^3\cdot(1+\frac{1}{2}\mathfrak{l}^2/L^2)\cos\varphi$ vom Magnet (Gl. 1, S. 682) und $M'\mathfrak{H}\sin\varphi$ vom Erdmagnetismus gleich sein. Also ist

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{2}{L^3}\frac{M}{\mathfrak{H}}\left(1+\frac{1}{2}\frac{\mathfrak{l}^2}{L^2}\right).$$

In der 2. Hauptlage fällt der Faktor 2 weg, und anstatt $\frac{1}{2}\mathfrak{l}^2$ kommt $-\frac{3}{8}\mathfrak{l}^2$. Die S. 389ff. mit η bezeichnete Korrektionsgröße hat die Bedeutung, daß bei kurzer Nadel in erster H.-L. $\sqrt{2\eta}$, in zweiter $\sqrt{-\frac{8}{3}\eta}$ den Polabstand des Magnets darstellt.

Magnetische Potentialdifferenz oder „magnetomotorische Kraft“ zwischen zwei Punkten. Liegen zwei Punkte in einem magnetischen Felde $\mathfrak{H}$ nach der Feldrichtung um die Länge l auseinander, so nennt man $\int\mathfrak{H}\,dl$ die zwischen ihnen bestehende magn. Potentialdifferenz oder magnetomot. Kraft. Diese Bezeichnung stammt aus der formalen Analogie des Gesetzes der Fortleitung von Magnetismus mit dem Ohmschen Gesetz. Vgl. 22a. Im homogenen Feld ist die magnetomotorische Kraft gleich $\mathfrak{H}l$. — Einen magnetischen Spannungsmesser s. bei Rogowski u. Steinhaus, Arch. f. Elt. 1912, 141.

Kraftrichtung und Stärke des magn. Feldes an irgendeinem Orte werden gegeben durch Richtung und Dichte der Feldlinien; unter Dichte deren Anzahl auf die senkrecht zu der Richtung gelegte Flächeneinheit verstanden. (Die Anzahl, welche durch eine anders gerichtete Flächeneinheit geht, gibt die Feldkomponente senkrecht zu dieser Flächenrichtung.)

22. Magnetisierungskoeffizient (Suszeptibilität) $\varkappa = [l^0 m^0 t^0]$. Die Einheit des M.-K. hat ein Körper, dem die magnetisierende Intensität Eins das magnetische Moment Eins der Volumeinheit mitteilt. $\varkappa$ hat die Dimension Null, ist also eine unbenannte, von

den Grundeinheiten unabhängige Zahl, kann somit auch zu einer solchen addiert werden; vgl. 22a.

$\varkappa$ ist das Verhältnis der Magnetisierung $\mathfrak{J}$ (magn. Mom. geteilt durch Volumen; 20a) eines Körperelementes zu der auf dieses wirkenden Feldstärke $\mathfrak{H}$; letztere ist die Differenz der äußeren und der vom Magnetismus des Körpers herrührenden Kräfte (S. 539). Nur für diamagnetische und schwach (para-)magnetische Körper ist $\varkappa$ merklich konstant; Tab. 36a. Über Eisen s. 115 und Tab. 37.

22a. Permeabilität $\mu = 1 + 4\pi\varkappa = [l^0 m^0 t^0]$. Die Einheit der P. hat die Luft oder strenger das Vakuum. $1/\mu$ heißt magnetischer Widerstandskoeffizient des Körpers.

Erläuterung. Ein langer Stab vom Querschnitt f, der sich in einem magn. Felde $\mathfrak{H}$ zum Betrage $\varkappa\mathfrak{H}$ per Volumeinheit magnetisiert, hat Pole von der Stärke $f\varkappa\mathfrak{H}$ und vereinigt in dieser Eigenschaft $4\pi\varkappa f\mathfrak{H}$ Induktionslinien (s. 22b). Hierzu die Feldlinienzahl $f\mathfrak{H}$ wegen des Feldes selbst addiert, gibt $(1 + 4\pi\varkappa)f\mathfrak{H} = \mu f\mathfrak{H}$ als die Zahl im Innern des Stabes. Sieht man nun $\mu f\mathfrak{H}$ als einen Strom von Induktionslinien an (Induktionsfluß), schreibt man ferner $\mu f\mathfrak{H} = \mathfrak{H}l \cdot \mu f/l$, wobei l die Länge zwischen zwei beliebigen Querschnitten des Stabes ist, so hat dieser Ausdruck dieselbe Form wie das Ohmsche Gesetz für die Elektrizität, wenn man $\mathfrak{H}l$ als magnetomotorische Kraft (S. 684), μ als magn. Leitvermögen und $l/(\mu f)$ als magn. Widerstand auffaßt.

22b. Magn. Induktion $\mathfrak{B} = [l^{-1/2} m^{1/2} t^{-1}] = \mu\mathfrak{H} = (1 + 4\pi\varkappa)\mathfrak{H}$; $[g^{1/2}/(cm^{1/2} sec) = 1$ Gaufs$]$.

$\mathfrak{B}$ ist die Dichte der Induktionslinien im magnetisierten Körper. Von einem Magnetpol $+\mathfrak{m}$ oder $-\mathfrak{m}$ treten $4\pi\mathfrak{m}$ positive oder negative Induktionslinien in den umgebenden Raum aus. Vgl. noch Induktionsfluß, 26a.

Magnetische Induktion zwischen zwei Magnetpolen. Zwei gleichmäßig entgegengesetzt magnetisierte breite, gleich große Pole, jeder von der Fläche f und der Gesamtstärke $\mathfrak{m}$, mögen sich in einem so kleinen Abstande gegenüberstehen, daß die $4\pi\mathfrak{m}$ Induktionslinien von dem einen Pol, ohne merkliche „Streuung“ nach außen, geradlinig zum anderen hinüber gehen. Da diese Linien über die Fläche f ausgebreitet sind, so ist die Induktion zwischen den Polen $\mathfrak{B} = 4\pi\mathfrak{m}/f = 4\pi\varrho$, wo ϱ die Dichte $\mathfrak{m}/f$ des freien Magnetismus auf den Polflächen bedeutet, und die Feldstärke $\mathfrak{H} = 4\pi\varrho/\mu$, vgl. 19a.

23. Chemische Einheiten für Stromstärke und Elektrizitätsmenge.

1. Indem man das auf $O = 16$ (nahe $H = 1$) bezogene System der chemischen Atomgewichtszahlen annimmt, bezeichnet man als chemische CGS-Einheit für die Stromstärke den Strom, der in 1 sec 8 g Sauerstoff oder, was dasselbe sagt, 1 g-Äquivalent eines einwertigen Ions elektrolytisch abscheidet, und für die El.-Menge diejenige Menge, welche mit einem solchen g-Äqu. elektrolytisch wandert. Diese Einheiten sind $= 2{,}90 \cdot 10^{14}$ el.-stat.

(18; 14) und = 9650 el.-magnetischen CGS-Einheiten oder = 96500 A bzw. Coulomb (vgl. 24, 25, 96 II, 87; s. auch Anm. S. 444).

2. Elektrisches Elementarquantum. Eine außerhalb jedes Maßsystems stehende, wirklich absolute Einheit ist die an ein einwertiges elektrolytisches Atom-Ion gebundene El.-Menge. Durch Multiplikation der vorigen Zahlen mit der wahrscheinlichen Atomgröße des H-Atoms $= 1{,}63 \cdot 10^{-24}$ g findet man dieses elektrische „Elementarquantum" $e = 4{,}7 \cdot 10^{-10}$ el.-stat. CGS $= 1{,}56 \cdot 10^{-20}$ el.-magn. CGS $= 1{,}56 \cdot 10^{-19}$ Coulomb.

Dieselbe Menge gilt als (negative) Ladung eines Elektrons, dessen Masse m sich somit, insofern $e/m = 1{,}8 \cdot 10^7$ elektro-magn. CGS ist (124 II), $m = 1{,}56 \cdot 10^{-20}/1{,}8 \cdot 10^7 = 8{,}7 \cdot 10^{-28}$ g berechnet, rund $= 1/2000$ des H-Atoms.

Die fundamentale Hypothese elektrischer Atome, von denen je eins an je einem pond. Atom hafte, wurde schon von W. Weber (Abh. d. Sächs. Ges. d. Wiss. 10, 38. 1871) und im Zusammenhange mit der chemischen Valenz von Helmholtz (Faraday-Lecture 1881) ausgesprochen, aber lange wenig beachtet.

Elektrische Einheiten im elektromagnetischen System.

24. Stromstärke, elektromagnetisch gemessen $I = [l^{1/2} m^{1/2} t^{-1}]$. Webersche Einheit. Die Einheit ist durch den Strom gegeben, dessen Längeneinheit aus der Entfernung Eins auf einen Magnetpol Eins die (transversale) Kraft Eins ausübt; das wirkende Stromstück hat man sich zu einem Kreisbogen vom Halbmesser Eins gebogen zu denken [$\mathrm{cm}^{1/2}\,\mathrm{g}^{1/2}/\mathrm{sec} = 3{,}00 \cdot 10^{10}$ el. CGS $= 10$ A; vgl. 18].

Die genauere zur Zeit wahrscheinlichste Zahl ist $2{,}997 \cdot 10^{10}$; 116a.

Biot-Savartsches Gesetz. Ein kurzes Stück von der Länge l eines Stromes I bewirkt auf und erleidet durch einen in der Senkrechten auf l gelegenen Magnetpol $\mathfrak{m}$ aus der Entfernung L die (transversale) Kraft $k = I\mathfrak{m} \cdot l/L^2$. Daraus folgt die Dimension $I = [lk\mathfrak{m}^{-1}]$ oder, wenn $k = lmt^{-2}$ und $\mathfrak{m} = l^{3/2} m^{1/2} t^{-1}$ eingesetzt wird, $I = [l^{1/2} m^{1/2} t^{-1}]$.

Ein ganzer Kreisstrom I vom Halbmesser r übt also auf einen Pol $\mathfrak{m}$ im Mittelpunkt die Kraft $k = I\mathfrak{m} \cdot 2\pi r/r^2 = \mathfrak{m} I \cdot 2\pi/r$ aus.

Die folgende Definition ist identisch mit der vorigen: Ein geradliniger Strom I von der Länge l, senkrecht zu den Kraftlinien in einem magn. Felde $\mathfrak{H}$ fließend, erfährt die (transversale) Kraft: $k' = \mathfrak{H} I l$.

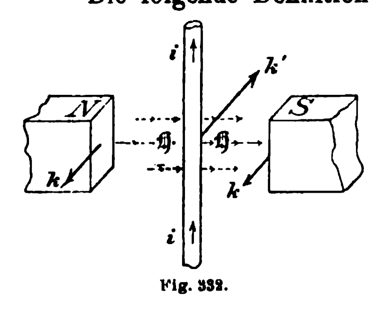


Fig. 332.

Die Richtung der Kraft, welche der Strom erhält, oder die er auf Magnetpole ausübt, welche das Feld $\mathfrak{H}$ erzeugen, ist in der Fig. 332 dargestellt.

Bildet die Strom- mit der Feldrichtung den Winkel φ, so ist $\mathfrak{H} I l \cdot \sin\varphi$ die zu beiden Richtungen senkrechte Kraft.

Elektrodynamische Stromeinheit. Diese ist mit der elektromagnetischen identisch, wenn man das Ampèresche Gesetz so ausspricht: Zwei gleichgerichtete Ströme I und I' in den geradlinigen Leitern l und l' in dem (relativ großen) gegenseitigen Abstande L ziehen sich mit der Kraft $2 l I \cdot l' I'/L^2$ an, wenn sie zur Verbindungslinie senkrecht stehen; sie stoßen sich mit der Kraft $l I \cdot l' I'/L^2$ ab, wenn sie mit der Verbindungslinie zusammenfallen. In einer anderen gegenseitigen Lage zerlegt man sie parallelepipedisch in Komponenten, welche eine der obigen Stellungen haben oder aufeinander senkrecht stehen. Die letzteren Teile wirken nicht aufeinander.

1. Magn. Moment eines geschlossenen Stromes. Ein ebener, geschlossener, wie oben gemessener Strom I von der umflossenen Fläche f wirkt in die Ferne wie ein senkrecht durch f gesteckter Magnet $M = fI$. — Genauer gilt: Ein geschlossener Strom darf bezüglich seiner Wirkung nach außen durch zwei Blätter vom gegenseitigen kleinen Abstande a ersetzt werden, welche die Stromwindung ausfüllen und von denen das eine mit Nord-, das andere mit Südmagnetismus von der Flächendichte I/a bedeckt ist. Vgl. auch 3.

Man kann also auch sagen: Strom Eins ist der Strom, welcher die Flächeneinheit umfließend in die Ferne wie ein Magnet Eins wirkt.

Beweis für einen Kreisstrom vom Halbmesser r, welcher auf einen in seiner Achse im Abstande L gelegenen Magnetpol $\mathfrak{m}$ wirkt. Jedes Stückchen λ übt die Kraft aus $k = \lambda I \mathfrak{m}/(L^2 + r^2)$. Die Komponente dieser Kraft nach der Achse ist $= k \cdot r/\sqrt{L^2 + r^2} = \lambda \cdot r I \mathfrak{m}/(L^2 + r^2)^{3/2}$. Die Summe aller dieser Komponenten ist $= 2\pi r \cdot r I \mathfrak{m}/(L^2 + r^2)^{3/2}$ oder für ein großes L $= 2 \cdot \pi r^2 I \cdot \mathfrak{m}/L^3$. Die anderen Kraftkomponenten heben sich auf. Der Strom wirkt also (20) wie ein Magnet vom Moment $\pi r^2 I$.

2. Drehmoment auf einen geschlossenen Strom. Die Windungsfläche f einer vom Strome I durchflossenen drehbaren Spule in einem Magnetfelde, dessen Stärke senkrecht zur Drehachse $= \mathfrak{H}$ ist, bilde den Winkel φ mit der Richtung von $\mathfrak{H}$. Dann ist das Drehmoment $= I f \mathfrak{H} \cos\varphi$. $f \mathfrak{H} \sin\varphi$ ist gleich der Anzahl magn. Kraftlinien, die durch die Stromfläche hindurchtreten.

3. Magn. Feld einer Stromspule. Eine gleichmäßig mit n Windungen auf jeder Längeneinheit bewickelte zylindrische Spule mit dem Strom I wirkt nach außen genau wie die Belegungen der beiden Endflächen mit freiem Magnetismus von der Flächendichte nI; vgl. oben 1. Im Innern einer im Verhältnis zum Durchmesser langen Spule entsteht auf einer von den Enden hinreichend abstehenden Strecke ein homogenes magnetisches Feld von der Stärke $4\pi n I$. Näheres s. **114** I.

Beweis. Das erste folgt aus dem Ersatz der Einzelströme nach Nr. 1 durch magnetische Belegungen. Indem man nämlich a gleich dem Abstande der Windungen wählt, neutralisieren sich die Wirkungen benachbarter Windungen bis auf die beiden übrigbleibenden äußersten Be-

legungen. a ist $= 1/n$, also die Flächendichte $= I/a = nI$. — Die Feldstärke im Innern folgt, wenn man die Spule in zwei, links und rechts von dem betrachteten Querschnitt gelegene Teile zerschnitten denkt. Ein Punkt des Querschnitts befindet sich dann zwischen zwei Polflächen von der Flächendichte $\varrho = \pm nI$, also ist die Feldstärke nach 22 b gleich $4\pi\varrho$ oder $4\pi nI$.

4. **Magn. Feld um einen Strom.** Um einen einzelnen Stromleiter laufen geschlossene Kraftlinien. Ein langer gerader Strom I bewirkt ein zirkulares Feld, dessen Stärke in einem Punkte, der den Abstand r vom Drahte und einen gegen r großen Abstand von den Drahtenden hat, $= 2I/r$ ist. Einem geschlossenen Umlauf eines magn. Einheitspols um den Strom entspricht die Arbeit $4\pi I$. Dasselbe gilt für den Umlauf um irgendeine einzelne Strombahn eines geschlossenen Leitersystems.

„Praktische" Einheit. 1 Ampere[1] $= 0{,}1\ \mathrm{cm}^{1/2}\,\mathrm{g}^{1/2}\,\mathrm{sec}^{-1}$ $= 3{,}00 \cdot 10^{9}$ elektrostatische CGS.

25. Elektrizitätsmenge, elektromagn. gemessen $q = [l^{1/2} m^{1/2}]$.

Als Einheit gilt die von dem Strome Eins in der Zeiteinheit durch einen Querschnitt der Leitung beförderte Menge; $[\mathrm{cm}^{1/2}\,\mathrm{g}^{1/2} = 3{,}00 \cdot 10^{10}$ el.-st. CGS].

„Praktische" Einheit ist die bei dem Strome 1 A in 1 sec durch einen Querschnitt der Leitung fließende El.-Menge. Sie heißt Amperesekunde oder Coulomb und entspricht also 0,1 CGS oder 1/96500 g-Äquiv. Mithin 1 Coul. $= 3{,}00 \cdot 10^{9}$ el.-st. CGS.

Verhältnis der elektrostat. zur elektromagn. Einheit der El.-Menge (W. Weber u. R. Kohlrausch). $3{,}00 \cdot 10^{10}$ el.-stat. CGS sind gleich

---

1) Neben der CGS-Einheit eine 10 mal kleinere einzuführen war unzweckmäßig. Bei elektromagnetischen Beziehungen führt diese Durchbrechung des Maßsystems zu Unbequemlichkeiten.

Man kann voraussehen, daß früher oder später der Wunsch auftreten wird, die CGS-Einheit der Stromstärke überall durchzuführen. Damit würde dann, des Ohmschen Gesetzes wegen, eine gleichzeitige Änderung entweder der Widerstands- oder der Spannungseinheit verbunden werden müssen. Die erstere zehnmal zu verkleinern wäre unbequem; die E. Kraft dagegen nach einer zehnmal größeren Einheit als das Volt zu rechnen, würde mehr Vorteile als Nachteile gewähren. Die Einheiten der Kapazität und Selbstinduktion ändern sich dabei nicht.

Wegen der Schwierigkeit einer genauen absoluten Strommessung ist der gesetzlichen Definition des Ampere die durch die Zahl 1,118 mg/sec Silber ausgedrückte chemische Stromwirkung zugrunde gelegt worden; über diese international angenommene Einheit vgl. 80 u. 87.

einer elektromagnetischen CGS. Die Dimensionen stehen im Verhältnis $v = [l^{3/2}m^{1/2}t^{-1}] : [l^{1/2}m^{1/2}] = [l/t]$. Nach der Maxwellschen elektromagn. Theorie des Lichtes ist dieses Verhältnis v gleich der Lichtgeschwindigkeit. Vgl. 116a.

Zwei el.-mg. Einheiten bewirken also aus 1 cm Abstand die gegenseitige Kraft $v^2 = 9 \cdot 10^{20}$ CGS oder Dyn $= 9{,}18 \cdot 10^{17}$ g-Gew.

26. Elektromotorische Kraft oder Spannung oder Potentialunterschied, elektromagnetisch gemessen $E = [l^{3/2}m^{1/2}t^{-2}]$. Verschiedene Definitionen der Einheit s. unten. [cm$^{3/2}$ g$^{1/2}$/sec^2 $= 10^{-8}$ V $= 1/(3{,}00 \cdot 10^{10})$ oder $3{,}33 \cdot 10^{-11}$ el.-stat. CGS-Potentialeinheiten]

Auch im el.-magn. System nennt man Potential die Größe, deren Gefälle oder negativer Differentialquotient nach einer Richtung (vgl. Nr. 15) an einem Orte die daselbst auf eine El.-Menge Eins nach jener Richtung ausgeübte Kraft darstellt. Es folgt hieraus sofort, daß die el.-magn. gemessene CGS-Potentialeinheit $3 \cdot 10^{10}$ mal kleiner ist als die el.-stat. gemessene, denn die Krafteinheit soll dieselbe bleiben, die Einheit der El.-Menge aber ist (vgl. Nr. 25) $3 \cdot 10^{10}$ mal größer.

Den Potentialunterschied zwischen zwei Punkten, z. B. in einem Stromkreise, nennt man die zwischen den Punkten stattfindende Spannung. — Ein zu beiden Seiten der Berührungsstelle verschiedener Leiter bestehender Potentialunterschied heißt elektromotorische Kraft daselbst. — E. K. eines galvanischen Elements nennt man die, im ungeschlossenen Zustande zwischen seinen Polen bestehende, aus den E. Kräften an den einzelnen Grenzflächen resultierende Spannung.

Anderer Art, nämlich über eine Strecke der Leitung verteilt, sind die durch Magnetismus induzierten E. Kräfte, aus denen die obige Einheit z. B. folgendermaßen definiert werden kann.

a) In einem magn. Felde von der Stärke 1 CGS werde ein gerader, zur Feldrichtung senkrechter Leiter mit der Geschwindigkeit 1 cm/sec senkrecht zu sich selbst und zur Feldrichtung bewegt. Die hierdurch in jedem cm des Leiters induzierte E. Kraft ist die el.-magn. CGS-Einheit.

Das zugrunde liegende Gesetz lautet: In einem homogenen magn. Felde mit der Induktion $\mathfrak{B}$ erfährt ein gerader, zur Feldrichtung senkrechter Leiter von der Länge l, wenn er senkrecht zu sich selbst und zur Feldrichtung mit der Geschwindigkeit u verschoben wird, eine induzierte E. K. $E = l\mathfrak{B}u$.

Die E. Kraft stellt sich also hier dar als Länge $\times$ magn. Induktion $\times$ Geschwindigkeit $= l \cdot l^{-1/2}m^{1/2}t^{-1} \cdot lt^{-1} = l^{3/2}m^{1/2}t^{-2}$.

Bewegt man z. B. an einem Orte des mittleren Deutschlands, wo die gesamte erdmagn. Intensität $= 0{,}45$ CGS ist, einen senkrecht zur Inklinationsrichtung gehaltenen geraden Draht von 1 m Länge mit der Geschwindigkeit 1 m/sec senkrecht zu sich und zur Feldrichtung, so wird die E. K. $= 100 \cdot 0{,}45 \cdot 100 = 4500$ CGS $= 45$ Mikrovolt induziert.

b) Statt des obigen kann man allgemeiner sagen: Bei der Wechselbewegung von Magnetismus und einem Leiter wird in diesem die E. K. Eins induziert, wenn er in der Zeiteinheit eine Kraftlinie schneidet.

c) Eine mit den vorigen identische Definition der E. K. läßt sich aus der Arbeitsleistung ableiten. Einheit ist nämlich die E. K., welche, wenn sie den Strom Eins hervorbringt, in der Zeiteinheit die Einheit der Arbeit verrichtet, z. B. in einem Drahte (welcher alsdann nach Nr. 29 den Widerstand Eins haben muß) die der Arbeitseinheit äquivalente Wärmemenge erzeugt. Vgl. 30.

„Praktische Einheit". 1 Volt[1]) = 10^8 CGS.

1 el.-st. CGS-Potentialeinheit = 300 V.

Gesetze der Magnetoinduktion.

Dieselbe Einheit der E. K. liegt den folgenden Formen des Induktionsgesetzes zugrunde.

I. Nach Neumann. Ein beliebig gestalteter Leitungsdraht werde in einem magn. Felde bewegt, welches nicht homogen zu sein braucht, also etwa von beliebigen benachbarten Magneten oder Strömen erzeugt sein kann — oder es werde ein Magnet usw. in der Nachbarschaft eines ruhenden Leiters bewegt. Die Geschwindigkeit im einen oder anderen Falle sei = u.

Um die hierdurch induzierte E. K. zu erhalten, denke man ihn von der Stromeinheit durchflossen. Dann werden von dem Felde auf den Strom Eins oder von dem Strome Eins auf den Magnet mechanische („ponderomotorische") Kräfte ausgeübt, und p sei in irgendeinem Augenblick deren Komponentensumme nach der Bewegungsrichtung. Die in diesem Augenblick induzierte E. K. beträgt dann pu.

Im Falle drehender Bewegung ist für p das Drehmoment in der Drehungsebene und für u die Winkelgeschwindigkeit zu setzen.

II. Aus den geschnittenen Induktionslinien. Für viele Fälle übersichtlich ist das Gesetz in folgender Form: Wird ein Leiter in einem magn. Felde bewegt (oder auch ein Magnet usw. in der Nähe eines Leiters), so ist die E. K. gleich der Anzahl (Vorzeichen!) von Induktionslinien, die der Leiter in der Zeiteinheit schneidet; bei einem geschlossenen Leiter gleich der Änderung (Vorzeichen!) des ihn durchsetzenden Induktionsflusses in der Zeiteinheit.

III. Induktion durch ruhenden veränderlichen Magnetismus. Magnetismus, der in der Nähe eines Leiters entsteht (bzw. verschwindet), erzeugt denselben Integralwert von E. K., wie wenn er aus großer Entfernung auf irgendeinem Wege an seinen Ort bewegt würde (bzw. umgekehrt). — Für einen geschlossenen Leiter ist dieser Integralwert gleich dem Zuwachs (bzw. der Abnahme) des Induktionsflusses, welcher die Fläche durchsetzt; vgl. oben. Bei mehrfachen Windungen sind alle Flächen zu rechnen (immer die Vorzeichen beachten!).

Gedrehte Spule im magn. Felde; Erdinduktor (111; 116). Das Feld sei homogen. Wir denken uns die Windungen auf eine zur Feldrichtung senkrechte Ebene projiziert. Die Summe f der Flächenprojektionen ändere in irgendeinem Augenblick ihre Größe um den kleinen Betrag df

---

1) Gesetzlich ist das Volt definiert als die E. K., welche in einem Leiter von 1 Ω Widerstand den Strom 1 A erzeugt (s. 80).

in der kleinen Zeit dt. Dann ist die in diesem Augenblick induzierte E. K. E gleich der Induktion $\mathfrak{B}$ multipliziert mit der Geschwindigkeit df/dt der Flächenänderung; $E = \mathfrak{B}\,df/dt$. — Wird die Spule aus einer zur Richtung von $\mathfrak{B}$ senkrechten Anfangsstellung um 180° gedreht, so beträgt der Integralwert $\int E\,dt = 2f\mathfrak{B}$. Daß $2f\mathfrak{B}$ die Anzahl der von den Windungen hierbei geschnittenen Induktionslinien ist, sieht man sofort.

Die Sätze sind in dem allgemeineren Satz enthalten: Ein geschlossener ebener Leiter von der Windungsfläche f werde in einem magn. Felde bewegt (welches nicht homogen zu sein braucht). $\mathfrak{B}_1$ und $\mathfrak{B}_2$ seien die Komponenten der Induktion senkrecht zur Windungsfläche (Vorzeichen!) zu Anfang und am Schluß der Bewegung. Dann ist der Integralwert $\int E\,dt = f(\mathfrak{B}_1 - \mathfrak{B}_2)$. — Wird also die Spule aus einer Stellung senkrecht zur Richtung eines Feldes $\mathfrak{B}$ aus diesem herausgezogen, so ist $\int E\,dt = f\mathfrak{B}$.

Über das Dämpfungsgesetz schwingender Spulen oder Magnete s. **108**.

Magnetinduktor (**112**). In eine gegen ihren Durchmesser lange Spule von n Windungen auf der Längeneinheit werde aus großer Entfernung ein Magnet vom Moment M eingeschoben, so daß er sich schließlich der Spulenachse parallel in der Spule hinreichend weit von ihren Enden (**114** I) befindet (bzw. er werde aus dieser Lage herausgezogen). Oder auch es entstehe (bzw. verschwinde) innerhalb der Spule das magn. Moment M. Dann ist $\int E\,dt = 4\pi n M$.

Man kann diesen Satz aus der Form I des Induktionsgesetzes vor. S. leicht beweisen, wenn man berücksichtigt, daß der eine Pol $\mathfrak{m}$ des Magnets vom Moment $M = \mathfrak{m}\mathfrak{l}$ in der Spule einen um $\mathfrak{l}$ längeren Weg zurücklegt als der andere, und daß zweitens die vom Strome Eins im Innern der Spule auf den Pol $\mathfrak{m}$ ausgeübte Kraft $= 4\pi n \cdot \mathfrak{m}$ sein würde. (Vgl. 24,3.)

26a. Magn. Induktionsfluß $\mathfrak{M} = [l^{3/2} m^{1/2} t^{-1}]$. Vgl. 20a bis 22b; [$cm^{3/2} g^{1/2} sec^{-1} = 1$ „Maxwell"].

$\mathfrak{M}$ ist die Gesamtzahl der Induktionslinien im Querschnitt. — Der Ind.-Fluß durch einen zur Feldrichtung senkrechten Querschnitt f in einem magn. Felde von der Induktion $\mathfrak{B}$ ist somit $= f\mathfrak{B} = \mu f\mathfrak{H}$, vgl. 22a. — $\mathfrak{M}$ gibt zugleich das E. Kraftintegral, welches während des Entstehens oder Verschwindens des Feldes und der Magnetisierung in einer den Stab dicht umgebenden Windung induziert wird.

27. Kapazität, elektromagnetisch gemessen $C = [l^{-1} t^2]$. Die Einheit der Kap. besitzt ein Leiter, der die El.-Menge Eins (25) enthält, wenn er zum Potential Eins oder von der E. K. Eins (26) geladen ist, während die Leiter der Umgebung das Potential Null haben. Vgl. 16 u. 17; [$sec^2/cm = 9 \cdot 10^{20}$ el.-stat. Kap.-Einh. $= 10^9$ Farad $= 10^{15}$ Mikrofarad].

Da hier die Einheit für die El.-Menge $3 \cdot 10^{10}$ mal größer, die des Potentials $3 \cdot 10^{10}$ mal kleiner ist als im elektrostat. System, so wird die Einheit der Kapazität jetzt $9 \cdot 10^{20}$ mal größer als dort. Ein Luftkondensator von 0,1 cm Plattenabstand, der die Kapazität von 1 el.-magn. CGS hätte,

müßte also nach **182 I 8** eine Fläche haben $f = 4\pi \cdot 0{,}1 \cdot 9 \cdot 10^{20} = 113 \cdot 10^{19}$ qcm $= 113 \cdot 10^{9}$ qkm, etwa 220 mal die Erdoberfläche.

„Praktische" Einheit. Die Kap. eines Kondensators, der durch die El.-Menge 1 Amperesekunde oder 1 Coulomb zur Spannung 1 V geladen wird, ist 1 Farad.

1 Farad $= 10^{-9}$ [$cm^{-1} sec^2$] el.-magn. oder $= 9 \cdot 10^{11}$ [cm] el.-stat. CGS.
1 Mikrofarad $= 10^{-6}$ Far.

28. Induktionskoeffizient, Induktivität oder elektrodynamisches Potential $L = [l]$. Die Einheit ist in einem Leiter gegeben, in dem durch die Änderungsgeschwindigkeit Eins eines Stromes die E. K. Eins induziert wird; [cm $= 10^{-9}$ Quadrant oder Henry].

$L\,\mathrm{d}I/\mathrm{d}t$ gibt die Größe der durch die Änderungsgeschwindigkeit $\mathrm{d}I/\mathrm{d}t$ induzierten E. K., mithin LI das durch Entstehen oder Verschwinden des Stromes I bewirkte E. K.-Integral. Der induzierende Strom kann in dem Leiter selbst oder in einem benachbarten Leiter fließen; „Selbstind.- und gegenseit. Ind.-Koeff." Lehrsätze u. Formeln in **117 I** u. **118 1**.

Entstehungszeit eines Stromes. Wird eine konstante E. K. E durch einen Leiter vom Widerstande R und vom Selbstpot. L zur Zeit Null geschlossen, so ist zur Zeit t die Stromstärke $I = E/R \cdot (1 - e^{-R/L \cdot t})$ (Helmholtz). L/R heißt Verzögerungskonstante.

Folgt aus $RI + L\,\mathrm{d}I/\mathrm{d}t = E$.

Vgl. auch Kondensatorentladungen **125 I 1**.

„Praktische" Einheit. Die dem Ohm-Ampere-Volt-System entsprechende Einheit ist der Quadrant oder das Henry $= 10^{9}$ [cm].

29. Leitungswiderstand, elektromagn. gemessen $R = [lt^{-1}]$. Der Widerstand des Leiters ist Eins, in welchem die elektromotorische Kraft Eins den Strom Eins erzeugt; [cm/sec $= 1{,}11 \cdot 10^{-21}$ el.-stat. CGS $= 10^{-9}\,\Omega$].

Widerstand = E. K./Strom $= [l^{3/2} m^{1/2} t^{-2}] / [l^{1/2} m^{1/2} t^{-1}] = [l/t]$. Der Widerstand erscheint also gleichbedeutend mit einer Geschwindigkeit und läßt sich in der Tat durch eine solche darstellen. Z. B. ist der Widerstand eines geradlinigen Drahtes von der Längeneinheit gegeben durch die Geschwindigkeit, mit der man ihn in einem magnetischen Felde Eins unter den S. 689 beschriebenen Verhältnissen bewegen muß, damit in ihm der Strom Eins entstände, wenn die Enden durch einen widerstandslosen Leiter (auf welchen natürlich keine Induktion stattfinden dürfte) miteinander verbunden wären.

„Praktische" Einheit. 1 Ohm[1]) $= 10^{9}$ cm/sec $= \frac{1}{900} 10^{-9}$ el.-stat. CGS $= 1$ V/A.

---

1) Über das gesetzliche (intern.) Ohm (1,063 m/mm² Hg bei 0° = 1,063 Siem. E.) s. **80**.

29a. Spezifischer Widerstand $\sigma = [l^2 t^{-1}]$; **Leitvermögen (Leitfähigkeit)** $\varkappa = 1/\sigma = [l^{-2} t]$. Die Einheit dieser Eigenschaften besitzt ein Leiter, der als Säule von der Länge und dem Querschnitte Eins den Widerstand Eins hat.

30. Stromleistung $A = [l^2 m t^{-3}]$. Die Einheit wird geleistet durch den Strom Eins im Widerstande Eins, oder auch durch die E. K. Eins, wenn sie den Strom Eins erzeugt; [$\text{cm}^2\,\text{g}\,\text{sec}^{-3}$ = 1 Erg/sec = 10^{-7} Watt = $1{,}020 \cdot 10^{-8}$ Meterkilogrammgewicht/sec = $1{,}36 \cdot 10^{-10}$ Pferdestärke = $2{,}388 \cdot 10^{-8}$ g-Kal/sec].

Die Leistung ist allgemein $A = EI$; sie ist $= I^2 R$, sobald sie ausschließlich in der Überwindung des Leitungswiderstandes besteht, also z. B. keine Elektrolyse, elektromagnetische Arbeit oder Induktion auf einen anderen Leiter vorliegt.

Die Stromarbeit in der Zeit t ist $Q = EIt$, oder mit obiger Einschränkung $= I^2 Rt$. Dieser Satz gilt sowohl für das elektrostatische wie das elektromagnetische System. Daß das Produkt E. K. (Potential) $\times$ Stromstärke $\times$ Zeit in beiden Fällen die Dimension $l^2 m t^{-2}$, d. h. die einer Arbeit hat, ist S. 678 gezeigt worden. — Nennt man die Wärmemenge Eins, welche der Arbeitseinheit äquivalent ist, so ist Q auch die entwickelte Stromwärme (Clausius, W. Thomson).

Ableitung. Der obige Satz folgt z. B. aus den Gesetzen der Induktion in einem bewegten metallischen Leiter (S. 690) und der Erhaltung der Energie. Denn in einem geschlossenen, in einem Magnetfelde bewegten Leiter wird ein Strom induziert, auf den nun durch das Magnetfeld eine mechanische („ponderomotorische") Kraft ausgeübt wird, die stets der wirklich ausgeführten Bewegung entgegenwirkt. Man verrichtet also durch diese Bewegung eine Arbeit, und deren Größe wird durch das Produkt aus dem Weg in die widerstehende Kraft gemessen. Nun ist der Weg = Geschwindigkeit $\times$ Bewegungsdauer $= ut$; die Kraft ist jedenfalls der Stärke I des induzierten Stromes proportional. Wir können also die Kraft $= p \cdot I$ setzen und die verrichtete mechanische Arbeit $= p \cdot Iut$.

Der Faktor p bedeutet die Kraft, die unter den gegebenen Verhältnissen auf unseren Leiter ausgeübt werden würde, wenn er vom Strome Eins durchflossen würde. Somit bedeutet nach dem Induktionsgesetz (I, S. 690) pu die bei dem Vorgang induzierte E. K. E. Es ist also $pIut = EIt$. Nach dem vorigen heißt dies: wenn wir einen Leiter so bewegen, daß durch Magnetinduktion in ihm die E. K. E und der Strom I entsteht, so verrichten wir während der Zeit t die mechanische Arbeit EIt (oder $I^2 Rt$).

Da nun nach ausgeführter Bewegung als Wirkung dieser Arbeit in einem metallischen Leiter nur die durch den Strom im Leiter entwickelte Wärmemenge Q vorhanden ist, so folgt aus dem Gesetze der Gleichheit von Wärme und Arbeit, daß EIt (oder $I^2 Rt$) eben diese in Arbeitseinheiten gemessene Wärmemenge darstellt, in welche die mechanische Arbeit durch Vermittlung des Stromes umgesetzt worden ist.

Unmittelbar aber ist die in dem Leiter entwickelte Wärme doch nur eine innere Wirkung des Stromes, und so haben wir in $I^2 Rt$ oder EIt die Wärmemenge gegeben, die ein Strom I entwickelt, wenn er einen Leiter

vom Widerstande R durchfließt, oder wenn er von der E. K. E hervorgebracht wird; mit anderen Worten I^2Rt oder EIt ist die von dem Strome verrichtete innere Arbeit.

„Praktische" Einheit. 1 Watt = 1 V × A = 10^7 CGS; 1 Wattsekunde oder 1 Joule = 10^7 Erg.

Stromerzeugung durch chemische Prozesse; galvanische Elemente. Der Verbrauch von 1 g-Äqu. im Element gibt (vgl. Nr. 23) die Elek.-Menge $It = 9650$ CGS, also bei der E. K. E die el. Arbeit (einschließlich der Stromwärme) $EIt = 9650\,E$ Erg. Würde die in Erg ausgedrückte (also, wenn sie in g-Kal gemessen war, mit $4{,}188 \cdot 10^7$ multiplizierte; 9a) Wärmeentwicklung Q, die dem chemischen Prozeß im Element pro g-Äquivalent entspricht, ganz in elektrische Energie umgesetzt, so würde demnach die E. K. $E = Q/9650$ CGS $= Q/(9650 \cdot 10^8)$ V sein müssen.

Beim Daniell-Element trifft dies nahe zu. Nach J. Thomsen gibt nämlich die gleichzeitige Auflösung von 1 g-Äqu. Zn zu $ZnSO_4$ und Abscheidung von Cu aus $CuSO_4$ die Wärmetönung 25060 g-Kal; also

$$Q = 25060 \cdot 41\,900\,000 = 105 \cdot 10^{10}\,\mathrm{Erg}.$$

Folglich ist $Q/9650 = 1{,}09 \cdot 10^8$. Die E. K. andererseits beträgt etwa $E = 1{,}1$ V $= 1{,}1 \cdot 10^8$ CGS, hat somit nahe den berechneten Wert. Ähnliches gilt vom Westonschen Cadmium-Quecksilber-Element. — Bei den meisten Elementen aber, z. B. beim Clark-Element Zink-Quecksilber ist die E. K. kleiner als die aus der Wärmetönung berechnete.

Temperatureinfluß auf die E. K. eines Elements. Für ein „umkehrbares" Element, d. h. ein Element, in welchem der Wechsel der Stromrichtung den chemischen Prozeß umkehrt (z. B. Cu-Zn mit $CuSO_4$ und $ZnSO_4$, oder die „Normalelemente" Hg-Zn bzw. Hg-Cd mit Hg_2SO_4 und $ZnSO_4$ bzw. $CdSO_4$) gilt nach einer auf den zweiten Hauptsatz (S. 677) gegründeten Ableitung von Helmholtz die folgende Beziehung. Es seien E bzw. $E + \mathrm{d}E$ die E. Kräfte des Elements bei den abs. Temperaturen T bzw. $T + \mathrm{d}T$; Q habe die oben angegebene Bedeutung. Dann ist der Temp.-Koeffizient der E. K. $\mathrm{d}E/\mathrm{d}T = 1/T \cdot (E - Q/9650)$.

Die Temperatur ist mithin ohne Einfluß, wenn die E. K. genau der chemischen Wärmetönung entspricht. Nach dem vorigen haben also das Daniell- und Weston-Element sehr kleine Temp.-Koeffizienten. Die meisten anderen, z. B. das Clark-Element, müssen, weil bei ihnen $E < Q/9650$ ist, eine mit wachsender Temperatur abnehmende E. K. zeigen.

Über eine allg. Theorie der Berechnung E. Kräfte aus thermischen Größen vgl. Nernst, Sitz. Ber. Berl. Ak. 1909, 247; ferner Pollitzer, Die Berechnung chem. Affinitäten nach dem Nernstschen Wärmetheorem, Stuttgart 1912.

Stromwärme. Der Strom 1 $\mathrm{cm}^{1/2}\,\mathrm{g}^{1/2}\,\mathrm{sec}^{-1}$ im Widerstande 1 Θ = $10^9\,\mathrm{cm\,sec}^{-1}$ verrichtet in 1 sec die Arbeit $10^9\,\mathrm{cm}^2\,\mathrm{g\,sec}^{-2}$ oder Erg; er entwickelt folglich $10^9 \cdot 2{,}388 \cdot 10^{-8} = 23{,}88$ g-Kal (vgl. Nr. 9a). Nach dem Ausdruck $Q = I^2Rt$, und da 1 A = 0,1 CGS ist, entwickelt also der Strom I A in R Θ während t sec die Wärmemenge $0{,}2388\,I^2Rt$ g-Kal.

Oder: Die E. Kraft 1 V $= 10^8 \, cm^{3/2} g^{1/2} sec^{-2}$ bringe (im Wid. 1 Θ) den Strom 1 A $= 0{,}1 \, cm^{1/2} g^{1/2} sec^{-1}$ hervor, erzeuge also in 1 sec die Arbeit $10^7 \, cm^2 g \, sec^{-2} = 10^7$ Erg. Diese entspricht einer Wärmeentwicklung von $10^7 \cdot 2{,}388 \cdot 10^{-8} = 0{,}2388$ g-Kal.

Es ist also 1 Wattsekunde oder Joule = 0,2388 g-Kal; 1 Wattstunde = 860 g-Kal. Eine 16-kerzige Kohlefadenlampe verbraucht etwa 50 Watt, entwickelt demnach $50 \cdot 0{,}239 = 12$ g-Kal/sec.

Übersicht: 1 Watt = 10^7 Erg/sec = 0,1020 Kilogrammgewichtmeter/sec = 0,00136 PS = 0,2388 g-Kal/sec.

Die Weberschen Einheiten des elektrischen Stromes lassen sich nach dem vorigen auf zwei Wegen ableiten. Die ursprünglichen Definitionen benutzen die Gesetze der elektromagnetischen Kraftwirkung und der Magnetoinduktion und bestimmen 1. als Stromeinheit den Strom, der unter normalen Verhältnissen elektromagnetisch die Einheit der Kraft ausübt oder erleidet; 2. als elektromotorische Kraft Eins die E. K., welche in einem Stromleiter durch die Einheit magnetoelektrischer Beeinflussung induziert wird. 3. Die Widerstandseinheit wird nach dem Ohmschen Gesetz als der Widerstand eines Leiters definiert, in dem die E. K. Eins die Stromeinheit erzeugt.

Von den beiden ersten, auf die Wechselbeziehungen zwischen Elektrizität und Magnetismus gegründeten Definitionen genügt aber eine einzige, wenn man auf einem der folgenden Wege in die Grundlagen des Maßsystems die Stromleistung einführt.

Einerseits kann man davon ausgehen, die Stromeinheit nach Weber elektromagnetisch festzulegen. Daran anschließend läßt sich als zweite Einheit entweder die Einheit der E. K. definieren als die E. K., welche, wenn sie den Strom Eins erzeugt, die Einheit der Leistung verrichtet; oder aber die Widerstandseinheit als der Widerstand, dessen Überwindung für den Strom Eins die Leistung Eins bedingt.

Andrerseits kann man von der, oben auf die Magnetoinduktion gegründeten Einheit der E. K. ausgehen und daran als zweite Einheit entweder den Strom anschließen, durch dessen Erzeugung, oder den Widerstand, durch dessen Überwindung die E. K. Eins die Einheit der Arbeitsleistung verrichtet.

Den Abschluß bildet jedesmal die Zurückführung der dritten Einheit auf das Ohmsche Gesetz. Das entstehende Maßsystem ist in allen Fällen das gleiche.

Tabellen.

1. Reduktion einer mit Messinggewichten (spez. Gew. = 8,4) in Luft (spez. Gew. = 0,00120) ausgeführten Wägung auf den leeren Raum.

s	*k*	*s*	*k*	*s*	*k*
0,7	+ 1,57	2,0	+ 0,457	8	+ 0,007
0,8	1,36	2,5	0,337	9	— 0,010
0,9	1,19	3,0	0,257	10	— 0,023
1,0	1,06	3,5	0,200	11	— 0,034
1,1	0,95	4,0	0,157	12	— 0,043
1,2	0,86	4,5	0,124	13	— 0,051
1,3	0,78	5,0	0,097	14	— 0,057
1,4	0,71	5,5	0,075	15	— 0,063
1,5	0,66	6,0	0,057	16	— 0,068
1,6	0,61	6,5	0,042	17	— 0,072
1,7	0,56	7,0	0,029	18	— 0,076
1,8	0,52	7,5	0,017	19	— 0,080
1,9	0,49	8,0	+ 0,007	20	— 0,083
2,0	+ 0,46			21	— 0,086

$$k = 1{,}20\left(\frac{1}{s} - \frac{1}{8{,}4}\right).$$

Wiegt ein Körper vom spez. Gew. *s* in der Luft *m* Gramm, so sind *mk* Milligramm hinzuzufügen, um die Wägung auf den leeren Raum zu reduzieren. Vgl. 13.

2. Spezifisches Gewicht fester und flüssiger Stoffe (Gase s. Tab. 12a; Flüssigkeiten auch Tab. 12).

Aluminium	2,7	Kalkspat	2,71	KCl	1,98
Antimon	6,6	Kobalt	8,7	KNO_3	2,09
Barium	3,8	Kokosnußkohle	1,67	K_2SO_4	2,65
Bernstein	1,0—1,1	Konstantan	8,8	KOH	2,0
Blei	11,3	Kork	0,2	NaCl	2,15
Braunstein	5,0	Kupfer	8,9	$NaNO_3$	2,24
Bronze	8,7	Lithium	0,53	$Na_2SO_4, 10\,H_2O$	1,46
Cadmium	8,6	Magnesium	1,7	$Na_2CO_3, 10\,H_2O$	1,46
Calcium	1,5	Mangan	7,4	$BaCl_2$	3,85
Caesium	1,9	Manganin	8,4	$SrCl_2$	3,05
Chrom	6,8	Messing	8,1—8,6	NH_4Cl	1,52
Eis	0,917	Natrium	0,97	AgCl	5,55
Eisen, Schmiede-	7,8	Neusilber	8,5	$MgSO_4, 7\,H_2O$	1,68
Guß-	7,1—7,7	Nickel	8,8	$ZnSO_4, 7\,H_2O$	2,01
Draht	7,7	Osmium	22,5	$CuSO_4, 5\,H_2O$	2,27
Gußstahl	7,8	Palladium	12,0	Zucker $C_{12}H_{22}O_{11}$	1,59
Elfenbein	1,9	Platin	21,4	**Flüssigkeiten bei 18°.**	
Gips	2,32	Quarz	2,65	CO_2 0,8: NH_3 0,6; SO_2	1,4
Glas (s. 8, 5)	2,4—2,6	Quarzglas	2,20	Äther $C_4H_{10}O$	0,717
Flint-	3,0—5,9	Rhodium	12,4	Alkohol C_2H_6O	0,7911
Gold	19,2	Rubidium	1,5	Bromoform $CHBr_3$	2,86
Graphit	2,3	Schwefel	2,0	Jodmethylen CH_2J_2	3,3
Hartkautschuk	1,2	Silber	10,5	Olivenöl	0,91
Holz, Eben-	1,2	Tantal	16,6	Petroleum	0,8
Buchen-	0,7	Wachs	0,96	Rizinusöl	0,96
Eichen-	0,7	Wismut	9,8	Quecksilber 18°	13,5511
Tannen-	0,5	Wolfram	19,1	„ 0°	13,5955
Iridium	22,4	Zink	7,1		
Kalium	0,86	Zinn	7,3		

3. Spezifisches Gewicht wäßriger Lösungen bei 18°, bezogen auf Wasser von 4°.

%	KOH	KCl	KBr	KJ	KNO_3	K_2SO_4	K_2CO_3	$K_2Cr_2O_7$	%
0	0,999	0,9986	0,9986	0,9986	0,9986	0,9986	0,9986	0,999	0
5	1,045	1,0308	1,0350	1,0363	1,0305	1,0395	1,0442	1,035	5
10	1,091	1,0638	1,0732	1,0762	1,0632	1,0813	1,0910	1,072	10
15	1,139	1,0978	1,114	1,1200	1,097		1,140	1,109	15
20	1,188	1,1335	1,157	1,1679	1,133		1,191		20
25	1,238		1,204	1,218			1,244		25
30	1,290		1,254	1,278			1,299		30
35	1,344		1,307	1,332			1,356		35
40	1,400		1,365	1,397			1,415		40
45	1,45		1,429	1,468			1,477		45
50	1,51			1,545			1,541		50
55	1,57			1,630					55
60				1,731					60

%	NH_3	NH_4Cl	NaOH	NaCl	$NaNO_3$	NaAc	Na_2CO_3	LiCl	%
0	0,999	0,9986	0,9986	0,9986	0,9986	0,999	0,999	0,9986	0
5	0,978	1,0142	1,0545	1,0345	1,0327	1,025	1,051	1,0274	5
10	0,959	1,0289	1,1098	1,0711	1,0681	1,051	1,104	1,0563	10
15	0,941	1,0430	1,1650	1,1090	1,105	1,078	1,159	1,085	15
20	0,924	1,0571	1,2202	1,1485	1,144	1,105	1,179	1,115	20
25	0,908	1,0710	1,2751	1,1897	1,185	1,132		1,147	25
30	0,893		1,3290		1,227	1,160		1,181	30
35	0,879		1,3811		1,270			1,217	35
40			1,4314		1,314			1,255	40
45			1,4794		1,365				45
50			1,5268		1,42				50

%	$BaCl_2$	$SrCl_2$	$CaCl_2$	$MgCl_2$	$MgSO_4$	$ZnSO_4$	$CdSO_4$	$CuSO_4$	%
0	0,999	0,9986	0,999	0,999	0,999	0,999	0,9986	0,999	0
5	1,044	1,0443	1,041	1,042	1,050	1,051	1,0486	1,051	5
10	1,093	1,0932	1,085	1,086	1,104	1,107	1,1026	1,107	10
15	1,147	1,1456	1,131	1,130	1,160	1,167	1,1607	1,167	15
20	1,204	1,2023	1,179	1,176	1,220	1,232	1,2245	1,23*	20
25	1,268	1,256	1,230	1,225	1,283	1,305	1,2950	* übersättigt	25
30		1,320	1,284	1,278		1,379	1,3725		30
35			1,342	1,332			1,4575		35
40			1,400						40

%	$AgNO_3$	$PbAc_2$	HCl	HNO_3	H_2SO_4	H_3PO_4	Alkohol	Zucker	%
0	0,9986	0,999	0,9986	0,999	0,9986	0,999	0,9986	0,9986	0
5	1,0422	1,036	1,0236	1,027	1,0323	1,027	0,9898	1,0183	5
10	1,0893	1,075	1,0482	1,056	1,0669	1,054	0,9824	1,0386	10
15	1,1404	1,118	1,0734	1,086	1,1030	1,083	0,9760	1,0597	15
20	1,1958	1,163	1,0989	1,118	1,1406	1,114	0,9696	1,0815	20
25	1,2555	1,212	1,1248	1,151	1,1796	1,145	0,9628	1,1042	25
30	1,3213	1,265	1,1508	1,184	1,2199	1,179	0,9551	1,1277	30
35	1,3945	1,322	1,1757	1,217	1,2614	1,214	0,9463	1,1520	35
40	1,4773	1,386	1,199	1,250	1,3043	1,251	0,9367	1,1773	40
45	1,5705			1,283	1,349	1,290	0,9264	1,2034	45
50	1,6745			1,314	1,397	1,330	0,9155	1,2304	50
55	1,7895			1,344	1,447	1,373	0,9043	1,2584	55
60	1,9158			1,372	1,500	1,418	0,8928	1,2874	60
65				1,397	1,555	1,464	0,8811	1,3173	65
70				1,418	1,612	1,512	0,8693	1,3482*	70
75				1,438	1,671	1,562	0,8574	1,380*	75
80				1,457	1,729	1,615	0,8452	* über-	80
85				1,473	1,781	1,672	0,8327	sättigt	85
90				1,489	1,817		0,8197		90
95				1,50	1,836		0,8060		95
100				1,52	1,838		0,7911		100

Größtenteils nach Gerlach (ZS f. anal. Chem. 8, 279. 1869) und Kohlrausch (Pogg. Ann. 159, 257. 1876; Wied. Ann. 6, 38. 1879); auch Bousfield u. Lowry, Carius, Lunge, Mendeléeff, Schiff, Normal-Eichungskommission. H_2SO_4 ausführlich Wiss. Abh. d. NEK 5. Heft 1904; ZS f. anorg. Chem. 43, 125. 1905. Die Haupttabelle daselbst bezieht sich auf Wasser von 15°!

Der Prozentgehalt bedeutet die in 100 Gewichtsteilen der Lösung enthaltenen Gewichtsteile der überschriebenen wasserfreien Verbindung.

3a. Ausdehnungskoeffizient wäßriger Lösungen von 18°.

Großenteils nach Gerlach, Forch, Plato. — Die Zahlen geben $10^5 \cdot \frac{1}{v} \frac{dv}{dt}$.

	0%	5	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100%
KCl	19	24	29	40								
NaCl .. .	19	25	30	40								
LiCl	19	20	22	25	27	30						
KNO_3 ...	19	26	32									
$NaNO_3$ ..	19	30	36									
$LiNO_3$ ...	19	26	32									
K_2SO_4 ...	19	25	27									
Na_2SO_4 ..	19	26	30									
$MgSO_4$...	19	23	27	29								
H_2SO_4 ...	19	30	40	58	70	75	79	85	92	104	107	103
Alkohol..	19	18	23	42	64	79	86	92	98	103	107	104
Zucker...	19	20	21	25	29	32	35	37	39			

3b. Wäßrige Normallösungen von 1 g-Äqu./Liter bei 18°.

Gehalt A, p; spez. Gew. s; Wärmeausdehnung $-ds/dt$; Leitvermögen $\varkappa$ mit Temp.-Koeffizient $+\left(\frac{1}{\varkappa}\frac{d\varkappa}{dt}\right)_{18}$; Überführzahl n des Anions.

A Äquivalentgewicht (O = 16,00) oder Konzentration in g/Liter (zugrunde liegen die Atomgewichte für 1908; vgl. Tab. 42),

p Prozentgehalt in 100 Gewichtsteilen der Lösung,

s, $\varkappa$, $-ds/dt$ u. $d\varkappa/dt$ meist nach F. K. mit M. Maltby, v. Steinwehr, Grüneisen; $-ds/dt$ auch nach Gerlach und Forch; n meist nach Hittorf.

	A	p	$s_{18/4}$	$-\frac{ds}{dt}_{18}$	$\varkappa_{18} = 10^{-3} A_{18}$	$\frac{1}{\varkappa}\frac{d\varkappa}{dt}_{18}$	n
KOH	56,16	5,359	1,048	0,00030	0,184	0,0186	0,74
KCl	74,60	7,139	1,0449	27	,09826	193	0,51
KBr	119,11	11,01	1,0814	29	,103	190	0,51
KJ	166,00	14,841	1,1187	33	,1036	190	0,51
KSCN	97,25	9,300	1,0457		,0916	192	(0,5)
KF	58,15	5,558	1,0472	25	,0760	—	(0,4)
KNO_3	101,19	9,544	1,0602	33	,0805	200	0,49
$KC_2H_3O_2$	98,17	9,378	1,0468		,0634	215	0,33
$\frac{1}{2}K_2SO_4$	87,18	8,178	1,0660	29	,0716	205	0,50
$\frac{1}{2}K_2CO_3$	69,15	6,538	1,0577	27	,0707	215	0,43
$\frac{1}{2}K_2C_2O_4$	83,15	7,861	1,0577	29	,0737	205	(0,45)
NH_4Cl	53,52	5,271	1,0158	24	,0970	194	0,51
NaOH	40,06	3,844	1,0418	31	,1575	199	0,83
NaCl	58,50	5,629	1,0392	28	,07435	212	0,64
$NaNO_3$	85,09	8,070	1,0544	35	,0659	215	0,61
$NaC_2H_3O_2$	82,05	7,897	1,040	22	,0412	250	0,42
$\frac{1}{2}Na_2SO_4$	71,08	6,703	1,0604	31	,0508	236	0,64
$\frac{1}{2}Na_2CO_3$	53,07	5,044	1,0515	29	,0455	246	0,55
LiCl	42,48	4,157	1,0226	22	,0634	220	0,74
$LiNO_3$	69,07	6,651	1,0385	28	,0608	—	(0,7)
$\frac{1}{2}Li_2SO_4$	55,06	5,271	1,0446	24	,0418	230	(0,7)
$\frac{1}{2}BaCl_2$	104,15	9,563	1,0891	31	,0701	205	0,64
$\frac{1}{2}SrCl_2$	79,26	7,426	1,0674	28	,0685	207	0,65
$\frac{1}{2}Sr(NO_3)_2$	105,84	9,783	1,0819	33	,0521	220	(0,64)
$\frac{1}{2}CaCl_2$	55,50	5,319	1,0435	25	,0675	213	0,67
$\frac{1}{2}Ca(NO_3)_2$	82,09	7,754	1,0587	32	,0559	215	0,63
$\frac{1}{2}MgCl_2$	47,63	4,589	1,0379	23	,0615	217	0,71
$\frac{1}{2}MgSO_4$	60,21	5,694	1,0574	26	,0289	225	0,7
$\frac{1}{2}CdSO_4$	104,23	9,501	1,0970	28	,0286	204	(0,7)
$\frac{1}{2}ZnCl_2$	68,15	6,442	1,0578		,0551	22	(0,7)
$\frac{1}{2}ZnSO_4$	80,73	7,481	1,0791	27	,0266	218	0,68
$\frac{1}{2}CuSO_4$	79,83	7,407	1,0777	28	,0258	216	0,70
$AgNO_3$	169,97	14,91	1,140		,0676	210	0,50
$\frac{1}{2}Pb(NO_3)_2$	165,5	14,53	1,1393		,0420	250	
HCl	36,46	3,587	1,0165		,300	159	0,17
HNO_3	63,05	6,107	1,0325	31	,299	151	0,17
$\frac{1}{2}H_2SO_4$	49,04	4,758	1,0807	30	,197	120	0,17
Zucker	342,2	30,30	1,1294	34			

4. Spezifisches Gewicht des Wassers

(Thiesen, Scheel u. Dießelhorst, Wiss. Abh. der P. T. Reichsanst. III, 68. 1900; Chappuis, Trav. et Mém. Bur. int. 13, D. 30. 1907)

und

Volumen *V* eines Glasgefäßes bei 18°,

dessen Wassergehalt, bei *t*° mit Messinggewichten in Luft vom spez. Gewicht 0,00120 gewogen, 1 g beträgt, in Milliliter.
Ausd.-Koeff. des Glases = $^1/_{40000}$ gesetzt.

5. Volumen von 1 g Wasser in Milliliter.

(Von 40 bis 102° nach Thiesen, oberhalb 102° von Pfaundler nach Hirn, Ramsay u. Young und Waterston berechnet.)

Die Temperaturangaben beziehen sich auf die thermodynam. Skale (vgl. S. 161).
1 Milliliter = 1,000027 ccm.

t	Spez. Gew.	Differenz	Glas-Volumen *V*	Differenz
0°	0,999 868		1,001 64	
		+ 59		— 8
1	0,999 927		1,001 56	
		+ 41		— 7
2	0,999 968		1,001 49	
		+ 24		— 5
3	0,999 992		1,001 44	
		+ 08		— 3
4	1,000 000		1,001 41	
		— 08		— 2
5	0,999 992		1,001 39	
		— 24		0
6	0,999 968		1,001 39	
		— 39		+ 1
7	0,999 929		1,001 40	
		— 53		+ 3
8	0,999 876		1,001 43	
		— 67		+ 4
9	0,999 809		1,001 47	
		— 81		+ 6
10	0,999 728		1,001 53	
		— 95		+ 7
11	0,999 633		1,001 60	
		— 108		+ 8
12	0,999 525		1,001 68	
		— 121		+ 10
13	0,999 404		1,001 78	
		— 133		+ 11
14	0,999 271		1,001 89	
		— 145		+ 12
15	0,999 126		1,002 01	
		— 156		+ 13
16	0,998 970		1,002 14	
		— 168		+ 15
17	0,998 802		1,002 29	
		— 179		+ 15
18	0,998 623		1,002 44	
		— 190		+ 17
19	0,998 433		1,002 61	
		— 201		+ 17
20	0,998 232		1,002 78	
		— 211		+ 19
21	0,998 021		1,002 97	
		— 222		+ 20
22	0,997 799		1,003 17	
		— 232		+ 21
23	0,997 567		1,003 38	
		— 241		+ 22
24	0,997 326		1,003 60	
		— 252		+ 23
25	0,997 074		1,003 83	
		— 261		+ 23
26	0,996 813		1,004 06	
		— 271		+ 25
27	0,996 542		1,004 31	
		— 280		+ 26
28	0,996 262		1,004 57	
		— 289		+ 27
29	0,995 973		1,004 84	
		— 297		+ 27
30	0,995 676		1,005 11	

Temp.	Milliliter	Zunahme auf 1°.
0°	1,000 13	
4	1,000 00	
10	1,000 27	
		0,000 12
15	1,000 87	
		0,000 18
20	1,001 77	
		0,000 23
25	1,002 94	
		0,000 28
30	1,004 35	
		0,000 33
35	1,005 98	
		0,000 37
40	1,007 82	
		0,000 41
45	1,009 85	
		0,000 44
50	1,012 07	
		0,000 48
55	1,014 48	
		0,000 51
60	1,017 05	
		0,000 55
65	1,019 79	
		0,000 58
70	1,022 70	
		0,000 61
75	1,025 76	
		0,000 65
80	1,028 99	
		0,000 68
85	1,032 37	
		0,000 71
90	1,035 90	
		0,000 74
95	1,039 59	
		0,000 76
99	1,042 65	
		0,000 78
100	1,043 43	
		0,000 79
101	1,044 22	
		0,000 79
102	1,045 01	

Temp.	Milliliter	Temp.	Milliliter	Temp.	Milliliter
110°	1,051	180°	1,128	250°	1,26
120	1,060	190	1,143	260	1,28
130	1,069	200	1,159	270	1,30
140	1,079	210	1,177	280	1,34
150	1,090	220	1,195	290	1,38
160	1,102	230	1,215	300	1,42
170	1,114	240	1,236	310	1,46

6. Spezifisches Gewicht der trockenen Luft,
bezogen auf Wasser von 4°,

ei t^0 und dem Drucke H mm Quecksilber von 0° unter 45° Breite, berech-
et als (18) $\frac{0,0012932}{1+0,00367\,t}\,\frac{H}{760}$.

Die Zahlen gelten für Zimmerluft vom Volumgehalt $\frac{8}{10000}$ an Kohlen-
ure; sie ändern sich auf $\pm\frac{1}{10000}$ des Gehaltes um $\pm\frac{1}{12000}$ ihres Wertes. —
mittlerer geogr. Breite ändern sie sich auf $\pm 1°$ Abweichung von 45°
m $\pm\frac{1}{11000}$ ihres Wertes. (Die Tab. kann somit auch als für CO_2-freie
uft unter 48,5° geogr. Br. gültig aufgefaßt werden.)

Bestandteile der atm. Luft (vgl. Ramsay, Proc. R. S. A 80, 599. 1908):

	Sauerst.	Stickst.	Argon	Krypton	Xenon	Neon	Helium	CO_2
. Vol....	21,0	78,05	0,95			0,00123	0,00040	0,03
. Gew...	23,2	75,5	1,3	0,028	0,005	0,00086	0,000056	0,046

t	H in mm 700	710	720	730	740	750	760	770	780
	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
0°	1191	1208	1225	1242	1259	1276	1293	1310	1327
1	1187	1204	1221	1238	1255	1272	1288	1305	1322
2	1182	1199	1216	1233	1250	1267	1284	1301	1318
3	1178	1195	1212	1229	1245	1262	1279	1296	1313
4	1174	1191	1207	1224	1241	1258	1274	1291	1308
5	1170	1186	1203	1220	1236	1253	1270	1287	1303
6	1165	1182	1199	1215	1232	1249	1265	1282	1299
7	1161	1178	1194	1211	1228	1244	1261	1277	1294
8	1157	1174	1190	1207	1223	1240	1256	1273	1289
9	1153	1169	1186	1202	1219	1235	1252	1268	1285
10	1149	1165	1182	1198	1215	1231	1247	1264	1280
11	1145	1161	1178	1194	1210	1227	1243	1259	1276
12	1141	1157	1173	1190	1206	1222	1239	1255	1271
13	1137	1153	1169	1186	1202	1218	1234	1251	1267
14	1133	1149	1165	1181	1198	1214	1230	1246	1262
15	1129	1145	1161	1177	1193	1210	1226	1242	1258
16	1125	1141	1157	1173	1189	1205	1221	1238	1254
17	1121	1137	1153	1169	1185	1201	1217	1233	1249
18	1117	1133	1149	1165	1181	1197	1213	1229	1245
19	1113	1129	1145	1161	1177	1193	1209	1225	1241
20	1110	1126	1141	1157	1173	1189	1205	1221	1236
21	1106	1122	1137	1153	1169	1185	1201	1216	1232
22	1102	1118	1134	1149	1165	1181	1197	1212	1228
23	1098	1114	1130	1145	1161	1177	1193	1208	1224
24	1095	1110	1126	1142	1157	1173	1189	1204	1220
25	1091	1107	1122	1138	1153	1169	1185	1200	1216
26	1087	1103	1118	1134	1149	1165	1181	1196	1212
27	1084	1099	1115	1130	1146	1161	1177	1192	1208
28	1080	1096	1111	1126	1142	1157	1173	1188	1204
29	1077	1092	1107	1123	1138	1153	1169	1184	1200
30	1073	1088	1104	1119	1134	1150	1165	1180	1196

P. P.

mm	17	16	15
1	2	2	1
2	3	3	3
3	5	4	4
4	7	6	6
5	8	8	7
6	10	10	9
7	12	11	10
8	14	13	12
9	15	14	13

7. Reduktion eines Gasvolumens auf 0° und 760 mm.

Volumen v und spez. Gew. s eines Gases, bei der Temperatur t und dem Drucke H gemessen, werden für 0° und 760 mm, wenn $\alpha = 0{,}00367$ ist,

$$v_0 = \frac{v}{1+\alpha t} \cdot \frac{H}{760} \quad \text{und} \quad s_0 = s(1+\alpha t)\frac{760}{H}.$$

t	$1+\alpha t$	t	$1+\alpha t$	t	$1+\alpha t$
0°	1,0000	40°	1,1468	80°	1,2936
1	1,0037	41	1,1505	81	1,2973
2	1,0073	42	1,1541	82	1,3009
3	1,0110	43	1,1578	83	1,3046
4	1,0147	44	1,1615	84	1,3083
5	1,0183	45	1,1651	85	1,3119
6	1,0220	46	1,1688	86	1,3156
7	1,0257	47	1,1725	87	1,3193
8	1,0294	48	1,1762	88	1,3230
9	1,0330	49	1,1798	89	1,3266
10	1,0367	50	1,1835	90	1,3303
11	1,0404	51	1,1872	91	1,3340
12	1,0440	52	1,1908	92	1,3376
13	1,0477	53	1,1945	93	1,3413
14	1,0514	54	1,1982	94	1,3450
15	1,0550	55	1,2018	95	1,3486
16	1,0587	56	1,2055	96	1,3523
17	1,0624	57	1,2092	97	1,3560
18	1,0661	58	1,2129	98	1,3597
19	1,0697	59	1,2165	99	1,3633
20	1,0734	60	1,2202	100	1,3670
21	1,0771	61	1,2239	101	1,3707
22	1,0807	62	1,2275	102	1,3743
23	1,0844	63	1,2312	103	1,3780
24	1,0881	64	1,2349	104	1,3817
25	1,0917	65	1,2385	105	1,3853
26	1,0954	66	1,2422	106	1,3890
27	1,0991	67	1,2459	107	1,3927
28	1,1028	68	1,2496	108	1,3964
29	1,1064	69	1,2532	109	1,4000
30	1,1101	70	1,2569	110	1,4037
31	1,1138	71	1,2606	111	1,4074
32	1,1174	72	1,2642	112	1,4110
33	1,1211	73	1,2679	113	1,4147
34	1,1248	74	1,2716	114	1,4184
35	1,1284	75	1,2752	115	1,4220
36	1,1321	76	1,2789	116	1,4257
37	1,1358	77	1,2826	117	1,4294
38	1,1395	78	1,2863	118	1,4331
39	1,1431	79	1,2899	119	1,4367
40	1,1468	80	1,2936	120	1,4404

H	$H/760$	H	$H/760$
mm		mm	
700	0,9211	740	0,9737
701	0,9224	741	0,9750
702	0,9237	742	0,9763
703	0,9250	743	0,9776
704	0,9263	744	0,9789
705	0,9276	745	0,9803
706	0,9289	746	0,9816
707	0,9303	747	0,9829
708	0,9316	748	0,9842
709	0,9329	749	0,9855
710	0,9342	750	0,9868
711	0,9355	751	0,9882
712	0,9368	752	0,9895
713	0,9382	753	0,9908
714	0,9395	754	0,9921
715	0,9408	755	0,9934
716	0,9421	756	0,9947
717	0,9434	757	0,9961
718	0,9447	758	0,9974
719	0,9461	759	0,9987
720	0,9474	760	1,0000
721	0,9487	761	1,0013
722	0,9500	762	1,0026
723	0,9513	763	1,0039
724	0,9526	764	1,0053
725	0,9539	765	1,0066
726	0,9553	766	1,0079
727	0,9566	767	1,0092
728	0,9579	768	1,0105
729	0,9592	769	1,0118
730	0,9605	770	1,0132
731	0,9618	771	1,0145
732	0,9632	772	1,0158
733	0,9645	773	1,0171
734	0,9658	774	1,0184
735	0,9671	775	1,0197
736	0,9684	776	1,0211
737	0,9697	777	1,0224
738	0,9711	778	1,0237
739	0,9724	779	1,0250
740	0,9737	780	1,0263

8. Reduktion der Barometerablesung auf 0°.

Von einem Barometerstande h, der bei t^0 an einem bei 0° richtigen aßstabe abgelesen wird, ist $(0{,}000182 - \beta) h t$ abzuziehen. Der Ausdehıngskoeffizient β des Maßstabes ist in den Zahlen der Tabelle (für Messing) = 0,000019 angenommen. — Für einen Glas-Maßstab sind die Zahlen um 008 t zu vergrößern; s. die letzte Spalte.

t	Abgelesener Stand h in mm											0,008 × t
	680	690	700	710	720	730	740	750	760	770	780	
	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm
1°	0,11	0,11	0,11	0,12	0,12	0,12	0,12	0,12	0,12	0,13	0,13	0,01
2	0,22	0,22	0,23	0,23	0,23	0,24	0,24	0,24	0,25	0,25	0,25	0,02
3	0,33	0,34	0,34	0,35	0,35	0,36	0,36	0,37	0,37	0,38	0,38	0,02
4	0,44	0,45	0,46	0,46	0,47	0,48	0,48	0,49	0,50	0,50	0,51	0,03
5	0,55	0,56	0,57	0,58	0,59	0,59	0,60	0,61	0,62	0,63	0,64	0,04
6	0,67	0,67	0,68	0,69	0,70	0,71	0,72	0,73	0,74	0,75	0,76	0,05
7	0,78	0,79	0,80	0,81	0,82	0,83	0,84	0,86	0,87	0,88	0,89	0,06
8	0,89	0,90	0,91	0,93	0,94	0,95	0,96	0,98	0,99	1,00	1,02	0,06
9	1,00	1,01	1,03	1,04	1,06	1,07	1,09	1,10	1,11	1,13	1,14	0,07
10	1,11	1,12	1,14	1,16	1,17	1,19	1,21	1,22	1,24	1,26	1,27	0,08
11	1,22	1,24	1,26	1,27	1,29	1,31	1,33	1,34	1,36	1,38	1,40	0,09
12	1,33	1,35	1,37	1,39	1,41	1,43	1,45	1,47	1,49	1,51	1,53	0,10
13	1,44	1,46	1,48	1,50	1,53	1,55	1,57	1,59	1,61	1,63	1,65	0,10
14	1,55	1,57	1,60	1,62	1,64	1,67	1,69	1,71	1,73	1,76	1,78	0,11
15	1,66	1,69	1,71	1,74	1,76	1,78	1,81	1,83	1,86	1,88	1,91	0,12
16	1,77	1,80	1,83	1,85	1,88	1,90	1,93	1,96	1,98	2,01	2,03	0,13
17	1,88	1,91	1,94	1,97	2,00	2,02	2,05	2,08	2,11	2,13	2,16	0,14
18	2,00	2,02	2,05	2,08	2,11	2,14	2,17	2,20	2,23	2,26	2,29	0,14
19	2,11	2,14	2,17	2,20	2,23	2,26	2,29	2,32	2,35	2,38	2,42	0,15
20	2,22	2,25	2,28	2,31	2,35	2,38	2,41	2,45	2,48	2,51	2,54	0,16
21	2,33	2,36	2,40	2,43	2,46	2,50	2,53	2,57	2,60	2,64	2,67	0,17
22	2,44	2,47	2,51	2,55	2,58	2,62	2,65	2,69	2,73	2,76	2,80	0,18
23	2,55	2,59	2,62	2,66	2,70	2,74	2,77	2,81	2,85	2,89	2,92	0,18
24	2,66	2,70	2,74	2,78	2,82	2,86	2,89	2,93	2,97	3,01	3,05	0,19
25	2,77	2,81	2,85	2,89	2,93	2,97	3,02	3,06	3,10	3,14	3,18	0,20
26	2,88	2,92	2,97	3,01	3,05	3,09	3,14	3,18	3,22	3,26	3,31	0,21
27	2,99	3,04	3,08	3,12	3,17	3,21	3,26	3,30	3,34	3,39	3,43	0,22
28	3,10	3,15	3,19	3,24	3,29	3,33	3,38	3,42	3,47	3,51	3,56	0,22
29	3,21	3,26	3,31	3,36	3,40	3,45	3,50	3,55	3,59	3,64	3,69	0,23
30	3,33	3,37	3,42	3,47	3,52	3,57	3,62	3,67	3,72	3,77	3,81	0,24

9. Mittlerer Barometerstand b in der Höhe H Meter über dem Meeresspiegel.

Die Lufttemperatur = 10° und b_0 = 760 mm angenommen. Vgl. 38.

H =	0	100	200	300	400	500	600	700	800	900	1000 m
b =	760	751	742	733	724	716	707	699	690	682	674 mm
H =	1000	1100	1200	1300	1400	1500	1600	1700	1800	1900	2000 m
b =	674	666	658	650	642	635	627	620	612	605	598 mm

10. Korrektion von Quecksilberthermometern aus Jenaer Glas XVI u. 59, sowie aus verre dur auf das Gasthermometer (vgl. S. 152).

Nach Chappuis; Thiesen, Scheel u. Sell; Wiebe u. Böttcher; Lemke (vgl. Scheel, Wied. Ann. 58, 168. 1896; Grützmacher, ebd. 68, 769. 1899); Moeller, Hoffmann u. Meißner, ZS f. Instr. 1912, 228 (umgerechnet auf die thermodynamische Skale; vgl. S. 161).

Ables.	Auf Wasserstoff			Ables.	Auf Luft		Ables.	**Auf Luft**	
	XVI	59	v. dur		XVI	59		**XVI**	**59** [1]
0°	0,00°	0,00°	0,00°	100°	0,00°	0,00°	200°	—,04°	—1,0°
5	—,03	—,01	—,03	105	+,01	—,00	205	—,07	—1,1
10	—,06	—,02	—,05	110	+,03	—,00	210	—,11	—1,2
15	—,08	—,03	—,07	115	+,04	—,01	215	—,16	—1,3
20	—,09	—,04	—,08	120	+,05	—,02	220	—,21	—1,4
25	—,10	—,04	—,10	125	+,06	—,03	225	—,26	—1,6
30	—,11	—,04	—,10	130	+,07	—,04	230	—,33	—1,7
35	—,12	—,04	—,11	135	+,08	—,06	235	—,39	—1,8
40	—,12	—,03	—,11	140	+,09	—,08	240	—,47	—1,9
45	—,12	—,03	—,11	145	+,10	—,10	245	—,55	—2,1
50	—,12	—,03	—,10	150	+,10	—,13	250	—,63	—2,3
55	—,11	—,02	—,10	155	+,10	—,16	255	—,73	—2,4
60	—,10	—,02	—,09	160	+,10	—,19	260	—,83	—2,6
65	—,09	—,01	—,08	165	+,09	—,23	265	—,93	—2,8
70	—,08	—,01	—,07	170	+,08	—,28	270	—1,05	—3,0
75	—,07	—,00	—,06	175	+,07	—,33	275	—1,17	—3,2
80	—,06	—,00	—,05	180	+,06	—,39	280	—1,30	—3,4
85	—,04	—,00	—,04	185	+,04	—,45	285	—1,44	—3,6
90	—,03	—,00	—,03	190	+,02	—,52	290	—1,59	—3,9
95	—,02	—,00	—,01	195	—,01	—,59	295	—1,74	—4,1
100	0,00	0,00	0,00	200	—,04	—,67	300	—1,91	—4,4
							325	—	—5,8
							350	—	—7,4
							375	—	—9,3
							400	—	—11,5
							425	—	—13,9
							450	—	—16,7
							475	—	—19,7
							500	—	—23,1
							525	—	—26,7

Unterhalb 0° (extrapoliert).

Abl.	XVI	59	v. dur	Abl.	XVI	59	v. dur
0°	0,00°	0,00°	0,00°	—20°	+,19°	+,10°	+,17°
—5	+,04	+,02	+,03	—25	+,25	+,14	+,23
—10	+,08	+,04	+,07	—30	+,32	+,18	+,30
—15	+,13	+,07	+,12	—35	+,40	+,23	+,38
—20	+,19	+,10	+,17				

An Einschlußthermometern mit gewöhnlicher Milchglasskale, die sich nach oben frei ausdehnt, entsteht ferner aus der ungleichen Ausdehnung der Gläser die Korrektion (Wiebe u. Moeller, ZS f. Instr. 1908, 139):

bei	50°	100	150	200	250	300	350	400°
für Glas XVI	—,003	0,00	+,01	+,02	+,04	+,07	+,10	+,14
„ „ 59	—,003	0,00	+,02	+,07	+,13	+,21	+,32	+,44

1) Thermometer unter Druck gefüllt.

11. Thermische Daten fester Stoffe. (Spez. Gew. s. Tab. 2.)

Verunreinigungen erniedrigen das Wärmeleitvermögen meistens erheblich. Die Temperaturangaben beziehen sich auf die thermodynam. Skale (vgl. S. 161).

	Lin. Ausd.-Koeff. um 18°	zw. 0° u. 100°	Spezif. Wärme um 18°	Wärmeleit. b. 18° in $\frac{\text{g-Kal.}}{\text{Grad} \cdot \text{cm} \cdot \text{sec}}$	Schmelzpunkt	Schmelzwärme
	0,0000	0,0000				Kal/g
Aluminium	218	242	0,214	0,48	658°	77
Antimon	107	105	0,050	0,04	630	
Blei	283	290	0,031	0,08	327,4	5
Cadmium	286	316	0,055	0,22	320,9	14
Eisen	112	12	0,105	,14 bis ,17	1500 bis 1600	
Stahl	10	11	0,114	,06 bis ,12	bis 1400	
Gußeisen					1100 bis 1300	etwa 30
Invar (64 Fe, 36 Ni)	< 02					
Gold	141	147	0,031	0,70	1064	
Iridium	064	067	0,032	0,34	2400	
Kalium	83		0,19		62,5	14
Kobalt	123	127	0,11		1490	
Konstantan	150	152	0,098	0,054		
Kupfer	159	171	0,091	0,90	1084	42
Magnesium	250	32	0,25	0,38	651	
Mangan			0,12		1260	
Messing	18	19	0,093	,15 bis ,30	etwa 900	
Natrium	72		0,30		97,8	27
Neusilber		18	0,095	,07 bis ,09	etwa 1000	
Nickel	127	135	0,106	0,14	1460	
Palladium	115	119	0,058	0,17	1560	36
Platin	088	090	0,032	0,17	1760	27
Pt-Irid. (10% Ir)	087	088			1850	
Rhodium	083	086	0,058	0,30	1900	
Schwefel	6	9	,16 bis ,24	0,0007	monoklin 119	10
Silber	185	194	0,055	1,01	961	21
Tantal	079		0,036		2900	
Wismut	134	137	0,029	0,019	271	13
Wolfram	035				3000	
Zink	286	297	0,092	0,27	419,4	28
Zinn	213	230	0,052	0,15	231,8	14
Roses Metall			0,04	0,04	95	7
Woods Metall			0,04	0,08	65 bis 70	8
Berliner Porzellan	028	030		0,0025	1550	
Glas, Jenaer XVI	078	080	0,19	0,0023		
„ „ 59	058	059	0,19	0,0022		
Bergkristall (s. S. 172) ⊥ Achse	137	144	0,190	0,016	1600	
Bergkristall (s. S. 172) ‖ „	074	080		0,030		
Bergkristall (s. S. 172) verglast	004	004	0,174	0,008		
Holzfaser	03 bis 09			0,0008		
Hartkautschuk	8			0,0004		
Kalkspat ⊥ Achse	056		0,21	0,009		
KNO_3			0,23		335	26
$NaNO_3$			0,27		310	45
KCl			0,17	0,016	775	86
NaCl			0,21	0,015	801	124
Na_2SO_4			0,28		884	

12. Flüssigkeiten:

Spez. Gewicht; Wärmeausdehnung; Spez. Wärme; Schmelzpunkt t und Erniedrigung Δt durch Lösen von 1 g-Mol. in 1000 g.

Die Temperaturangaben beziehen sich auf die thermodynam. Skale (vgl. S. 161.

	Sp. Gew. bei 18°	Ausd.-Koeff. um 18°	Spez. Wärme um 18°	Schmelzpunkt t	Δt	Schmelzwärme
		0,00				Kal/g
Aceton	0,79	131	0,53	− 94,3°		
Äthylacetat	0,90	137	0,48	− 83,4		
Äthylalkohol	0,791	110	0,58	−114		
Äthyläther	0,717	163	0,56	−123,6	− 1,8°	27
Äthylbenzoat	1,06	091		− 34,2		
Äthylbromid	1,46	137	0,21	−125		
Äthyljodid	1,9	116	0,16	−108		
Ameisensäure	1,22	099	0,53	+ 8,0	− 2,8	56
i-Amylacetat	0,88					
Amylalkohol	0,81	093	0,55	−117		
Amylbenzoat	1,01	085				
Anilin	1,02	085	0,50	− 6,2	− 5,9	21
Benzol	0,881	124	0,41	+ 5,5	− 5,1	30
Bromoform	2,9			+ 7,6	−14,4	
Chlorbenzol	1,1		0,32	− 45,5		
Chloroform	1,493	126	0,23	− 63,7	− 4,7	47
Essigsäure	1,053	107	0,50	+ 16,6	− 3,9	45
Glycerin	1,26	050	0,58	− 20		42
Jodmethylen	3,3			+ 5		
Methylacetat	0,93			− 98,5		
Methylalkohol	0,80	122	0,60	− 97		
Methylbenzoat	1,10	090				
Methyljodid	2,3	121		− 64		
Nitrobenzol	1,21	085	0,34	+ 5,7	− 7,0	22
Olivenöl	0,91	072				
Petroleum	0,8	092	0,51			
Schw.-Kohlenst.	1,265	121	0,24	−112,0	− 3,8	
Terpentinöl	0,87	094	0,42			
Toluol	0,89	109	0,40	− 94,5		
Wasser	0,999	018	0,999	0	− 1,85°	80
m-Xylol	0,87	101	0,40	+ 13,2		39
Quecksilber	13,551	0181	0,0333	− 38,9		2,8
Phenol	1,08		0,56	+ 40,5°	− 7,5°	26
Naphtalin	1,14		0,31	+ 80,0	− 7,0	36
Benzophenon	1,08		0,38	+ 47,2	− 9,5	21
Stearinsäure	1,0		0,40	+ 68	− 4,4	48
Diphenyl	1,16			+ 69,0	− 8,0	28
Brombenzol	1,52					
Bromnaphtalin	1,50			+ 68		
Schwefel				+119		
Selen				+217		
Cadmium				+320,9		
Zink				+419,4		

12 fortgesetzt.

Norm. Siedepunkt t_1; Verdampfungswärme; Kritische Daten.

Erhöhung des Siedepunkts: δt_1 durch Druckzunahme um 1 mm Quecksilber und $\varDelta t_1$ durch Lösen von 1 g-Mol. in 1000 g.

	Siedep. t_1	δt_1	$\varDelta t_1$	Verd.-Wärme am norm. Sdp	Krit. Temp.	Krit. Druck
				Kal/g		m Hg
C_3H_6O	56,7°	+ ,039°	+ 1,7°	125	235°	40
$C_4H_8O_2$	77,1	+ ,038	+ 2,5	88	250	29
C_2H_6O	78,3	+ ,034	+ 1,16	202	243	48
$C_4H_{10}O$	34,5	+ ,040	+ 2,1	90	194	27
$C_9H_{10}O_2$	213					
C_2H_5Br	38	+ ,039	+ 2,8	59	226	
C_2H_5J	73	+ ,044	+ 5,2	47	(281)	
CH_2O_2	101	+ ,044	+ 2,4	120		
$C_7H_{14}O_2$	140					
$C_5H_{12}O$	130	+ ,039	+ 3,2	121	(348)	
$C_{12}H_{16}O_2$	260					
C_6H_7N	184,2	+ ,051	+ 3,2	104	426	40
C_6H_6	80,2	+ ,043	+ 2,7	94	288	36
$CHBr_3$	150,5					
C_6H_5Cl	131,8	+ ,049			360	34
$CHCl_3$	62	+ ,042	+ 3,6	58	260	42
$C_2H_4O_2$	118,5	+ ,043	+ 3,1	90	322	43
$C_3H_8O_3$	290					
CH_2J_2	181					
$C_3H_6O_2$	57,2	+ ,039	+ 2,1	97	234	35
CH_4O	64,7	+ ,037	+ 0,9	265	240	60
$C_8H_8O_2$	199,5					
CH_3J	43	+ ,041	+ 4,3	46		
$C_6H_5O_2N$	210	+ ,054	+ 5,0			
Olivenöl						
Petroleum ...						
CS_2	46,2	+ ,041	+ 2,4	85	273	55
$C_{10}H_{16}$	161	+ ,057		70	(376)	
C_7H_8	110,8	+ ,045		87	320	32
H_2O	100	+ ,037	+ 0,52°	538,7	370	156
C_8H_{10}	138,5	+ ,056		81	350°	27
Hg	356,7°	+ ,074°		68		
C_6H_6O	183°	+ ,050°	+ 3,0°		419°	
$C_{10}H_8$	218,0	+ ,059			468	30
$C_{13}H_{10}O$	305,9	+ ,064				
$C_{18}H_{36}O_2$	370					
$C_{12}H_{10}$	255,4	+ ,061			496	24
C_6H_5Br	156,1	+ ,051			397	34
$C_{10}H_7Br$.....	280,4	+ ,061				
S	444,5	+ ,091		362		
Se..........	690	+ ,10				
Cd	766	+ ,12		180		
Zn	906	+ ,133		365		

Metallsiedepunkte s. Greenwood, Proc. R. S. 82, 408. 1909:
Fe 2450° Al 1800°
Cu 2310 Pb 1525
Sn 2270 Sb 1440
Cr 2200 Bi 1420
Ag 1950 Mg 1120
Mn 1900

12a. Gase:
Spezifisches Gewicht; Wärmeausdehnung (Spannungskoeffizient); Spezifische Wärme; Kritische Daten.

Die Temperaturangaben beziehen sich auf die thermodynamische Skale (vgl. S. 161).

Über die zugrundeliegenden Einzelbeobachtungen und Literatur siehe die im Vorwort angeführten Quellen. — Atomgewichte s. Tab. 42.

	Spez. Gew. 0°; 1 norm. Atm.			Spann.-Koeff. 0—100° $p_0 = 1$ m	Sp. Wärme c_p 18°	$\frac{c_p}{c_v}$ 18°	Krit. Temp.	Krit. Druck
	Wasser = 1	Luft = 1	Sauerst. = 16					
	0,00			0,00			°	m Hg
Luft, CO_2-frei	12928	1,0000	14,473	3674	0,241	1,40	—140	30
Wasserstoff	008985	0,06950	1,006	3663	3,40	1,41	—241	8
Helium	01787	0,1383	2,001	3662	1,26	1,66	—268	2
Stickstoff	12507	0,9674	14,002	3675	0,249	1,40	—149	21
Stickstoff, atm.	12567	0,9721	14,069					
Sauerstoff	14292	1,1056	16,000	3674[1])	0,218	1,40	—119	44
Fluor	169	1,31	18,9					
Chlor	32197	2,4905	36,046		0,12	1,32	+143	68
Neon	0890	0,688	9,96			1,66	—220	22
Argon	17829	1,3791	19,96	367[1])	0,127	1,65	—122	36
Krypton	3645	2,820	40,8			1,66	— 63	41
Xenon	572	4,42	64,0			1,66	+ 15	43
Chlorwasserstoff	16398	1,2684	18,357		0,19	1,40	+ 52	64
Kohlenoxyd	12503	0,9671	13,997	3667[1])	0,250	1,40	—136	25
Kohlensäure	19768	1,5291	22,131	3726	0,202	1,30	+ 31	55
Acetylen	11759	0,9096	13,164		0,401	1,24	+ 36	50
Äthylen					0,365	1,24	+ 11	41
Methan	07168	0,5545	8,025	1) p_0 =	0,531	1,31	— 82	42
Äthan	13567	1,0494	15,188	0,76	0,412	1,19	+ 32	37
Propan						1,14	+ 97	34
Äthylchlorid	2869	2,219	32,11			1,16	+183	40
Methylchlorid	23045	1,7825	25,799			1,24	+143	50
Ammoniak	07708	0,5962	8,629	3802	0,52	1,32	+132	83
Stickoxydul	19777	1,5298	22,140	368[1])	0,22	1,28	+ 37	59
Stickoxyd	13402	1,0367	15,003		0,23	1,40	— 94	54
Schwefelwasserst.	15392	1,1906	17,231		0,24	1,26	+100	69
Schwefl. Säure	29266	2,2638	32,764	385[1])	0,15	1,25	+157	59

12a fortgesetzt.

Schmelzpunkt; Siedepunkt; Dichte als Flüssigkeit; Verdampfungswärme; Reibungskoeffizient; Lichtbrechungsexponent aus Vakuum für Na-Licht; Dielektrizitätskonstante; Magnetisierungskoeffizient; Absorption in Wasser.

	Schm.-punkt	Siede-punkt	Am norm. Siedep. Dichte als Flüss.	Am norm. Siedep. Verdampf.-Wärme	Reib.-Koeff. 0° CGS	Brech.-Exp. (Na) 0° 760 mm	Diel.-Konst 0°	Magn.-Koeff. $10^9 x$	1 l Wasser löst b. 760 mm Druck ccm (0°; 760 mm) bei 0°	1 l Wasser löst b. 760 mm Druck ccm (0°; 760 mm) bei 20°
	0	0		Kal/g	0,000	1,00	1,0			
Luft		-193		(50)	171	0292	0059	+29	29	19
H_2	-259	-252,8	0,06	110	085	0139	0026	—0,5	21,1	18,1
He		-268,8	0,15		188	0034	0007	—11	13,4	13,8
N_2	-210,5	-195,7	0,79	48	168	0298		+ 1		
„ atm.									23,5	15,4
O_2	-218	-183,0	1,13	51	192	0271		+142	48,9	31,0
F_2	-223	-187	1,11			0195				
Cl_2	-102	- 35,8	1,51	62	129	0773		—0,6	4600	2800*
									* folgt nicht Henrys Absorptionsgesetz	
Ne		-243 ?			298	0067			11	15
Ar	-189	-185,8	1,21		210	0282		— 2	56	38
Kr	-169	-152	2,15		233	0428			120	73
X	-140	-109	3,52		210	0703			219	111
HCl	-113	- 84		99	14	0447		—0,3	500 000	440 000*
CO	-207	-190	0,79		167	0335	0069	0	35,4	23,2
CO_2	- 57	- 78,5	1,53* (* fest)	142	138	0450	0097	+0,2	1800	900*
C_2H_2	-81,5	- 83,6	0,61		094	060			1730	1030
C_2H_4	-169	-105			097	070	014	—2	226	122
CH_4	-186	-165	0,42		103	0444	0095	—2	55,6	33,1
C_2H_6	<-153	- 93			085	076			98,7	47,2
C_3H_8	<-190	- 44,5								
C_2H_5Cl					094	118	16			
CH_3Cl		- 24			102	087				
NH_3	- 78	- 33,5	0,68	321	093	0379	084	—4	1 200 000	700 000*
N_2O	-103	- 90			136	0516	011	+2	1300	650
NO	-161	-150			179	0294		+47	73,8	47,1
H_2S	- 85	- 61,5		132	115	063			4500	2700
SO_2	- 76	- 11	1,46	96	118	067	10		79 800	39 400*

12b. Zusammensetzung der Flüssigkeit und des Dampfes siedender Gemische aus Stickstoff und Sauerstoff am Siedepunkte t bei 1 Atm.

*) Prozente nach Volumen im Gaszustande gemessen.

Stickstoff mit Sauerst.	$t =$	— 195,7°	193,0	192,2	190,8	189,0	186,5	184,8	182,8°
	$s =$	0,79	0,92	0,95	1,00	1,05	1,10	1,12	1,13
Proz.* Sauerst.	Flüss.	0	36	43	55	68	83	91	100
	Dampf	0	13	18	27	40	60	76	100

13. Gesättigter Wasserdampf.

Sättigungsdruck e in mm Quecksilber (unterhalb 0° über Eis) nach Scheel u. Heuse (Ann. d. Phys. 29, 723. 1909; 31, 715. 1910; vgl. Landolt-Börnstein-Roth, Tabellen); Holborn u. Henning (ebd. 26, 833. 1908).

Masse f eines Kubikmeters in Gramm.

t	e	f	t	e	f	t	e	f	t	e	t	e
°	mm	g/cbm	°	mm	g/cbm	°	mm	g/cbm	°	mm	°	mm
— 60	,008	,011	— 30	0,28	0,33	0	4,6	4,8	30	31,8	60	149,2
— 59	,009	,012	— 29	0,31	0,37	1	4,9	5,2	31	33,7	61	156,2
— 58	,010	,014	— 28	0,34	0,41	2	5,3	5,6	32	35,7	62	163,6
— 57	,012	,016	— 27	0,38	0,46	3	5,7	6,0	33	37,7	63	171,2
— 56	,014	,019	— 26	0,42	0,51	4	6,1	6,4	34	39,9	64	179,1
— 55	,016	,021	— 25	0,47	0,55	5	6,5	6,8	35	42,2	65	187,4
— 54	,018	,024	— 24	0,52	0,60	6	7,0	7,3	36	44,6	66	195,9
— 53	,021	,027	— 23	0,57	0,66	7	7,5	7,8	37	47,1	67	204,8
— 52	,023	,030	— 22	0,63	0,73	8	8,0	8,3	38	49,7	68	214,0
— 51	,026	,034	— 21	0,70	0,80	9	8,6	8,8	39	52,5	69	223,6
— 50	,029	,038	— 20	0,77	0,88	10	9,2	9,4	40	55,3	70	233,5
— 49	,033	,043	— 19	0,85	0,96	11	9,8	10,0	41	58,4	71	243,8
— 48	,037	,048	— 18	0,93	1,05	12	10,5	10,7	42	61,5	72	254,5
— 47	,042	,054	— 17	1,03	1,15	13	11,2	11,4	43	64,8	73	265,6
— 46	,047	,060	— 16	1,13	1,27	14	12,0	12,1	44	68,3	74	277,1
— 45	,052	,067	— 15	1,24	1,38	15	12,8	12,8	45	71,9	75	289,0
— 44	,059	,074	— 14	1,36	1,51	16	13,6	13,6	46	75,7	76	301,3
— 43	,066	,083	— 13	1,49	1,65	17	14,5	14,5	47	79,6	77	314,0
— 42	,074	,093	— 12	1,63	1,80	18	15,5	15,4	48	83,7	78	327,2
— 41	,083	,104	— 11	1,78	1,96	19	16,5	16,3	49	88,0	79	340,9
— 40	,094	,117	— 10	1,95	2,14	20	17,5	17,3	50	92,5	80	355,1
— 39	,105	,130	— 9	2,13	2,33	21	18,7	18,3	51	97,2	81	369,7
— 38	,117	,144	— 8	2,32	2,54	22	19,8	19,4	52	102,1	82	384,9
— 37	,131	,160	— 7	2,53	2,76	23	21,1	20,6	53	107,2	83	400,5
— 36	,146	,178	— 6	2,76	2,99	24	22,4	21,8	54	112,5	84	416,7
— 35	,163	,198	— 5	3,01	3,24	25	23,8	23,0	55	118,0	85	433,5
— 34	,182	,220	— 4	3,28	3,51	26	25,2	24,4	56	123,7	86	450,8
— 33	,203	,244	— 3	3,57	3,81	27	26,7	25,8	57	129,7	87	468,6
— 32	,226	,271	— 2	3,88	4,13	28	28,4	27,2	58	135,9	88	487,1
— 31	,252	,301	— 1	4,22	4,47	29	30,1	28,7	59	142,4	89	506,1
— 30	,280	,333	0	4,58	4,84	30	31,8	30,3	60	149,2	90	525,8

14. Sättigungsdruck des Wasserdampfes

zwischen 90 und 200° in mm *Hg* von 0° u. norm. Schwere.

Nach Holborn u. Henning (Ann. d. Ph. 26, 833. 1908), umgerechnet auf ie thermodynamische Skale (vgl. S. 161). Oberhalb 200° nach Holborn u. aumann (ebd. 31, 968. 1910) s. Tab. 15.

	90°	91°	92°	93°	94°	95°	96°	97°	98°	99°	100°
,0	525,8	546,1	567,1	588,7	611,0	634,0	657,7	682,1	707,3	733,3	760,0
,1	27,8	48,1	69,2	90,9	13,3	36,3	60,1	84,6	09,8	35,9	62,7
,2	29,8	50,2	71,3	93,1	15,6	38,7	62,5	87,1	12,4	38,5	65,4
,3	31,8	52,3	73,5	95,3	17,9	41,0	64,9	89,6	15,0	41,2	68,2
,4	33,8	54,4	75,6	97,5	20,1	43,4	67,4	92,1	17,6	43,8	70,9
,5	35,8	56,4	77,8	599,7	22,4	45,8	69,8	94,6	20,2	46,5	73,7
,6	37,9	58,5	80,0	601,9	24,7	48,1	72,3	97,1	22,8	49,2	76,4
,7	39,9	60,6	82,1	04,2	27,0	50,5	74,7	699,7	25,4	51,9	79,2
,8	42,0	62,8	84,3	06,4	29,4	52,9	77,2	702,2	28,0	54,6	82,0
,9	44,0	64,9	86,5	08,7	31,7	55,3	79,2	04,7	30,6	57,3	84,8
1,0	546,1	567,1	588,7	611,0	634,0	657,7	682,1	707,3	733,3	760,0	787,5

	100°	110°	120°	130°	140°	150°	160°	170°	180°	190°
0	760,0	1074,6	1489,2	2026,3	2710,8	3571	4636	5941	7521	9415
1	787,5	111,2	537,0	087,6	788,5	667	755	6086	696	623
2	815,9	148,9	586,1	150,4	867,9	766	4877	234	7874	9835
3	845,1	187,6	636,4	214,8	2949,1	867	5002	385	8055	10050
4	875,1	227,3	688,0	280,9	3032,1	3970	128	539	239	269
5	906,1	268,1	740,9	348,5	117,0	4075	257	695	427	492
6	938,0	310,0	795,2	417,6	203,9	183	389	6854	618	718
7	970,7	353,1	850,8	488,4	292,6	293	523	7017	8812	10948
8	1004,4	397,3	907,9	560,9	383,2	405	660	182	9009	11182
9	039,0	442,7	1966,4	635,0	476,0	520	799	350	210	420
10	1074,6	1489,2	2026,3	2710,8	3570,8	4636	5941	7521	9415	11662

14a. Siedetemperatur des Wassers bei dem Barometerstande *b*.

Tabelle von Wiebe.

	b in mm											
	680	690	700	710	720	730	740	750	760	770	780	790
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	9 6,92	7,32	7,71	8,11	8,49	8,88	9,26	9,63	10 0,00	0,37	0,73	1,09
1	6,96	7,36	7,75	8,14	8,53	8,91	9,29	9,67	0,04	0,40	0,76	1,12
2	7,00	7,40	7,79	8,18	8,57	8,95	9,33	9,70	0,07	0,44	0,80	1,16
3	7,04	7,44	7,83	8,22	8,61	8,99	9,37	9,74	0,11	0,48	0,84	1,19
4	7,08	7,48	7,87	8,26	8,65	9,03	9,41	9,78	0,15	0,51	0,87	1,23
5	7,12	7,52	7,91	8,30	8,69	9,07	9,44	9,82	0,18	0,55	0,91	1,26
6	7,16	7,56	7,95	8,34	8,72	9,10	9,48	9,85	0,22	0,58	0,94	1,30
7	7,20	7,60	7,99	8,38	8,76	9,14	9,52	9,89	0,26	0,62	0,98	1,33
8	7,24	7,63	8,03	8,42	8,80	9,18	9,56	9,93	0,29	0,66	1,02	1,37
9	7,28	7,67	8,07	8,45	8,84	9,22	9,59	9,96	0,33	0,69	1,05	1,41
10	7,32	7,71	8,11	8,49	8,88	9,26	9,63	$\bar{0}$,00	0,37	0,73	1,09	1,44

15. Sättigungsdruck von Gasen und Dämpfen.

CO_2 (von — 60° abwärts fest): Amagat, Kuenen u. Robson, Zeleny u. Smith; NH_3 (bei — 80° fest): Brill, Davies, Regnault; SO_2: Regnault.
Hg: ber. von Laby (Ph. Mag. 16, 789. 1908) nach Cailletet, Collardeau u. Rivière, Callendar u. Griffiths, Gebhardt, Hertz, Morley, Pfaundler, Ramsay u. Young.

	CO_2	NH_3	SO_2
0	mm	mm	mm
—120	14		
—110	43		
—100	119		
— 90	288		
— 80	657	35	
— 70	1440	80	
— 60	3000	170	
— 50	5070	310	
— 40	7480	560	160
— 30	10700	870	300
— 20	14800	1390	480
— 10	19700	2150	760
0	26100	3170	1160
+ 10	33600	4590	1720
+ 20	42300	6430	2460
30	53700	8760	3440
40		11680	4670
60		19500	8120
80		30800	13700
100		46000	21200

	Äthyläther	Schwefelkohlenst.	Chloroform	Methylalkoh.	Äthylalkoh.	Benzol	Chlorbenzol	Quecksilber
0	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm
—20	66	47		6,3	3,3	6		
—10	113	79		13,5	6,5	14		
0	185	128		28	12,5	26	2,6	0,0004
+20	440	298	160	91	44,1	75	8,8	0,0011
+40	920	618	369	260	133,6	182	25,7	0,006
60	1740	1160	755	630	351	389	64,8	0,025
80	3000	2030	1408	1260	812	753	145	0,09
100	4900	3320	2430	2400	1690	1342	293	0,28
120	7600	5150	3930	4300	3220	2240	543	0,76
140	11100	7600	6000	7300	5670	3520	939	1,89
160	15800		8700		9400	5280	1528	4,30
180	21800				14800	7620	2367	8,91
200					22200	10660	3518	17,8

Wasser (Tab. 14) u. Quecksilber, fortgesetzt

	H_2O	Hg		H_2O	Hg		Hg
0	mm	mm	0	mm	mm	0	mm
200	11660	17,8	340	109600	559	600	16900
220	17400	33,0	360	140000	806	650	26000
240	25110	58	380	Krit. Temp. 370°	1130	700	38000
260	35200	98	400		1570	750	55000
280	48120	158	450		3230	800	77000
300	64460	249	500		6080	850	104000
320	84720	378	550		10500		

16. Sättigungsdruck von Wasserstoff, Stickstoff und Sauerstoff.

Nach Fischer u. Alt, Olszewski, Travers.

Wasserstoff		Stickstoff				Sauerstoff			
	mm		mm		mm		mm		mm
—259°	60	—210°	90	—195°	800	—194°	198	—180°	1000
—258	114	—205	206	—190	1370	—191	298	—170	2470
—257	172	—202	308	—185	2170	—189	380	—160	4740
—256	250	—200	435	—180	3290	—187	484	—150	8340
—255	350	—198	566	—170	6720	—185	608	—140	15700
—254	470	—197	635	—160	12200	—184	680	—130	25200
—253	650	—196	720	—150	20000	—183	748	—120	38000

17. Löslichkeit in Wasser.

Als Bodenkörper gilt die bei der Temperatur stabile Kristallform.
In 100 Gewichtsteilen Wasser sind im Sättigungszustande gelöst Gewichtsteile wasserfreien Salzes:

Bei der Temp. 0°		18°	100°	Bei der Temp. 0°		18°	100°
KCl	28	34	57	$CaCl_2$	50	71	155
KJ	128	142	209	$CaSO_4$	0,18	0,202	0,17
$KClO_3$	3	6,9	56	$MgCl_2$	52	56	—
KNO_3	13	29	250	$MgSO_4$	27	35	74
K_2SO_4	8	10,5	26	$ZnCl_2$	210	360	610
$K_2Cr_2O_7$	5	11	94	$ZnSO_4$	43	51	95
K_2CO_3	89	111	156	$CdSO_4$	75	76	61
NH_4Cl	28	36	73	$CuSO_4$	18	23	75
NaCl	35,5	36,0	39,6	$NiSO_4$	29	39	—
$NaNO_3$	73	86	180	$AgNO_3$	122	220	900
$NaClO_3$	82	98	204	$Pb(NO_3)_2$ ...	38	51	130
Na_2CO_3	7	20	45	Hg_2SO_4	—	0,05	—
LiCl	64	79	130	$BaSO_4$	$0{,}0_3 17$	$0{,}0_3 23$	—
Li_2CO_3	1,5	1,3	0,8	BaC_2O_4	0,005	0,008	—
TlCl	—	0,304	—	CaC_2O_4	$0{,}0_3 40$	$0{,}0_3 55$	—
$BaCl_2$	31	35	59	AgCl	$0{,}0_3 06$	$0{,}0_3 13$	—
$SrCl_2$	44	52	102	Rohrzucker .	179	201	490

18. Kapillarkonstante α in mg-Gew./mm bei 18°.

9,81 α gibt die Kapillarkonstante in CGS.

Wasser	7,7	Glyzerin	6,6	Quecksilber	50
Methylalkohol .	2,4	Olivenöl	3,3	Flüss. Luft — 190°	1,2
Äthylalkohol ..	2,0	Petroleum	3	„ O — 183°	1,3
Amylalkohol ...	2,4	Terpentinöl	2,7	„ N — 195°	0,85
Äthyläther	1,7	Schwefelsäure 10%	7,7	„ Cl — 72°	3,4
Benzol	3,0	„ 50%	8,3	„ SO_2 — 29°	3,4

18a. Kapillardepression des Quecksilbers.

Interpoliert nach Mendeléeff und Gutkowsky. Vgl. aber S. 258.

Durchmesser	Höhe des Meniskus in mm							
	0,4	0,6	0,8	1,0	1,2	1,4	1,6	1,8
mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm
4	0,83	1,22	1,54	1,98	2,37			
5	0,47	0,65	0,86	1,19	1,45	1,80		
6	0,27	0,41	0,56	0,78	0,98	1,21	1,43	
7	0,18	0,28	0,40	0,53	0,67	0,82	0,97	1,13
8		0,20	0,29	0,38	0,46	0,56	0,65	0,77
9		0,15	0,21	0,28	0,33	0,40	0,46	0,52
10			0,15	0,20	0,25	0,29	0,33	0,37
11			0,10	0,14	0,18	0,21	0,24	0,27
12			0,07	0,10	0,13	0,15	0,18	0,19
13			0,04	0,07	0,10	0,12	0,13	0,14

19. Reibungskoeffizient [η] des Wassers in CGS

oder $cm^{-1} \cdot g \cdot sec^{-1}$.

$[\eta]_{20}$ nach Beobachtungen von Gartenmeister, Heydweiller, Noack, Pacher, Poiseuille, Slotte, Sprung, Thorpe u. Rodger; Temperaturgang auch nach Grotrian, O. E. Meyer, Wagner. Berechnet von Heydweiller.

t	$10^5[\eta]$	auf +1°	t	$10^5[\eta]$	auf +1°	t	$10^5[\eta]$	auf +1°	t	$10^5[\eta]$	auf +1°
0°	1797	−56	19°	1029	−25	30°	803	−15	100°	284	−2,8
5	1518	−42	20	1004	−24	40	655	−10	110	256	−2,4
10	1307	−33	21	980	−23	50	551	−8,1	120	232	−2,0
15	1140	−30	22	957	−21	60	470	−6,3	130	212	−1,6
16	1110	−28	23	936	−21	70	407	−5,0	140	196	−1,2
17	1082	−27	24	915	−20	80	357	−4,0	150	184	−1,0
18	1055	−26	25	895	−18	90	317	−3,3	160	174	
19	1029		30	803		100	284				

19a. Zusammendrückbarkeit $\varkappa$ durch 1 Atm. (55b II) und Reibungskoeffizient [η]

bei 18° und Änderung dieser Größen in der Nachbarschaft von 18° auf + 1°.

* bedeutet $\varkappa$ für kleine Drucke.

	$\varkappa$	$10^6 \frac{d\varkappa}{dt}$	[η]	$10^4 \frac{d\eta}{dt}$
	0,000			
Wasser*	049	−0,2	0,0106	−2,7
Methylalkoh.	12	+0,8	0,0064	−0,9
Äthylalkoh.*.	120	+0,6	0,0130	−2,5
Amylalkohol.	09	+0,6	0,05	−10
Äther*......	184	+1,7	0,0026	−0,25
Benzol	090	+0,8	0,0066	−1,1
Schw.-Kohlenst.	090	+0,7	0,0038	−0,25
Glyzerin	024		11	
Rizinusöl....	047			
Quecksilber .	0038		0,0159	−0,5

19b. Zusammendrückbarkeit $\varkappa$ in Atm^{-1} für Wasser und Äther

in Millionteln (Amagat). S. auch Bridgman, Proc. Am. Acad. 48, 310. 1912.

Zwischen	1 u. 50	50 100	100 200	200 300	300 400	400 500	500 1000	1000 2000	2000 3000 Atm.
Wasser 0°	52,0	50,5	49,2	48,0	46,6	45,5	41,6	34,1	27,6
20	48,3	45,4	44,2	43,4	42,4	41,5	38,1	32,3	26,7
40	44,9		42,9	41,4	40,7	40,4	37	32	26
60	45,5		42,7	41,5	40,6	39,4	37		
80				43,6	42,2	40,8	38		
100	47,8		46,8	45,9	44,6	43,4	39		
198			80,0	76,3	72,5	67,7	61		
Äther 0°	147	133	121	109	99	89	71	50	35
20	176	158	145	125	114	100	78	53	37
40	208	203	170	148	129	115	89		
60		252	205	174	150	131	99		
80		315	254	204	172	149	110		
100		393	308	241	194	174	120		
198				565	393	299	187		

20. Elastizitätsmodul E, Torsionsmodul F, Poissonsche Zahl μ, Kompressibilität $\varkappa$, Tragkraft C, Schallgeschwindigkeit u bei 18°.

Ferner Änderung Δ von E und F mit der Temperatur von 0° auf 100°. Die größeren E und F gelten i. allg. für reines, möglichst dichtes Material bei kleiner Deformation. Dünne gezogene Drähte können die Zahlen noch überschreiten. Weiches, geglühtes oder angelassenes Material hat häufig kleinere E und F. — Die Tragkraft gilt i. allg. für gezogenes Metall.

	s	El.-Mod. E	ΔE	Tors.-M. F	ΔF	μ	$\varkappa \cdot 10^6$	C	u
		kg-Gew./mm²	%	kg-Gew./mm²	%		cm²/kg-G.	kg-G./mm²	m/sec
Aluminium	2,7	6300–7200	−20	2300–2700	−21	0,33	1,4	20–30	5000
Blei	11,3	1500–1700		550	−30	0,43	2,4	2	1300
Cadmium	8,6	5000–7000		2400	−50	0,3	2		2600
Eisen:									
Schmiede-	7,8	20000–22000		7000–8300	−2 bis 5	0,28	0,6	40–60	
Stahl	7,8	20000–22000	−2	8000–8300	−2 bis 5	0,28	0,6	80–130	5100
Stahlsaite	7,7							bis 250	
Guß- (grau)		7500–13000		5000		,23–,27	1,3	12–23	
Guß- (weiß)		18000							
Gold	19,2	7600–8100	−3	2800	−3	0,41	0,7	27	2100
Iridium	22,4	53000							4900
Konstantan	8,8	16600		6200		0,33	0,6		4300
Kupfer	8,9	10000–13000	−2 bis 4	3900–4800	−4 bis 6	0,34	0,8	40	3600
Magnesium	1,7	4000		1700			3		4800
Manganin	8,4	12600		4700		0,33	0,8		3900
Messing	8,4	8000–10000	−4	2700–3700	−5	0,3–0,4	1,0	60	3200
Neusilber	8,5	11000		4000	−4	0,37			3600
Nickel	8,8	20000–22000	−2	7800	−3	0,30	0,6		4900
Palladium	12,0	10000–11500	−2	4000–5000	−3	0,39	0,6	36	3000
Platin	21,4	16000–17500	−1 bis 2	6000–7000	−2	0,38	0,4	30	2800
Rhodium	12,4	30000							4900
Silber	10,5	7000–8000	−4	2500–2900	−7 bis 8	0,37	1,0	29	2700
Tantal	16	19000						93	3400
Wismut	9,8	3200		1200–1400		0,33	3,0		1800
Zink	7,1	8000–13000		4000	−40	0,2–0,3	1,5–0,9	13	3900
Zinn	7,3	4000–5500		1700		0,33	1,9	2	2600
Glas	2,5	5000–8000	bis −4	2000–3000		0,2–0,3	1,3–2,9		5000
Quarzglas	2,2	6000							
Holzfaser		500–1200						7–12	3–4000

21. Tonhöhe und Schwingungszahl in 1 Sekunde.

für gleichschwebende Stimmung: $a_1 = 435$. Über reine Stimmung s. S. 251.

	C_{-2}	C_{-1}	C	c	c_1	c_2	c_3	c_4
C	16,17	32,33	64,66	129,3	258,7	517,3	1035	2069
Cis	17,13	34,25	68,51	137,0	274,0	548,1	1096	2192
D	18,15	36,29	72,58	145,2	290,3	580,7	1161	2323
Dis	19,22	38,45	76,90	153,8	307,6	615,2	1230	2461
E	20,37	40,74	81,47	162,9	325,9	651,8	1304	2607
F	21,58	43,16	86,31	172,6	345,3	690,5	1381	2762
Fis	22,86	45,72	91,45	182,9	365,8	731,6	1463	2926
G	24,22	48,44	96,89	193,8	387,5	775,1	1550	3100
Gis	25,66	51,32	102,65	205,3	410,6	821,2	1642	3285
A	27,19	54,37	108,75	217,5	435,0	870,0	1740	3480
Ais	28,80	57,61	115,22	230,4	460,9	921,7	1843	3687
H	30,52	61,03	122,07	244,1	488,3	976,5	1953	3906

22. Hauptspektrallinien. Flammen; Geißlersche Röhren; Sonne.

Skale von Bunsen-Kirchhoff; Natriumlinie auf 50; Spaltbreite = 1 Sk.-T.

Obere Zahl = Mittellage; untere Zahl = Breite der Linie, wenn diese von 1 Sk.-T. abweicht. Römische Zahl = Helligkeit bei dauerndem Spektrum.

S bedeutet ganz scharf begrenzt. *s* mäßig scharf. Die übrigen Linien der Flammenspektra sind mehr oder weniger verwaschene Banden.

Die für die Analyse wichtigsten Linien sind fett gedruckt.

Das Spektrum erscheint (ungefähr):
rot bis 48, gelb bis 52, grün bis 80, blau bis 120, violett von 120 an.

K	**17,5**	Schwaches Spektrum von 55 bis 120.									**153,0**
	II *S*										IV *S*
Li	**32,0**			45,2							
	I *S*			IV *s*							
Ca	33,1	36,7	**41,7**	46,8	49,0	52,8	54,9	**60,8**	68,0		**135,0**
	IV 2	IV	I 1,5	III 2	III	IV	IV	I 1,5	IV 2		IV *S*
Sr	29,8	**32,1**	**33,8**	36,3	39,0	41,8	**45,8**				**105,0**
	III	II	II	II	III	III	I *S*				III *S*
Ba	35,2	41,5	45,6	52,1	56,0	**60,8**	66,5	**71,4**	**76,8**	82,7	**89,3**
	IV 2	III 3	III 1,5	IV	III 2	II *s*	III 3	III 3	III 2	IV 4	III 2
Tl						68					
						I *S*					
He	32,7			50,4				82,6	87,1		**113,6**
	III			I				I	III		II
Sonne	A	a	B	C(*H*)	D(*Na*)	E	b	F(*H*)	f(*H*)	G	H(*H*)
λ =	762	718	687	656	589	527	517	486	434	431	397 $\mu\mu$
	18,5	24	29	35	50,0	71,3	75	90	125	128	162

Zu Tab. 23. Umrechnung von Wellenlängen in Gasen; vgl. S. 308.

1. Die Wellenlänge λ_0 im Vakuum ist $\lambda_0 = \lambda(1+\delta)$, wo $1+\delta$ das Br.-V. in Luft von 20° u. 760 mm; für

λ =	0,2	0,4	0,6	0,8 μ
δ =	0,000 318	277	272	270.

2. In einem Gase von t^0 und p mm Hg gilt

$$\lambda_{t,p} = \frac{\lambda_0}{1 + c \cdot p/(1 + 0{,}00367\,t)},$$

wo für	H	N	O	CO_2;	Luft
c nahe = $0{,}0_6$	18	39	36	59;	$0{,}0_6 39$, genauer $0{,}00141\,\delta$.

23. Lichtwellenlängen λ in Luft von 20° und 760 mm Quecksilberdruck (spez. Gew. = 0,001205), gemessen in μ = 0,001 mm.

Als Normal erster Ordnung gilt die rote Cd-Linie (0,643847 μ); die darauf bezogenen intern. Wellenlängennormalen zweiter Ordnung s. Trans. of the intern. Union for Cooperation in Solar Research 3, 139. 1911 u. 4, 1914. — Verzeichnis von Wellenlängen s. bei Eder u. Valenta, Atlas typischer Spektren, Wien 1911; Exner u. Haschek, Die Spektren der Elemente bei norm. Druck, 3 Bd., 1911; Kayser, Hdb. der Spektroskopie, Bd. 5 u. 6; kurze Übersichten bei Watts, Introduction to the Study of Spectrum Analysis, London 1904, und Stanley, Lines in the Arc Spectra of Elements, London 1911. — Ferner Dufet, Recueil de Données numériques, Optique I; jährliche Berichte in den Reports der Brit. Assoc.

Die steilen Buchstaben geben die Namen der Linien, die kursiven die chemischen Elemente an, in deren Dämpfen die Linien auftreten.

		λ			λ			λ			λ
Y		,899		*Tl*	,53505	(g)	*Ca*	,42268	S	*Fe, Ni*	,3101
X_4		,8805		*Cd 3*	,53381	(h)	*H*	,41018		*Al*	,30928
X_3		,866	E	*Fe, Ca*	,52704		*Hg*	,40780		*Al*	,30822
X_2		,854	E	*Fe*	,52696		*Hg*	,4047		*Zn*	,3074
X_1		,849		*Ag*	,52091		*K, Fe*	,4046	s	*Fe*	,30476
Z		,822	b_1	*Mg*	,51837		*Cd 8*	,3982		*Zn*	,30358
	K	,7699	b_2	*Mg*	,51727	H	*H, Ca*	,3968		*Cd 14*	,29807
	K	,7665	b_3	*Fe*	,51690		*Al*	,39616		*Cd 15*	,28808
		,7628	b_4	*Mg, Fe*	,51674		*Al*	,39440		*Cd 16*	,28869
A		,7621		*Cd 4*	,50858		*Ba*	,3935		*Zn*	,28008
		,7594		*He*	,50157	K	*Ca*	,39337		*Zn*	,27708
a		,7185	(c)	*Fe*	,49576		*Hg*	,3902		*Cd 17*	,27484
	He	,70652		*He*	,49219		*Mg*	,38383		*Zn*	,27125
B	*O*	,6870		*Hg*	,4916		*Fe*	,38259		*Zn*	,26842
	Li	,67079	F	*H*	,48614	L	*Fe*	,38205		*Al*	,25751
	He	,66782		*Zn*	,48105		*Fe*	,38159		*Cd 18*	,25730
C	*H*	,65629		*Cd 5*	,47999	M	*Fe*	,37849		*Al*	,25680
	Cd 1	,64385		*Zn*	,47222	M	*Fe*	,37200		*Al*	,23781
	Zn	,63623		*He*	,47131		*Cd 9*	,3611		*Al*	,23671
α	*O*	,62781		*Zn*	,46801	N	*Fe*	,35812		*Cd 22*	,23293
	Ba	,6183		*Cd 6*	,46782		*Cd 10*	,3467		*Cd 23*	,23129
	Hg	,61521	(d)	*Fe*	,4668	O	*Fe*	,3441		*Al*	,22691
	Li	,61036		*Sr*	,46074		*Cd 11*	,3404		*Cd 24*	,2265
	Ba	,5988		*In*	,4511	P		,3360		*Cd 25*	,21946
D_1	*Na*	,58960		*He*	,44715		*Zn*	,33450		*Cd 26*	,21444
D_2	*Na*	,58900		*Cd 7*	,44180		*Zn*	,3303		*Zn 27*	,2099
D_3	*He*	,58757	(e)	*Fe*	,43836	Q		,3287		*Zn 28*	,2062
	Hg	,57906		*Hg*	,43584		*Zn*	,3282		*Zn 29*	,2025
	Hg	,57695		*Hg*	,4348		*Cd 12*	,3261		*Al 30*	,1990
	Ag	,54654	(f)	*H*	,43405		*Cd 12*	,3250		*Al 31*	,1935
	Hg	,54608	(G')	*Fe*	,43258	R	*Ca*	,3180		*Al 32*	,1862
	Cd 2	,53790	G	*Fe, Ca*	,43079	r		,3145		*Al 32*	,1854

24. Lichtbrechungsverhältnis einiger Körper bei 18°, bezogen auf Luft. Drehvermögen des Quarzes bei 1 mm Dicke.

Das B.-V. nimmt auf +1° ab: in mittlerer Temperatur für Schwefelkohlenstoff um 0,0008 für D, um 0,0009 für H; für Alkohol um 0,0004; für Wasser bei 5° um 0,00003, bei 10° um 0,00005, bei 15° um 0,00007, bei 20° um 0,00009, bei 25° um 0,00010.

Wasser für ultrarote Wellen s. bei Rubens u. Ladenburg, Verh. D. Phys. Ges. 1909, 25. — Gase in Tab. 12a.

Wellenlänge in μ	A 0,760	B ,687	C(H) ,6563	D(Na) ,5893	E ,5270	F(H) ,4861	f(H) ,4341	G ,4308	H(H) ,3968
Wasser	1,3292	,3306	,3314	,3332	,3354	,3373	,3406	,3408	,3437
Alkohol	1,3587	,3600	,3609	,3625	,3646	,3665	,3703	,3705	,3736
Schwefelkohlenstoff	1,6102	,6165	,6199	,6291	,6421	,6541	,6767	,6787	,7016
Cassiaöl	1,586	,592	,596	,605	,619	,634	,663	,665	,701
Kronglas leicht	1,5099	,5118	,5127	,5153	,5186	,5214	,5264	,5267	,5312
Kronglas schwer	1,6097	,6117	,6126	,6152	,6185	,6213	,6262	,6265	,6308
Flintglas leicht	1,5986	,6020	,6038	,6085	,6145	,6200	,6302	,6308	,6404
Flintglas schwer	1,7351	,7406	,7434	,7515	,7623	,7723	,7910	,7922	,811
Kalkspat ord.	1,6500	,6530	,6545	,6585	,6635	,6679	,6755	,6762	,6833
Kalkspat extr.	1,4827	,4840	,4846	,4864	,4887	,4908	,4943	,4946	,4978
Quarz ord.	1,5391	,5409	,5418	,5442	,5471	,5496	,5539	,5543	,5581
Quarz extr.	1,5481	,5500	,5509	,5533	,5563	,5589	,5634	,5637	,5677
Gips, mittl. Str.	1,517	,519	,520	,523	,525	,528	,532	,532	
Aragonit „	1,672	,676	,678	,682	,686	,691	,698	,698	,705
Topas (sibir.) „	1,608	,610	,611	,614	,617	,619	,624	,624	,627
Drehung in Quarz bei 18°.......	12,7°	15,7°	17,3°	21,71°	27,5°	32,7°	42,0°	42,6°	51,2°

Aceton	1,36	Glimmer	1,56 bis 1,60
Äther	1,36	Methylenjodid	1,74
Arsenbromür	1,78	Monobromnaphtalin	1,66
Benzol	1,503	Phosphor in CS_2	1,97
Beryll	1,57	Rüböl	1,47
Canadabalsam	1,54	Terpentinöl	1,48
Chloroform	1,45	Turmalin	1,64
Eis	1,31	KNO_3	1,50
Feldspat	1,52	$NaNO_3$, für Na, extr. 1,335; ord.	1,584
Flintglas, schwerstes	1,9	Zucker	1,56

Die drei Hauptbrechungsverhältnisse des Natronlichtes betragen für

Gips	1,530	1,523	1,520
Ostindischen Glimmer	1,600	1,594	1,561
Aragonit	1,686	1,682	1,530
Baryt	1,648	1,637	1,636

Aus Vakuum: Luft 0° und 760 mm, $1{,}0002879 + 0{,}0_5132/\lambda^2 + 0{,}0_732/\lambda^4$; Kayser u. Runge, Wied. Ann. 50, 312. (λ in μ = 0,001 mm gemessen.)

24 a. Brechungsverhältnis n von Quarz, Flußspat, Steinsalz und Sylvin bei 18°.

Im Ultraviolett nach Sarasin (Quarz, Flußspat); Martens (Steinsalz, Sylvin). Im Ultrarot nach Carvallo (Quarz); Paschen (Quarz, Flußspat, Steinsalz, Sylvin); Rubens (Quarz); Rubens mit Nichols u. Trowbridge (Sylvin, Steinsalz von 16 μ an).

Der Temperaturkoeffizient $-dn/dt$ beträgt nach Fizeau, Stefan, Pulfrich Dufet u. a. für Natriumlicht in Luft von konstanter Temperatur: Quarz ord. $0{,}0_4062$, Flußspat $0{,}0_4142$, Steinsalz $0{,}0_437$, Sylvin $0{,}0_436$; in gleich temperierter Luft ist von diesen Zahlen $0{,}0_4011$ abzuziehen.

Die Differenzen unter d bei Quarz und Flußspat bedeuten den mittleren Abfall $-\Delta n$ in Einheiten der 4. Dezimale auf $\Delta\lambda = +0{,}01\,\mu$

Quarz (ord. Strahl)				Flußspat				Steinsalz			Sylvin		
	λ	n	d		λ	n	d		λ	n		λ	n
Al	0,1857	1,6750	183	*Al*	0,1857	1,5094	98,5	*Al*	0,1854	1,8935	*Al*	0,1854	1,8271
Al	0,1990	1,6507	132	*Al*	0,1990	1,4963	76,0	*Al*	0,1990	1,7960	*Al*	0,1990	1,7244
Cd	0,2144	1,6304	97	*Cd*	0,2144	1,4866	55,6	*Cd*	0,2144	1,7324	*Cd*	0,2144	1,6619
Cd	0,2313	1,6140	69	*Cd*	0,2313	1,4752	40,0	*Cd*	0,2313	1,6886	*Cd*	0,2313	1,6204
Cd	0,2573	1,5962	49,7	*Cd*	0,2573	1,4648	29,7	*Cd*	0,2573	1,6462	*Cd*	0,2573	1,5812
Cd	0,2748	1,5875	30,6	*Cd*	0,2748	1,4596	18,0	*Cd*	0,2748	1,6271	*Cd*	0,2748	1,5639
Cd	0,3404	1,5674	16,5	*Cd*	0,3404	1,4478	10,0	*Cd*	0,3404	1,5862	*Cd*	0,3404	1,5273
H	0,3968	1,5581	11,3	H	0,3968	1,44214	7,10	*Al*	0,3944	1,5692	*Al*	0,3944	1,5122
f	0,4341	1,5539	8,21	f	0,4341	1,4395	4,71	f	0,4341	1,5610	f	0,4341	1,5050
F	0,4861	1,54963	5,77	F	0,4861	1,43705	3,05	F	0,4861	1,5534	F	0,4861	1,4984
Hg	0,5461	1,54617	4,47	D	0,5893	1,43390	2,03	D	0,5893	1,5443	D	0,5893	1,4904
D	0,5893	1,54424	3,81	C	0,6563	1,43254	1,47	C	0,6563	1,5407	C	0,6563	1,4873
O	0,6158	1,54323	3,23	K	0,7682	1,4309	0,736	*K*	0,7682	1,5367	*K*	0,7682	1,4838
He	0,6678	1,54155	2,76	2 *Na*	1,179	1,4279	0,492	1⅔ *Na*	0,9822	1,5324	1⅔ *Na*	0,9822	1,4801
He	0,7065	1,54048	2,33	3 *Na*	1,768	1,4250	0,509	2 *Na*	1,179	1,5304	2 *Na*	1,179	1,4783
Kα	0,7665	1,53908	1,64	4 *Na*	2,357	1,4220	0,627	3 *Na*	1,768	1,5274	3 *Na*	1,768	1,4759
	1,083	1,53387	1,32	5 *Na*	2,947	1,4183	0,76	4 *Na*	2,357	1,5259	4 *Na*	2,357	1,4748
	1,179	1,53260	1,31	6 *Na*	3,536	1,4138	0,90	6 *Na*	3,536	1,5232	6 *Na*	3,536	1,4730
	1,473	1,52875	1,40	7 *Na*	4,125	1,4085	1,05	8½ *Na*	5,009	1,5190	8 *Na*	4,714	1,4711
	1,768	1,52461	1,59	8 *Na*	4,714	1,4023	1,20	11 *Na*	6,482	1,5136	10 *Na*	5,893	1,4688
	2,058	1,51999	1,83	9 *Na*	5,304	1,3952	1,37	13 *Na*	7,661	1,5083	14 *Na*	8,250	1,4627
	2,357	1,51449	1,89	10 *Na*	5,893	1,3871	1,51	15 *Na*	8,840	1,5020	17 *Na*	10,018	1,4567
	2,59	1,5101	2,48	11 *Na*	6,482	1,3782	1,73	17 *Na*	10,018	1,4947	20 *Na*	11,786	1,4492
	2,84	1,5089	2,74	12 *Na*	7,072	1,3680	1,90	20 *Na*	11,786	1,4818	22 *Na*	12,965	1,4435
	3,03	1,4987	2,87	13 *Na*	7,661	1,3568	2,11	22 *Na*	12,965	1,4717	24 *Na*	14,143	1,4372
	3,18	1,4944	2,95	14 *Na*	8,250	1,3444	2,31	24 *Na*	14,143	1,4605	27 *Na*	15,91	1,4262
	3,40	1,4879	3,48	15 *Na*	8,840	1,3308	2,49	27 *Na*	15,911	1,4410		18,10	1,4106
	3,63	1,4799	3,47	16 *Na*	9,429	1,3161			17,93	1,4150		20,60	1,3882
	3,80	1,4740	3,81						20,57	1,3735		22,50	1,3692
	3,96	1,4679	4,54						22,30	1,3408			
	4,09	1,4620	4,64										
	4,20	1,4569											

25. Absorption ultraroter Strahlen von der Wellenlänge λ in einigen Mitteln.

1. Merritt; 2. Rubens u. Trowbridge; 3. Aschkinass; 4. Paschen; Rubens u. Aschkinass. Ozon und N-Verbindungen bei Warburg und Leithäuser, Sitz.-Ber. Berl. Ak. 1906. 15[illegible]. (Über Reststrahlen s. S. 721 unten.)

1. Schichtdicke = 0,1 cm

Kalkspat λ	ord.	extr.	Quarz λ	ord.	extr.
μ	%	%	μ	%	%
1,02	0	0	1	0	0
1,45	0	0	1,5	0	0
2,07	1,0	0	2	0	0
2,30	17,3	0	2,5	0	0
2,44	25,7	0	2,72	1,6	0
2,53	17,8	1,0	2,83	4,3	0
2,60	11,2	0,5	2,95	5,4	2,2
2,65	15,7	0	3,07	3,0	2,5
2,74	21,0	0	3,17	1,6	1,0
2,83	12,4	0,5	3,38	1,3	3,5
2,90	6,6	1,0	3,67	11,5	16
2,95	16,2	2,0	3,82	14,6	12
3,04	37,4	5,0	3,96	18,3	10
3,30	90	12	4,12	29	20
3,47	86	11	4,36	—	55
3,62	61	17	4,50	48	
3,80	84	16			
3,98	100	9			
4,35	48	1			
4,52	76	3			
4,66	68	15			
4,83	45	17			
4,96	42	13			
5,25	55	29			
5,50		73			

2. Schichtd. = 1 cm

λ	Steinsalz	Sylvin	Flußspat
μ	%	%	%
7	0	—	1,0
8	0	—	15,6
9	0,5	0	45,7
10	0,5	1,2	83,6
11	0,5	1,0	99,0
12	0,7	0,5	100
13	2,4	0,5	
14	6,9	2,5	
15	15,4	4,6	
16	33,9	6,4	
17	48,4	7,8	
18	72,5	13,8	
19	90,4	24,2	
20,7	99,4	41,5	
23,7	100	84,5	

3. Wasser

Dicke	λ	%
1 m	0,77	91
1 cm	1,00	85
	1,25	71
0,005 cm	1,50	18
	1,71	5
	1,94	46
	2,2	14
	2,7	88
0,001 cm	1,8	2
	3,1	94
	3,8	19
	4,7	42
	5,3	27
	6,1	92
	7,1	56
	8,4	50

4. Absorptionsbanden

Kohlensäure	Von λ	bis λ	Max. λ
Schwach	2,36	3,02	[illegible]
Stark	4,01	4,80	[illegible]
Stark*	13,5	16	[illegible]

* Breite abh. von Schichtdicke

Wasserdampf	Von λ	bis λ	Max. λ
Schwach	1,14	1,73	1,46
Schwach	1,73	2,24	1,92
Stärker	2,24	3,27	2,66
Stark	4,8	6,25	
Maxima:	6,25	5,90	[illegible]
Stark	6,25	8,54	

Stärkstes Max. bei 6,53
Absorpt.-Gebiet v. 11 μ an
Max. bei 11,6 12,4 13,4 14,3 15,7 u. 17,5 μ

25 a. Reflexionsvermögen von Metallen

in Prozenten, bei nahe senkrechtem Einfall; Hagen u. Rubens.

λ	Ag	Pt	Ni	Stahl	Au	Cu*)	Spiegelmetalle R	Spiegelmetalle B	Spiegelmetalle M	Ag an Glas	Hg an Glas
0,251	34,1	33,8	37,8	32,9	38,8	25,9	29,9	35,8	67,0		
0,288	21,2	38,8	42,7	35,0	34,0	24,3	37,7	37,1	70,6		
0,305	9,1	39,8	44,2	37,2	31,8	25,3	41,7	37,2	72,2		
0,316	4,2	—	—	—	—	—	—	—	—		
0,326	14,6	41,4	45,2	40,3	28,6	24,9	—	39,3	75,5		
0,338	55,5	—	46,5	—	—	—	—	—	—		
0,357	74,5	43,4	48,8	45,0	27,9	27,3	51,0	43,3	81,2		
0,385	81,4	45,4	49,6	47,8	27,1	28,6	53,1	44,3	83,9		
0,420	86,6	51,8	56,6	51,9	29,3	32,7	56,4	47,2	83,3		
0,450	90,5	54,7	59,4	54,4	33,1	37,0	60,0	49,2	83,4	85,7	72,8
0,500	91,3	58,4	60,8	54,8	47,0	43,7	63,2	49,3	83,3	86,6	70,9
0,550	92,7	61,1	62,6	54,9	74,0	47,7	64,0	48,3	82,7	88,2	[illegible]
0,60	93,6	64,2	64,9	55,4	84,4	71,8	64,3	47,5	83,0	88,1	[illegible]
0,65	95,9	66,5	66,6	56,4	88,9	80,0	65,4	51,5	82,7	89,1	[illegible]
0,70	96,2	69,0	68,8	57,6	92,3	83,1	66,8	54,9	83,3	89,6	[illegible]
0,80	—	70,3	69,8	58,0	94,9	88,6	—	63,1	84,3		
1,0	97,5	72,9	72,0	63,1	—	90,1	70,5	69,8	84,1		
1,5	—	77,7	78,6	70,8	—	93,8	75,0	79,1	85,1		
2,0	97,8	80,6	83,5	76,7	96,8	95,5	80,4	82,3	86,7		
3,0	98,1	88,8	88,7	83,0	—	97,1	86,2	85,4	87,4		
5,0	98,1	93,5	94,4	89,0	97,0	97,9	89,1	87,3	89,0		
9,0	98,7	95,4	95,6	92,9	98,0	98,4	92,2	90,3	90,6		
14,0	98,3	96,4	97,2	96,0	97,9	—	93,6	90,3	92,2		

R = Rosse [illegible] Cu + 31,8 Sn; M = Mach = 67 Al + 33 Mg

B = Brandes u. Schünemann = [illegible]

*) Reinstes Handelskupfer. Elektrolytisches Cu etwa 3 Proz. mehr

26. Farben Newton'scher Ringe,

welche im reflektierten und durchgehenden weißen Licht für senkrecht auffallende Strahlen eine Luftschicht von der Dicke *d* zeigt. Nach Quincke.

d	Reflektiert	Durchgehend
$\frac{mm}{10^6}$	**1. Ordnung.**	
0	Schwarz	Weiß
20	Eisengrau	Weiß
48	Lavendelgrau	Gelblich Weiß
79	Graublau	Bräunl. Weiß
109	Klareres Grau	Gelbbraun
117	Grünl. Weiß	Braun
129	Fast Weiß	Klares Rot
133	Gelblich Weiß	Karminrot
137	Blaß Strohgelb	Dunkel Rotbraun
140	Strohgelb	Dunkel Violett
153	Klares Gelb	Indigo
166	Lebhaft. Gelb	Blau
215	Braungelb	Graublau
252	Rötlich Orange	Bläulich Grün
268	Warmes Rot	Blaß Grün
275	Tieferes Rot	Gelblich Grün
	2. Ordnung.	
282	Purpur	Helleres Grün
287	Violett	Grünlich Gelb
294	Indigo	Goldgelb
332	Himmelbau	Orange
364	Grünlichblau	Bräunl. Orange
374	Grün	HellKarminrot
413	Helleres Grün	Purpur
421	Gelblich Grün	Violett Purpur
433	Grünlich Gelb	Violett
455	Reines Gelb	Indigo
474	Orange	Dunkel Blau
499	Lebhaft rötlich Orange	Grünlich Blau
550	Dunkel Violettrot	Grün

d	Reflektiert	Durchgehend
$\frac{mm}{10^6}$	**3. Ordnung.**	
564	Hell bläulich Violett	Gelblich Grün
575	Indigo	Unrein Gelb
629	Blau (grünl.)	Fleischfarben
667	Meergrün	Braunrot
688	Glänzend Grün	Violett
713	Grünlich Gelb	Graublau
747	Fleischfarbe	Meergrün
767	Karminrot	Schön Grün
810	Matt Purpur	Matt Meergrün
826	Violett Grau	Gelblich Grün
	4. Ordnung.	
841	Graublau	Grünlich Gelb
855	Matt Meergrün	Gelbgrau
872	Bläulich Grün	Malv. Graurot
905	Schön Hellgrün	Karminrot
963	Hell Graugrün	Graurot
1003	Grau, fast Weiß	Graublau
1024	Fleischrot	Grün
	5. Ordnung.	
1169	Matt Blaugrün	Matt Fleischrot
1334	Matt Fleischrot	Matt Blaugrün

Zu Tab. 25. Die dort genannten Körper zeigen in einigen ultraroten Spektralbezirken metallische Reflexion, verbunden mit Undurchlässigkeit in sehr dünnen Schichten. Die Maxima liegen

für Quarz bei $\lambda = 8{,}85$ u. $20{,}7\ \mu$ (jenseits $50\ \mu$ ist Quarz wieder durchlässig); für Flußspat bei 26,0 u. 31,6; für Kalkspat bei 6,7, 11,4 und 29,4; für Steinsalz bei 51; für Sylvin bei 61; für Bromkalium bei 82; für Jodkalium bei $94\ \mu$. Über Reststrahlen anderer Stoffe s. Rubens u. v. Wartenberg, Sitz.-Ber. Berl. Akad. 1914, 169.

27. Zur Reduktion einer Schwingungsdauer auf unendlich kleine Schwingungen.

Von der bei einem ganzen Schwingungsbogen α beobachteten Schwingungsdauer t eines Magnets oder Pendels ist abzuziehen kt (28).

α	k		α	k		α	k		α	k	
0°	0,00000	0	10°	0,00048	10	20°	0,00190	20	30°	0,00428	29
1	000	2	11	058	11	21	210	20	31	457	30
2	002	2	12	069	11	22	230	21	32	487	31
3	004	4	13	080	13	23	251	23	33	518	32
4	008	4	14	093	14	24	274	23	34	550	33
5	012	5	15	107	15	25	297	25	35	583	33
6	017	6	16	122	16	26	322	25	36	616	35
7	023	7	17	138	16	27	347	26	37	651	35
8	030	9	18	154	18	28	373	27	38	686	37
9	039	9	19	172	18	29	400	28	39	723	38
10	0,00048		20	0,00190		30	0,00428		40	0,00761	

28. Reduktion des an einer Skale beobachteten Ausschlages,

wenn der Abstand vom Spiegel A Skalenteile beträgt (25).

Durch Subtraktion der Zahlen wird der beobachtete Skalenausschlag dem Ablenkungswinkel proportional. Die Korrektion auf die Tangente beträgt $\frac{3}{4}$, auf den Sinus $\frac{5}{8}$, auf den Sinus des halben Winkels $\frac{33}{32}$ der Zahlen.

A	$e=50$	100	150	200	250	300	350	400	450	500
1000	0,04	0,33	1,11	2,60	5,02	8,54	13,33	19,5	27,1	36,8
1200	0,03	0,23	0,77	1,82	3,53	6,03	9,45	13,9	19,5	26,2
1400	0,02	0,17	0,57	1,34	2,61	4,47	7,03	10,4	14,6	19,7
1600	0,02	0,13	0,44	1,03	2,00	3,44	5,43	8,0	11,3	15,4
1800	0,01	0,10	0,35	0,82	1,59	2,73	4,30	6,4	9,0	12,3
2000	0,01	0,08	0,28	0,66	1,29	2,22	3,51	5,21	7,37	10,05
2200	0,01	0,07	0,23	0,55	1,07	1,83	2,91	4,32	6,12	8,35
2400	0,01	0,06	0,19	0,46	0,90	1,54	2,45	3,64	5,16	7,05
2600	0,01	0.05	0,16	0,39	0,77	1,32	2,09	3,11	4,42	6,03
2800	0,01	0,04	0,14	0,34	0,66	1,14	1,81	2,69	3,82	5,21
3000	0,00	0,04	0,12	0,29	0,58	0,99	1,58	2,35	3,33	4,55
3200	0,00	0,03	0,11	0,26	0,51	0,87	1,38	2,07	2,93	4,01
3400	0,00	0,03	0,10	0,23	0,45	0,77	1,23	1,83	2,60	3,56
3600	0,00	0,03	0,09	0,21	0,40	0,69	1,10	1,64	2,32	3,18
3800	0,00	0,02	0,08	0,18	0,36	0,62	0,98	1,47	2,09	2,86
4000	0,00	0,02	0,07	0,17	0,32	0,56	0,89	1,33	1,88	2,58

29. Zur Rechnung an gedämpften Schwingungen. (Vgl. 27 u. 108.)

T und α_1 = Schwingungsdauer u. Ausschlag bei dem Dämpfungsverhältnis k,
τ und α = entsprechende Schwingungsdauer u. Ausschlag ohne Dämpfung;
lann gilt

$$T/\tau = \sqrt{1 + \Lambda^2/\pi^2}; \quad \alpha/\alpha_1 = k^{1/\pi \cdot \operatorname{arc\,tg} \pi/\Lambda}.$$

= k	Λ = lg nat k	k	$\sqrt{1+\frac{\Lambda^2}{\pi^2}}$	$k^{\frac{1}{\pi}\operatorname{arc\,tg}\frac{\pi}{\Lambda}}$	λ = log k	Λ = lg nat k	k	$\sqrt{1+\frac{\Lambda^2}{\pi^2}}$	$k^{\frac{1}{\pi}\operatorname{arc\,tg}\frac{\pi}{\Lambda}}$
0	0.0000	1,000	1,0000	1,0000	0.44	1.0131	2,754	1,0507	1,5008
1	.0230	1,023	,0000	,0115	.46	.0592	2,884	,0553	,5219
2	.0461	1,047	,0001	,0231	.48	.1052	3,020	,0601	,5428
3	.0691	1,072	,0002	,0347	.50	.1513	3,162	,0650	,5635
4	.0921	1,096	,0004	,0463	.52	.1973	3,311	,0702	,5839
5	.1151	1,122	,0007	,0578	.54	.2434	3,467	,0755	,6041
6	.1382	1,148	,0010	,0694	.56	.2894	3,631	,0810	,6240
7	.1612	1,175	,0013	,0811	.58	.3355	3,802	,0866	,6437
8	.1842	1,202	,0017	,0927	.60	.3816	3,981	,0924	,6630
9	.2072	1,230	,0022	,1044	.62	.4276	4,169	,0984	,6820
10	.2303	1,259	,0027	,1160	.64	.4737	4,365	,1046	,7008
11	.2533	1,288	,0032	,1277	.66	.5197	4,571	,1109	,7193
12	.2763	1,318	,0039	,1393	.68	.5658	4,786	,1173	,7375
13	.2993	1,349	,0045	,1510	.70	.6118	5,012	,1239	,7554
14	.3224	1,380	,0052	,1626	.72	.6579	5,248	,1307	,7730
15	.3454	1,413	,0060	,1743	.74	.7039	5,495	,1376	,7904
16	.3684	1,445	,0069	,1859	.76	.7500	5,754	,1447	,8074
17	.3914	1,479	,0077	,1975	.78	.7960	6,026	,1519	,8241
18	.4145	1,514	,0087	,2091	.80	.8421	6,310	,1592	,8406
19	.4375	1,549	,0097	,2208	.82	.8881	6,607	,1667	,8567
20	.4605	1,585	,0107	,2324	.84	.9342	6,918	,1743	,8726
21	.4835	1,622	,0118	,2440	.86	1.9802	7,244	,1821	,8882
22	.5066	1,660	,0130	,2555	.88	2.0263	7,586	,1900	,9035
23	.5296	1,698	,0142	,2670	.90	.0723	7,943	,1980	,9185
24	.5526	1,738	,0155	,2785	.92	.1184	8,318	,2061	,9332
25	.5756	1,778	,0167	,2900	.94	.1644	8,710	,2144	,9476
26	.5987	1,820	,0180	,3014	.96	.2105	9,120	,2228	,9617
27	.6217	1,862	,0194	,3128	.98	.2565	9,550	,2312	,9756
28	.6447	1,905	,0208	,3242	1.00	.3026	10,00	,2396	1,9892
29	.6677	1,950	,0223	,3356	.1	.5328	12,59	,2845	2,0531
.30	.6908	1,995	,0239	,3469	.2	.7631	15,85	,3318	,1108
.31	.7138	2,042	,0255	,3582	.3	2.9934	19,95	,3813	,1627
.32	.7368	2,089	,0271	,3694	.4	3.2236	25,12	,4328	,2093
.33	.7599	2,138	,0288	,3806	.5	.4539	31,62	,4862	,2512
.34	.7829	2,188	,0306	,3918	.6	.6841	39,81	,5412	,2888
.35	.8059	2,239	,0324	,4029	.7	3.9144	50,12	,5976	,3226
.36	.8289	2,291	,0342	,4140	.8	4.1447	63,10	,6554	,3530
.37	.8520	2,344	,0361	,4250	1.9	4.3749	79,43	,7144	,3803
.38	.8750	2,399	,0381	,4360	2.0	4.6052	100,0	1,7745	,4050
.39	.8980	2,455	,0401	,4469	2.5	5.7565	316,2	2,0875	,4978
.40	.9210	2,512	,0421	,4578	3.0	6.9078	1000	2,4155	,5562
.41	.9441	2,570	,0442	,4686	4.0	9.2103	10^4	3,0976	,6214
.42	.9671	2,630	,0463	,4794	5.0	11.513	10^5	3,7987	,6544
.43	0.9901	2,692	,0485	,4901	10.0	23.026	10^{10}	7,3972	,7015
.44	1.0131	2,754	1,0507	1,5008	∞	∞	∞	∞	2,7183

30. Spezifischer elektrischer Widerstand σ von Metallen bei 18°.

(Siehe die Erklärung S. 725 oben.)

	$10^4 \sigma$	$10^3 \alpha$
Silber	0,016	+ 4,0
Kupfer......	0,017	4,0
Gold	0,023	4,0
Aluminium...	0,032	3,6
Iridium	0,053	4,1
Rhodium.....	0,060	4,4
Zink.........	0,061	3,7
Cadmium . ..	0,076	4,0
Osmium	0,10	4
Palladium....	0,107	3,8
Platin, rein ..	0,108	3,9
„ käuflich	0,14	2 bis 3
Nickel	0,08—,11	bis 6
Eisen	0,09—,15	bis 6
Stahl	0,15—0,5	

	$10^4 \sigma$	$10^3 \alpha$
Blei	0,21	+ 4,2
Antimon	0,45	4,1
Tantal	0,15	3,3
Wismut.....	1,2	4,2
Quecksilber .	0,958	+ 0,92
Konstantan .	0,49	—,03 bis +,05
Manganin ...	0,42	bis + 0,03
Neusilber ...	0,16—,40	+ 0,6 bis +,23
Nickelin	0,42	0,23
Patentnickel .	0,33	0,2
Chromnickel .	1,2	0,1
20 Pt, 80 Ag.	0,20	0,3
10 Rh, 90 Pt.	0,20	1,7
Messing.....	0,07—,09	
Gaskohle....	etwa 50	—,02 bis —,8

31. Leitvermögen $\varkappa$ wäßriger Lösungen bei 18° in Θ^{-1} cm^{-1}.

(Siehe die Erklärung S. 725 oben.)

Lösung	KCl $\varkappa$	KCl $\Delta\varkappa$	NH_4Cl $\varkappa$	NH_4Cl $\Delta\varkappa$	NaCl $\varkappa$	NaCl $\Delta\varkappa$	K_2SO_4 $\varkappa$	K_2SO_4 $\Delta\varkappa$	$MgSO_4$ $\varkappa$	$MgSO_4$ $\Delta\varkappa$	$ZnSO_4$ $\varkappa$	$ZnSO_4$ $\Delta\varkappa$	$CdSO_4$ $\varkappa$	$CdSO_4$ $\Delta\varkappa$
5%	,069	2,0	,092	2,0	,067	2,2	,046	2,2	,0263	2,3	,0191	2,2	,0146	2,1
10	,136	1,9	,178	1,9	,121	2,1	,086	2,0	,0414	2,4	,0321	2,2	,0247	2,1
15	,202	1,8	,259	1,7	,164	2,1			,048	2,5	,0415	2,3	,033	2,1
20	,268	1,7	,337	1,6	,196	2,2			,048	2,7	,047	2,4	,039	2,1
25			,403	1,5	,214	2,3			,042	2,9	,048	2,6	,043	2,2
30											,044	2,7	,044	2,4
35													,042	2,5
Max. =									0,0492		0,0481		0,044	
bei									17,4 %		23,5 %		28 %	

Lösung	$CuSO_4$ $\varkappa$	$CuSO_4$ $\Delta\varkappa$	$AgNO_3$ $\varkappa$	$AgNO_3$ $\Delta\varkappa$	KOH $\varkappa$	KOH $\Delta\varkappa$	NaOH $\varkappa$	NaOH $\Delta\varkappa$	HCl $\varkappa$	HCl $\Delta\varkappa$	HNO_3 $\varkappa$	HNO_3 $\Delta\varkappa$	H_2SO_4 $\varkappa$	H_2SO_4 $\Delta\varkappa$
5%	,0189	2,2	,0256	2,2	,172	1,9	,195	2,0	,395	1,58	,258	1,50	,209	1,21
10	,0320	2,2	,0476	2,2	,315	1,9	,309	2,2	,630	1,56	,461	1,45	,392	1,28
15	,0421	2,3	,068	2,2	,425	1,9	,349	2,5	,745	1,55	,613	1,40	,543	1,36
20			,087	2,1	,499	2,0	,328	3,0	,762	1,54	,711	1,38	,653	1,45
25			,106	2,1	,540	2,1	,272	3,7	,723	1,53	,770	1,38	,717	1,54
30			,124	2,1	,542	2,3	,207	4,5	,662	1,52	,785	1,39	,740	1,62
35			,141	2,1	,509	2,4	,156	5,5	,591	1,51	,769	1,43	,724	1,70
40			,157	2,1	,450	2,7	,121	6,5	,515	—	,733	1,49	,680	1,78
50			,186	2,1			,082	9			,631	1,6	,541	1,93
60			,210	2,1							,513	1,6	,373	2,13
70											,396	1,5	,216	2,56
80											,267	1,3	,111	3,49
Max. =					0,544				0,767		0,785		0,740	
bei					28 %				18,3 %		29,7 %		30,0 %	

Zu Tab. 30. Widerstand eines cm-Würfels $= \sigma \cdot \Theta = \sigma \cdot 10^9$ CGS; eines 1 m langen Drahtes von 1 qmm $= 10\,000 \sigma \cdot \Theta$; α = relative Zunahme von σ auf $+1^\circ$. — Im allgemeinen gültig für weiche reine Metalle; Härte und namentlich Verunreinigung erhöht σ und verkleinert α.

Zu Tab. 31. Gehalt: Gewichtsprozente der Lösung; die Salze wasserfrei gerechnet. $\Delta\varkappa$ = mittl. Zunahme von $\varkappa$ zw. 18 u. 25° auf $+1^\circ$ in Proz. von $\varkappa_{18}$. — Vollständiger bei K. u. Holborn, Leitvermögen der Elektrolyte.

32. Äquivalentleitvermögen $\Lambda = \varkappa/\eta$ wäßriger Lösungen bei 18°. (Vgl. 96 II.)

g-Äqu./Liter	KCl	NaCl	LiCl	KNO_3	$AgNO_3$	$\frac{1}{2}MgCl_2$	$\frac{1}{2}K_2SO_4$	$\frac{1}{2}MgSO_4$	$\frac{1}{2}CuSO_4$	HCl	$\frac{1}{2}H_2SO_4$
0	130,1	109,0	98,9	126,5	115,8	111,4	133,1	114	115	380	383
0,0001	129,1	108,1	98,1	125,5	115,0	109,4	130,7	109,9	109,9	378	
0,0002	128,8	107,8	97,8	125,2	114,6	108,9	130,0	108,0	107,9	378	
0,0005	128,1	107,2	97,2	124,4	113,9	107,7	128,5	104,2	103,5	377	368
0,001	127,3	106,5	96,5	123,6	113,1	106,3	126,9	99,8	98,5	376	361
0,002	126,3	105,6	95,6	122,6	112,1	104,5	—	94,1	91,9	375	351
0,005	124,4	103,8	93,9	120,5	110,0	101,3	120,3	84,5	81,0	373	330
0,01	122,4	102,0	92,1	118,2	107,8	98,1	115,8	76,2	71,7	369	308
0,02	120,0	99,6	89,9	115,2	—	94,3	110,4	67,6	62,4	366	286
0,05	115,8	95,7	86,1	109,9	99,5	88,5	101,9	56,9	51,2	358	253
0,1	112,0	92,0	82,4	104,8	94,3	83,4	94,9	49,7	43,8	351	225
0,2	108,0	87,7	77,9	98,7	—	78,0	87,8	43,2	37,7	342	214
0,5	102,4	80,9	70,7	89,2	77,5	69,6	78,5	—	—	327	205
1	98,3	74,3	63,4	80,5	67,6	61,4	71,6	28,9	25,8	301	198

33. Ionenbeweglichkeiten l im Wasser und ihr Temp.-Koeff. α bei 18° (96 II). Vgl. F. K., ZS f. Elch. 1907, 342; 1908, 131 u. Ges. Abh. 2, 1119 u. 1151.

Kationen	l	α		l	α	Anionen	l	α		l	α
Cs	68	,0212	$\frac{1}{2}$Ba	55	,0239	J	66,5	,0218	JO_4	48	
Rb	67,5	214	$\frac{1}{2}$Sr	51	247	Br	67,0	215	ClO_4	64	
K	64,6	217	$\frac{1}{2}$Ca	51	247	Cl	65,5	216	CHO_2	47	
Na	43,5	244	$\frac{1}{2}$Mg	45	256	SCN	56,6	221	$C_2H_3O_2$	35	,0238
Li	33,4	265	$\frac{1}{2}$Zn	46	254	F	46,6	238	$C_3H_5O_2$	31	
NH_4	64	222	$\frac{1}{2}$Cd	46	245	NO_3	61,7	205	OH	174	180
Ag	54,3	229	$\frac{1}{2}$Cu	46		JO_3	33,9	234	$\frac{1}{2}SO_4$	68	227
Tl	66,0	215	$\frac{1}{2}$Pb	61	240	BrO_3	46		$\frac{1}{2}CrO_4$	72	
H	315	,0154	$\frac{1}{2}$Ra	58	,0239	ClO_3	55,0	,0215	$\frac{1}{2}C_2O_4$	63	,0231

34. Elektrochemische Äquivalente. (Vgl 87.)

Der Strom 1 intern. A zersetzt oder scheidet aus

	mg Silber	mg Kupfer	mg-Äquivalente	mg Wasser	ccm Knallgas v. 0° u. 760 mm
in 1 sec	1,118	0,3294	0,01036	0,0933	0,1740
in 1 min	67,08	19,76	0,6215	5,60	10,44
in 1 h	4025	1186	37,29	335,9	626

35. Entladungsspannung P

in Kilovolt zur Schlagweite s cm; zwischen Kugeln vom Halbmesser r cm mit dünnen Zuleitungen, bei langsamer Aufladung, belichteter Gasstrecke und Vermeidung störender Influenzwirkungen (namentlich bei großem s), in atm. Luft von 18° u. 745 mm Hg; P wächst auf je —3° oder + 3 mm um 1%.

Berechnet von Heydweiller, meist nach Algermissen, Heydweiller, C. Müller, Orgler, Paschen, E. Voigt, M. Toepler.

s	$r = 0{,}25$	0,5	1,0	2,5 cm
cm				
0,1	$P = 4{,}8$	4,8	4,7	
0,2	8,4	8,4	8,1	
0,3	11,3	11,4	11,4	
0,4	13,8	14,4	14,5	
0,5	15,7	17,3	17,5	18,4
0,6	17,2	19,9	20,4	21,6
0,7	18,3	22,0	23,2	24,6
0,8	19,0	24,1	26,0	27,4
0,9	19,6	25,6	28,6	30,1
1,0	20,2	26,7	30,8	32,7
1,5	22,3	31,6	39,3	46
2,0	23,2	36	47	58
3,0	24	42	57	77
4,0	25	45	64	92
5,0	25	47	69	105

36 a. Magnetisierungskoeffizienten $\varkappa \cdot 10^6$ bei 18°.

S. Landolt-B.-R. Tab. 269.

Gase s. Tab. 12 a.

Stoff	$\varkappa \cdot 10^6$
Wismut	— 14
Gold	— 3
Quecksilber	— 2
Silber	— 1,5
Zink	— 0,9
Wasser	— 0,77
Kupfer	— 0,7
Aluminium	+ 1,8
Platin	+ 29
Palladium	+ 55
Mangan	+ 300
Fe_2Cl_6 i. wäßr. Lös. $s = 1{,}5$	+ 60

36. Dielektrizitätskonstante

bei 18° (vgl. 188).

Ausführlich mit Lit. bei Landolt-Börnstein-Roth Tab. 258.

$-\Delta D$ relative Abnahme auf + 1°.

Gase s. Tab. 12 a.

	D	$-\Delta D$
Aceton	21	,006
Äthylacetat	6	
Äthyläther	4,4	,0046
Äthylalkohol	26	
Äthylenchlorid	10	,005
Ameisensäure	58	
Anilin	7,2	,0035
Benzol	2,3	,0007
Brom	3,1	
Bromoform	4,5	
Chloroform	5,1	
Methylalkohol	33	
Nitrobenzol	36	,005
o-Nitrotoluol	27,8	,0055
Petroleum	2,0	
Ricinusöl	4,6	,01
Schwef.-Kohlenst.	2,6	,001
Terpentinöl	2,3	
Toluol	2,3	,001
Wasser	81	,0045
Xylol, Ortho-	2,6	
„ Meta-	2,37	,0005
„ Para-	2,2	
Asphalt	2,7	
Bernstein	2,8	
Flußspat	6,8	
Gips, ⊥ Spaltfl.	5,2	
Glas, gewöhnl.	5 bis 7	
Optische Gläser	bis 10	
Glimmer	6 bis 8	,0000
Guttapercha	4,4	
Hartkautschuk	2,7	
Kautschuk	2,2 bis 3	
Holz, lufttrocken	2 bis 8	
Kalkspat ∥	8	
Kalkspat ⊥	8,5	
Marmor	8,3	
Paraffin	2,0	
Porzellan	6	
Quarz ⊥	4,4	
Quarz ∥	4,7	
Schellack	3 bis 3,7	
Schwefel	3,6 bis 4,3	
Steinsalz	5,6	
Sylvin	4,9	
Luft, bezogen auf d. Vakuum	1,0006	

37. Magnetisierbarkeit einiger Eisensorten.

Nach Beobachtungen in der P. T. Reichsanstalt von Gumlich (Elt. ZS 1909, 1098).

Magnetische Induktion $\mathfrak{B} = \mu\mathfrak{H} = \mathfrak{H} + 4\pi\mathfrak{J}$.

$\mathfrak{H}_0$ = Koerzitivkraft, d. h. Feldstärke, die zur Aufhebung einer starken Magnetisierung nötig ist.

$\mathfrak{B}_0$ = Remanenz, d. h. die Dichte der nach dem Verschwinden eines starken Feldes im geschlossenen Eisen übrig bleibenden Induktionslinien; also $\mathfrak{B}_0/4\pi$ = remanentes magn. Moment der Volumeinheit.

Q_e = Energieverlust in Erg/cm³ für die Hysteresisschleife zwischen den Feldstärken $\pm\mathfrak{H}^e$. Die Angaben des chemischen Gehalts an C, Si, Mn, P und S beziehen sich auf den ungeglühten, die magnetischen Größen mit Ausnahme von Stahl auf den geglühten Zustand.

Alle Werte in CGS-Einheiten. Vgl. **115** u. Anhang 21 bis 22 b u. 26 a.

	Elektro-lyt-eisen	Stahlguß	Schwed. Holz-kohleneisen	Legiertes Dynamo-blech	Gußeisen	Stahl	
						ungehärtet	gehärtet
C	0,02 %	0,04 %	0,03 %	0,04 %	3,11 %	0,99 %	
Si	0,00	0,00	0,01	3,90	3,27	0,10	
Mn	0,01	0,40	0,03	0,09	0,56	0,40	
P	0,01	0,04	0,10	0,01	1,05	0,04	
S	0,00	0,03	0,00	0,01	0,06	0,07	
$\mathfrak{H}$				$\mathfrak{B}$			
0,25	2200	3100	310				
0,5	7500	7100	1000	780			
0,75	9300	8950	3400	3650			
1,0	10240	10200	6350	6180		89	42
1,5	11400	11730	8400	8130		—	—
2,5	12800	13400	10550	10000	900	230	112
5	14470	15000	12940	11820	2950	500	240
10	15500	15680	14630	13280	5150	1650	500
20	16200	16130	16100	14200	6820	7000	1120
50	17100	17100	17120	15580	8620	13970	4280
100	18050	18280	18130	16740	9950	15800	9820
150	18870	19100	18850	17550	11020	16700	11670
200	19450	19550	19400	18100	11920	17300	12900
300	20700	20420	20180	18900	12800	18200	14320
500	21670	21460	21150	19530	14130	18900	15400
1000	22570	22320	22040	20200	16200	20040	17410
2000	23620	23380	23140	21270	18120	21480	19250
3000	24630	24420	24180	22280	19490	22700	20570
4000	25620	25420	25170	23260	20670	23740	21730
4500	26150	25930	25680	23720	21200	24260	22260
5500					22260	25300	23310
6500					23250	26310	24810
$\mathfrak{H}_0$	0,3	0,37	0,76	0,77	4,6	16,7	52,4
$\mathfrak{B}_0$	10850	11050	9850	9850	5300	13000	7460
μ_{max}	14600	14800	6400	6200	620	375	110
$\mathfrak{J}_{max}$	1720	1705	1690	1530	1330	1570	1420
Q_e	5680	3820	7270	8090	14500	98200	150000
$\mathfrak{H}_e$	200	150	150	150	200	300	≧ 300

Erdmagnetismus im mittleren Europa für 1915,0.

Nach einer neuen Aufstellung der Deutschen Seewarte.

Mittlere jährliche Änderung: Deklination etwa — 0,15°.
Inklination und Horizontalintensität sind gegenwärtig ziemlich konstant.

38. Horizontalintensität in CGS-Einheiten oder Gaufs.

Nördl. Breite	Länge östlich von Greenwich 2°	4°	6°	8°	10°	12°	14°	16°	18°	20°	22°
45°	0,217	0,218	0,220	0,221	0,222	0,224	0,226	0,227	0,228	0,230	0,231
46	,212	,212	,214	,215	,216	,218	,220	,222	,223	,224	,225
47	,207	,207	,208	,209	,210	,212	,214	,216	,218	,219	,220
48	,202	,202	,203	,204	,205	,206	,208	,210	,212	,213	,215
49	,197	,198	,199	,200	,201	,202	,203	,205	,206	,208	,210
50	,193	,194	,195	,196	,197	,198	,199	,200	,201	,203	,205
51	,189	,189	,190	,191	,192	,193	,194	,195	,196	,198	,199
52	,185	,185	,186	,187	,188	,189	,190	,191	,192	,194	,195
53	,181	,181	,182	,183	,184	,185	,186	,187	,189	,190	,191
54	,177	,177	,178	,179	,180	,181	,182	,184	,185	*,182*	,187
55	,173	,174	,175	,176	,176	,177	,177	,178	,179	,180	*,182*

39. Westliche Deklination.

N. Br.	Länge östlich von Greenwich 0°	1°	2°	3°	4°	5°	6°	7°	8°	9°	10°	11°	12°
45°	14,0°	13,5	13,0	12,5	12,0	11,6	11,2	10,9	10,5	10,2	9,9	9,4	8,9
50	14,4	13,8	13,4	13,1	12,8	12,4	12,0	11,4	10,8	10,3	9,8	9,4	8,9
55	15,6	15,0	14,5	14,0	13,4	12,9	12,5	12,1	11,3	10,8	10,1	9,7	9,1

N. Br.	13°	14°	15°	16°	17°	18°	19°	20°	21°	22°	23°	24°	25°
45°	8,4	7,9	7,4	7,1	6,5	6,3	5,9	5,4	5,0	4,5	4,1	3,7	3,2
50	8,4	7,8	7,3	6,8	6,2	5,8	5,4	5,2	4,7	4,2	3,7	3,2	2,6
55	8,3	7,9	*7,4*	7,0	6,7	6,5	5,9	4,5	*3,3*	*3,7*	*3,0*	2,5	1,9

40. Nördliche Inklination.

Östl. v. Greenw.	Nördliche Breite 45°	46°	47°	48°	49°	50°	51°	52°	53°	54°	55°
5°	61,3	62,2	63,0	63,9	64,6	65,4	66,2	66,8	67,6	68,2	68,8
10	60,6	61,5	62,4	63,3	64,1	64,8	65,7	66,2	67,0	67,7	68,4
15	60,1	60,9	61,8	62,9	63,5	64,4	65,4	65,9	66,6	67,3	*68,0*
20	59,5	60,4	61,3	62,2	63,0	63,9	64,9	65,8	66,7	67,4	67,6

Die aus größeren Störungsgebieten stammenden Zahlen sind kursiv gedruckt.

Quellen für weitere Gebiete: 1. Weltkarten. Linien gleicher Dekl.; gl. Inkl.; gl. Hor.-Int. f. 1905,0; gl. Dekl. f. 1910,0 entworfen v. d. D. Seewarte. Berl., Dietr. Reimer. — Curves of equal magn. Variation 1912 (3 Blatt); Engl. Admiralty. London, Potter. — The Variation of the Compass 1910. U. S. Dep. of the Navy. Wash. 1907. — Isogonen für sämtliche Meeresteile s. d. Deutschen Admiralitätskarten, Berlin, Dietr. Reimer.

2. Zusammenstellungen. K. Schering, Berichte üb. d. Fortschr. usw. im Geogr. Jahrbuch. — L. A. Bauer, United St. magn. Tables and magn. Charts 1905. Wash. 1908. — Terrestr. Magn. and atm. Electr., an internat. quart. Journ. (Bauer), Baltimore. — Researches of the Departement of Terrestrial Magnetism, Land magnetic observations 1905—1910 by L. A. Bauer, Washington 1912.

41. Einheiten les absoluten Maß- systems.

Grundgrößen: Länge l, asse m, Zeit t. Die übri- n Größen. drücken sich erdurch in der Form aus:

$$l^{\lambda} \cdot m^{\mu} \cdot t^{\tau};$$

μ, τ sind die Dimensio- n der Größenart bezüg- h Länge, Masse u. Zeit. Zeiteinheit = 1 sec.

Zusammengehörige Ein- iten für Länge und asse:

n, kg; cm, g; mm, mg.

Die Zahlen unter N ben das Verhältnis an, dem eine Einheit chst, wenn man von n, mg zu cm, g oder von , g zu dm, kg übergeht. gaben in mm, mg sind o durch N zu dividieren, sie auf cm, g zu re- zieren.

n der vorletzten Spalte men gebräuchlicher heiten und Angabe, viele von diesen auf CGS-Einheit gehen.

as Größenverhältnis:

$\frac{\text{tromagn. Einheit}}{\text{ektrostat. Einh.}}$ ist =

ür El.-Menge od. Strom,
,, elektr. Potential,
,, elektr. Kapazität,
,, elektr. Widerstand,
im CGS-System

$$v = 300 \cdot 10^8.$$

hlen, die in beiden emen dieselbe Größe tellen, verhalten sich ekehrt.

	λ	μ	τ	1 CGS-Einheit ist gleich	N
Winkel	0	0	0		1
Länge	1	0	0	1 Centim.	10
Lineare Krümmung	—1	0	0		0,1
Fläche	2	0	0		10^2
Volumen	3	0	0		10^3
Masse	0	1	0	1 Gramm	10^3
Dichtigkeit	—3	1	0		1
Zeit, Schwingdauer	0	0	1	1 Sekunde	1
Geschwindigkeit	1	0	—1		10
Wink.-Geschw.	0	0	—1		1
Beschleunigung	1	0	—2		10
Winkelbeschleunig.	0	0	—2		1
Kraft	1	1	—2	1 Dyn	10^4
Drehmoment, Direktionskraft	2	1	—2		10^5
Druck	—1	1	—2		10^2
Elastizitätsmodul	—1	1	—2		10^2
Kapillarkonstante	0	1	—2		10^3
Inn. Reibungskoeff.	—1	1	—1		10^2
Trägheitsmoment	2	1	0		10^5
Arbeit, Energie, Lebend. Kraft, Wärmemenge	2	1	—2	1 Erg 10^{-7} Joule	10^5
Leistung	2	1	—3	10^{-7} Watt	10^5
Schwingungszahl, Tonhöhe	0	0	—1		1
Lichtbrech.-Verh.	0	0	0		1
Lichtdreh.-Konst.	—1	0	0		0,1
Elektrostat. System:					
Elektr.-Menge	$\frac{3}{2}$	$\frac{1}{2}$	—1	$\frac{1}{3} 10^{-9}$ Coul.	10^3
Potential	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	—1	300 V	10^2
Kapazität	1	0	0	$\frac{1}{9} 10^{-11}$ Far.	10
Dielektr.-Konst.	0	0	0		1
Elektr. Strom	$\frac{3}{2}$	$\frac{1}{2}$	—2	$\frac{1}{3} 10^{-9}$ A	10^3
Widerstand	—1	0	1	$9 \cdot 10^{11}$ Ω	0,1
Elektromagn. System:					
Magnetpol, Induktionsfluß	$\frac{3}{2}$	$\frac{1}{2}$	—1	1 Maxwell	10^3
Magn. Potential	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	—1		10^2
Magn. Moment	$\frac{5}{2}$	$\frac{1}{2}$	—1		10^4
Magn. Feldstärke, Magn. Induktion, Spez. Magn. (Vol.)	—$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	—1	1 Gauſs	10
Magnetisier.-Koeff., Magn. Permeabilität	0	0	0		1
Elektr. Strom	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	—1	10 A	10^2
Stromdichte	—$\frac{3}{2}$	$\frac{1}{2}$	—1		1
Elektr.-Menge	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	10 Coul.	10^2
Elm. Kraft, Potential	$\frac{3}{2}$	$\frac{1}{2}$	—2	10^{-8} V	10^3
Kapazität	—1	0	2	10^9 Farad	0,1
Widerstand	1	0	—1	10^{-9} Ω	10
Spez. Widerstand	2	0	—1		10^2
Stromleistung	2	1	—3	10^{-7} Watt	10^5
El.-dyn. Potential, Selbstind.-Koeff.	1	0	0	10^{-9} Henry	10

42. Internationale Atomgewichte für 1914.

Die kleingedruckten galten für 1908.

Ag	107,88	,93	H	1,008		Ra	226,4	5
Al	27,1		He	3,99	4,0	Rb	85,45	,5
Ar	39,88	,9	Hg	200,6	,0	Rh	102,9	3,0
As	74,96	5,0	J	126,92	,97	S	32,07	,06
Au	197,2		Ir	193,1	,0	Sb	120,2	
B	11,0		K	39,10	,15	Se	79,2	
Ba	137,37	,4	Li	6,94	7,03	Si	28,3	,4
Bi	208,0		Mg	24,32	,36	Sn	119,0	
Br	79,92	,96	Mn	54,93	5,0	Sr	87,63	,6
C	12,00		N	14,01		Ta	181,5	1
Ca	40,07	,1	Na	23,00	,05	Te	127,5	,6
Cd	112,40	,4	Ne	20,2	0	Th	232,4	,5
Cl	35,46	,45	Ni	58,68	,7	Ti	48,1	
Co	58,97	9,0	O	16,00		Tl	204,0	,1
Cr	52,0	,1	Os	190,9	1	U	238,5	
Cs	132,81	,9	P	31,04	,0	W	184,0	4
Cu	63,57	,6	Pb	207,10	6,9	X	130,2	28
F	19,0		Pd	106,7	,5	Zn	65,37	,4
Fe	55,84	,9	Pt	195,2	4,8	Zr	90,6	

43. Schwere g unter der geogr. Breite φ.

$g_{45} = 980{,}62\ \frac{\text{cm}}{\text{sec}^2}$.

φ	g	$\frac{g}{g_{45}}$
0	$\frac{\text{cm}}{\text{sec}^2}$	
0	978,1	0,9974
10	978,2	0,9976
20	978,7	0,9980
30	979,3	0,9987
40	980,2	0,9995
50	981,1	1,0005
60	981,9	1,0013
70	982,6	1,0020
80	983,0	1,0024
90	983,2	1,0026

44. Ortstabelle.

Geogr. Länge l östl. Greenwich (ab Ferro $+17{,}66^\circ$); Breite φ; Meereshöhe h. Berechnete Schwere $g = 980{,}62\,(1 - 0{,}00264\cos 2\varphi - 0{,}0_63\,h)$ cm/sec^2.

	l	φ	h	g		l	φ	h	g
	0	0	m	98		0	0	m	98
Aachen[1])	6,1	50,78	180	1,09	Jena	11,6	50,94	160	1,11
Amsterdam	4,9	52,37		1,28	Innsbruck	11,4	47,27	570	0,66
Baltimore	276,6	39,30		0,11	Karlsruhe	8,4	49,01	120	0,95
Basel	7,6	47,56	260	0,77	Kiel	10,2	54,34		1,45
Berlin	13,4	52,50	40	1,28	Köln	7,0	50,94	40	1,14
Bern	7,4	46,95	550	0,63	Königsberg	20,5	54,71		1,48
Bonn	7,1	50,73	50	1,12	Kopenhagen	12,6	55,69		1,56
Braunschweig	10,5	52,27	100	1,24	Leiden	4,5	52,16		1,26
Bremen	8,8	53,08		1,34	Leipzig	12,4	51,34	100	1,16
Breslau	17,0	51,11	130	1,13	Madrid	— 3,7	40,41	660	0,01
Brüssel	4,4	50,85	90	1,12	Mailand	9,2	45,47	130	0,62
Cambr. Engl.	0,1	52,22	30	1,26	Marburg[2])	8,8	50,81	210	1,06
Cambr. Mass.	288,9	42,38	20	0,59	Marseille	5,4	43,30		0,47
Cassel	9,5	51,32	160	1,14	Moskau	37,6	55,76	140	1,53
Christiania	10,7	59,91		1,91	München	11,6	48,15	530	0,75
Danzig	18,7	54,35		1,45	Münster	7,6	51,97	60	1,23
Darmstadt	8,7	49,87	140	1,02	New York	—74,0	40,72		0,23
Dorpat	26,7	58,38	50	1,77	Oxford	— 1,3	51,76	60	1,20
Dresden	13,7	51,04	100	1,13	Paris	2,3	48,83	60	0,95
Edinburgh	—3,2	55,92		1,58	Pest	19,1	47,50	70	0,82
Erlangen	11,0	49,60	320	0,94	Petersburg	30,3	59,94		1,91
Florenz	11,3	43,77	70	0,49	Potsdam	13,1	52,38	90	1,25
Frankfurt/M.	8,7	50,11	90	1,05	Prag	14,4	50,09	200	1,02
Freiburg i. B.	7,8	48,00	280	0,81	Rom	12,4	41,90	30	0,33
Genf	6,2	46,2	370	0,62	Rostock	12,1	54,09		1,43
Gießen	8,6	50,59	140	1,08	Stockholm	18,1	59,34		1,86
Glasgow	—4,3	55,88		1,58	Straßburg	7,8	48,58	150	0,90
Göttingen	9,9	51,53	150	1,17	Stuttgart	9,2	48,78	270	0,88
Graz	15,4	47,08	360	0,70	Tübingen[3])	9,1	48,52	350	0,83
Greenwich	0,0	51,48		1,20	Turin	7,7	45,07	270	0,55
Greifswald	13,4	54,10		1,43	Utrecht	5,1	52,08		1,25
Halle	12,0	51,49	100	1,17	Washington	—77,0	38,89	200	0,07
Hamburg	10,0	53,55		1,38	Wien	16,4	48,23	180	0,86
Hannover	9,7	52,38	70	1,25	Würzburg	9,9	49,79	170	1,00
Heidelberg	8,7	49,41	100	0,99	Zürich[4])	8,6	47,38	460	0,70

1) 160 bis 200 m. 2) 180 bis 240 m. 3) 320 bis 380 m. 4) 420 bis 500 m.

45. Deklination der Sonne, Zeitgleichung und Sternzeit für den mittleren Mittag des 15. Meridians östl. von Greenwich (mitteleuropäische Zeit). S. noch die Korrektionstabelle 46.

Ausführlicher im Anhang zu Bremiker, fünfstellige Logarithmen.

Die Sternzeit am Mittag wächst in einem Tage um 3^{min} $56{,}6^{sec} = 236{,}6^{sec}$.

Mittlere Ortszeit = Sonnenzeit + Zeitgleichung.

* Die kleingedruckten Daten gelten für Schaltjahre.

	Deklination der Sonne	Diff. für 1 Tag	Zeitgleichung	Sternzeit am Mittag
*	0	0	m s	h m s
Jan. 0 1	−23,10	,092	+ 3 15	18 38 42
5 6	−22,64	,130	5 34	58 24
10 11	−21,99	,166	7 42	19 18 7
15 16	−21,16	,200	9 36	37 50
20 21	−20,16	,230	11 13	57 33
25 26	−19,01	,260	12 33	20 17 16
30 31	−17,71	,288	13 32	36 58
Feb. 4 5	−16,27	,308	14 10	56 41
9 10	−14,73	,330	14 27	21 16 24
14 15	−13,08	,348	14 25	36 7
19 20	−11,34	,364	14 5	55 49
24 25	− 9,52	,374	13 28	22 15 32
März 1	− 7,65	,384	12 36	35 15
6	− 5,73	,390	11 31	54 58
11	− 3,78	,394	10 15	23 14 41
16	− 1,81	,394	8 52	34 23
21	+ 0,16	,394	7 23	54 6
26	2,13	,390	5 52	0 13 49
31	4,08	,384	4 19	33 32
April 5	6,00	,374	2 49	53 14
10	7,87	,364	1 23	1 12 57
15	9,69	,352	+ 0 4	32 40
20	11,45	,334	— 1 5	52 23
25	13,12	,318	— 2 4	2 12 5
30	14,71	,296	— 2 52	31 48
Mai 5	16,19	,276	— 3 27	51 31
10	17,57	,250	— 3 48	3 11 14
15	18,82	,224	— 3 53	30 57
20	19,94	,196	— 3 45	50 39
25	20,92	,164	— 3 23	4 10 22
30	21,74	,136	— 2 49	30 5
Juni 4	22,42	,100	— 2 4	49 48
9	22,92	,068	— 1 11	5 9 30
14	23,26	,034	— 0 10	29 13
19	23,43	,000	+ 0 55	48 56
24	23,43	,034	+ 2 0	6 8 39
29	+23,26	,068	+ 3 2	6 28 22

	Deklination der Sonne	Diff. für 1 Tag	Zeitgleichung	Sternzeit am Mittag
	0	0 ,068	m s	h m s
Juli 4	+22,92	,102	+ 4 0	6 48 4
9	22,41	,136	4 49	7 7 47
14	21,73	,164	5 29	27 30
19	20,91	,194	5 58	47 13
24	19,94	,222	6 13	8 6 56
29	18,83	,248	6 13	26 38
Aug. 3	17,59	,272	5 57	46 21
8	16,23	,294	5 27	9 6 4
13	14,76	,314	4 42	25 47
18	13,19	,330	3 44	45 29
23	11,54	,346	2 33	10 5 12
28	9,81	,360	+ 1 11	24 55
Sep. 2	8,01	,370	— 0 20	44 38
7	6,16	,378	— 1 59	11 4 21
12	4,27	,384	— 3 41	24 3
17	2,35	,390	— 5 26	43 46
22	+ 0,40	,390	— 7 12	12 3 29
27	— 1,55	,388	— 8 55	23 12
Okt. 2	— 3,49	,386	—10 34	42 54
7	— 5,42	,380	—12 4	13 2 37
12	— 7,32	,374	—13 24	22 20
17	— 9,19	,360	—14 31	42 3
22	—10,99	,348	—15 23	14 1 45
27	—12,73	,330	—16 0	21 28
Nov. 1	—14,38	,312	—16 18	41 11
6	—15,94	,288	—16 16	15 0 54
11	—17,38	,266	—15 52	20 37
16	—18,71	,236	—15 7	40 19
21	—19,89	,206	—14 2	16 0 2
26	—20,92	,174	—12 36	19 45
Dez. 1	—21,79	,140	—10 53	39 28
6	—22,49	,102	— 8 54	59 10
11	—23,00	,064	— 6 40	17 18 53
16	—23,32	,026	— 4 17	38 36
21	—23,45	,012	— 1 49	58 19
26	—23,39	,054	+ 0 41	18 18 2
31	—23,12		+ 3 8	18 37 44

46. Korrektion für den Jahresanfang bzg. a. d. mitteleurop. Merid.

Jahr	Korrektion k
	Tage
1914	— 0,419
15	— ,662
16	+ ,096
17	— ,146
18	— ,388
19	— ,631
20	+ ,127
21	— ,115
22	— ,357
23	— ,600
24	+ ,158
1925	— ,084

47. Halbmesser der Sonne.

Datum	Halbmesser
	°
Januar 1.	0,272
Februar 1.	,271
März 1.	,269
April 1.	,267
Mai 1.	,265
Juni 1.	,263
Juli 1.	,263
August 1.	,263
Septbr. 1.	,265
Oktbr. 1.	,267
Novbr. 1.	,269
Dezbr. 1.	0,271

48. Mittlere Refraktion eines Gestirns.

Höhe	Refraktion
°	°
5	0,16
7	,12
10	,09
15	,06
20	,044
30	,028
40	,019
50	,013
60	,009
70	,006
80	,003
90	0,000

49. Mittlere Örter einiger Hauptsterne für 1915,0.

	Rektaszension			Jährl. Zuwachs	Deklination			Jährl. Zuwachs
	h	min	sec	sec	°	′	″	″
α Cassiopeiae	0	35	40,5	+ 3,39	56	4	17	+ 19,8
α Arietis	2	2	22,7	+ 3,38	23	3	40	+ 17,1
α Persei	3	18	14,8	+ 4,27	49	33	34	+ 13,0
α Tauri (Aldebaran)	4	31	2,5	+ 3,44	16	20	21	+ 7,4
α Aurigae (Capella)	5	10	24,4	+ 4,43	45	54	46	+ 3,9
α Orionis	5	50	34,2	+ 3,25	7	23	32	+ 0,8
α Can. maj. (Sirius)	6	41	24,2	+ 2,64	— 16	35	56	— 4,8
α Gemin. (Castor)	7	29	10,6	+ 3,83	32	4	34	— 7,7
α Can. min. (Procyon)	7	34	51,2	+ 3,14	5	26	37	— 9,1
α Hydrae	9	23	24,7	+ 2,95	— 8	17	23	— 15,5
α Leonis (Regulus)	10	3	50,8	+ 3,20	12	22	59	— 17,5
α Ursae maj.	10	58	29,6	+ 3,73	62	12	36	— 19,4
β Leonis	11	44	48,5	+ 3,06	15	2	50	— 20,1
α Virginis (Spica)	13	20	42,8	+ 3,16	— 10	43	5	— 18,8
α Bootis (Arcturus)	14	11	47,0	+ 2,74	19	37	28	— 18,8
α Coronae (Gemma)	15	31	5,8	+ 2,54	27	0	0	— 12,2
α Scorpii (Antares)	16	24	11,6	+ 3,67	— 26	14	40	— 8,2
α Ophiuchi	17	30	59,8	+ 2,78	12	37	16	— 2,8
α Lyrae (Wega)	18	34	3,6	+ 2,03	38	42	14	+ 3,2
α Aquilae (Atair)	19	46	38,2	+ 2,93	8	38	35	+ 9,4
α Cygni	20	38	32,0	+ 2,04	44	58	34	+ 12,8
α Piscium (Fomalhaut)	22	52	57,4	+ 3,32	— 30	4	23	+ 19,0
α Pegasi	23	0	31,5	+ 2,99	14	44	52	+ 19,3
α Urs. min. (Polaris)	1	29	15,6	+ 28,5	88	51	6	+ 18,5
δ Ursae minoris	17	59	40,3	— 19,5	86	36	51	+ 0,03

50. Verschiedene Zahlen.

$\pi = 3{,}1416$ ($^{22}/_{7}$); $\pi^2 = 9{,}8696$; $1/\pi = 0{,}31831$; $\lg \pi = \cdot 49715$.
$4\pi = 12{,}566$ ($^{100}/_{8}$); $1/4\pi = 0{,}079577$; $\lg 4\pi = 1 \cdot 09921$.
Basis d. nat. Logar. $e = 2{,}7183$; $\lg e = \cdot 43429$; $\lg \lg e = \cdot 63778 - 1$.
Modul der nat. Logarithmen $M = 1/\lg e = 2{,}3026$; $\lg M = \cdot 36222$.
Der Winkel, für welchen der Bogen dem Halbmesser gleich ist:
$= 57{,}2958^\circ = 3437{,}75' = 206265''$;
log = 1.758123 3.536274 5.314425.
1 Pariser Fuß (12″; 144‴) = 0,32484 m; 1 m = 3,0784 Pariser Fuß.
1 Rhein. Fuß (12″; 144‴) = 0,31385 m; 1 m = 3,1862 Rhein. Fuß.
1 Engl. Fuß (12″; 120‴) = 0,30480 m; 1 m = 3,2808 Engl. Fuß.
1 Engl. (auch U. S. A.) Pfund (a. d. p.) = 16 Ounces = 256 Drachm.
= 453,6 g; 1 Ton = 2240 Pound.
1 Engl. Pfund/Quadratzoll = 0,0703 kg/qcm.
1 Geogr. Meile = 7,4204 km; 1 km = 0,13476 Geogr. Meile.
1 Seemeile = 1,852 km; 1 km = 0,5400 Seemeile.
1 Engl. Meile = 1,609 km; 1 km = 0,6214 Engl. Meile.
(Die geogr. Meile entspricht 4 Bogenminuten des Äquators;
die Seemeile entspricht der mittleren Bogenminute des Meridians.)
Die halbe große Achse der Erde = 6378,0 km,
die halbe kleine Achse der Erde = 6356,8 km.
Masse des Erdkörpers = $6{,}0_0 \cdot 10^{27}$ g.
Mittlere Länge des bürgerlichen Jahres = 365 t 5 h 48,8 min.
Sterntag = mittlerer Tag − 3 min 55,9 sec = 0,99727 mittl. Tag.
Schallgeschwindigkeit bei 0° in trockener Luft = 331 m/sec.
Ausdehnungskoeffizient der Gase = 0,00367 = $^1/_{273}$.
Ausd.-Koeffizient des Wassers um 18° = 0,000185 = 1/5400.
1 g-Gew. unter 45° Breite = 980,6 cm g sec^{-2} = 980,6 Dyn.
1 norm. Atm. Druck = 1033,3 g-Gew./cm^2 = 1013300 cm^{-1} g sec^{-2}.
1 g-Kal_{15} = 427 g-Gew. · m = 41900000 cm^2 g sec^{-2}.
Schmelzwärme des Wassers = 80,0; Verdampfungswärme (bei 100°)
= 538,7 Kal.
Spezifische Wärme der Luft bei konstantem Druck = 0,241 Kal/g.
c_p/c_v für vollkommene 1-atomige Gase = 1,67; für 2-atom. = 1,40.
Verhältnis des Molekulargewichtes zur Dampfdichte = 28,98.
Wellenlänge des Natriumlichtes (D Fraunhofer) = 0,0005893 mm.
Lichtgeschwindigkeit im leeren Raume $v = 3{,}00 \cdot 10^{10}$ cm/sec.
Lichtstärke von 1 qmm des schwarzen Körpers (72a) etwa:
bei 1500° 0,1 HK; bei 1700° 0,5 HK; bei 1800° 1,0 HK.
Molvolumen 22410 ccm; Gaskonstante (bezogen auf 1 Mol) 1,985 g-Kal.
Masse des Wasserstoffatoms = $1{,}6 \cdot 10^{-24}$ g; eines Moleküls vom Mol.-Gew. $M = 1{,}6 \cdot 10^{-24}\, M$.
Anzahl der Moleküle eines Gases bei 0° u. 760 mm in ccm = $2{,}8 \cdot 10^{19}$.
Elektr. Elementarquantum (El.-Menge, die mit 1 einwertigen elektrolyt. Atom wandert, oder El.-Menge eines Elektrons)
= $1{,}5_6 \cdot 10^{-20}$ el.-magn. CGS = $4{,}7 \cdot 10^{-10}$ el.-stat. CGS.
Masse eines Elektrons = $8{,}7 \cdot 10^{-28}$ g.

50a. Einfache mathematische Formeln.

Vollständiger z. B. in dem Taschenbuch der „Hütte“; Ligowski, Taschenbuch der Mathematik (ebd. auch Tafeln der Hyperbelfunktionen Sin usw.); Meyer Hirsch, Integraltafeln. — Formeln mit Ableitung auch in Nernst u. Schönflies, Einführung in die math. Behandl. d. Naturwissenschaften, 7. Aufl. 1918; ferner Jahnke u. Emde, Funktionentafeln mit Formeln u. Kurven, Leipz. 1910. — Über Fouriersche Reihen s. S. 578.

$\lg x$ bedeutet $\lg \operatorname{nat} x$; $i = \sqrt{-1}$. — Die mit *) bezeichneten Reihen gelten für $+1 > x > -1$; die Reihe $\operatorname{tg} x$ gilt für $\frac{1}{2}\pi > x > -\frac{1}{2}\pi$.

$$(1+x)^m = 1 + \frac{m}{1!}x + \frac{m(m-1)}{2!}x^2 + \frac{m(m-1)(m-2)}{3!}x^3 + \cdots {}^{*});$$

$$e^x = 1 + \frac{x}{1!} + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \cdots; \qquad a^x = e^{x \lg a};$$

$$\lg(1+x) = \frac{x}{1} - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \cdots {}^{*}); \quad \lg(a+x) = \lg a + \lg\left(1 + \frac{x}{a}\right);$$

$$\tfrac{1}{2}\lg\frac{1+x}{1-x} = \frac{x}{1} + \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} + \cdots {}^{*}); \qquad \overset{a}{\lg} x = \lg x \cdot \overset{a}{\lg} e = \frac{\lg x}{\lg a};$$

$$\sin x = \frac{e^{xi} - e^{-xi}}{2i} = \frac{x}{1!} - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \cdots; \qquad \mathfrak{Sin}\, x = \frac{e^x - e^{-x}}{2};$$

$$\cos x = \frac{e^{xi} + e^{-xi}}{2} = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \cdots; \qquad \mathfrak{Cos}\, x = \frac{e^x + e^{-x}}{2};$$

$$\operatorname{tg} x = x + \frac{x^3}{3} + \frac{2x^5}{15} + \frac{17x^7}{315} + \cdots {}^{*}); \qquad \mathfrak{Tg}\, x = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}};$$

$$\operatorname{arc}\operatorname{tg} x = \frac{x}{1} - \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} - \cdots {}^{*}); \quad \arcsin x = x + \frac{x^3}{6} + \frac{3}{40}x^5 + \cdots {}^{*});$$

$$f(x+\Delta x) = f(x) + \Delta x f'(x) + \frac{1}{2!}\Delta x^2 f''(x) + \frac{1}{3!}\Delta x^3 f'''(x) + \cdots \text{ (Taylor)};$$

$$d(x^m) = m x^{m-1}\,dx; \qquad d(e^x) = e^x\,dx; \qquad d(a^x) = \lg a \cdot a^x\,dx;$$

$$d\lg x = \frac{dx}{x}; \qquad d\overset{a}{\lg} x = \frac{dx}{x}\frac{1}{\lg a} = \frac{dx}{x}\overset{a}{\lg} e;$$

$$d\sin x = \cos x\,dx; \quad d\cos x = -\sin x\,dx; \quad d\operatorname{tg} x = \frac{dx}{\cos^2 x} = (1 + \operatorname{tg}^2 x)\,dx;$$

$$d\arcsin x = -d\arccos x = \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}}; \qquad d\operatorname{arc}\operatorname{tg} x = \frac{dx}{1+x^2};$$

$$d(uv) = v\,du + u\,dv; \qquad d\left(\frac{u}{v}\right) = \frac{v\,du - u\,dv}{v^2};$$

$$\int u\,dv = uv - \int v\,du; \qquad \int_a^b f(kx)\,dx = \frac{1}{k}\int_{ka}^{kb} f(z)\,dz;$$

$$\frac{d}{db}\int_a^b f(x)\,dx = f(b); \qquad \frac{d}{da}\int_a^b f(x)\,dx = -f(a);$$

50a. Formeln, fortgesetzt.

Die Werte der unbestimmten Integrale sind zu ergänzen durch + Const.

$$\int (a+bx)^n \mathrm{d}x = \frac{1}{n+1}\,\frac{(a+bx)^{n+1}}{b}; \qquad \int x^n \mathrm{d}x = \frac{1}{n+1}\,x^{n+1};$$

$$\int \frac{\mathrm{d}x}{a+bx} = \frac{1}{b}\lg(a+bx); \qquad \int \frac{\mathrm{d}x}{x} = \lg x;$$

$$\int \frac{\mathrm{d}x}{a+bx^2} = \frac{1}{\sqrt{ab}} \operatorname{arc\,tg} x\sqrt{\frac{b}{a}}; \qquad \int \frac{\mathrm{d}x}{1+x^2} = \operatorname{arc\,tg} x;$$

$$\int \frac{\mathrm{d}x}{a-bx^2} = \frac{1}{2\sqrt{ab}} \lg \frac{\sqrt{a}+x\sqrt{b}}{\sqrt{a}-x\sqrt{b}}; \qquad \int \frac{\mathrm{d}x}{1-x^2} = \tfrac{1}{2}\lg\frac{1+x}{1-x};$$

$$\int \frac{\mathrm{d}x}{\sqrt{a+bx^2}} = \frac{\lg\left(x\sqrt{b}+\sqrt{a+bx^2}\right)}{\sqrt{b}}; \qquad \int \frac{\mathrm{d}x}{\sqrt{1+x^2}} = \lg\left(x+\sqrt{1+x^2}\right);$$

$$\int \frac{\mathrm{d}x}{\sqrt{a-bx^2}} = \frac{1}{\sqrt{b}} \arcsin x\sqrt{\frac{b}{a}}; \qquad \int \frac{\mathrm{d}x}{\sqrt{1-x^2}} = \arcsin x;$$

$$\int \frac{\mathrm{d}x}{(a\pm bx^2)^{3/2}} = \frac{1}{a}\,\frac{x}{\sqrt{a\pm bx^2}}; \qquad \int \frac{\mathrm{d}x}{(1\pm x^2)^{3/2}} = \frac{x}{\sqrt{1\pm x^2}};$$

$$\int \sqrt{a+bx^2}\,\mathrm{d}x = \tfrac{1}{2}x\sqrt{a+bx^2} + \tfrac{1}{2}\frac{a}{\sqrt{b}}\lg\left(x\sqrt{b}+\sqrt{a+bx^2}\right);$$

$$\int \sqrt{a-bx^2}\,\mathrm{d}x = \tfrac{1}{2}x\sqrt{a-bx^2} + \tfrac{1}{2}\frac{a}{\sqrt{b}}\arcsin x\sqrt{\frac{b}{a}};$$

$$\int a^x \mathrm{d}x = \frac{a^x}{\lg a}; \qquad \int e^x \mathrm{d}x = e^x; \qquad \int x a^x \mathrm{d}x = \frac{x a^x}{\lg a} - \frac{a^x}{\lg^2 a};$$

$$\int x^n \lg x\,\mathrm{d}x = \frac{x^{n+1}}{n+1}\left(\lg x - \frac{1}{n+1}\right); \qquad \int \lg x\,\mathrm{d}x = x\lg x - x;$$

$$\int \sin x\,\mathrm{d}x = -\cos x; \qquad \int \cos x\,\mathrm{d}x = \sin x; \qquad \int \operatorname{tg} x\,\mathrm{d}x = -\lg\cos x;$$

$$\int \frac{\mathrm{d}x}{\sin x} = \lg\operatorname{tg}\frac{x}{2}; \qquad \int \frac{\mathrm{d}x}{\cos x} = \lg\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4}+\frac{x}{2}\right); \qquad \int \frac{\mathrm{d}x}{\sin^2 x} = -\operatorname{ctg} x;$$

$$\int \sin^2 x\,\mathrm{d}x = \frac{x}{2} - \frac{\sin x\cos x}{2}; \qquad \int x\sin x\,\mathrm{d}x = -x\cos x + \sin x;$$

$$\int \sin x\cos x\,\mathrm{d}x = \frac{\sin^2 x}{2}; \qquad \int \frac{\mathrm{d}x}{\sin x\cos x} = \lg\operatorname{tg} x;$$

$$\int e^{ax}\sin bx\,\mathrm{d}x = e^{ax}\,\frac{a\sin bx - b\cos bx}{a^2+b^2}; \qquad \int_{-\infty}^{\infty} e^{-a^2x^2}\mathrm{d}x = \frac{\sqrt{\pi}}{a};$$

$$\int \arcsin x\,\mathrm{d}x = x\arcsin x + \sqrt{1-x^2}.$$

Wenn $\int f(x)\,\mathrm{d}x = F(x)$, so ist $\int_a^b f(x)\,\mathrm{d}x = F(b) - F(a)$.

51. 2te u. 3te Potenzen; Reziproke, Quadrat- u. Kubikwurzeln; natürliche Logarithmen. Es ist lg nat $(n \cdot 10^p) = $ lg nat $n +$ lg nat (10^p);

n	n^2	n^3	$\frac{1}{n}$	$\sqrt{n}$	$\sqrt[3]{n}$	$n\frac{\pi}{180}$	$n^2\frac{\pi}{4}$	lg nat n
1	1	1	1,0000	1,000	1,000	0,0175	0,785	0.0000
2	4	8	0,5000	1,414	1,260	0,0349	3,142	0.6931
3	9	27	,3333	1,732	1,442	0,0524	7,069	1.0986
4	16	64	,2500	2,000	1,587	0,0698	12,57	1.3863
5	25	125	,2000	2,236	1,710	0,0873	19,64	1.6094
6	36	216	,1667	2,449	1,817	0,1047	28,27	1.7918
7	49	343	,1429	2,646	1,913	0,1222	38,48	1.9459
8	64	512	,1250	2,828	2,000	0,1396	50,27	2.0794
9	81	729	,1111	3,000	2,080	0,1571	63,62	2.1972
10	100	1000	,10000	3,162	2,154	0,1745	78,54	2.3026
11	121	1331	,09091	3,317	2,224	0,1920	95,03	2.3979
12	144	1728	,08333	3,464	2,289	0,2094	113,1	2.4849
13	169	2197	,07692	3,606	2,351	0,2269	132,7	2.5649
14	196	2744	,07143	3,742	2,410	0,2443	153,9	2.6391
15	225	3375	,06667	3,873	2,466	0,2618	176,7	2.7081
16	256	4096	,06250	4,000	2,520	0,2793	201,1	2.7726
17	289	4913	,05882	4,123	2,571	0,2967	227,0	2.8332
18	324	5832	,05556	4,243	2,621	0,3142	254,5	2.8904
19	361	6859	,05263	4,359	2,668	0,3316	283,5	2.9444
20	400	8000	,05000	4,472	2,714	0,3491	314,2	2.9957
21	441	9261	,04762	4,583	2,759	0,3665	346,4	3.0445
22	484	10648	,04545	4,690	2,802	0,3840	380,1	3.0910
23	529	12167	,04348	4,796	2,844	0,4014	415,5	3.1355
24	576	13824	,04167	4,899	2,884	0,4189	452,4	3.1781
25	625	15625	,04000	5,000	2,924	0,4363	490,9	3.2189
26	676	17576	,03846	5,099	2,962	0,4538	530,9	3.2581
27	729	19683	,03704	5,196	3,000	0,4712	572,6	3.2958
28	784	21952	,03571	5,292	3,037	0,4887	615,8	3.3322
29	841	24389	,03448	5,385	3,072	0,5061	660,5	3.3673
30	900	27000	,03333	5,477	3,107	0,5236	706,9	3.4012
31	961	29791	,03226	5,568	3,141	0,5411	754,8	3.4340
32	1024	32768	,03125	5,657	3,175	0,5585	804,2	3.4657
33	1089	35937	,03030	5,745	3,208	0,5760	855,3	3.4965
34	1156	39304	,02941	5,831	3,240	0,5934	907,9	3.5264
35	1225	42875	,02857	5,916	3,271	0,6109	962,1	3.5553
36	1296	46656	,02778	6,000	3,302	0,6283	1018	3.5835
37	1369	50653	,02703	6,083	3,332	0,6458	1075	3.6109
38	1444	54872	,02632	6,164	3,362	0,6632	1134	3.6376
39	1521	59319	,02564	6,245	3,391	0,6807	1195	3.6636
40	1600	64000	,02500	6,325	3,420	0,6981	1257	3.6889
41	1681	68921	,02439	6,403	3,448	0,7156	1320	3.7136
42	1764	74088	,02381	6,481	3,476	0,7330	1385	3.7377
43	1849	79507	,02326	6,557	3,503	0,7505	1452	3.7612
44	1936	85184	,02273	6,633	3,530	0,7679	1521	3.7842
45	2025	91125	,02222	6,708	3,557	0,7854	1590	3.8067
46	2116	97336	,02174	6,782	3,583	0,8029	1662	3.8286
47	2209	103823	,02128	6,856	3,609	0,8203	1735	3.8501
48	2304	110592	,02083	6,928	3,634	0,8378	1810	3.8712
49	2401	117649	,02041	7,000	3,659	0,8552	1886	3.8918
50	2500	125000	,02000	7,071	3,684	0,8727	1964	3.9120

Kreisbogen aus Bogengraden; Kreisfläche aus Durchmesser;

lg nat 10 = 2.3026; lg nat 100 = 4.6052; lg nat 1000 = 6.9078; lg nat 10000 = 9.2103.

n	n^2	n^3	$\frac{1}{n}$	$\sqrt{n}$	$\sqrt[3]{n}$	$n\frac{\pi}{180}$	$n^2\frac{\pi}{4}$	lg nat n
50	2500	125000	,02000	7,071	3,684	0,873	1964	3.9120
51	2601	132651	,01961	7,141	3,708	0,890	2043	3.9318
52	2704	140608	,01923	7,211	3,733	0,908	2124	3.9512
53	2809	148877	,01887	7,280	3,756	0,925	2206	3.9703
54	2916	157464	,01852	7,348	3,780	0,942	2290	3.9890
55	3025	166375	,01818	7,416	3,803	0,960	2376	4.0073
56	3136	175616	,01786	7,483	3,826	0,977	2463	4.0254
57	3249	185193	,01754	7,550	3,849	0,995	2552	4.0431
58	3364	195112	,01724	7,616	3,871	1,012	2642	4.0604
59	3481	205379	,01695	7,681	3,893	1,030	2734	4.0775
60	3600	216000	,01667	7,746	3,915	1,047	2827	4.0943
61	3721	226981	,01639	7,810	3,936	1,065	2922	4.1109
62	3844	238328	,01613	7,874	3,958	1,082	3019	4.1271
63	3969	250047	,01587	7,937	3,979	1,100	3117	4.1431
64	4096	262144	,01563	8,000	4,000	1,117	3217	4.1589
65	4225	274625	,01538	8,062	4,021	1,134	3318	4.1744
66	4356	287496	,01515	8,124	4,041	1,152	3421	4.1897
67	4489	300763	,01493	8,185	4,062	1,169	3526	4.2047
68	4624	314432	,01471	8,246	4,082	1,187	3632	4.2195
69	4761	328509	,01449	8,307	4,102	1,204	3739	4.2341
70	4900	343000	,01429	8,367	4,121	1,222	3848	4.2485
71	5041	357911	,01408	8,426	4,141	1,239	3959	4.2627
72	5184	373248	,01389	8,485	4,160	1,257	4072	4.2767
73	5329	389017	,01370	8,544	4,179	1,274	4185	4.2905
74	5476	405224	,01351	8,602	4,198	1,292	4301	4.3041
75	5625	421875	,01333	8,660	4,217	1,309	4418	4.3175
76	5776	438976	,01316	8,718	4,236	1,326	4536	4.3307
77	5929	456533	,01299	8,775	4,254	1,344	4657	4.3438
78	6084	474552	,01282	8,832	4,273	1,361	4778	4.3567
79	6241	493039	,01266	8,888	4,291	1,379	4902	4.3694
80	6400	512000	,01250	8,944	4,309	1,396	5027	4.3820
81	6561	531441	,01235	9,000	4,327	1,414	5153	4.3944
82	6724	551368	,01220	9,055	4,344	1,431	5281	4.4067
83	6889	571787	,01205	9,110	4,362	1,449	5411	4.4188
84	7056	592704	,01190	9,165	4,380	1,466	5542	4.4308
85	7225	614125	,01176	9,220	4,397	1,484	5675	4.4427
86	7396	636056	,01163	9,274	4,414	1,501	5809	4.4543
87	7569	658503	,01149	9,327	4,431	1,518	5945	4.4659
88	7744	681472	,01136	9,381	4,448	1,536	6082	4.4773
89	7921	704969	,01124	9,434	4,465	1,553	6221	4.4886
90	8100	729000	,01111	9,487	4,481	1,571	6362	4.4998
91	8281	753571	,01099	9,539	4,498	1,588	6504	4.5109
92	8464	778688	,01087	9,592	4,514	1,606	6648	4.5218
93	8649	804357	,01075	9,644	4,531	1,623	6793	4.5326
94	8836	830584	,01064	9,695	4,547	1,641	6940	4.5433
95	9025	857375	,01053	9,747	4,563	1,658	7088	4.5539
96	9216	884736	,01042	9,798	4,579	1,676	7238	4.5643
97	9409	912673	,01031	9,849	4,595	1,693	7390	4.5747
98	9604	941192	,01020	9,899	4,610	1,710	7543	4.5850
99	9801	970299	,01010	9,950	4,626	1,728	7698	4.5951
100	10000	1000000	,01000	10,000	4,642	1,745	7854	4.6052

52. Zur Wheatstone-Kirchhoff'schen

a	0	100	200	300	400	500	600	700	800	900
0	0,0000	0,1111	0,2500	0,4286	0,6667	1,0000	1,500	2,333	4,000	9,00
1	,0010	,1123	,2516	,4306	,6694	1,0040	1,506	2,344	4,025	9,10
2	,0020	,1136	,2531	,4327	,6722	1,0080	1,513	2,356	4,051	9,20
3	,0030	,1148	,2547	,4347	,6750	1,0121	1,519	2,367	4,076	9,31
4	,0040	,1161	,2563	,4368	,6779	1,0161	1,525	2,378	4,102	9,42
5	,0050	,1173	,2579	,4388	,6807	1,0202	1,532	2,390	4,128	9,53
6	,0060	,1186	,2594	,4409	,6835	1,0243	1,538	2,401	4,155	9,64
7	,0070	,1198	,2610	,4430	,6863	1,0284	1,545	2,413	4,181	9,75
8	,0081	,1211	,2626	,4451	,6892	1,0325	1,551	2,425	4,208	9,87
9	,0091	,1223	,2642	,4472	,6921	1,0367	1,558	2,436	4,236	9,99
10	,0101	,1236	,2658	,4493	,6949	1,0408	1,564	2,448	4,263	10,11
11	,0111	,1249	,2674	,4514	,6978	1,0450	1,571	2,460	4,291	10,24
12	,0121	,1261	,2690	,4535	,7007	1,0492	1,577	2,472	4,319	10,36
13	,0132	,1274	,2706	,4556	,7036	1,0534	1,584	2,484	4,348	10,49
14	,0142	,1287	,2723	,4577	,7065	1,0576	1,591	2,497	4,376	10,63
15	,0152	,1299	,2739	,4599	,7094	1,0619	1,597	2,509	4,405	10,76
16	,0163	,1312	,2755	,4620	,7123	1,0661	1,604	2,521	4,435	10,90
17	,0173	,1325	,2771	,4641	,7153	1,0704	1,611	2,534	4,464	11,05
18	,0183	,1338	,2788	,4663	,7182	1,0747	1,618	2,546	4,495	11,20
19	,0194	,1351	,2804	,4684	,7212	1,0790	1,625	2,559	4,525	11,35
20	,0204	,1364	,2820	,4706	,7241	1,0833	1,632	2,571	4,556	11,50
21	,0215	,1377	,2837	,4728	,7271	1,0877	1,639	2,584	4,587	11,66
22	,0225	,1390	,2853	,4749	,7301	1,0921	1,646	2,597	4,618	11,82
23	,0235	,1403	,2870	,4771	,7331	1,0964	1,653	2,610	4,650	11,99
24	,0246	,1416	,2887	,4793	,7361	1,1008	1,660	2,623	4,682	12,16
25	,0256	,1429	,2903	,4815	,7391	1,1053	1,667	2,636	4,714	12,33
26	,0267	,1442	,2920	,4837	,7422	1,1097	1,674	2,650	4,747	12,51
27	,0277	,1455	,2937	,4859	,7452	1,1142	1,681	2,663	4,780	12,70
28	,0288	,1468	,2953	,4881	,7483	1,1186	1,688	2,676	4,814	12,89
29	,0299	,1481	,2970	,4903	,7513	1,1231	1,695	2,690	4,848	13,08
30	,0309	,1494	,2987	,4925	,7544	1,1277	1,703	2,704	4,882	13,29
31	,0320	,1507	,3004	,4948	,7575	1,1322	1,710	2,717	4,917	13,49
32	,0331	,1521	,3021	,4970	,7606	1,1368	1,717	2,731	4,952	13,71
33	,0341	,1534	,3038	,4993	,7637	1,1413	1,725	2,745	4,988	13,93
34	,0352	,1547	,3055	,5015	,7668	1,1459	1,732	2,759	5,024	14,15
35	,0363	,1561	,3072	,5038	,7699	1,1505	1,740	2,774	5,061	14,38
36	,0373	,1574	,3089	,5060	,7731	1,1552	1,747	2,788	5,098	14,63
37	,0384	,1587	,3106	,5083	,7762	1,1598	1,755	2,802	5,135	14,87
38	,0395	,1601	,3123	,5106	,7794	1,1645	1,762	2,817	5,173	15,13
39	,0406	,1614	,3141	,5129	,7825	1,1692	1,770	2,831	5,211	15,39
40	,0417	,1628	,3158	,5152	,7857	1,1739	1,778	2,846	5,250	15,67
41	,0428	,1641	,3175	,5175	,7889	1,1786	1,786	2,861	5,289	15,95
42	,0438	,1655	,3193	,5198	,7921	1,1834	1,793	2,876	5,329	16,24
43	,0449	,1669	,3210	,5221	,7953	1,1882	1,801	2,891	5,369	16,54
44	,0460	,1682	,3228	,5244	,7986	1,1930	1,809	2,906	5,410	16,86
45	,0471	,1696	,3245	,5267	,8018	1,1978	1,817	2,922	5,452	17,18
46	,0482	,1710	,3263	,5291	,8051	1,2026	1,825	2,937	5,494	17,52
47	,0493	,1723	,3280	,5314	,8083	1,2075	1,833	2,953	5,536	17,87
48	,0504	,1737	,3298	,5337	,8116	1,2124	1,841	2,968	5,579	18,23
49	,0515	,1751	,3316	,5361	,8149	1,2173	1,849	2,984	5,623	18,61
50	0,0526	0,1765	0,3333	0,5385	0,8182	1,2222	1,857	3,000	5,667	19,00

…rahtbrücke. Zahlenwerte für a/b, wenn $a+b=1000$.

a	0	100	200	300	400	500	600	700	800	900
50	0,0526	0,1765	0,3333	0,5385	0,8182	1,2222	1,857	3,000	5,667	19,00
51	,0537	,1779	,3351	,5408	,8215	1,2272	1,865	3,016	5,711	19,41
52	,0549	,1792	,3369	,5432	,8248	1,2321	1,874	3,032	5,757	19,83
53	,0560	,1806	,3387	,5456	,8282	1,2371	1,882	3,049	5,803	20,28
54	,0571	,1820	,3405	,5480	,8315	1,2422	1,890	3,065	5,849	20,74
55	,0582	,1834	,3423	,5504	,8349	1,2472	1,899	3,082	5,897	21,22
56	,0593	,1848	,3441	,5528	,8382	1,2523	1,907	3,098	5,944	21,73
57	,0604	,1862	,3459	,5552	,8416	1,2573	1,915	3,115	5,993	22,26
58	,0616	,1876	,3477	,5576	,8450	1,2624	1,924	3,132	6,042	22,81
59	,0627	,1891	,3495	,5601	,8484	1,2676	1,933	3,149	6,092	23,39
60	,0638	,1905	,3514	,5625	,8519	1,2727	1,941	3,167	6,143	24,00
61	,0650	,1919	,3532	,5649	,8553	1,2779	1,950	3,184	6,194	24,64
62	,0661	,1933	,3550	,5674	,8587	1,2831	1,959	3,202	6,246	25,32
63	,0672	,1947	,3569	,5699	,8622	1,2883	1,967	3,219	6,299	26,03
64	,0684	,1962	,3587	,5723	,8657	1,2936	1,976	3,237	6,353	26,78
65	,0695	,1976	,3605	,5748	,8692	1,2989	1,985	3,255	6,407	27,57
66	,0707	,1990	,3624	,5773	,8727	1,3041	1,994	3,274	6,463	28,41
67	,0718	,2005	,3643	,5798	,8762	1,3095	2,003	3,292	6,519	29,30
68	,0730	,2019	,3661	,5823	,8797	1,3148	2,012	3,310	6,576	30,25
69	,0741	,2034	,3680	,5848	,8832	1,3202	2,021	3,329	6,634	31,26
70	,0753	,2048	,3699	,5873	,8868	1,3256	2,030	3,348	6,692	32,33
71	,0764	,2063	,3717	,5898	,8904	1,3310	2,040	3,367	6,752	33,48
72	,0776	,2077	,3736	,5924	,8939	1,3364	2,049	3,386	6,813	34,71
73	,0787	,2092	,3755	,5949	,8975	1,3419	2,058	3,405	6,874	36,04
74	,0799	,2107	,3774	,5974	,9011	1,3474	2,067	3,425	6,937	37,46
75	,0811	,2121	,3793	,6000	,9048	1,3529	2,077	3,444	7,000	39,00
76	,0823	,2136	,3812	,6026	,9084	1,3585	2,086	3,464	7,065	40,67
77	,0834	,2151	,3831	,6051	,9120	1,3641	2,096	3,484	7,130	42,48
78	,0846	,2165	,3850	,6077	,9157	1,3697	2,106	3,505	7,197	44,45
79	,0858	,2180	,3870	,6103	,9194	1,3753	2,115	3,525	7,264	46,62
80	,0870	,2195	,3889	,6129	,9231	1,3810	2,125	3,545	7,333	49,00
81	,0881	,2210	,3908	,6155	,9268	1,3866	2,135	3,566	7,403	51,63
82	,0893	,2225	,3928	,6181	,9305	1,3923	2,145	3,587	7,475	54,56
83	,0905	,2240	,3947	,6207	,9342	1,3981	2,155	3,608	7,547	57,82
84	,0917	,2255	,3966	,6234	,9380	1,4038	2,165	3,630	7,621	61,50
85	,0929	,2270	,3986	,6260	,9417	1,4096	2,175	3,651	7,696	65,67
86	,0941	,2285	,4006	,6287	,9455	1,4155	2,185	3,673	7,772	70,43
87	,0953	,2300	,4025	,6313	,9493	1,4213	2,195	3,695	7,850	75,92
88	,0965	,2315	,4045	,6340	,9531	1,4272	2,205	3,717	7,929	82,33
89	,0977	,2330	,4065	,6367	,9569	1,4331	2,215	3,739	8,009	89,91
90	,0989	,2346	,4085	,6393	,9608	1,4390	2,226	3,762	8,091	99,00
91	,1001	,2361	,4104	,6420	,9646	1,4450	2,236	3,785	8,174	110,1
92	,1013	,2376	,4124	,6447	,9685	1,4510	2,247	3,808	8,259	124,0
93	,1025	,2392	,4144	,6474	,9724	1,4570	2,257	3,831	8,346	141,9
94	,1038	,2407	,4164	,6502	,9763	1,4631	2,268	3,854	8,434	165,7
95	,1050	,2422	,4184	,6529	,9802	1,4691	2,279	3,878	8,524	199,0
96	,1062	,2438	,4205	,6556	,9841	1,4752	2,289	3,902	8,615	249,0
97	,1074	,2453	,4225	,6584	,9881	1,4814	2,300	3,926	8,709	332,3
98	,1086	,2469	,4245	,6611	,9920	1,4876	2,311	3,950	8,804	499,0
99	,1099	,2484	,4265	,6639	,9960	1,4938	2,322	3,975	8,901	999,0
100	0,1111	0,2500	0,4286	0,6667	1,0000	1,5000	2,333	4,000	9,000	∞

53. Logarithmen.

N.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Diff.
10	0000	0043	0086	0128	0170	0212	0253	0294	0334	0374	42
11	0414	0453	0492	0531	0569	0607	0645	0682	0719	0755	38
12	0792	0828	0864	0899	0934	0969	1004	1038	1072	1106	35
13	1139	1173	1206	1239	1271	1303	1335	1367	1399	1430	32
14	1461	1492	1523	1553	1584	1614	1644	1673	1703	1732	30
15	1761	1790	1818	1847	1875	1903	1931	1959	1987	2014	28
16	2041	2068	2095	2122	2148	2175	2201	2227	2253	2279	26
17	2304	2330	2355	2380	2405	2430	2455	2480	2504	2529	25
18	2553	2577	2601	2625	2648	2672	2695	2718	2742	2765	24
19	2788	2810	2833	2856	2878	2900	2923	2945	2967	2989	22
20	3010	3032	3054	3075	3096	3118	3139	3160	3181	3201	21
21	3222	3243	3263	3284	3304	3324	3345	3365	3385	3404	20
22	3424	3444	3464	3483	3502	3522	3541	3560	3579	3598	19
23	3617	3636	3655	3674	3692	3711	3729	3747	3766	3784	19
24	3802	3820	3838	3856	3874	3892	3909	3927	3945	3962	18
25	3979	3997	4014	4031	4048	4065	4082	4099	4116	4133	17
26	4150	4166	4183	4200	4216	4232	4249	4265	4281	4298	16
27	4314	4330	4346	4362	4378	4393	4409	4425	4440	4456	16
28	4472	4487	4502	4518	4533	4548	4564	4579	4594	4609	15
29	4624	4639	4654	4669	4683	4698	4713	4728	4742	4757	15
30	4771	4786	4800	4814	4829	4843	4857	4871	4886	4900	14
31	4914	4928	4942	4955	4969	4983	4997	5011	5024	5038	14
32	5051	5065	5079	5092	5105	5119	5132	5145	5159	5172	13
33	5185	5198	5211	5224	5237	5250	5263	5276	5289	5302	13
34	5315	5328	5340	5353	5366	5378	5391	5403	5416	5428	13
35	5441	5453	5465	5478	5490	5502	5514	5527	5539	5551	12
36	5563	5575	5587	5599	5611	5623	5635	5647	5658	5670	12
37	5682	5694	5705	5717	5729	5740	5752	5763	5775	5786	12
38	5798	5809	5821	5832	5843	5855	5866	5877	5888	5899	11
39	5911	5922	5933	5944	5955	5966	5977	5988	5999	6010	11
40	6021	6031	6042	6053	6064	6075	6085	6096	6107	6117	11
41	6128	6138	6149	6160	6170	6180	6191	6201	6212	6222	10
42	6232	6243	6253	6263	6274	6284	6294	6304	6314	6325	10
43	6335	6345	6355	6365	6375	6385	6395	6405	6415	6425	10
44	6435	6444	6454	6464	6474	6484	6493	6503	6513	6522	10
45	6532	6542	6551	6561	6571	6580	6590	6599	6609	6618	10
46	6628	6637	6646	6656	6665	6675	6684	6693	6702	6712	9
47	6721	6730	6739	6749	6758	6767	6776	6785	6794	6803	9
48	6812	6821	6830	6839	6848	6857	6866	6875	6884	6893	9
49	6902	6911	6920	6928	6937	6946	6955	6964	6972	6981	9
50	6990	6998	7007	7016	7024	7033	7042	7050	7059	7067	9
51	7076	7084	7093	7101	7110	7118	7126	7135	7143	7152	8
52	7160	7168	7177	7185	7193	7202	7210	7218	7226	7235	8
53	7243	7251	7259	7267	7275	7284	7292	7300	7308	7316	8
54	7324	7332	7340	7348	7356	7364	7372	7380	7388	7396	8
55	7404	7412	7419	7427	7435	7443	7451	7459	7466	7474	8
56	7482	7490	7497	7505	7513	7520	7528	7536	7543	7551	8
57	7559	7566	7574	7582	7589	7597	7604	7612	7619	7627	8
58	7634	7642	7649	7657	7664	7672	7679	7686	7694	7701	7
59	7709	7716	7723	7731	7738	7745	7752	7760	7767	7774	7
60	7782	7789	7796	7803	7810	7818	7825	7832	7839	7846	7
N.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Diff.

Logarithmen.

N.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Diff.
60	7782	7789	7796	7803	7810	7818	7825	7832	7839	7846	7
61	7853	7860	7868	7875	7882	7889	7896	7903	7910	7917	7
62	7924	7931	7938	7945	7952	7959	7966	7973	7980	7987	7
63	7993	8000	8007	8014	8021	8028	8035	8041	8048	8055	7
64	8062	8069	8075	8082	8089	8096	8102	8109	8116	8122	7
65	8129	8136	8142	8149	8156	8162	8169	8176	8182	8189	7
66	8195	8202	8209	8215	8222	8228	8235	8241	8248	8254	7
67	8261	8267	8274	8280	8287	8293	8299	8306	8312	8319	6
68	8325	8331	8338	8344	8351	8357	8363	8370	8376	8382	6
69	8388	8395	8401	8407	8414	8420	8426	8432	8439	8445	6
70	8451	8457	8463	8470	8476	8482	8488	8494	8500	8506	6
71	8513	8519	8525	8531	8537	8543	8549	8555	8561	8567	6
72	8573	8579	8585	8591	8597	8603	8609	8615	8621	8627	6
73	8633	8639	8645	8651	8657	8663	8669	8675	8681	8686	6
74	8692	8698	8704	8710	8716	8722	8727	8733	8739	8745	6
75	8751	8756	8762	8768	8774	8779	8785	8791	8797	8802	6
76	8808	8814	8820	8825	8831	8837	8842	8848	8854	8859	6
77	8865	8871	8876	8882	8887	8893	8899	8904	8910	8915	6
78	8921	8927	8932	8938	8943	8949	8954	8960	8965	8971	6
79	8976	8982	8987	8993	8998	9004	9009	9015	9020	9025	5
80	9031	9036	9042	9047	9053	9058	9063	9069	9074	9079	5
81	9085	9090	9096	9101	9106	9112	9117	9122	9128	9133	5
82	9138	9143	9149	9154	9159	9165	9170	9175	9180	9186	5
83	9191	9196	9201	9206	9212	9217	9222	9227	9232	9238	5
84	9243	9248	9253	9258	9263	9269	9274	9279	9284	9289	5
85	9294	9299	9304	9309	9315	9320	9325	9330	9335	9340	5
86	9345	9350	9355	9360	9365	9370	9375	9380	9385	9390	5
87	9395	9400	9405	9410	9415	9420	9425	9430	9435	9440	5
88	9445	9450	9455	9460	9465	9469	9474	9479	9484	9489	5
89	9494	9499	9504	9509	9513	9518	9523	9528	9533	9538	5
90	9542	9547	9552	9557	9562	9566	9571	9576	9581	9586	5
91	9590	9595	9600	9605	9609	9614	9619	9624	9628	9633	5
92	9638	9643	9647	9652	9657	9661	9666	9671	9675	9680	5
93	9685	9689	9694	9699	9703	9708	9713	9717	9722	9727	5
94	9731	9736	9741	9745	9750	9754	9759	9763	9768	9773	5
95	9777	9782	9786	9791	9795	9800	9805	9809	9814	9818	5
96	9823	9827	9832	9836	9841	9845	9850	9854	9859	9863	5
97	9868	9872	9877	9881	9886	9890	9894	9899	9903	9908	4
98	9912	9917	9921	9926	9930	9934	9939	9943	9948	9952	4
99	9956	9961	9965	9969	9974	9978	9983	9987	9991	9996	4
100	0 0000	0043	0087	0130	0173	0217	0260	0303	0346	0389	43
101	0 0432	0475	0518	0561	0604	0647	0689	0732	0775	0817	43
102	0 0860	0903	0945	0988	1030	1072	1115	1157	1199	1242	42
103	0 1284	1326	1368	1410	1452	1494	1536	1578	1620	1662	42
104	0 1703	1745	1787	1828	1870	1912	1953	1995	2036	2078	42
105	0 2119	2160	2202	2243	2284	2325	2366	2407	2449	2490	41
106	0 2531	2572	2612	2653	2694	2735	2776	2816	2857	2898	41
107	0 2938	2979	3019	3060	3100	3141	3181	3222	3262	3302	40
108	0 3342	3383	3423	3463	3503	3543	3583	3623	3663	3703	40
109	0 3743	3782	3822	3862	3902	3941	3981	4021	4060	4100	40
110	0 4139	4179	4218	4258	4297	4336	4376	4415	4454	4493	39
N.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Diff.

54. Trigonometrische Zahlen.

Reduktion auf Bogenwert s. Tab. 51.

	Sinus		Tangens		Cotangens		Cosinus		
↓ 0°	0,0000	175	0,0000	175	∞		1,0000	02	90
1	,0175	174	,0175	174	57,29		0,9998	04	89
2	,0349	174	,0349	175	28,64		,9994	06	88
3	,0523	175	,0524	175	19,08		,9986	10	87
4	,0698	174	,0699	176	14,30		,9976	14	86
5	,0872	173	,0875	176	11,43		,9962	17	85
6	,1045	174	,1051	177	9,514		,9945	20	84
7	,1219	173	,1228	177	8,144		,9925	22	83
8	,1392	172	,1405	179	7,115	801	,9903	26	82
9	,1564	172	,1584	179	6,314	643	,9877	29	81
10	,1736	172	,1763	181	5,671	526	,9848	32	80
11	,1908	171	,1944	182	5,145	440	,9816	35	79
12	,2079	171	,2126	183	4,705	374	,9781	37	78
13	,2250	169	,2309	184	4,331	320	,9744	41	77
14	,2419	169	,2493	186	4,011	279	,9703	44	76
15	,2588	168	,2679	188	3,732	245	,9659	46	75
16	,2756	168	,2867	190	3,487	216	,9613	50	74
17	,2924	166	,3057	192	3,271	193	,9563	52	73
18	,3090	166	,3249	194	3,078	174	,9511	56	72
19	,3256	164	,3443	197	2,904	157	,9455	58	71
20	,3420	164	,3640	199	2,747	142	,9397	61	70
21	,3584	162	,3839	201	2,605	130	,9336	64	69
22	,3746	161	,4040	205	2,475	119	,9272	67	68
23	,3907	160	,4245	207	2,356	110	,9205	70	67
24	,4067	159	,4452	211	2,246	101	,9135	72	66
25	,4226	158	,4663	214	2,145	95	,9063	75	65
26	,4384	156	,4877	218	2,050	87	,8988	78	64
27	,4540	155	,5095	222	1,963	82	,8910	81	63
28	,4695	153	,5317	226	1,881	77	,8829	83	62
29	,4848	152	,5543	231	1,804	72	,8746	86	61
30	,5000	150	,5774	235	1,732	68	,8660	88	60
31	,5150	149	,6009	240	1,664	64	,8572	92	59
32	,5299	147	,6249	245	1,600	60	,8480	93	58
33	,5446	146	,6494	251	1,540	57	,8387	97	57
34	,5592	144	,6745	257	1,483	55	,8290	98	56
35	,5736	142	,7002	263	1,428	52	,8192	102	55
36	,5878	140	,7265	271	1,376	49	,8090	104	54
37	,6018	139	,7536	277	1,327	47	,7986	106	53
38	,6157	136	,7813	285	1,280	45	,7880	109	52
39	,6293	135	,8098	293	1,235	43	,7771	111	51
40	,6428	133	,8391	302	1,192	42	,7660	113	50
41	,6561	130	,8693	311	1,150	39	,7547	116	49
42	,6691	129	,9004	321	1,111	39	,7431	117	48
43	,6820	127	,9325	332	1,072	36	,7314	121	47
44	,6947	124	,9657	343	1,036	36	,7193	122	46
45	,7071		1,0000		1,000		,7071		45° ↑
	Cosinus		Cotangens		Tangens		Sinus		

Alphabetisches Verzeichnis siehe S. XIX.

Encyklopädie der mathemat. Wissenschaften

In sieben Bänden :: **mit Einschluß ihrer Anwendungen** :: In sieben Bänden

Herausgegeben im Auftrage der Akademien der Wissenschaften zu Göttingen, Leipzig, München und Wien, sowie unter Mitwirkung zahlreicher Fachgenossen

Bd. IV. **Mechanik.** In 4 Teilbänden. Redigiert von F. Klein in Göttingen und C. H. Müller in Hannover.

I. Teilband. Vorwort von F. Klein. **A. Grundlegung der Mechanik.** 1. Die Prinzipien der rationellen Mechanik: A. Voß. **B. Mechanik der Punkte und starren Systeme.** Behandlung elementarer Fragen in geometrischer Form. 2. Geometrische Grundlegung der Mechanik eines starren Körpers: H. E. Timerding. 3. Kinematik: A. Schoenflies mit einem Zusatz von M. Grübler. 4. Die Geometrie der Massen: G. Jung. 5. Graphische Statik: L. Henneberg. 6. Elementare Dynamik der Punktsysteme und starren Körper: P. Stäckel. II. Teilband. Anwendungen, mit Berücksichtigung der störenden Einflüsse. 7. Die Mechanik der einfachsten physikalischen Apparate und Versuchsanordnungen: Ph. Furtwängler. 8. Physiologische Mechanik: O. Fischer. 9. Spiel und Sport: G. T. Walker. 10. Dynamische Probleme der Maschinenlehre: R. v. Mises. Behandlung beliebiger Systeme von endlichem Freiheitsgrad in analytischer Allgemeinheit. 11. Ansätze und allgemeine Methoden der Systemmechanik: K. Heun. 12. Entwickelung allgemeiner Methoden der analytischen Mechanik: P. Stäckel. 13. Spezialdiskussion dynamischer Probleme in analytischer Allgemeinheit: P. Stäckel. III. Teilband. **C. Mechanik der deformierbaren Körper.** Analytische geometrische Hilfsmittel. 14. Geometrische Grundbegriffe: M. Abraham. Hydrodynamik. 15. Physikalische Grundlegung: A. E. H. Love. 16. Theoretische Ausführungen: A. E. H. Love. 17. Aërodynamik: S. Finsterwalder. 18. Ballistik: C. Cranz. 19. Unstetige Bewegungen in Flüssigkeiten: G. Zemplén. 20. Hydraulik: Ph. Forchheimer. 21. Theorie der hydraulischen Motoren und Pumpen: M. Grübler. 22. Theorie des Schiffes: A. Kriloff. Mit einem Anhang: Hydrodynamik des Schiffes von C. H. Müller. IV. Teilband. Elastizitäts- und Festigkeitslehre. 23. Die Grundgleichungen der mathematischen Elastizitätslehre: C. H. Müller und A. Timpe. 24. Allgemeine Theoreme (Integrationstheorie) der mathematischen Elastizitätstheorie: O. Tedone. 25. Spezielle Ausführungen zur Statik elastischer Körper: O. Tedone und A. Timpe. 26. Schwingungen elastischer Körper, insbesondere Akustik: H. Lamb. 27. Festigkeitsprobleme im Maschinenbau: Th. v. Kármán. 28. Theorie des Erddrucks: H. Reißner. 29. Die Variationsprinzipe in der Mechanik der Kontinua: E. Hellinger. 30. Physikalische Grundlagen der Festigkeitslehre: Th. v. Kármán und L. Prandtl. 31. Theorie der Baukonstruktionen: 31a. Allgemeine Theorie des Fachwerks und der vollwandigen Systeme: M. Grüning. 31b. Räumliche Eisenkonstruktionen: K. Wieghardt. 31c. Konstruktionen in Holz, Stein und Eisenbeton: K. Wieghardt. **D. Mechanik der aus sehr zahlreichen diskreten Teilen bestehenden Systeme.** 32. Begriffliche Grundlagen der statistischen Auffassung in der Mechanik: P. und T. Ehrenfest.

Bisher erschien: Teil I_1, 1 (1) *M* 3.40, 2 (2, 3) *M* 4.60, 3 (4, 5) *M* 4.60, 4 (6) *M* 7.80. Teil I_2, 1 (7—9) *M* 4.40, 2 (10) *M* 6.40, 3 (11) *M* 4.60. Teil II_1, 1 (14—16) *M* 3.80, 2 (17, 18) *M* 3.80, 3 (19, 20) *M* 5.80, 4 (21, 22) *M* 4.40. Teil II_2, 1 (23, 24) *M* 3.60, 2 (25, 26) *M* 5.20, 3 (27, 28) *M* 3.40, 4 (31a) *M* 3.60, 6 (32) *M* 2.80. — Teil I_1 = I. Teilband, kpl. Geh. *M* 20.40, geb. *M* 24.—. — Teil II_1 = III. Teilband, kpl. Geh. *M* 17.60, geb. *M* 20.60.

Bd. V. **Physik.** In 3 Teilen. Redigiert von A. Sommerfeld in München.

I. Teil. Vorwort von A. Sommerfeld. **A. Einleitung.** 1. Maß und Messen: C. Runge. 2. Gravitation: J. Zenneck. **B. Thermodynamik.** 3. Allgemeine Grundlegung der Thermodynamik: G. H. Bryan. 4. Dissipation der Energie, insbesondere Wärmeleitung: E. W. Hobson und H. Dießelhorst. 5. Technische Wärmetheorie: M. Schröter und L. Prandtl. **C. Molekularphysik.** 6. Chemische Atomistik: F. W. Hinrichsen und L. Mamlock nebst zwei Beiträgen von E. Study. 7. Kristallographie: Th. Liebisch, A. Schoenflies, O. Mügge. 8. Kinetische Theorie der Materie: L. Boltzmann (†) und J. Nabl. 9. Kapillarität: H. Minkowski (†). 10. Die Zustandsgleichung: H. Kamerlingh-Onnes und W. H. Keesom. 11. Physikalische und Elektrochemie: N. N. II. Teil. **D. Elektrizität und Optik.** Physikalische Grundlegung der Elektrizitätslehre. 12. Standpunkt der Fernwirkung. die Elementargesetze: R. Reiff und A. Sommerfeld. 13. Maxwells elektromagnetische Theorie: H. A. Lorentz. 14. Weiterbildung der Maxwellschen Theorie. Elektronentheorie: H. A. Lorentz. Mathematische Spezialausführungen zur Elektrizitätslehre. 15. Elektrostatik und Magnetostatik: R. Gans. 16. Beziehungen zwischen elektrostatischen und magnetostatischen Zustandsänderungen einerseits und elastischen und thermischen andererseits: F. Pockels. 17. Stationäre und quasistationäre Felder: P. Debye. 18. Elektromagnetische Wellen: M. Abraham. 19. Beziehungen der elektrischen Strömung zu Wärme und Magnetismus: H. Dießelhorst. Magnetische Eigenschaften der Körper: H. du Bois. 20. Elektrotechnik: Fr. Emde und K. W. Wagner. III. Teil. Physikalische Grundlegung der Optik. 21. Ältere Theorie: A. Wangerin. 22. Elektromagnetische Lichttheorie: W. Wien. Mit einem Beitrag von H. A. Lorentz über magnetooptische Phänomene. 23. Theorie der Strahlung: W. Wien. Mathematische Spezialausführungen zur Optik. 24. Strahlenoptik und optische Instrumente: S. Finsterwalder. 25. Wellenoptik (Interferenz und Beugung): M. Laue. 26. Kristalloptik: F. Pockels. 27. Gesetze der Spektralanalyse: C. Runge. **E. Ergänzungen, Schlußwort.** 28. Allgemeine physikalische Anschauungen und Methoden: A. Sommerfeld und G. Mie. 29. Ergänzungen (Relativität, Radioaktivität, Röntgenstrahlen usw.)

Bisher erschien: Teil I, 1 (1—3) *M* 4.80, 2 (4, 5) *M* 4.80, 3 (6, 7) *M* 5.20, 4 (8, 9) *M* 3.60, 5 (10) *M* 10.40. Teil II, 1 (12—14) *M* 8.—, 2 (15, 16) *M* 3.—, 3 (17, 18) *M* 4.60. Teil III, 1 (21, 22) *M* 6.—, 2 (22 [Schluß], 23) *M* 5.—

Vorlesungen über mathematische Physik. Von Dr. Gustav Kirchhoff, weiland Professor an der Universität Berlin. 4 Bände. Mit Figuren im Text. gr. 8. geh. *M* 39.—, in Leinw. geb. *M* 4[illegible].—

I. Band: **Mechanik.** 4. Auflage, von Geh. Hofrat Dr. W. Wien, Professor an der Universität Würzburg. [X u. 464 S.] 1897. geh. *M* 13.—, in Leinwand geb. *M* 15.—

II. Band: **Optik.** Herausgegeben von Dr. Kurt Hensel, Professor an der Universität Marburg. Mit dem Bildnis Kirchhoffs. [VIII u. 272 S.] 1891. geh. *M* 10 —, in Leinw. geb. *M* 12.— [Vergriff.]

III. Band: **Theorie der Elektrizität und des Magnetismus.** Herausgegeben von Geh. Regierungsrat Dr. Max Planck, Professor an der Universität Berlin. [X u. 228 S.] 1891. geh. *M* [illegible].—, in Leinwand geb. *M* 10.— [Vergriffen.]

IV. Band: **Theorie der Wärme.** Herausgegeben von Geh. Regierungsrat Dr. Max Planck, Professor an der Universität Berlin. [X u. 210 S.] 1894. geh. *M* 8.—, in Leinw. geb. *M* 10.—

„Pietätvolle und berufene Schüler haben nach Kirchhoffs Tode den Versuch gemacht, auf Grund der Vorlesungsmanuskripte und der wissenschaftlichen Veröffentlichungen Kirchhoffs auch die Vorlesungen über Optik, Elektrizität und Magnetismus und über die Theorie der Wärme herauszugeben und sie für die Mit- und Nachwelt zu erhalten. So ist Deutschland in den Besitz eines Werkes gelangt, wie es wohl keine andere Nation besitzt. Eine mathematische Physik nach dem Standpunkte der Jetztzeit in vier verhältnismäßig dünne Bände kondensiert, in jener mustergültigen, knappen Sprache der höheren Analysis verfaßt, die uns so recht den Wert der letzteren begreifen lehrt. Zur Rezension ist bei solchem Meisterwerke kein Raum. Der Empfehlung bedarf es also auch nicht. Wo aber ein König im Reiche der Wissenschaft baute, da werden die Kärrner zu tun haben." (Zeitschrift für lateinlose Schulen.)

Lehrbuch der Experimentalphysik. Von weil. Dr. Adolph Wüllner, Geheimer Regierungsrat, Professor an der Königl. Technischen Hochschule zu Aachen. In 4 Bänden. Mit 1104 Abbildungen, Figuren und 4 lithographierten Tafeln. gr. 8. Bei gleichzeitigem Bezuge aller 4 Bände beträgt der Preis *M* 5[illegible].— (statt *M* 60.—) für das geheftete Exemplar und *M* 40.— (statt *M* 68.—) für das in Halbfranz gebundene Exemplar. — Für den Einzelbezug bleiben die Preise für die einzelnen Bände bestehen.

I. Band: **Allgemeine Physik und Akustik.** 6. Auflage bearbeitet von A. Wüllner u. A. Hagenbach. Mit 333 Abb. und Figuren [XIV u. 1058 S.] 1907. Geh. *M* 16.—, in Halbfr. geb. *M* 18.—

II. Band: **Die Lehre von der Wärme.** 5. Auflage. Mit 131 Abbild. und Figuren. [XI u. 936 S.] 1896. Geh. *M* 12.—, in Halbfranz geb. *M* 14.—

III. Band: **Die Lehre vom Magnetismus und von der Elektrizität** mit einer Einleitung: Grundzüge der Lehre vom Potential. 5. Auflage. Mit 341 Abbildungen und Figuren. [XV u. 1415 S.] 1897. Geh. *M* 18.—, in Halbfranz geb. *M* 20.—

IV. Band: **Die Lehre von der Strahlung.** 5. Auflage. Mit 299 Abbild. und Figuren und 4 lithographierten Tafeln. [XII u. 1042 S.] 1899. Geh. *M* 14.—, in Halbfranz geb. *M* 16.—

Die wissenschaftlichen Vorzüge dieses reich ausgestatteten Lehrbuches sind von der Kritik einstimmig anerkannt worden. Das Werk hat sich die Aufgabe gestellt, einerseits die physikalischen Lehren in weiteren Kreisen bekannt zu machen, andererseits denen, die tiefer in das Gebiet des physikalischen Wissens eindringen wollen, als Vorschule zu dienen; es hat aber, ohne den ersten Zweck außer acht zu lassen, die zweite, wissenschaftliche Aufgabe mehr ins Auge gefaßt, als dies von den verbreitetsten Lehrbüchern der Physik bis jetzt geschehen ist.

Populäre Astrophysik. Von Dr. J. Scheiner, Professor an der Universität Berlin. Mit 30 Tafeln und 240 Figuren. 2., ergänzte Auflage. [VI u. 723 S.] gr. 8. 1912. In Leinwand geb. *M* 14.—

„Daß es gerade Scheiner, einer unserer besten und erfolgreichsten Astrophysiker ist, der sich entschließt, die bestehende Lücke durch ein eingehendes Lehrbuch der Astrophysik auszufüllen, ist ganz besonders zu begrüßen. Trotzdem einige mathematische Vorkenntnisse verlangt werden, merkt man dem Buche doch an, daß der Verfasser lieber mit Worten als mit Formeln erklären will. Dieses Bestreben wird sehr unterstützt durch den klaren und präzisen Stil. Und dadurch ist das Buch zum mindesten für den Laien zu einem Kompendium der Astrophysik geworden. Sehr unterstützt wird der Text durch ein passend gewähltes und vorzüglich ausgeführtes Illustrationsmaterial." (Deutsche Literaturzeitung.)

Physik der Sonne. Von E. Pringsheim, Professor an der Universität Breslau. Mit 235 Abbildungen und 7 Tafeln. [VIII u. 435 S.] gr. 8. 1910. Geh. *M* 16.—, in Leinwand geb. *M* 18.—

„Bei der raschen Erweiterung der Sonnenphysik darf man Pringsheims Buch als hochgelegenen Anschauungspunkt begrüßen, der allseitig Einblick gewährt und die großen Richtlinien der modernen Sonnenforschung deutlich hervortreten läßt. Nicht nur der Physiker und Astrophysiker, sondern jeder Freund naturwissenschaftlicher Fragen darf sich Pringsheims Leitung getrost anvertrauen. Frei von allen Trivialitäten, führt er uns in die Einzelprobleme ein, meist ohne eigentliche Spezialkenntnisse vorauszusetzen, entwickelt er doch z. B. die Spektralanalyse aus den einfachsten Grundversuchen. Die große Schwierigkeit, experimentelle Untersuchungen lediglich in Wort und Bild anschaulich und verständlich hinzustellen, hat Pringsheim mit viel Geschick überwunden. Durch sehr reiches und meist erstklassiges Illustrationsmaterial sowie durch lebendige Darstellung werden seine Ausführungen plastisch." (Pädagogisches Archiv.)

Gaskugeln. Anwendungen der mechanischen Wärmetheorie auf kosmologische und meteorologische Probleme. Von R. Emden. Mit 24 Figuren, 12 Diagrammen und 5 Tafeln. [VI u. 498 S.] gr. 8. 1907. Geb. *M* 13.—

Untersuchungen über den Bau und die fortschreitende Entwicklung gasförmiger Himmelskörper liegen nur in einigen z. T. schwer zugänglichen Abhandlungen vor. Verfasser hat diese Untersuchungen neu aufgenommen, von möglichst allgemeinen Gesichtspunkten aus durchgeführt und die erhaltenen Resultate in Form eines kurzen Lehrbuches niedergelegt.

Die elementare Mechanik. Ein Lehrbuch, enthaltend: Eine Begründung der allgemeinen Mechanik; die Mechanik der Systeme starrer Körper; die synthetischen und die Elemente der analytischen Methoden sowie eine Einführung in die Prinzipien der Mechanik deformierbarer Systeme. Von **G. Hamel**, Prof. an der Techn. Hochschule Aachen. Mit 265 Fig. [XVIII u. 634 S.] 1912. Geh. ℳ 16.—, in Leinw. geb. ℳ 18.—

„Zahlreiche Beispiele und Aufgaben aus dem Maschinenbau und den Ingenieurwissenschaften machen das Werk auch für den Ingenieur besonders geeignet. Reiche Literaturangaben und geschichtliche Bemerkungen geben dem Widerstrebenden Gelegenheit, sich in einzelne Fragen besonders einzuarbeiten. Das geistvolle Werk, mit das anregendste Lehrbuch über Mechanik, verdient wärmste Empfehlung." **(Zeitschrift des Vereins deutscher Ingenieure.)**

Angewandte Mechanik. Von **John Perry**, F. R. S. Ein Lehrbuch für Studierende, die Versuche anstellen und numerische und graphische Beispiele durcharbeiten wollen. Berechtigte deutsche Übersetzung von Ingenieur **Rudolf Schick** in Breslau. Mit 371 Figuren. [VIII u. 666 S.] gr. 8. 1908. In Leinwand geb. ℳ 18.—

„Aus diesem Werke spricht ein Lehrer allerersten Ranges, der ausgedehnte Kenntnisse mit vollendeter Lehrkunst vereinigt. Er hat aus dem großen Wissensgebiete der technischen Mechanik viele hundert Beispiele zusammengetragen, an welchen er die Grundgesetze anschaulich erläutert, und damit ein echtes Lehrbuch geschaffen, dessen Übersetzung sich bald zahlreiche Freunde erwerben wird. Alle Darlegungen sind unmittelbar auf den praktischen Gebrauch zugeschnitten, und der mathematische Apparat ist in möglichst engen Grenzen gehalten; vorausgesetzt wird lediglich die Kenntnis der niederen Analysis." **(Literarisches Zentralblatt.)**

Theoretische Mechanik. Von Dr. **R. Marcolongo**, Professor an der Universität Neapel. Autorisierte deutsche Bearbeitung von **H. E. Timerding**, Professor an der Technischen Hochschule Braunschweig. In 2 Bänden. gr. 8. Geh. je ℳ 10.—, in Leinwand geb. je ℳ 11.—

I. Band: **Kinematik und Statik.** Mit 110 Figuren. [VIII u. 346 S.] 1911.
II. Band: **Dynamik und Mechanik der deformierbaren Körper.** Mit 38 Fig. [VII u. 344 S.] 1912.

„... Dem Werke kommt sehr zustatten, daß der Verfasser von vornherein darauf verzichtet hat, den Stoff erschöpfend zu behandeln. Er bringt nur eine Auswahl der interessantesten Gebiete. Als besonderer Vorzug muß weiter hervorgehoben werden, daß jedem Kapitel eine reichliche Anzahl von Übungsbeispielen mit Auflösungen beigefügt ist, an Hand derer sich der Leser vergewissern kann, ob er den Inhalt des Kapitels wirklich ganz erfaßt hat. Das Buch wird sich sicher in den Kreisen der Ingenieure viel Freunde erwerben. Es ist so abgefaßt, daß auch der Ingenieur, soweit er für die Theorie Interesse hat, vieles Nützliche darin findet. Die theoretische Mechanik von Marcolongo-Timerding kann deshalb bestens empfohlen werden." **(Zeitschrift des Vereins deutscher Ingenieure.)**

Lehrbuch der Hydrodynamik. Von **Horace Lamb.** Deutsche autorisierte Ausgabe (nach der 3. englischen Auflage) von Dr. **Johannes Friedel.** Mit 79 Figuren. [XVI u. 788 S.] gr. 8. 1907. In Leinwand geb. ℳ 20.—

„Die Hydrodynamik Lambs ist charakterisiert durch Klarheit und Eleganz; sie vereinigt in hervorragender Weise mathematische Präzision und physikalische Denkrichtung, so daß sie als Muster einer theoretisch-physikalischen Darstellung bezeichnet werden kann. So hervorragend die Leistungen deutscher Forscher auf dem Gebiete der Hydrodynamik sind, so besitzt doch die deutsche Literatur kein zusammenfassendes Buch, welches dem Lambschen an die Seite gestellt werden könnte."
(Vierteljahrsschrift des Wiener Vereins zur Förderung des physikalischen und chemischen Unterrichts.)

Hydraulik. Von **Philipp Forchheimer**, Prof. u. Studiendirektor in Konstantinopel. [X u. 566 S.] gr. 8. 1914. Geh. ℳ 18.—, in Leinwand geb. ℳ 19.—

Das Buch soll dem gegenwärtigen Stande der Hydraulik in ihrem vollen Umfange gerecht werden und soll besonders dem Mathematiker Einsicht in die technischen Probleme und die zahlreich vorliegenden Versuchsergebnisse gewähren, sowie dem Ingenieur für die Lösung seiner praktischen Aufgaben die verfügbaren Theorien und Ziffernwerte mitteilen.

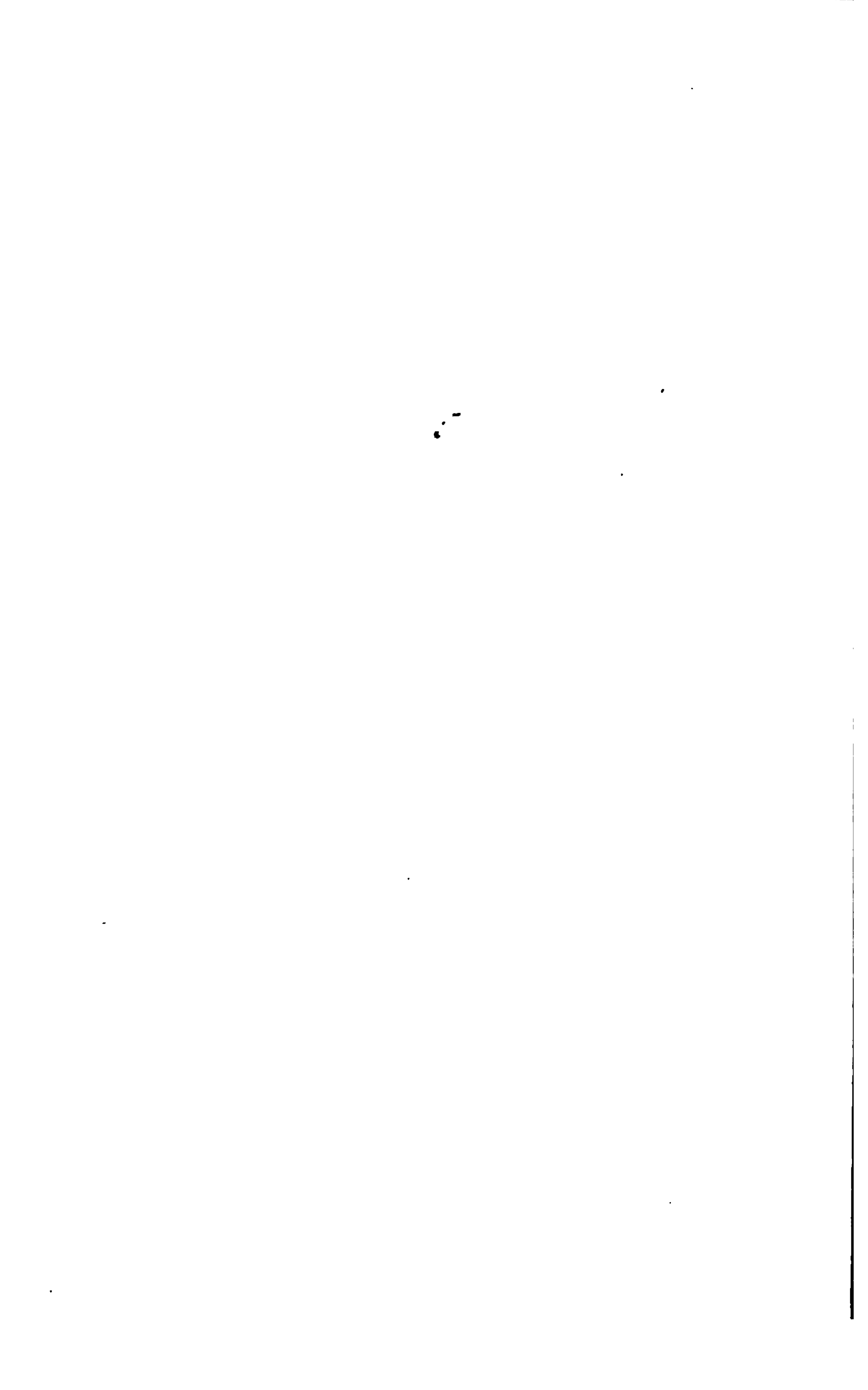
Aerodynamik. Ein Gesamtwerk über das Fliegen von **F. W. Lanchester** in Birmingham (England). Aus dem Englischen übersetzt von **C.** und **A. Runge** in Göttingen. 2 Bände. gr. 8. In Leinwand geb.

I. Band: Mit Anhängen über die Geschwindigkeit und den Impuls von Schallwellen, über die Theorie des Segelfluges usw. Mit 162 Fig. und 1 Tafel. [XIV u. 360 S.] 1909. ℳ 12.—
II. Band: Aerodynamik. Mit Anhängen über die Theorie und Anwendung des Gyroskops, über den Flug der Geschosse usw. Mit 208 Fig. u. einem Titelbild. [XIV u. 327 S.] 1911. ℳ 12.—

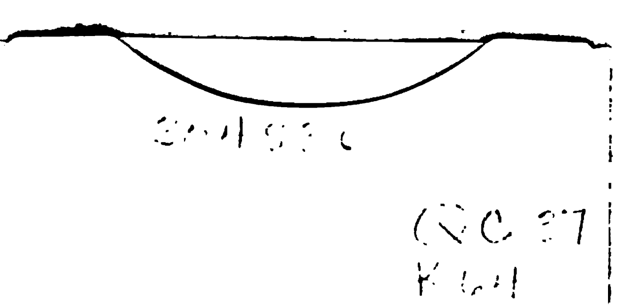
„Es ist mit Freuden zu begrüßen, wenn einmal ein groß angelegtes Werk, wie das vorliegende, die theoretischen und praktischen Grundlagen der Flugtechnik zusammenfaßt, und man muß der Verlagshandlung dafür Dank wissen, daß auch weiteren Kreisen in Deutschland dies Buch durch eine mustergültige Übersetzung nahe gebracht werden konnte." **(Physikalische Zeitschrift.)**

Taschenbuch für Mathematiker und Physiker. Unter Mitwirkung zahlreicher Fachgenossen herausgegeben von **Felix Auerbach** und **Rudolf Rothe.** III. Jahrg. 1913/14. Mit einem Bildnis Fr. Kohlrauschs. [X u. 463 S.] gr. 8. In Leinwand geb. ℳ 6.—

„... Die Reichhaltigkeit und Vielseitigkeit, die sich schon beim Durchblättern zeigen und die Gediegenheit des Inhalts, die sich dem eingehenderen Studium erschließt, machen im Verein mit der übersichtlichen Stoffanordnung das Taschenbuch zu einem Orientierungsmittel von großer Verwendbarkeit und Zuverlässigkeit; jedem Freunde der exakten Wissenschaften kann daher die Anschaffung des vorzüglichen Buches angelegentlich empfohlen werden." **(Naturwissensch. Wochenschr.)**






THE UNIVERSITY OF CALIFORNIA LIBRARY

